

## FATORES QUE INFLUENCIAM NO MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO DE FLAMBAGEM LATERAL COM DISTORÇÃO DE VIGAS CASTELADAS MISTAS

**Carla Cristiane Silva**

*carla.silva@ifmg.edu.br*

*Instituto Federal de Minas Gerais, Núcleo de Engenharia, Rua Severo Veloso, 1880, Bela Vista, Piumhi, CEP: 37925-000, Minas Gerais, Brasil.*

**Rodrigo Barreto Caldas**

*caldas@dees.ufmg.br*

*Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Av. Pres. Antônio Carlos, 6627, Escola de Engenharia, Pampulha, Belo Horizonte, CEP: 31270-901, Minas Gerais, Brasil.*

**Resumo.** Vigas casteladas são projetadas para atender diferentes requisitos estruturais e feitas de perfis laminados com aberturas hexagonais padronizadas na alma. O processo de expansão da alma proporciona maior momento de inércia, aumentando a resistência e a rigidez à flexão. Essas vigas podem ser simplesmente apoiadas, contínuas e semicontínuas e podem ser projetadas como mistas quando há uma conexão de cisalhamento entre o perfil de aço e a laje de concreto. Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, o deslocamento lateral e a rotação da mesa inferior na região de momentos negativos, onde uma parte do perfil de aço é comprimida, podem causar uma flambagem global geralmente conhecida como flambagem lateral com distorção (FLD). A norma europeia EN 1994-1-1:2004 e a norma brasileira ANBT NBR 8800:2008 fornecem um procedimento para a verificação deste estado limite último em vigas mistas com seção de alma cheia nas quais o momento fletor resistente à FLD é calculado considerando o comportamento do mecanismo “U” invertido. Um parâmetro essencial para a determinação desse momento resistente é o momento crítico elástico. Portanto, este artigo tem como objetivo investigar o comportamento deste momento analisando os principais fatores que influenciam no fenômeno, tais como, altura e espessura da alma, largura e espessura das mesas, comprimento do vão, tamanho e espaçamento das aberturas. Além disso, uma análise comparativa foi realizada com vigas mistas de alma cheia. Para atingir este objetivo, foram desenvolvidos e calibrados modelos numéricos no software ANSYS com vigas casteladas mistas de aço-concreto submetidas a um momento fletor uniforme.

**Palavras-chave:** Viga castelada mista, flambagem lateral com distorção, momento crítico elástico.

**Abstract.** Castellated steel beams were designed to meet different structural requirements and made of hot rolled profiles with standard hexagonal openings. The web expansion process gives greater inertia to the beam, increasing the resistance and bending stiffness. These beams can be simply-supported, continuous and semicontinuous and can be designed as composite when there is a shear connection between of steel profile and concrete slab. In continuous and semicontinuous composite beams the lateral displacement and the bottom flange rotation in the region of hogging moments, where a part of the steel profile is compressed, can cause a global buckling generally known as lateral distortional buckling (LDB). The design codes EN 1994-1-1:2004 and ANBT NBR 8800:2008 provides a procedure for the verification of this ultimate limit state in composite beams with solid web steel section without openings in which the resistant bending moment to LDB is calculated considering the behavior of inverted “U-frame” mechanism. An essential parameter for the determination of this resistant moment is the elastic critical moment. Therefore, this paper aims to investigate the behavior of this moment with

the main factors variation that influence in the phenomenon, such as, height and thickness of the web, width and thickness of the flanges, span length, openings size and spacing. In addition, comparative analysis will be performed with solid web steel sections without openings. To reach this objective were developed and calibrated numerical models in the software ANSYS with composite castellated steel-concrete beam subjected to uniform moment.

**Keywords:** Composite castellated beam, lateral distortional buckling, elastic critical moment.

## 1 Introdução

Em vigas mistas contínuas e semicontínuas, nas regiões de momento negativo, a mesa inferior fica comprimida, o que a torna suscetível à flambagem em relação ao seu eixo de maior inércia (eixo situado no plano de flexão), já que a flambagem em relação ao seu eixo de menor inércia é impedida pela alma. Caso a alma não tenha rigidez suficiente à flexão lateral, ela flete (distorce) e a mesa comprimida sofre um deslocamento lateral,  $\delta$ , acompanhado de uma torção,  $\theta$ , (Figura 1), caracterizando um estado-limite último denominado flambagem lateral com distorção (FLD).

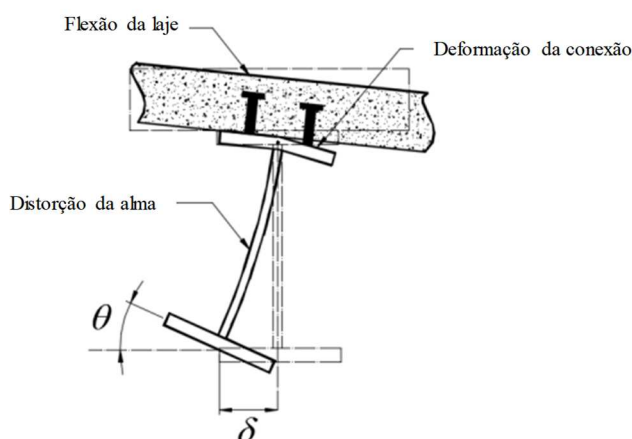


Figura 1. Flambagem lateral com distorção (OLIVEIRA [1])

As vigas mistas contínuas e semicontínuas podem ser utilizadas com seções casteladas, que são elementos estruturais com múltiplas aberturas hexagonais de mesmo formato, regularmente espaçadas na alma. Os principais motivos para a utilização de vigas casteladas em estruturas são: o aumento da capacidade resistente e rigidez à flexão em torno do eixo de maior inércia, proporcionado pelo aumento da altura total da seção transversal; elementos mais leves que um perfil de alma cheia de mesma altura, dessa forma, reduzindo o peso médio das estruturas; vãos livres maiores, reduzindo o número de pilares e fundações, levando a uma montagem mais rápida e mais econômica; condução de tubulações pelas aberturas, o que reduz a altura do pé direito das edificações e ganho estético, já que as aberturas incorporam ao ambiente uma aparência moderna.

Adicionando-se o potencial das vigas casteladas de aço à construção mista, o efeito na economia de material é ainda mais promissor, pois as vigas mistas de aço e concreto formam um sistema de piso bastante eficaz, devido ao aumento considerável na rigidez do piso, a redução no peso dos perfis de aço e a menor altura da seção viga-laje (QUEIROZ *et al.* [2]).

