

ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS MISTAS AÇO-CONCRETO PROTENDIDAS CONTÍNUAS COM INTERAÇÃO PARCIAL

Bruno M. S. de Oliveira

eng.bmarinho@gmail.com João B. M. Sousa Jr. joaobatistasousajr@hotmail.com Afiliação

Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV), Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, Centro de Tecnologia, Bloco 728, 60455-760, Fortaleza, Ceará, Brasil

Resumo. Vigas mistas de aço e concreto podem se beneficiar pela protensão, particularmente pós tensionamento, tanto para projeto quanto para reabilitação, avaliação e reparação. A Protensão aumenta o regime elástico e melhora o comportamento último e em serviço das vigas. A maioria das pesquisas publicadas, contudo, foram para o caso simplesmente apoiado de vigas mistas reforçadas por cabos externos e muito poucos trabalhos lidaram com o caso contínuo. Essas vigas tem muitas aplicações, por exemplo, pontes de grandes vãos. As restrições hiperestáticas de vigas mistas mistas protendidas contínuas resultam em um comportamento mais complexo quando comparado às simplesmente apoiadas. Além disso, a conexão entre o perfil de aço e a laje de concreto permite deslocamentos relativos entre os componentes, que é chamado conexão parcial de cisalhamento ou interação parcial. O foco deste trabalho é apresentar o desenvolvimento e implementação de uma formulação numérica, baseado em elemento finito unidimensional de viga e cabo para análise não linear de vigas mistas aço-concreto contínuas protendidas por cabos externos. A interação parcial é levada em conta por meio de elementos finitos especializados que simulam os deslocamentos relativos entre aço e concreto. A acurácia e precisão da formulação é avaliada em comparação com testes experimentais. Aspectos específicos da continuidade entre vãos foram analisados e discutidos.

Palavras chaves: Vigas mistas protendidas, interação parcial, vigas continuas

1 Introdução

Em estruturas de grandes vãos, como pontes e viadutos, a utilização da combinação de longarinas de aço e tabuleiro de concreto tem se mostrado de grande eficiência quando comparado às estruturas de concreto armado e outros materiais. Nas estruturas mistas de aço-concreto busca-se aproveitar da melhor forma possível as propriedades mecânicas desses materiais, o aço responsável por resistir às tensões de tração e o concreto as de compressão.

Para que ocorra a solidarização entre o perfil de aço e a laje de concreto, e a consequente redução ou impedimento dos deslocamentos na interface aço-concreto haverá a necessidade de se introduzir conectores mecânicos, que terão a função de transferir as tensões tangenciais que surgem na interface de interação. Parte da eficiência deste conjunto se dá pelo tipo de interação que ocorre entre ambos os materiais. Lemes et al. [1] afirma que independentemente do tipo de conector utilizado, a quantidade de elementos de ligação influencia diretamente no comportamento do elemento estrutural, sendo essa influência conhecida como grau de interação.

Apesar de possuir muitas vantagens, vigas mistas de aço-concreto utilizadas em grandes vãos, apresentam uma deterioração estrutural acentuada e uma redução da vida útil devido a várias razões, as principais causas apontadas em da Silva et al. [2] foram as alterações do tráfego de veículos com o aumento da carga transportada e do número de acidentes de trânsito, além da ação de agentes deletérios como chuvas, variações térmicas, água do mar e dos rios, entre outros. Destaca-se ainda a necessidade de se transportar, por exemplo, carregamentos não previstos em projeto, como partes de turbinas de hidroelétricas e de aero geradores.

A utilização da protensão em elementos mistos tem sido utilizado como alternativa à concepção estrutural usualmente adotada em vigas de seção mista aço-concreto, seja por imposição da arquitetura, otimização das seções da estrutura ou possível reforço e reabilitação. Diversos trabalhos evidenciam que a utilização de cabos de protensão em vigas mistas é uma técnica viável e benéfica ao conjunto estrutural, estendendo o patamar elástico, promovendo a melhoria do seu comportamento, tanto em serviço quanto na ruptura.

