

NUMERICAL SIMULATION OF THE NONLINEAR SOIL-STRUCTURE INTERACTION PROBLEM

Jéssica Lorrany e Silva

Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Jessicalorrany05@hotmail.com

silveira@yahoo.com.br

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Propec/Deciv/EM), Universidade Federal de Ouro Preto, Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil

Ígor J. M. Lemes

igorjml@hotmail.com

Universidade Federal de Lavras, Departamento de Engenharia, Aqueanta Sol, Lavras - MG, 37200-000, Minas Gerais, Brasil.

Abstract. Structural elements in contact with the soil (or rock) can work as support for the soil itself or can be supported by the soil. In both cases it is important to evaluate the system movement to reach a more efficient and realistic project. In this context, this work aims to perform a numerical study of the nonlinear soil-structure interaction problem response, always looking for the most realistic engineering problem modeling. This interaction will be considered initially as bilateral, i.e., when the structure and the medium do not lose contact during the strain process, and the soil will be represented by discrete or continuous spring models. The numerical methodology is based on the Euler-Bernoulli's theory to simulate the nonlinear behavior of the structure and on the adoption of the FE corrotational formulation to capture the structure's large displacements. Plasticity is also considered, concentrated at the finite elements nodes, through the Strain Compatibility Method (DCM), where the constitutive relations of the materials are used explicitly. The DCM is also applied in determining the bearing capacity of the sections. The agreement of the results obtained here with those from the literature and Mastan2 validated the numerical formulations implemented in the CS-ASA.

Keywords: Soil-structure interaction problem, Nonlinear problem, Bilateral constraints, SCM, FE corrotational formulation

1 Introdução

Em muitas situações práticas, os elementos estruturais encontram-se apoiados em outros corpos ou meios que oferecem resistência aos seus movimentos apenas em certas direções. Problemas onde a estrutura pode entrar ou perder o contato com outros corpos, ou mesmo deslizar sobre o seu suporte são, usualmente, encontrados na literatura com a denominação “Problemas de Contato”, Abreu [1]. Dentre os problemas de engenharia onde é possível encontrar essa interação estrutura-meio, destacam-se: trilhos apoiados em dormentes numa ferrovia, pavimentos, tubulações enterradas, estacas-coluna de fundação, contravento lateral de colunas em edificações, e o problema de contato entre as chapas (alma e mesa) que compõem um perfil metálico.

Interações de contato entre dois corpos deformáveis, onde um deles é considerado como uma base elástica, são, usualmente, modeladas por meio de condições de contorno bilaterais, ou seja, através de deslocamentos e/ou forças prescritas em alguma região do corpo.

Em problemas estruturais não lineares com restrições bilaterais de contato, onde a base elástica reage tanto às solicitações de tração quanto às solicitações de compressão, o caminho não linear de equilíbrio do sistema pode ser fortemente influenciado pelas propriedades e características do meio elástico que impõe essas restrições de deslocamentos. Ou seja, a solução do problema pode depender do modelo matemático utilizado para representar o meio elástico ou fundação. Dentre esses modelos, destacam-se o modelo de Winkler, que corresponde a uma camada formada por molas estreitamente espaçadas e independentes entre si, onde não se considera a interação entre as molas. E o modelo com dois parâmetros, Pasternak, que já considera as interações entre as molas, o que melhora o modelo proposto por Winkler.

Nesse contexto, o Sapountzakis e Kampitsis [2] utilizou o Método de Elementos de Contorno para a análise inelástica de estruturas apoiadas sobre fundação elastoplástica de dois parâmetros. Uma formulação baseada em deslocamento foi desenvolvida e redistribuição inelástica foi modelada através de um modelo de plasticidade distribuída explorando leis constitutivas de material e integração numérica.

Um estudo sobre vigas de concreto armado repousando sobre uma fundação do tipo Winkler foi realizado por Al-Azzawi et al. [3]. A pesquisa foi realizada através de elementos finitos, utilizando o software ANSYS, e considera as não linearidades do material, geométrica e da fundação elástica. Mullapudi e Ayoub [4] apresentaram uma formulação mista (aproximações independentes de forças e deslocamentos) para um elemento finito inelástico que pode ser adotado na modelagem de problemas de vigas em contato ou “repousando” sobre fundações elásticas do tipo Pasternak. O estudo da estabilidade elástica de colunas com restrições impostas por bases elásticas do tipo Pasternak é encontrado nos trabalhos de Naidu e Rao [5], Kien [6] e Shen [7]. Já a análise do comportamento de uma viga com grandes deslocamentos em contato com uma base do tipo Pasternak (ou Filonenko-Borodich) foi feita por Horibe e Asano [8] através do MEC, considerando apenas a não linearidade geométrica da viga. Em Maciel [9] e Silveira *et al.* [10] é estudado o equilíbrio e estabilidade de barras em contato bilateral, via MEF, considerando os efeitos da não linearidade geométrica da estrutura.