A norma europeia EN 1994-1-1:2004 [3] fornece um método para a determinação do momento resistente à flambagem lateral com distorção (FLD) das vigas mistas contínuas e semicontínuas de aço e concreto, similar ao da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 [4]. Esse procedimento depende da determinação do momento crítico elástico, calculado considerando o comportamento do mecanismo “U” invertido. Um parâmetro fundamental para essa determinação é a rigidez rotacional da viga mista que, por sua vez, depende da rigidez da alma. Destaque-se que esses procedimentos normativos são aplicáveis somente às vigas mistas com perfis de alma cheia.

Na literatura existem diversas pesquisas sobre a flambagem lateral com distorção (FLD) de vigas mistas contínuas com perfil de alma cheia, entre eles Roik *et al.* [5], Chen [6], Dekker *et al.* [7], Hanswille *et al.* [8], Calenzani [9], Calenzani [10], Chen e Wang [11], Ye e Chen [12], Wang [13], Guo *et al.* [14], Zhou *et al.* [15], Zhou *et al.* [16], Oliveira [17], Amaral [18], Dietrich [19], Piassi *et al.* [20], Dias [21] e Oliveira [1]. Pesquisas a respeito de vigas casteladas mistas em regiões de momentos

negativos são escassas. Salah e Gizejowski [22, 23, 24] fizeram diversos estudos com vigas mistas alveolares (aberturas celulares e casteladas) para analisar a influência da esbeltez da viga (razão do comprimento pela altura), modos de flambagem distorcionais e altura do perfil e tipo de aço.

Este artigo apresenta um estudo para investigar o comportamento do momento crítico elástico com os principais fatores que influenciam no fenômeno, tais como, altura e espessura da alma, largura e espessura das mesas, comprimento do vão, tamanho e espaçamentos dos alvéolos. Para alcançar esse objetivo modelos numéricos são desenvolvidos no programa ANSYS com vigas casteladas mistas submetidas a momento fletor uniforme.

## 2 Revisão da Literatura

### 2.1 Mecanismo “U” invertido

A norma europeia EN 1994-1-1:2004 [3] e a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 [4] sugerem a adoção do mecanismo “U” invertido para a determinação do momento crítico elástico à FLD, no qual se considera que a laje de concreto esteja sobre duas ou mais vigas de aço paralelas, como mostra a Figura 2.

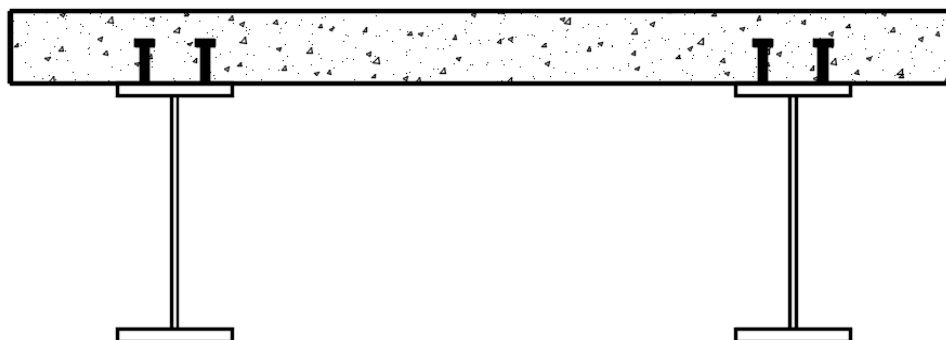


Figura 2. Mecanismo “U” invertido com duas vigas (OLIVEIRA [1])

Na literatura constam dois tipos de mecanismo “U” invertido, o contínuo, que possui enrijecedores somente nos apoios internos, e o discreto, que possui enrijecedores transversais regularmente espaçados em toda a região de momento negativo, o que contribui para restrição à FLD. As normas EN 1994-1-1:2004 [3] e ABNT NBR 8800:2008 [4] consideram o mecanismo “U” contínuo para a verificação de vigas mistas.

### 2.2 Rigidez rotacional

Uma grandeza fundamental para o cálculo do momento crítico elástico ( $M_{cr}$ ) é a rigidez rotacional da viga mista,  $k_s$ , também conhecida como rigidez rotacional do mecanismo “U” invertido. Essa rigidez, considerada simplificada por meio de uma mola de rotação situada na mesa superior do perfil de aço, permite reproduzir a influência do mecanismo “U” no momento fletor resistente à FLD, considerando a flexão da laje, a distorção da alma e a deformação da conexão de cisalhamento (Figura 3). De acordo com Johnson (2004), essa rigidez é obtida por unidade de comprimento da viga, relacionando o momento no ponto A, situado no centro geométrico da mesa superior, causado por forças,  $F$ , aplicadas nas mesas inferiores das vigas paralelas do mecanismo “U”, com a rotação correspondente,  $\theta$ , dessas mesas. Essa rotação é obtida pela razão entre o deslocamento lateral da mesa inferior ( $\delta$ ) e a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil de aço ( $h_o$ ). Já o momento fletor no ponto A é o produto entre a força  $F$  e a distância  $h_o$ . Tomando uma das vigas, a rotação no ponto A será igual a  $\delta/h_o$ , e como o momento em A é dado pelo produto  $F.h_o$ , obtém-se a seguinte expressão geral para a rigidez rotacional:

$$k_s = \frac{F h_o}{\delta / h_o} \quad (1)$$

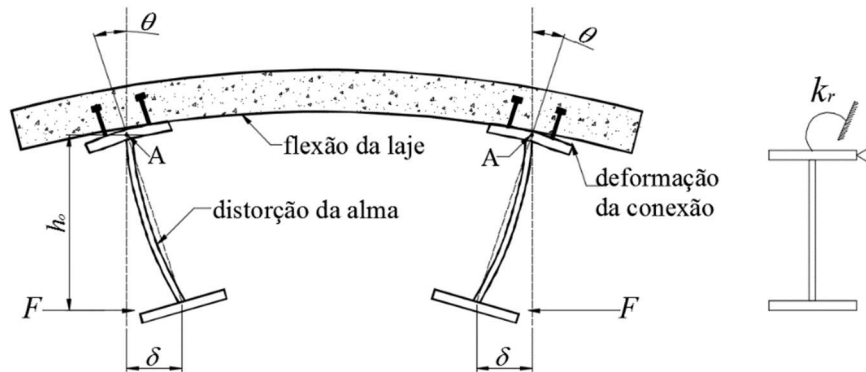


Figura 3. Rigidez rotacional da viga mista (OLIVEIRA [1])