Diversos pesquisadores têm se dedicado ao estudo do comportamento de vigas mistas aço-concreto protendidas, existe atualmente uma grande quantidade de dados experimentais de elementos que foram submetidos à diversas condições de carregamento, assim como foram desenvolvidos vários métodos analíticos e numéricos para a análise desses elementos, porém em sua maioria para a condição de apoio simples. Na prática, essas vigas mistas, são contínuas ao longo de múltiplos vãos e devido às restrições hiperestáticas estas apresentam um comportamento mais complicado ao se comparar às simplesmente apoiadas.

Dentre os poucos trabalhos encontrados na revisão da literatura sobre as vigas mistas protendidas contínuas pode-se destacar o trabalho realizado por Nie et al. [3, 4] que desenvolveram modelos analíticos e numéricos, para a análise de vigas mistas protendidas, que foram validados com seus próprios resultados experimentais.

É de conhecimento comum que a realização de testes experimentais destrutivos em elementos desse porte, requerem um considerável desprendimento de recursos e grande quantidade de tempo, sendo em alguns casos impraticável. Com isso o método dos elementos finitos tem sido usado como uma ferramenta muito útil na previsão da carga de falha das vigas de concreto-aço e nos permite inferir diversas informações sobre distribuição de tensões, deformações e sobre deslizamento relativo entre o aço e o concreto.

Esse trabalho apresenta o desenvolvimento e implementação de uma formulação numérica, baseada em elementos finitos unidimensionais de viga e de cabo, para análise não linear de vigas mistas açoconcreto contínuas protendidas externamente. Os resultados experimentais e numéricos da viga analisada por Nie et al. [3, 4] foram usados para validar a formulação.

2 Vigas mistas de aço e concreto protendidas

A viga mista aço-concreto protendida é caracterizada pela união solidária de um perfil metálico com uma laje de concreto através de conectores mecânicos, onde o perfil é tracionado por cabos de protensão. O cabo de aço tem seu traçado definido pelos desviadores e são ancorados em suas extremidades. A geometria da seção pode ser concebida de diferentes formas em função da posição do concreto em relação ao perfil, da geometria do perfil, da posição dos cabos e do tipo de protensão [5]. A tipologia mais comum é formada por um perfil metálico do tipo I, desviadores, conectores tipo stud bolt e um tabuleiro de concreto, ilustrado conforme a Figura 1.



Figura 1. Esquema ilustrativo de uma VMP. Fonte: Nelsen and Souza [6]

Segundo Rezende [7], a protensão externa de elementos metálicos ou mistos pode ser caracterizada segundo os seguintes aspectos principais:

• Os cabos estão fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura;

• As forças do cabo são transferidas para a estrutura apenas nas ancoragens e desviadores;

• A única aderência está nos pontos de ancoragem e desviadores, em que o atrito é intencional para a fixação do cabo.

Quanto ao posicionamento e traçado dos cabos, diversas configurações são possíveis, retilíneo ou poligonal, devendo ser definidos em função dos esforços atuantes e das condições de apoio dos elementos, a Figura 2 ilustra algumas possibilidades apresentadas por Nelsen e Sousa [2].



Figura 2. Possíveis traçados do cabo de protensão. Fonte: Nelsen and Souza [6]

As pesquisas sobre o tema apesar de não serem vastas remontam da década de 50, com estudos relacionados ao tema destinados a ensaios experimentais, onde destacaram-se alguns autores, como Lee [8], Sterian [9], Szilard [10], Hoadley [11], Tachibana et al. [12], Belenja [13]. Porém somente após a década de 80 que foram iniciadas as pesquisas e o desenvolvimento de modelos numéricos e analíticos para a análise dessas estruturas, podemos então citar os principais trabalhos desenvolvidos na área: Saa-datmanesh et al. [14]; Ayyub et al. [15]; Chen and Gu [16]; Lorenc and Kubica [17];Dall'Asta and Zona

[18]; Dall'asta et al. [19]; Nie et al. [3]; Lou et al. [20].

Através da revisão da literatura percebe-se que utilização da técnica de protensão aplicada à vigas mistas de aço-concreto tem gerado resultados muito satisfatórios em relação à otimização da capacidade portante desses elementos, evidenciando a necessidade da expansão e aprofundamento do estudo e desenvolvimento de ferramentas viáveis à analise dessa concepção estrutural.