O objetivo geral deste trabalho pode ser definido como o estudo da resposta não linear de sistemas envolvendo a interação estrutura-meio (solo/rocha), procurando sempre a modelagem numérica mais realística do problema de engenharia (estrutural/geotécnico). Será utilizado dois modelos matemáticos para representar a base elástica, Modelo de Winkler e Pasternak. Para análise da estrutura, são abordadas fontes de não linearidades como: os efeitos de segunda ordem e a inelasticidade. Vale ressaltar a adoção do referencial corrotacional em formulações não-lineares geométricas de elementos finitos, baseadas na separação explícita entre movimentos corporais rígidos e deformacionais. Esta formulação considera a plasticidade concentrada nos nós dos elementos finitos. Assim, a simulação do comportamento não linear dos materiais é abordada através do Método de Compatibilidade de Deformação (MCD), onde as relações constitutivas dos materiais são utilizadas explicitamente. O MCD também é aplicado na determinação da capacidade de suporte das seções. Além disso, a presente abordagem não se limita a uma tipologia transversal específica e pode ser usada para análise de diferentes seções transversais.

O CS-ASA será a base computacional utilizada neste trabalho, que foi inicialmente desenvolvido para análise não linear estática e dinâmica de estruturas metálicas (Silva [11]). E mais recentemente, Lemes [12] introduziu a possibilidade da análise avançada estática de estruturas mistas.

2 Formulação do elemento finito

2.1 Formulação Corrotacional (RCR)

Para a consideração dos efeitos geométricos não lineares, o RCR será utilizado para descrever o movimento da estrutura, que segundo Hsiao *et al.* [13], Battini [14] e Santana [15], pode ser adaptado tanto ao referencial Lagrangiano total (RLT) quanto ao referencial Lagrangiano atualizado (RLA). No RCR, o movimento é decomposto em duas parcelas: uma relativa ao movimento de corpo rígido do elemento e a outra associada a deformação pura. A Figura 1 mostra a movimentação do elemento que é medida através do uso do sistema de coordenadas locais (X, Y), que terá uma contínua rotação e translação em conjunto com o elemento (Silva [16]). O elemento sofre dois movimentos: o primeiro é o movimento de corpo rígido incluindo rotação e translação do elemento, e o segundo consiste na deformação relativa em um sistema de coordenadas locais que produz energia. Sendo assim, é necessário obter a relação entre o sistema de coordenadas local e global para as devidas atualizações nas análises dos sistemas estruturais.

A abordagem corrotacional é conveniente para estabilizar a relação entre as variáveis locais e globais, segundo Alhasawi *et al.* [17]. Partindo do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), é possível descrever a relação entre as forças nos dois sistemas referenciais. A diferenciação da relação entre as forças nos dois sistemas referenciais em relação ao vetor de deslocamentos globais, obtém-se a matriz de rigidez global, que é definida por (Chang *et al.* [18]).

$$\mathbf{K}_g = \frac{\Delta \mathbf{f}_g}{\Delta \mathbf{u}_g} = \mathbf{B}^T \mathbf{K}_s \mathbf{B} + \frac{\mathbf{z}\mathbf{z}^T}{L_f} N + \frac{1}{L_f^2} [\mathbf{r}\mathbf{z}^T + \mathbf{z}\mathbf{r}^T] (M_i + M_j). \quad (1)$$

sendo \mathbf{K}_s a matriz de rigidez do elemento no sistema local, N , M_i e M_j as forças internas referentes aos graus de liberdade locais, a matriz \mathbf{B} responsável pela transformação dos deslocamentos do sistema global para o local e vice-versa, e:

$$\mathbf{r} = [-c \quad -s \quad 0 \quad c \quad s \quad 0]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{z} = [s \quad -c \quad 0 \quad -s \quad c \quad 0]^T \quad (3)$$

onde s e c são $\sin \alpha$, c e $\cos \alpha$ (Fig. 1). Mais detalhes sobre essa formulação podem ser vistos em Silva [16].