Para determinar de forma precisa o deslocamento utilizado na Equação (1), é necessário realizar análises experimentais ou numéricas. Alternativamente, a rigidez rotacional da viga mista ( $k_s$ ) pode ser obtida como a resultante da associação em série da rigidez à flexão da laje fissurada,  $k_1$ , da rigidez à flexão transversal da alma do perfil de aço,  $k_2$ , e da rigidez da conexão de cisalhamento,  $k_3$ , conforme segue:

$$k_s = \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)^{-1} \quad (2)$$

Para o cálculo da rigidez à flexão da laje,  $k_1$ , considera-se a laje como uma viga engastada nos perfis. Essa rigidez é caracterizada pelos momentos fletores que surgem ao aplicar rotações unitárias nos engastes (Figura 4) e, de forma generalizada, pode ser obtida como:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \quad (3)$$

onde  $a$  é a distância entre as vigas paralelas do mecanismo “U” invertido,  $\alpha$  é um coeficiente que depende da posição da viga em consideração. Se a viga estiver na extremidade da laje,  $\alpha$  é igual a 2 e, se a viga é interna,  $\alpha$  é igual a 3 (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar  $\alpha$  igual a 4) e o termo  $(EI)_2$  representa a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento da viga, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno.

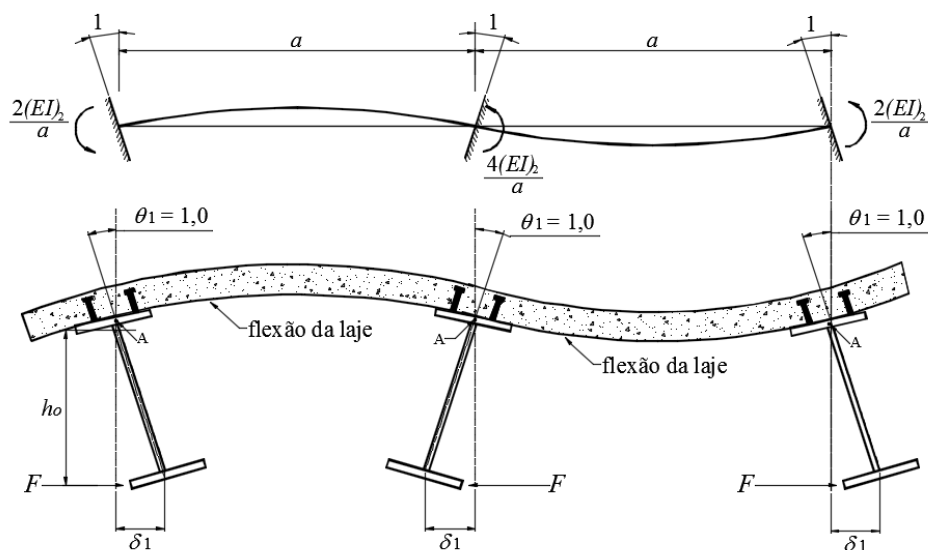


Figura 4. Rigidez da laje fissurada (CALENZANI [9])

A rigidez à flexão da alma cheia do perfil de aço,  $k_2$ , é obtida considerando-se a alma como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior, onde atua uma força  $F$ , conforme Figura 5.

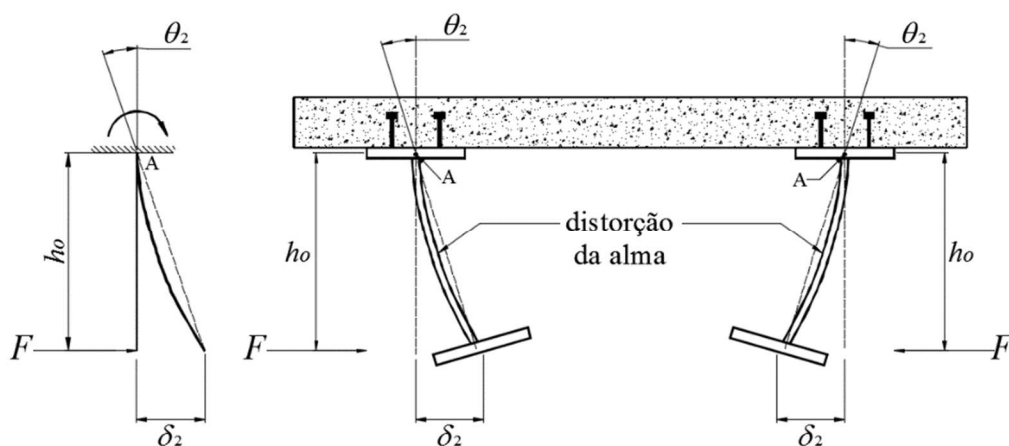


Figura 5. Rigidez a flexão da alma (CALENZANI [9])

A relação entre a força  $F$  e o deslocamento  $\delta_2$  é dado pela expressão:

$$\frac{F}{\delta_2} = \frac{3D}{h_o^3} \quad (4)$$

onde  $D$  é a rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento.

De acordo com a Equação (1) e reorganizando a Equação (4), obtém-se:

$$k_2 = \frac{3D}{h_o} \quad (5)$$

A rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento pode ser calculada, segundo Timoshenko e Gere [27], como:

$$D = \frac{E_a t_w^3}{12(1-\nu_a^2)} \quad (6)$$

onde  $E_a$  e  $\nu_a$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do aço do perfil e  $t_w$  é a espessura da alma do perfil de aço. Substituindo a Equação (6) na Equação (5), o valor de  $k_2$  por unidade de comprimento pode ser determinado por:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_o(1-\nu_a^2)} \quad (7)$$

A rigidez rotacional da alma,  $k_2$ , determinada para a placa sem aberturas, descrita na Equação (7), deve ser adaptada no caso de vigas alveolares para a consideração dos alvéolos.

A rigidez à flexão da conexão de cisalhamento ( $k_3$ ) representa o momento atuante no centro geométrico da mesa superior quando se impõe uma rotação unitária para a ligação entre o perfil de aço e a laje de concreto armado (Figura 6). A determinação analítica dessa rigidez é muito difícil. De acordo com Johnson e [29] *apud* Calenzani [9], ela costuma ter valor muito elevado quando o perfil I de aço é de alma cheia, influenciando em menos de 1% a rigidez rotacional  $k_s$  para o caso de conexão de cisalhamento com dois conectores de cisalhamento soldados na seção transversal e em menos de 5% para o caso de conexão de cisalhamento com um conector de cisalhamento soldado na seção transversal. Por essa razão, a rigidez  $k_3$  geralmente é desconsiderada nos cálculos. Nos casos de almas alveolares, nas quais a presença de aberturas reduz a rigidez da alma, a influência da conexão de cisalhamento se torna ainda menos relevante.