3 Formulação dos elementos finitos

3.1 Elemento finito de viga mista com interação parcial

O elemento finito de viga mista proposto neste trabalho foi baseado no elemento finito de pórtico plano desenvolvido a partir da hipótese cinemática de Newmark e da teoria de vigas de Euller- Bernoulli conforme descrito em Sousa Jr. et al. [21]. A formulação para o elemento de viga mista com interação parcial será explicada de forma resumida nas equações que seguem, onde o deslocamento axial, deslocamento transversal e deslocamento da conexão serão expressos respectivamente conforme as Equações 1, 2 e 3. Onde α pode assumir o índice *c* referente à fibra superior do concreto ou *s* referente à fibra inferior do perfil de aço.

$$U_{\alpha}(x,y) = u_{\alpha}(x) - y_{\alpha} \ \theta(x) = u_{\alpha}(x) - y_{\alpha} \ v_{,x} \tag{1}$$

$$V_{\alpha}(x,y) = v(x) \tag{2}$$

$$s(x) = u_c(x) - u_s(x) - h v_{,x}$$
(3)

Na equações acima o y_{α} refere-se ao eixo local da seção, não necessariamente o centroide, e h representa a diferença entre os centroides de cada material. Da formulação Lagrangeana total associada à teoria de EB, tem-se que somente as deformações axiais (Green-Lagrange) geram tensões na viga, com isso o incremento das deformações é dado pela expressão da Equação 4.

$$\delta \epsilon_{x\alpha} = \delta u_{\alpha,x} - y_{\alpha} \ \delta v_{,xx} + v_{,x} \ \delta v_{,x} \tag{4}$$

O princípio dos trabalhos virtuais será utilizado para a formulação do elemento finito de viga mista, onde o trabalho virtual das forças internas é obtido pelo somatório do trabalho interno do aço e concreto acrescido do trabalho realizado pela força na interface. O trabalho virtual das forças internas é,então, expresso na Equação 5.

$$\delta W_{int} = \int_0^\ell \left(\sum_{\alpha=1,2} \int_{A_\alpha} \delta \epsilon_{x\alpha} \sigma_{x\alpha} \mathrm{d}A_\alpha + \delta sS \right) \,\mathrm{d}x \tag{5}$$

O trabalho virtual das forças internas pode ser reescrito na forma matricial conforme Equação 6.

$$\delta W_{int} = \int_0^\ell \delta \epsilon^t \sigma \mathrm{d}x \tag{6}$$

CILAMCE 2019 Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

As deformações e tensões generalizadas são dadas pelas Equações 7 e 8, respectivamente.

$$\epsilon^{T} = \left[\begin{array}{ccc} \epsilon_{0c} & \epsilon_{0s} & \kappa & s \end{array} \right] \tag{7}$$

$$\sigma^T = \left[\begin{array}{ccc} N_c & N_s & M & S \end{array} \right] \tag{8}$$

As deformações (ϵ) e as variações de deformações ($\delta\epsilon$) generalizadas podem obtidas pela operação da matriz $\partial e \bar{\partial}$ pelo vetor dos deslocamentos. Levando em consideração que a formulação básica desse elemento finito é a interpolação dos deslocamentos em função dos deslocamentos nodais, podemos então definir as deformações em função do vetor deslocamento nodal, representado na Equação 9, conforme as Equações 10 e 11.A Figura 3 ilustra os graus de liberdade do elemento de viga mistas.