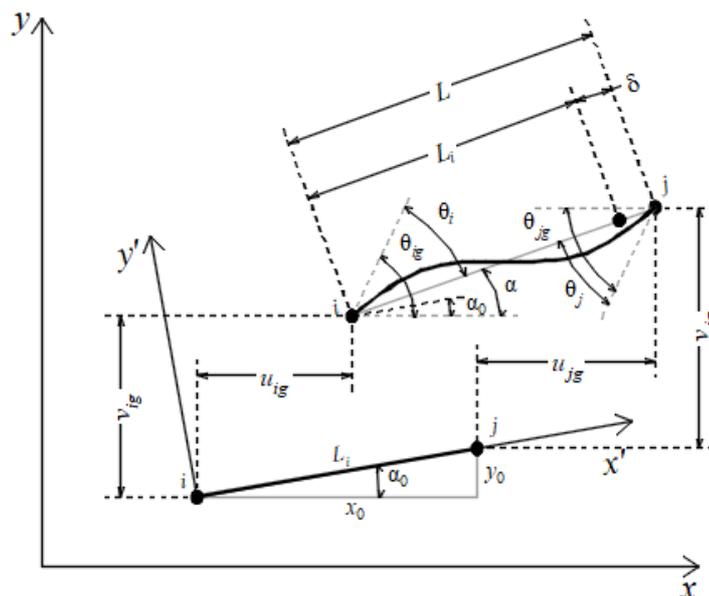


Figura 1. Relação entre os sistemas local e global

2.2 Simulação da plasticidade concentrada

Na modelagem do sistema estrutural via Método dos Elementos Finitos (MEF), utiliza-se o elemento finito de viga-pilar delimitado pelos pontos nodais i e j . É adotado o Método da Rótula Plástica Refinado Modificado (MRPRM), que se trata de um modelo de plasticidade concentrada uma alternativa ao Método da Zona Plástica (MZP). As relações momento-curvatura serão utilizadas para a simulação da degradação das rigidezes.

2.3 Método da compatibilidade das deformações (MCD)

Ao submeter um elemento estrutural a esforços externos, este se deforma gerando forças internas para equilibrar o sistema. Essa deformação, a nível da seção transversal, é abordada no MCD. Supõe-se que o campo de deformações é linear, e que a seção permanece plana após a deformação, como ilustrado na Fig. 2 (Lemes *et al.* [19]). A discretização das seções transversais é realizada em fibras, onde as tensões residuais são aplicadas explicitamente.

A avaliação da rigidez axial e da rigidez à flexão se dá a partir da tangente à relação momento-curvatura e dependem do módulo de elasticidade que é retirado das relações constitutivas dos materiais, que serão apresentadas a seguir.

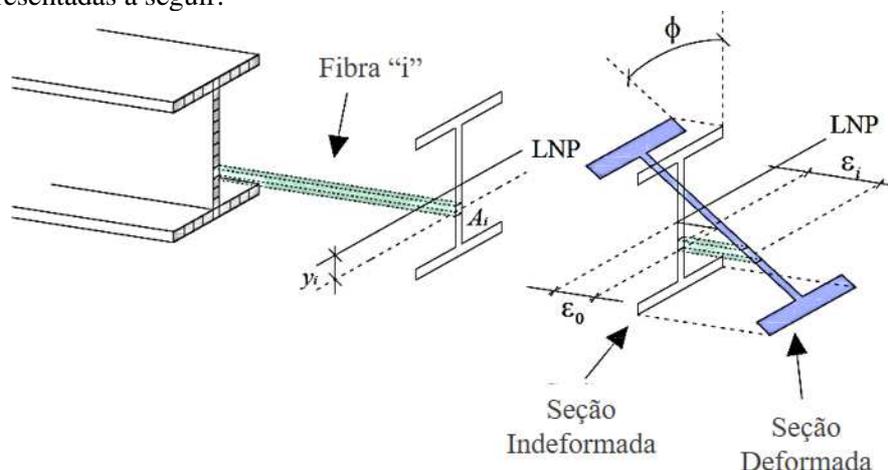


Figura 2. Campo linear de deformações sem curvatura no eixo y

2.4 Relação Constitutiva

A representação do comportamento de um determinado material sob a influência de uma força de tração ou compressão é dada pela sua relação constitutiva. O diagrama de tensão-deformação para o aço adotado nas formulações deste trabalho é um modelo trilinear, conforme Fig. 3. Nesse modelo, há a possibilidade de considerar o encruamento do material.