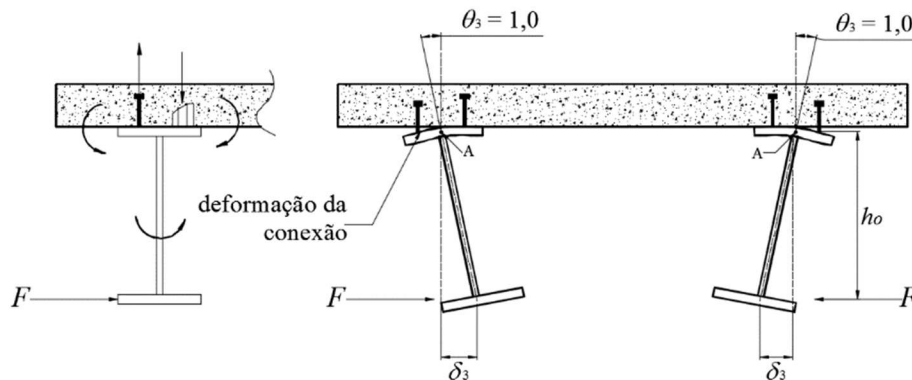


Figura 6. Rigidez da conexão de cisalhamento (CALENZANI [9])

### 2.3 Momento crítico elástico

A norma europeia EN 1994-1-1:2004 [3] não fornece uma equação para o cálculo do momento crítico elástico de FLD, mas sugere a utilização do mecanismo “U” invertido. O momento crítico elástico de FLD é obtido, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 [4], pela Equação (8) (que também era apresentada na versão anterior da norma europeia, ENV 1994-1-1:1992 [28]), proposta inicialmente nos estudos de Roik *et al.* [5].

$$M_{cr} = \frac{C_{dist} \alpha_g}{L} \sqrt{G_a J + k_s \frac{L^2}{\pi^2} E_a I_{afy}} \quad (8)$$

na qual  $G_a$  e  $E_a$  são os módulos de elasticidade transversal e longitudinal do aço,  $J$  é a constante de torção do perfil,  $I_{afy}$  é o momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo  $y$  (eixo vertical),  $\alpha_g$  é um fator relacionado à geometria da seção transversal,  $k_s$  é a rigidez rotacional da viga mista e  $C_{dist}$  é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento  $L$  do vão analisado da viga mista.

Dias (2019) propôs um novo procedimento de cálculo para a determinação do momento crítico elástico de vigas mistas com perfil de alma cheia sujeitas a momento fletor uniforme conforme Equação (6):

$$M_{cr} = \frac{k_g}{h_0} \left\{ GJ + \frac{EC_{w,d}}{L^2} \left[ (n\pi)^2 + \left( \frac{\eta_b}{n\pi} \right)^2 \right] \right\}. \quad (9)$$

onde

$$\eta_b = \sqrt{\frac{kL^4}{EC_{w,d}}}. \quad (10)$$

sendo  $h$  a distância entre os centros geométricos das mesas do perfil,  $G$  e  $E$  os módulos de elasticidade transversal e longitudinal,  $J$  a constante de torção,  $L$  o comprimento da viga,  $C_{w,d}$  é a constante de empenamento,  $n$  é o número de semiondas da configuração deformada da flambagem,  $k$  é a rigidez da mola no centro da mesa superior e  $\eta_b$  é um parâmetro adimensional.

O coeficiente  $k_g$  leva em consideração a influência do deslocamento da linha neutra e o momento absorvido pela armadura negativa, calculado por:

$$k_g = k_{g,0} \frac{I_x}{I_{ax}} = \frac{I_x}{I_{ax}} \left[ 0,31 + 0,69 \cdot 0,05 \frac{\bar{y}}{h_0} \right]. \quad (11)$$

onde  $I_x$  é o momento de inércia da viga mista em relação ao eixo  $x$ ,  $I_{ax}$  o momento de inércia da viga de aço em relação ao eixo  $x$  e  $\bar{y}/h_0$  a distância entre o centroide da viga de aço ao centroide da viga mista. O valor do coeficiente  $k_{g,0}$  é obtido por análises numéricas para avaliar a influência da variação da linha neutra e esse é o principal responsável pelo aumento de precisão da equação.

O novo procedimento proposto por Dias [21] apresenta excelente concordância com os resultados numéricos, com desvios menores que 10% em 97.29% dos modelos analisados e com desvio médio de 2.33%. Resultados melhores que as formulações de Roik *et al.* [5] e Hanswille *et al.* [8], que não levam a resultados tão satisfatórios, apresentando desvios de 12.41% e 16.51%, respectivamente. Esses dois últimos artigos apresentam uma série de simplificações que podem levar a resultados menos precisos que os de Dias [21].

### 3 Análise Numérica

#### 3.1 Modelos numéricos

Para determinação do momento crítico elástico à FLD de vigas mistas contínuas deve-se desprezar o concreto tracionado. Como na análise linearizada de flambagem não é possível desprezar a parcela de concreto tracionado, é proposto neste trabalho um modelo numérico simplificado, estudado por Roik *et al.* [5], conforme ilustra a Figura 7, em que a laje de concreto armado é substituída por uma mola de rigidez rotacional  $k_1$  e somente o perfil de aço é simulado.



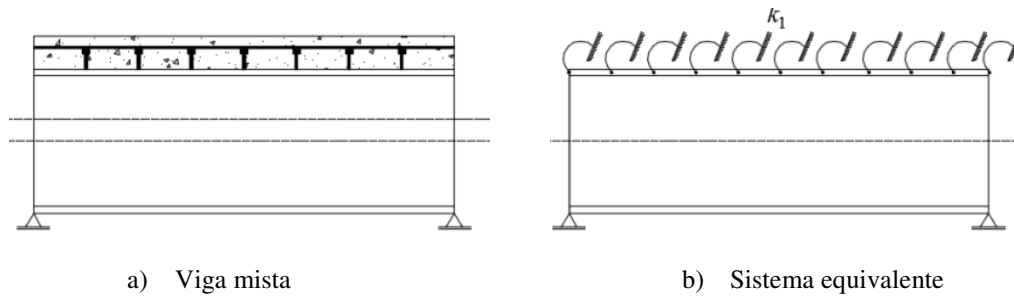


Figura 7. Mecanismo “U” estudado por Roik *et al.* [5]

As análises são feitas para os padrões de abertura castelada Anglo-Saxão, Litzka e Peiner (a Tabela 1 mostra as características geométricas para os três padrões de abertura de vigas casteladas e a Figura 8 ilustra esses parâmetros). A razão de expansão foi de 1,5, pois é um valor que leva a um melhor ganho de resistência para o perfil alveolar. Diversos estudos experimentais e numéricos adotam essa razão de expansão (Zaarour e Redwood [29]; Bezerra [30] e Vieira [31]).