Figura 3. Graus de liberdade do elemento finito de viga mista.

$$\epsilon = (\partial \Phi) \mathbf{d} = \mathbf{B} \mathbf{d} \tag{10}$$

$$\delta \epsilon = (\bar{\partial} \Phi) \,\delta \mathbf{d} = \bar{\mathbf{B}} \delta \mathbf{d} \tag{11}$$

Em que Φ representa a matriz das funções de forma e as matrizes deformação-deslocamento B, \overline{B} podem ser escritas conforme as Equações 12 e 13.

$$B = B_0 + \frac{1}{2}B_L \tag{12}$$

$$\bar{B} = B_0 + B_L \tag{13}$$

O vetor de forças internas pode ser determinado conforme a Equação 14 após a subtituição da Equação 11 na Equação 6.

$$\mathbf{g}_B = \int_0^\ell \bar{\mathbf{B}}^T \ \sigma \ \mathrm{d}x = \int_0^\ell \left(\mathbf{B}_0^T + \mathbf{B}_L^T \right) \ \sigma \ \mathrm{d}x \tag{14}$$

CILAMCE 2019

Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

A matriz de rigidez é então obtida na Equação 15 após a derivação do vetor das forças internas pelo vetor deslocamento.

$$\mathbf{k}_B = \frac{\partial \mathbf{g}_B}{\partial \mathbf{d}} = \int_0^\ell \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}^T}{\partial \mathbf{d}} \ \sigma \ \mathrm{d}x + \int_0^\ell \bar{\mathbf{B}}^T \ \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{d}} \ \mathrm{d}x \tag{15}$$

O primeiro termo da Equação 15 resulta na matriz de rigidez geométrica. Devido à derivação de \overline{B} em relação ao vetor deslocamento esta pode ser expressa conforme a Equação 16.

$$\int_0^\ell \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}^T}{\partial \mathbf{d}} \sigma \, \mathrm{d}x = \int_0^\ell (N_c + N_s) \, \mathbf{m}^T \mathbf{m} \, \mathrm{d}x \tag{16}$$

Onde o vetor m é dado pela Equação 17.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Phi_{v1,x} & \Phi_{v2,x} & 0 & 0 & 0 & \Phi_{v3,x} & \Phi_{v4,x} \end{bmatrix}$$
(17)

O segundo termo da Equação 15 resulta na matriz de rigidez material, que é influenciada pela não linearidade física dos materiais. Onde a matriz C representa a matriz constitutiva tangente.

$$\mathbf{k}_B = \int_0^\ell \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C} \bar{\mathbf{B}} \, \mathrm{d}x \tag{18}$$

A matriz de rigidez do elemento pode então ser reescrita como:

$$\mathbf{k}_B = \int_0^\ell \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{C} \bar{\mathbf{B}} \, \mathrm{d}x + \int_0^\ell (N_c + N_s) \, \mathbf{m}^T \mathbf{m} \, \mathrm{d}x \tag{19}$$

3.2 Elemento finito de cabo de protensão

Para a formulação apresentada nesse trabalho foi utilizado o elemento finito de cabo de protensão abordado por Moreira [22], porém o cabo foi considerado um elemento resistente, ou seja, contribuinte não somente ao vetor de forças internas como da matriz de rigidez tangente. O modelo de viga mista protendida abordada na elaboração desse trabalho considera o cabo como um elemento externo não aderente ao conjunto misto perfil/laje, com isso considera-se que apenas há ancoragem nos apoios externos e nos desviadores ao longo da viga. O atrito entre o cabo e os desviadores não foi considerado, com isso as tensões σ_p e deformações ε_p ao longo do cabo são consideradas constantes.

A Figura 4 ilustra a independência dos graus de liberdade dos elementos de viga mista em relação ao elemento de cabo para um segmento reto entre apoios ou entre apoio e desviadores, nesses casos apenas o deslocamento vertical destes pontos de ancoragem serão compartilhados.

Os termos e_i , e_j correspondem às excentricidades entre o perfil de aço e a posição do cabo nos nós *i* e *j* espectivamente. Os deslocamentos do segmento de cabo é obtido a partir dos deslocamentos do respectivo nó conforme Equação 20 onde u_{pi} , u_{pj} correspondem aos deslocamentos horizontais e v_{pi} , v_{pj} aos verticais.