O comportamento do aço é regido pelas seguintes equações (Lemes *et al.* [19]):

$$\sigma = \begin{cases} -f_2 + E_{a3}(\varepsilon + \varepsilon_2), & -\varepsilon_u \geq \varepsilon > -\varepsilon_2 \\ -f_y + E_{a2}(\varepsilon + \varepsilon_y), & -\varepsilon_2 \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_y \\ E_a \varepsilon, & -\varepsilon_y < \varepsilon < \varepsilon_y \\ f_y + E_{a2}(\varepsilon - \varepsilon_y), & \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2 \\ f_2 + E_{a3}(\varepsilon - \varepsilon_2), & \varepsilon_2 < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (4)$$

em que $f_y, f_2, f_u, \varepsilon_y, \varepsilon_2$ e ε_u , são respectivamente as tensões e deformações que delimitam os trechos lineares da relação constitutiva, E_a, E_{a2} e E_{a3} são os módulos de elasticidade. Além disso, ε_y é determinado pela relação entre f_y e E_a , e ε_2 é tomado igual a $10\varepsilon_y$.

No processo de fabricação do aço quando moldado a quente, podem surgir tensões residuais na

peça devido à não homogeneidade do resfriamento da mesma. Nesse trabalho, a distribuição das tensões residuais, σ_r , segue o modelo ilustrado na Fig. 4, que é fornecido pelo Eurocode 3 [20].

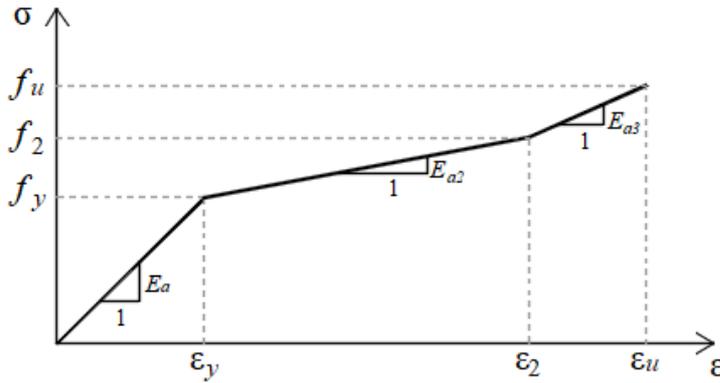


Figura 3. Relação tensão-deformação aço dos perfis

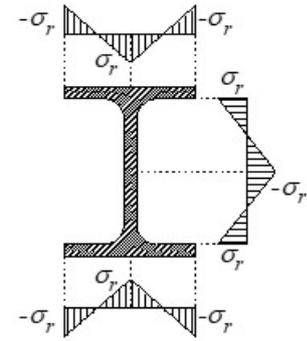


Figura 4. Distribuição das tensões residuais no perfil “I”

2.5 Relação momento-curvatura

O método iterativo de Newton-Raphson foi adotado para a obtenção da relação momento-curvatura. Assim, para um valor fixo de esforço axial, N , são dados incrementos no momento fletor solicitante, M , até que o momento último resistente seja atingido.

Para descrever a configuração deformada da seção transversal, a mesma é discretizada e os valores de deformação axial (ϵ) no centroide plástico de cada elemento finito da malha são capturados e assim, através das relações constitutivas dos materiais, são obtidas as tensões σ_i e o módulo de elasticidade tangente em cada um dos elementos. Assim, a deformação axial de um do elemento “ i ” qualquer da seção transversal é dada por:

$$\epsilon_i = \epsilon_0 + \epsilon_{ri} + \Phi y_i \quad (5)$$

em que y_i é a distância entre os centroides plásticos da fibra analisada e da seção transversal, ϵ_0 é a deformação axial no CP da seção, ϵ_r é a deformação devido às tensões residuais, e Φ a respectiva curvatura.