Tabela 1. Parâmetros geométricos para vigas casteladas.

	Anglo-Saxon	Litzka	Peiner
$p$	$1,08d$	$1,7322d$	$1,5d$
$b_w$	$0,25d$	$0,5774d$	$0,5d$
$a_0$	$0,83d$	$1,155d$	$d$
$b$	$0,29d$	$b_w/2$	$b_w/2$

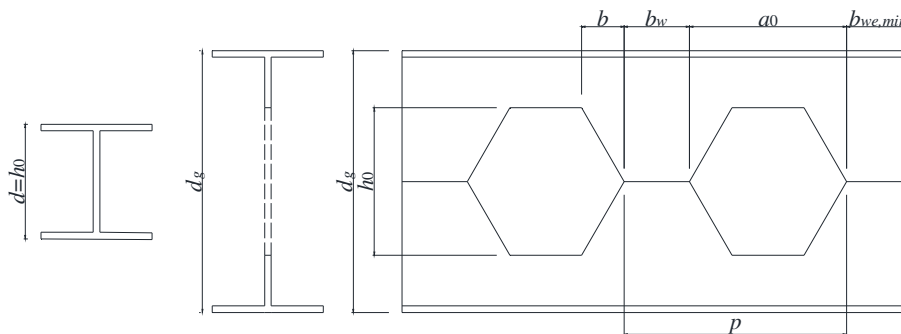


Figura 8. Definição dos parâmetros geométricos para vigas casteladas.

### 3.2 Elementos utilizados

O modelo numérico desenvolvido é constituído por um perfil de aço e enrijecedores, modelados com elementos de casca. Assim, a representação do fenômeno de distorção da alma ocorre mais fielmente do que simplesmente considerando uma rigidez de mola  $k_2$ . O elemento adotado foi o SHELL181 da biblioteca ANSYS [25], um elemento com quatro nós e seis graus de liberdade por nó (deslocamentos e rotações nos três eixos). A restrição a torção do perfil imposta pela laje e a conexão foram simuladas por meio de elementos de mola. Cada um dos nós no centro da mesa superior tinha um elemento de mola, modelado com o elemento COMBIN14. Ressalta-se que, embora na prática a restrição seja imposta ao centro da mesa, aqui ela é introduzida em seu centro geométrico. Como na placa a espessura é degenerada, as posições geométricas das faces e seu centro são confusas, o que não permite a consideração precisa do arranjo de restrição, resultando em uma pequena simplificação.

### 3.3 Propriedades dos materiais

Na análise de flambagem elástica, somente as propriedades do material elástico são usadas, assim o módulo de elasticidade longitudinal,  $E$ , e o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , são definidos. Os valores adotados foram 200000 MPa para  $E$  e 0,3 para  $\nu$ .

### 3.4 Condições de contorno e de carregamento

O modelo consiste em um uma viga biapoiada com binários de forças aplicadas em ambas as extremidades, resultando em um momento fletor uniforme de 1 kN.m que comprime a mesa inferior. Os enrijecedores transversais são modelados nas seções transversais dos apoios, para anular qualquer influência das deformações locais nessa região.

### 3.5 Malha de elementos finitos

Para definir o tamanho do elemento do perfil de aço, foi realizado um estudo de malha, composto de elementos que variam em tamanho, da metade da largura da mesa até o vigésimo de sua largura, totalizando 10 modelos. A viga mista do estudo submetida a um momento fletor uniforme foi de perfil de aço com 400 mm de altura, largura da mesa de 200 mm, espessura da mesa de 16,7 mm, espessura da alma de 6,7 mm e comprimento da região de momento negativo igual a 12 m. Conclui-se, através deste estudo de malha, que elementos com uma dimensão igual a um oitavo da mesa geram uma resposta suficientemente boa, um erro menor que 1% e um tempo de processamento muito pequeno.

### 3.6 Validação dos modelos numéricos

Como não há exemplos ou procedimentos na literatura que forneçam valores confiáveis do  $M_{cr}$  de vigas casteladas mistas, nem de vigas mistas contínuas de alma cheia para modelagem numérica, primeiramente são utilizados resultados considerando uma viga de aço de alma cheia, submetido a um momento fletor uniforme e a flambagem lateral com torção, um modo de flambagem que tem semelhança com à FLD. A mesma viga foi submetida a uma força de compressão axial para avaliar as situações de flexão pura. Posteriormente foi avaliada a adequação do modelo para simular flambagem lateral com distorção em comparação com os resultados de Dias [21]. Calibrando o modelo numérico com a viga de alma cheia, foram introduzidas aberturas na alma, de acordo com o padrão castelado estudado e os resultados comparados ao programa desenvolvido por Teixeira [32], que foi calibrado com base em diversas análises experimentais e nos resultados numéricos de Bezerra [31]. Com base nos resultados obtidos, considera-se que o modelo numérico desenvolvido é adequado para prever o valor do momento crítico elástico de vigas casteladas mistas contínuas, estando assim validado.

## 4 Resultados e Discussão

### 4.1 Influência da esbeltez da alma

A esbeltez da alma influencia a rigidez da alma do perfil,  $k_2$ , que por sua vez influencia a rigidez rotacional ( $k_s$ ) e conseqüentemente o momento crítico elástico ( $M_{cr}$ ). Duas variáveis foram analisadas, a primeira variou-se a espessura da alma e a segunda variou-se a altura da alma, permanecendo constantes as outras variáveis do perfil de aço. A Figura 9 e Figura 10 ilustram os resultados. Deve-se notar que a redução da espessura da alma reduz o momento crítico elástico (Figura 9) e o aumento da altura da alma aumenta o momento crítico elástico (Figura 10).

Observa-se também que as vigas casteladas mistas têm uma redução do momento crítico elástico em comparação com as vigas mistas de alma cheia, o que era de se esperar pela redução da área da seção transversal da alma e conseqüente redução da rigidez da alma do perfil,  $k_2$ .

O momento crítico elástico foi analisado para os três principais padrões de aberturas, Anglo-Saxão, Litzka e Peiner. Observa-se que os resultados para esses três padrões de aberturas são aproximadamente iguais. Devido a isso, nas próximas subseções foram analisados apenas os perfis padrão Anglo-Saxão.