Figura 4. Deformação dos elementos de cabo e viga mista.

$$u_{pi} = x_{pi} - X_{pi} = u_{si} - e_i \theta_i$$

$$v_{pi} = y_{pi} - Y_{pi} = v_i$$

$$u_{pj} = x_{pj} - X_{pj} = u_{sj} - e_j \theta_j$$

$$v_{pj} = y_{pj} - Y_{pj} = v_j$$
(20)

A expressão anterior pode ser escrita em função dos deslocamentos nodais de forma compacta conforme Equação 21 onde \mathbf{T}_e é a matriz de transformação que deppende somentes das coordenadas do pontos, D o vetor deslocamento global e \mathbf{L}_e é a matriz de incidência cinemática dos graus de liberdade locais do segmento e e os graus de liberdade globais.

$$\mathbf{u}_{pe} = \mathbf{T}_e \, \mathbf{L}_e \, \mathbf{D} \tag{21}$$

Como as deformações foram assumidas constantes aos longo do elemento, o trabalho virtual é dado ela Equação 22, onde $F_p = A_p \sigma_p$ é a força no cabo e L_p o comprimento inicial do cabo.

$$\delta U_p = \int_{L_p} \int_{A_p} \delta \varepsilon_p \, \sigma_p \, \mathrm{d}A \, \mathrm{d}S = \delta \varepsilon_p \, F_p \, L_p \tag{22}$$

Realizando algumas manipulações pode-se determinar a contribuição do cabo na matriz de força interna global conforme a Equação 23.

$$\mathbf{g}_p = \sum_{e=1}^{n_p} \mathbf{L}_e^T \, \mathbf{g}_{pe} \tag{23}$$

A contribuição do cabo na matrix de rigidez global \mathbf{K}_{Tp} é dada pela diferenciação direta do vetor de forças internas em relação aos deslocamentos. Fazendo-se o desenvolvimento da diferenciação conforme explicado detalhadamente em Sousa Jr. [23] chega-se às expressões da matriz de rigidez do material e da matriz de rigidez tangente para o cabo, conforme as Equações 24 e 25, respectivamente.

$$\mathbf{K}_{Ep} = \left(\frac{E_{pt} A_p}{L_p}\right)^T \tag{24}$$

$$\mathbf{K}_{Gp_e} = \left(\frac{F_p}{\ell_{pe}}\right) \mathbf{T}_e^T \mathbf{z}_e \mathbf{z}_e^T \mathbf{T}_e$$
(25)

Dessa forma, a matriz de rigidez tangente do cabo de protensão é dada pelo somatório da parcela geométrica e material.

$$\mathbf{K}_{Tp} = \mathbf{K}_{Ep} + \mathbf{K}_{Gp} \tag{26}$$

3.3 Modelos constitutivos adotados

O uso de relações tensão-deformação uniaxiais não lineares para o concreto, aço passivo, conectores de cisalhamento e para o aço de protensão fornecem à formulação a capacidade de considerar a não linearidade física desses materiais. No entando, diversos modelos foram propostos para representar o comportamento desses materiais, sendo os modelos adotados nesse trabalho discutidos a seguir.

Para o concreto foi adotado o modelo de Zupan e Saje [24], expresso na Equação 27, devido a ele se propor a representar o fenômeno de amolecimento do concreto. O modelo é considerado simples, dependendo basicamente dos valores da deformação última de compressão ε_{cu} , deformação correspondente à resistência do concreto à tração ε_{ctr} , deformação máxima de tração ε_{ctu} e da resistência à compressão do concreto f_c .

$$\sigma_{c} = \begin{cases} f_{c} \, 2 \left| \varepsilon_{c0} \right| \, \varepsilon_{c} \varepsilon_{c0}^{2} + \varepsilon_{c}^{2} & \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{ctr} \\ f_{cr} \, \varepsilon_{c} - \varepsilon_{ctu} \varepsilon_{ctr} - \varepsilon_{ctu} & \varepsilon_{ctr} \leq \varepsilon_{c} \leq \varepsilon_{ctu} \end{cases}$$
(27)

Para o aço passivo foi adotado um modelo bilinear tanto para tração quanto compressão, onde E_s e E_{sh} são o módulo antes e após o escoamento, ε_{sy} a deformação no escoamento e ε_{su} a deformação última.

$$\sigma_{s} = \begin{cases} -f_{y} - E_{sh} \left(\varepsilon_{s} + \varepsilon_{sy}\right) & -\varepsilon_{su} \leq \varepsilon_{s} \leq -\varepsilon_{sy} \\ E_{s}\varepsilon_{s} & -\varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{sy} \\ f_{y} + E_{sh} \left(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sy}\right) & \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{su} \end{cases}$$
(28)

Para o aço do cabo de proteção foi adotado o modelo proposto por Menegotto e Pinto [25] válido somente para o cabo tracionado, onde E_p é o modulo de elasticidade inicial, σ_{py} é a tensão de escoamento e K, Q e R coeficientes admensionais.

$$\sigma_p = \varepsilon_p E \left[Q + (1 - Q) \left(1 + \left(\frac{E \varepsilon_p}{K \sigma_{py}} \right)^R \right)^{1/R} \right] \le \sigma_{pu}$$
(29)

Para os conectores de cisalhamento não foi encontrada na revisão bibliográfica uma diversificação de modelos, sendo a maioria deles uma variação do apresentado em Ollgaard [26], onde F_{max} é a resistência ultima do conector, s é o deslizamento e β e α são parâmetros de calibragem. Para esta formulação foi ainda adotada uma relação secante linear para valores de deslizamento próximos à origem com a finalidade de se evitar instabilidade numérica.

$$F(s) = F_{max} \left(1 - e^{-\beta s}\right)^{\alpha} \tag{30}$$

CILAMCE 2019

Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

4 Resultados e discussões

Para avaliar a precisão e robustez da formulação numérica apresentada nesse trabalho, os resultados obtidos para carga última, através da curva carga-deslocamento, e para o deslizamento relativo entre o aço e o concreto foram validados através de comparações com dados experimentais obtidos na revisão da literatura.

Para essa validação, foram utilizadas as vigas denominadas de PCCB-1 e PCCB-2 encontradas no artigo de Nie et al. [3, 4], em que as mesmas possuem as dimensões ilustradas na Figura 5 e as propriedades descritas na Tabela 1. O esquema de carregamento está ilustrado na Figura 6. A viga PCCB-1 possui um único cabo de protensão e a viga PCCB-2 possui dois cabos e foram carregadas até a ruptura. Foram coletados os dados de deslizamento relativo entre o perfil de aço e a laje de concreto e da relação carga-deslocamento para um ponto localizado entre as cargas aplicadas.



Figura 5. Dimensões da seção transversal tipo da viga em mm.

Propriedades	PCCB-1	PCCB-2
Força de protensão (kN)	130.62	257,68
Área de cabo (mm^2)	139	278
Excentricidade do cabo em relação à mesa superior do perfil (mm)	122	122
Espaçamento dos pares de conectores do apoio até a carga aplicada (mm)	60	60
Espaçamento dos pares de conectores entre pontos de aplicação da carga (mm)	80	80
Taxa de armadura passiva transversal da laje (%)	0.67	0.67
Taxa de armadura passiva longitudinal da laje (%)	1.62	1.62
Tensão de escoamento do aço da armadura passiva (MPa)	500	500
Resistência caracteristica do concreto (MPa)	29,2	33.2
Tensão de escoamento do aço do perfil (MPa)	272.3	272.3
Tensão de ruptura do aço do perfil (MPa)	489.4	489.4
Diâmetro do stud bolt (mm)	8	8

Tabela 1. Propriedades da seção e dos materiais



Figura 6. Condições de apoio e carregamento.

Na rotina implementada para os casos, utilizou-se da simetria do conjunto, com isso foi adotada uma malha de 20 elementos de viga mista e 3 elementos de cabos, foram ainda restringidos os deslocamentos verticais, horizontais e rotações na extremidade direita da meia-viga conforme Fig. 7. Foi utilizada a quadratura de Gauss com 4 pontos para a integração ao longo do comprimento do elemento e o método das fatias para a integração da seção transversal, em que foram adotadas 8 fatias para a laje e 10 fatias para o perfil, sendo uma fatia para cada mesa e 8 para cada alma.



Figura 7. Discretização dos elementos finitos utilizados.

A Figura 8 ilustra os resultados encontrados para o caminho de equilíbrio obtidos pelo ensaio experimental de Nie et al. [3, 4] e o gerado pela formulação proposta nesse artigo para um nó situado entre os pontos de carregamento para os espécimes avaliados.