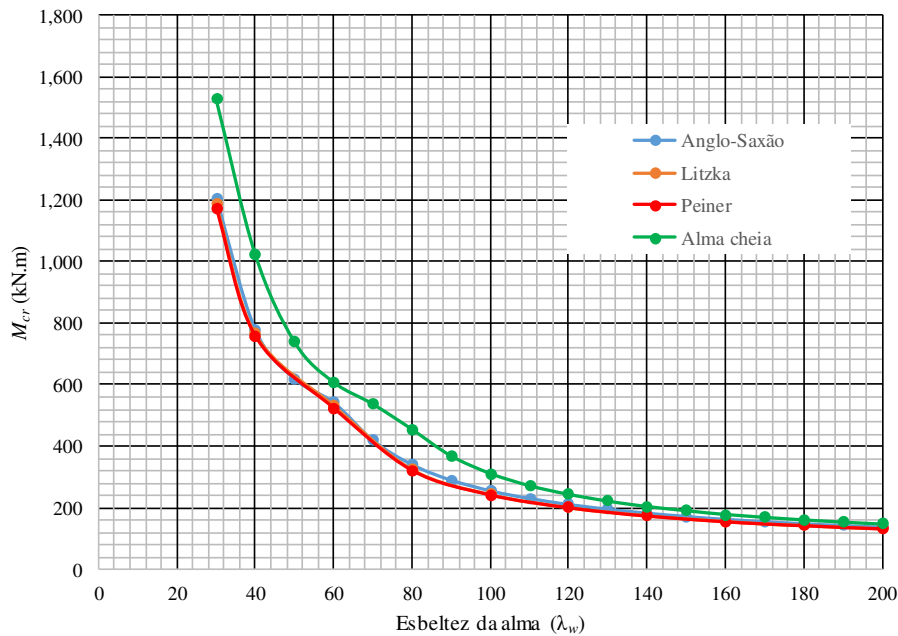


Figura 9. Esbelteza da alma ( $\lambda_w$ ) variando a espessura da alma

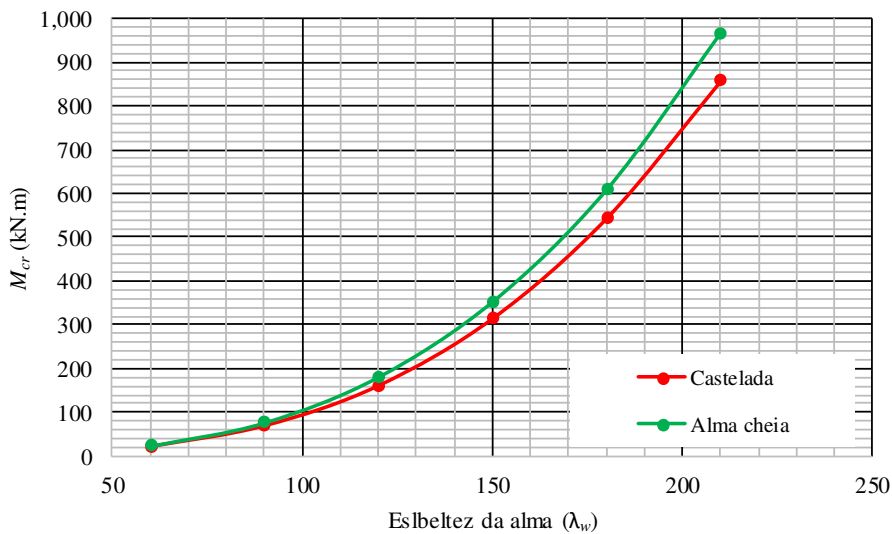


Figura 10. Esbelteza da alma ( $\lambda_w$ ) variando a altura da alma

#### 4.2 Influência da esbelteza das mesas

A esbelteza da mesa também influencia a flambagem lateral com distorção, de modo que a espessura e a largura da mesa foram variadas para verificar este fenômeno. O comportamento da variação da esbelteza da mesa é observado na Figura 11 e Figura 12. Observa-se que há uma redução do momento crítico elástico com a diminuição da espessura da mesa (Figura 11) e um aumento do momento crítico com o aumento da largura da mesa (Figura 12).