Figura 8. Traçados de equilíbrio para as vigas PCCB-1 e PCCB-2

Os resultados da Fig. 8 demonstram que o modelo proposto possui uma grande precisão e conseguiu representar de forma satisfatória o comportamento da estrutura ensaiada em relação ao carregamento último. Ao se fazer o comparativo, ainda, entre os resultados de caminho de equilíbrio obtidos para a viga PCCB-1, a viga PCCB-2 e a viga sem protensão, CCB, pode-se notar que o aumento do número de cabos resultou num aumento da carga última suportada pela viga, conforme ilustrado na Fig. 9.



Figura 9. Traçados de equilíbrio para as vigas CCB, PCCB-1 e PCCB-2

Para a análise dos deslocamento relativos foram adotados na rotina desenvolvida os dados de conectores conforme detalhado no trabalho de Nie et al [3,4] e ilustrado na Figura 10, ou seja, pares de conectores stud bold de 8 mm de diâmetros.



Figura 10. Detalhe dos conectores.

A Figura 11 mostra os deslocamentos relativos entre o perfil de aço e a laje de concreto das vigas PCCB-1 e PCCB-2 para um nível de carregamento próximo à ruptura.



Figura 11. Deslocamento relativo entre a laje e o perfil

Analisando os dados da Figura 11 podemos observar que os resultados de deslocamentos obtidos pela formulação numérica proposta por esse trabalho são em sua maioria superiores aos mensurados na viga ensaiada. Apesar disso podemos afirmar que os resultados da rotina utilizada representam bem os deslocamentos da estrutura real, excetuando-se na região de extremidade.

5 Conclusões

o objetivo geral do presente trabalho foi o de apresentar uma formulação numérica baseada no método do elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas mistas aço/concreto protendidas externamente contínuas com interação parcial, onde os resuldados numéricos foram validados com dados experimentais. Dessa validação podemos inferir que a formulação resulta em uma ferramenta poderosa para a análise dos elementos estruturais cidados, ao analisarmos os resultados para o caminho de equilíbrio, nota-se que há praticamente a coincidência entre as curvas numéricas e os dados experimentais.

Porém em relação à previsão do deslizamento na superfíce aço/concreto nota-se que os dados numéricos apresentam valores maiores de deslizamento em relação aos dados experimentais, esse fator pode ser explicado em parte pela utilização do modelo de Ollgaard [26] que é contínuo e acaba por resultar em uma instabilidade numérica para valores muito baixos de deslizamento. O que se observa nos experimentos de laboratório é que o deslizamento não se inicia de imediado devido ao atrito e à ligação quimica que ocorre entre o concreto e o aço. O conjunto desse fatores demonstra a complexidade da ligação entre o perfil de aço e a laje de concreto e a dificuldade em se mensurar a força de ligação entre esses elementos antes de se iniciar o deslizamento e mesmo após para niveis de carregamento muito alto.

No entando, apesar dessa ressalva em relação ao deslizamento, fica evidente que a metodologia apresenta nesse trabalho para a modelagem numérica é adequada para simular as vigas mistas protendidas contínuas considerando o deslizamento relativo entre o perfil e a laje.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por financiar este trabalho.

References

- Lemes, Í., Silva, A., Silveira, R., & Rocha, P., 2017. Numerical analysis of nonlinear behavior of steel-concrete composite structures. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, vol. 10, n. 1, pp. 53–67.
- [2] da Silva, P. F., de Brito, M. A. N., Cunha, I., Santos, R. S. Y. C. S., & Sobrinho, B. E., 2014. Efeitos da mudança da nbr 7188: 2013 nos projetos de pontes. estudo de caso: Projeto de recuperação da ponte sobre o rio correias na br 101/sc. In VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro.
- [3] Nie, J., Tao, M., Cai, C. S., & Li, S., 2011. Analytical and numerical modeling of prestressed continuous steel-concrete composite beams. *Journal of Structural Engineering*, vol. 137, n. 12, pp. 1405–1418.
- [4] Nie, J., Tao, M., Cai, C. S., & Li, S., 2009. Deformation analysis of prestressed continuous steelconcrete composite beams. *Journal of Structural Engineering*, vol. 135, n. 11, pp. 1377–1389.
- [5] Nelsen, A. C. H. et al., 2013. Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa.
- [6] Nelsen, A. C. H. & Souza, A., 2012. Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa: Conceitos e aplicações. *Anais do Construmetal, São Paulo*.
- [7] Rezende, C., 2007. *Análise estrutural de vigas metálicas protendidas*. 2007. 119 f. PhD thesis, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Espírito

CILAMCE 2019

Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

- [8] Lee, D. H., 1952. Prestressed concrete bridges and other structures. *The Structural Engineer*, vol. 30, n. 12, pp. 302–313.
- [9] Sterian, D., 1969. Introducing artificial initial forces into steel bridge decks. *Acier-Stahl-Steel*, vol. 34, pp. 31–37.
- [10] Szilard, R., 1959. Design of prestressed composite steel structures. Journal of the Structural Division, vol. 85, n. 9, pp. 97–124.
- [11] Hoadley, P. G., 1963. Behavior of prestressed composite steel beams. *Journal of the Structural Division*, vol. 89, n. 3, pp. 21–34.
- [12] Tachibana, Y., Kondo, K., & Ito, K., 1963. Experimental study on composite beams prestressed with wire cables. In *Symp., Use of high-strength steel struct*.
- [13] Belenja, E. I., 1977. Prestressed load-bearing metal structures. Mir.
- [14] Saadatmanesh, H., Albrecht, P., & Ayyub, B. M., 1989. Experimental study of prestressed composite beams. *Journal of Structural Engineering*, vol. 115, n. 9, pp. 2348–2363.
- [15] Ayyub, B. M., Sohn, Y. G., & Saadatmanesh, H., 1990. Prestressed composite girders under positive moment. *Journal of Structural Engineering*, vol. 116, n. 11, pp. 2931–2951.
- [16] Chen, S. & Gu, P., 2005. Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 61, n. 4, pp. 515 – 530.
- [17] Lorenc, W. & Kubica, E., 2006. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: Experimental study. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 62, n. 12, pp. 1353 – 1366.
- [18] Dall'Asta, A. & Zona, A., 2005. Finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection. *Journal of Structural Engineering*, vol. 131, n. 5, pp. 706–714.
- [19] Dall'asta, A., Ragni, L., & Zona, A., 2007. Simplified method for failure analysis of concrete beams prestressed with external tendons. *Journal of Structural Engineering*, vol. 133, n. 1, pp. 121–131.
- [20] Lou, T., Lopes, S., & Lopes, A., 2016. Response of continuous concrete beams internally prestressed with unbonded frp and steel tendons. *Composite Structures*, vol. 154, pp. 92–105.
- [21] Sousa Jr., J. B. M., Oliveira, C. E., & da Silva, A. R., 2010. Displacement-based nonlinear finite element analysis of composite beam–columns with partial interaction. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 66, n. 6, pp. 772 – 779.
- [22] Moreira, L. S., Sousa, J. B. M., & Parente, E., 2018. Nonlinear finite element simulation of unbonded prestressed concrete beams. *Engineering Structures*, vol. 170, pp. 167 – 177.
- [23] Sousa Jr, J. B. M., Parente Jr, E., Lima, É. M., & Oliveira, M. V., 2019. Beam-tendon finite elements for post-tensioned steel-concrete composite beams with partial interaction. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 159, pp. 147–160.
- [24] Zupan, D. & Saje, M., 2005. Analytical integration of stress field and tangent material moduli over concrete cross-sections. *Computers & Structures*, vol. 83, n. 28–30, pp. 2368 – 2380.
- [25] Menegotto, M. & Pinto, P. E., 1973. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames, including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending. In *Preliminary report for symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on well-defined repeated loads*, volume 13 of *IABSE*, pp. 15–22.
- [26] Ollgaard, J., Slutter, R., & Fisher, J., 1971. Shear strength of stud shear connections in lightweight and normal weight concrete. *AISC Engineering Journal*, vol. 8, n. 2, pp. 55–64.