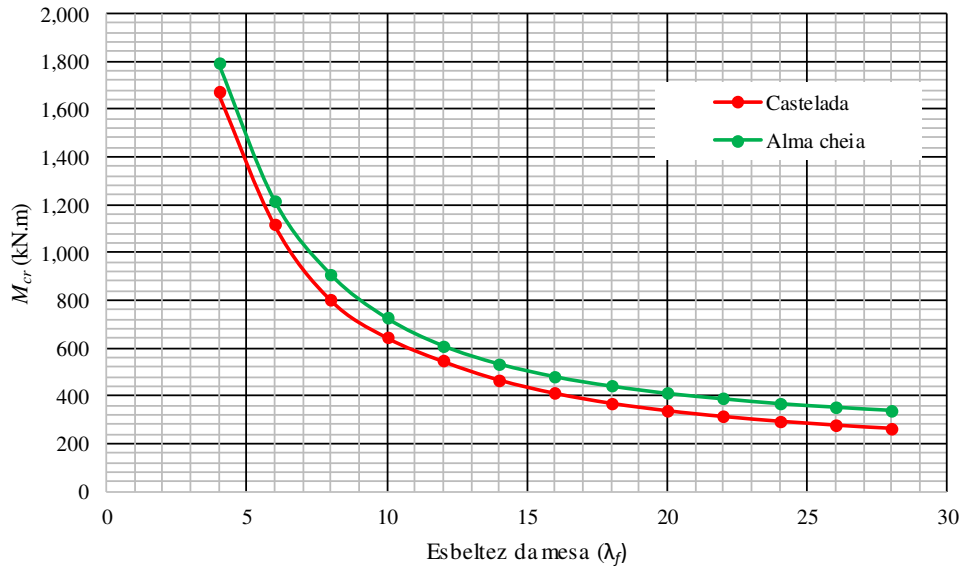


Figura 11. Esbeltez da mesa ( $\lambda_f$ ) variando a espessura da mesa

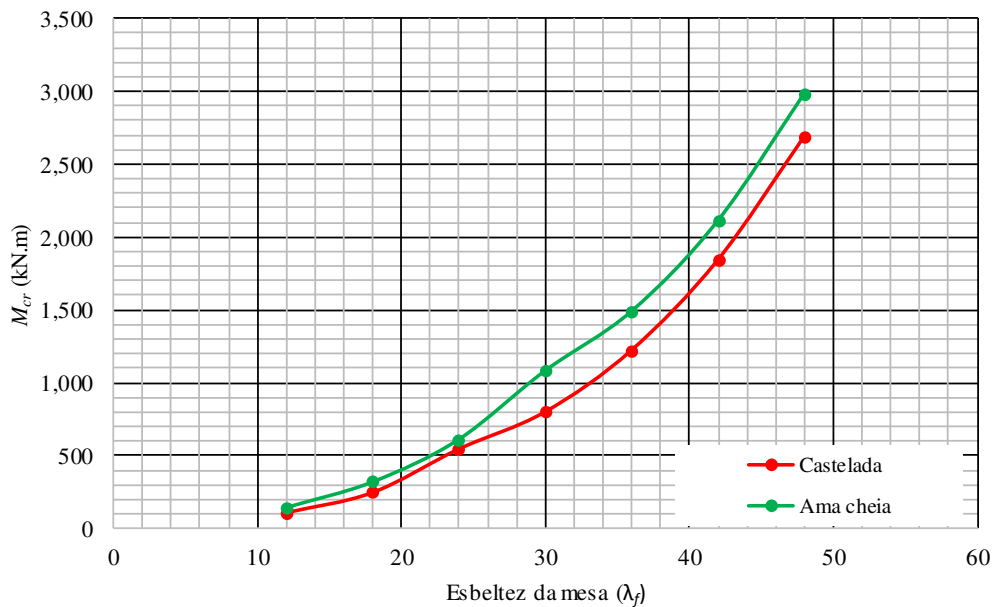
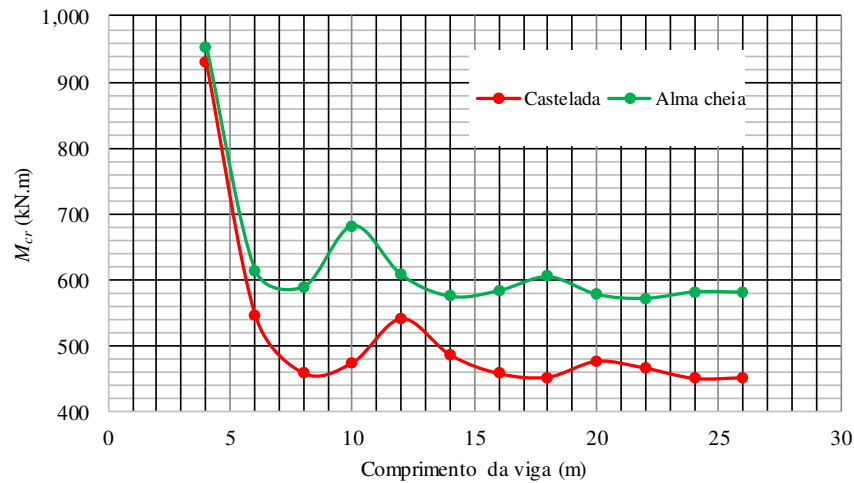


Figura 12. Esbeltez da mesa ( $\lambda_f$ ) variando a largura da mesa

### 4.3 Influência do comprimento da viga

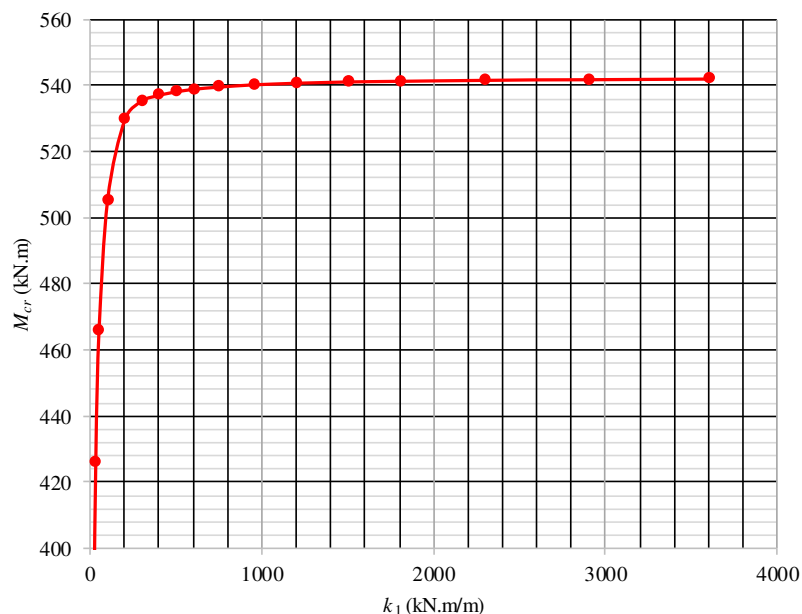
O comprimento da viga é outro parâmetro que influencia à FLD. Observa-se que o momento crítico elástico diminui com o aumento do comprimento da viga e tende a um valor mínimo, como mostra a Figura 13. Isso ocorre porque a região do momento negativo fica maior quando se aumenta o comprimento da viga.

Figura 13. Comprimento da viga ( $L$ )

#### 4.4 Influência da rigidez a flexão da laje

Nas subseções anteriores a rigidez da laje,  $k_1$ , foi adotada como infinita, logo, a rigidez rotacional  $k_s$  é considerada igual à rigidez de flexão da alma,  $k_2$ . Nesta seção, uma rigidez finita para a mola que restringe parcialmente a rotação da mesa superior do perfil será usada. Neste caso, o procedimento proposto deve permanecer válido para a consideração da associação em série da rigidez de flexão da laje,  $k_1$ , e da alma,  $k_2$ , calculada conforme descrito na Subseção 2.2.

Valores de rigidez da laje iguais a 1, 5, 10, 50, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 750, 950, 1.200, 1500, 1800, 2300, 2900, 3600, 47.000, 10.000 e 20000 kN.m/m são propostos. Valores pequenos não são usuais e levam a flambagem lateral com torção. Valores maiores se aproximam dos casos de lajes de rigidez infinita. Os resultados são apresentados na Figura 14. Observa-se que, a partir de uma rigidez de flexão de laje de 1000 kN.m / m, a viga se comporta como uma laje de rigidez infinita.

Figura 14. Rigidez a flexão da laje ( $k_1$ )

## 5 Conclusões

Vigas mistas contínuas com perfis castelados de aço são promissoras para economia de material. Apesar disso, a construção dessas vigas é impactada pela deficiência em estudos sobre seu comportamento. No caso de vigas mistas contínuas, o estado limite último de flambagem lateral com distorção merece atenção especial.

Neste trabalho foram analisados os principais fatores que influenciam na flambagem lateral com distorção. Observou-se que o momento crítico elástico é reduzido reduzindo a espessura da alma e das mesas e aumentando o comprimento da viga e o momento crítico elástico aumenta aumentando-se a altura da alma e a largura das mesas. Observou-se também que, a partir de uma rigidez a flexão da laje de 1000 kN.m/m, a viga se comporta como uma rigidez infinita. Portanto, todos os parâmetros de influência devem ser observados para o dimensionamento de flambagem lateral com distorção.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao suporte proporcionado pela CAPES, CNPq, FAPEMIG, UFMG e IFMG campus Piumhi.

## Referências

- [1] OLIVEIRA, J.P.S. (2018). *Nova Proposição para Verificação do Estado-Limite de Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas de Aço e Concreto*. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia de Estruturas – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.
- [2] QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J.; MATA, L.A.C. (2001). *Elementos das Estruturas Mistas de Aço-Concreto*. O Lutador, 3ed., Belo Horizonte, Minas Gerais, 332p.
- [3] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, (2004). *EN 1994-1-1:2004. Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures*. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. Brussels.
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2008). *NBR 8800:2008 Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Rio de Janeiro.
- [5] ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. (1990). *Solution for the Lateral Torsional Buckling Problem of Composite Beams* (em alemão). *Stahlbau*, n.59, p.327-332.
- [6] CHEN, S. (1992). *Instability of Composite Beams in Hogging Bending*. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia, Universidade de Warwick, U.K.
- [7] DEKKER, N. W.; KEMP, A. R.; TRINCHERO, P. (1995). *Factors Influencing the Strength of Continuous Composite Beams in Negative Bending*. *Journal of Construction Steel Research*, n. 34, p. 161-185.
- [8] HANSWILLE, G.; LINDNER, J.; & MÜNICH, D. (1998). *Lateral Torsional Buckling of Composite Beams* (em alemão). *Stahlbau*, v. 67, pp. 525-535.
- [9] CALENZANI, A.F.G. (2008). *Proposição de Procedimento para a Determinação da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas com Perfis de Alma Senoidal*. Tese de doutorado – Centro de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- [10] CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G. (2012). *Rotational Stiffness of Continuous Composite Beams with Sinusoidal-Web Profiles for Torsional Buckling*. *Journal of Construction Steel Research*, n. 79, p. 22-33.
- [11] CHEN, S.; WANG, X. (2012). *Finite Element Analysis of Distortional Lateral Buckling of Continuous Composite Beams with Transverse Web Stiffeners*. *Advances in Structural Engineering*, vol. 15, n° 9, p. 1067-1616.

- [12] YE, J.H.; CHEN, W. (2013). Elastic Restrained Distortional Buckling of Steel-Concrete Composite Beams Based on Elastically Supported Column Method. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 13, n.1, p. 1350001 (1-29).
- [13] WANG, A. J. (2014). Numerically Integrated Analysis and Design of Continuous Composite Beams. *Australian Journal of Structural Engineering*, Vol. 15. Nº 2, p.203-220.
- [14] GUO, F.; ZHOU, S.; JIANG, L. (2015). Lateral Buckling Analysis of the Steel-Concrete Composite Beams in Negative Moment Region. *Advances in Materials Science and Engineering*, Volume 2015, Article ID 763634, 8p.
- [15] ZHOU, W.B.; JIANG, L.Z.; LI, S.J.; KONG, F. (2015). Elastic Distortional Buckling Analysis of I-Steel Concrete Composite Beam Considering Shear Deformation. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 16, p. 1550045 (1-22).
- [16] ZHOU, W.B.; LI, S.J.; YAN, W.J. (2016). Practical Formulas Towards Distortional Buckling Failure Analysis for Steel-Concrete Composite Beams. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, p. 1-18.
- [17] OLIVEIRA, J.P.S.; CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; FERREIRA, W.G. (2016). Elastic Critical Moment of Continuous Composite Beams with a Sinusoidal-Web Profile for Lateral-Torsional Buckling. *Engineering Structures*, n. 113, p. 121-132.
- [18] AMARAL, T.V.; OLIVEIRA, J.P.S.; CALENZANI, P.S.O.; FAKURY, R.H. (2016). Momento Crítico Elástico Elástico à Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas de Aço e Concreto. *XXXVII Iberian Latin American Congresso in Computational Methods in Engineering*, Brasília-DF, CILAMCE 2016.
- [19] DIETRICH, M.Z. (2017). *Estudo da Rigidez Rotacional de Vigas Mistas de Aço e Concreto com Lajes Maciças de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.
- [20] PIASSI, A.D.; DIAS, J.V.; CALENZANI, A.F.G.; MENANDRO, F.C.C. (2018). Lateral Distortional buckling of Cellular Composite-Beams. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, Vol. 11, nº 2, p. 331-356.
- [21] DIAS, J. V. F. (2018). *Determinação do Momento Crítico Elástico à Flambagem Lateral com Distorção de Vigas Mistas Contínuas e Semicontínuas*. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Estruturas – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- [22] SALAH, W.; GIZEJOWSKI, M. A. (2008). Numerical Modelling of Composite Castellated Beams. *International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete*, VI, 554 – 565.
- [23] SALAH, W.; GIZEJOWSKI, M. A. (2010). Stability and Ductility of Castellated Composite Beams Subjected to Hogging Bending. *Stability and Ductility Steel Structures*, 2010, Rio de Janeiro, Brasil, 839–846.
- [24] SALAH, W.; GIZEJOWSKI, M. A. (2010). Restrained Distortional Buckling Strength of Steel-Concrete Composite Beams - A Review of Current Practice and New Developments, *Modern Building Materials, Structures and Techniques*, Vilnius, Lithuania, 604–612.
- [25] ANSYS, INC. (2016). Release 17.0 Documentation for Ansys. Canonsburg [s.n.].
- [26] JOHNSON, R.P. (2004). *Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings*. 3 ed. Warwick, U.K.: Blackwell, 250p.
- [27] TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M. (1961). *Theory of Elastic Stability*. 2 ed. Nova Iorque, McGraw-Hill Book Co., 541p.
- [28] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. (1991). ENV 1994-1-1:1992. *Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures: General Rules and Rules for Buildings*. Brussels.
- [29] ZAAROUR, W.; REDWOOD, R. (1996). Web Buckling in Thin-Webbed Castellated Beams; *Journal of Structural Engineering*, Vol.122, No.8; paper 11030.
- [30] BEZERRA, E. M.; FAKURY, R. H.; SILVA, A. L. R. C.; CALDAS, R. B. (2010). Bending Moment Resistance for Lateral Torsional Buckling of Castellated Steel Beams, *XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, San Juan, Argentina.
- [31] VIEIRA W. B. (2011). *Simulação Numérica do Comportamento Estrutural de Vigas Casteladas de Aço com ênfase na Flambagem do Montante de Alma*. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

[32] TEIXEIRA, F.B. (2017). *Análise Numérica de Vigas Alveolares*. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Estruturas – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.