Adotando uma notação matricial em que ϵ_0 e ϵ serão posições do vetor de deformações \mathbf{X} , o equilíbrio da seção é dado por:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{f}_{ext} - \mathbf{f}_{int} \cong \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{F}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} N_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{int} \\ M_{int} \end{bmatrix} \cong \mathbf{0} \quad (6)$$

em que $\mathbf{X} = [\epsilon_0 \ \Phi]^T$, onde o vetor de forças externas \mathbf{f}_{ext} é composto pelos esforços axial e momento fletor, N_{ext} e M_{ext} respectivamente e os termos N_{int} e M_{int} são as componentes do vetor de forças internas, \mathbf{f}_{int} , obtidos a partir da configuração deformada da seção transversal através das integrais clássicas:

$$N_{int} = \int \int_{A_a} \sigma_a dA = \sum_{i=1}^{n_{fib,a}} \sigma_{ai} A_{ai} \quad (7)$$

$$M_{int} = \int \int_{A_a} \sigma_a y dA = \sum_{i=1}^{n_{fib,a}} \sigma_{ai} A_{ai} y_{ai} \quad (8)$$

com $n_{fib,a}$ sendo o número de fibras no perfil metálico, A_i a área da fibra e y_i a posição da fibra em relação à Linha Neutra Plástica (LNP) (Fig. 2).

Segundo Chiorean [21], é eficiente iniciar o processo com $\mathbf{X} = \mathbf{0}$, porém a convergência só é

atingida na primeira iteração se os esforços externos forem nulos. Assim, para a iteração seguinte (k+1) o vetor de deformações é dado por:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + [\mathbf{F}'(\mathbf{X}^k)]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^k) \quad (9)$$

em que \mathbf{F} é a matriz Jacobiana do problema não linear expresso na Eq. (6):

$$\mathbf{F}' = \left(-\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \begin{bmatrix} f_{11} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \varepsilon_0} & f_{12} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \Phi} \\ f_{21} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \varepsilon_0} & f_{22} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \Phi} \end{bmatrix} \quad (10)$$

No final do loop iterativo mostrado na Fig. 5a, a seção transversal mostra a configuração deformada relacionada à condição de equilíbrio. Neste ponto, os parâmetros de rigidez generalizada são calculados. Por sua vez, as deformações axiais nas fibras são usadas para calcular a matriz Jacobiana neste ponto, como ilustrado na Fig. 5b, e os termos EA_T e EI_T são descritos da seguinte forma (Chiorean [21], Lemes et al. [19]).

$$EA_t = f_{11} - \frac{f_{12}f_{21}}{f_{22}} \quad (11)$$

$$EI_t = f_{22} - \frac{f_{12}f_{21}}{f_{11}} \quad (12)$$

sendo os termos f_{ij} os parâmetros componentes da matriz constitutiva da seção transversal, Eq.10.

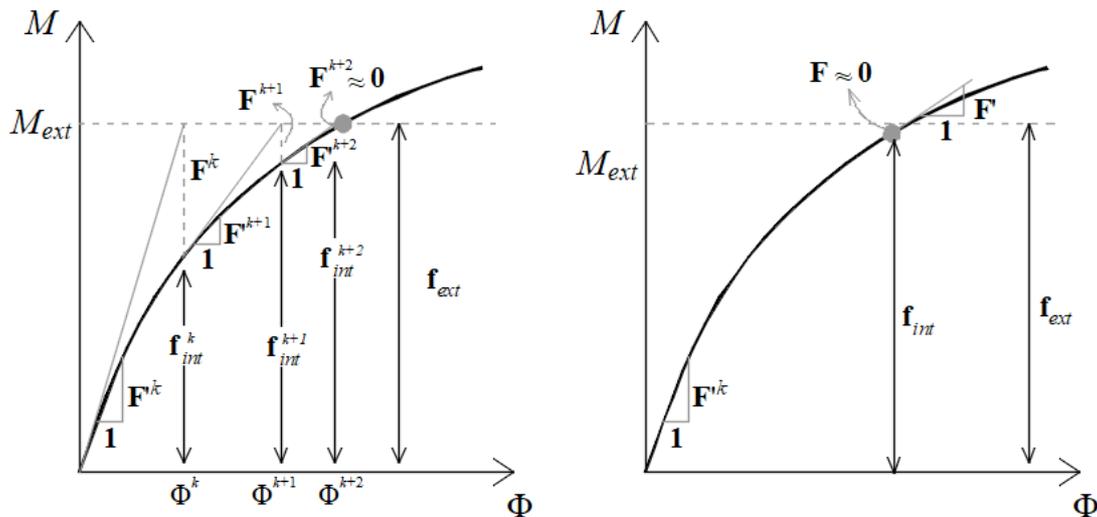


Figura 5. Construção da relação Momento x Curvatura para (a) Processo Iterativo e (b) Ponto de Equilíbrio

2.6 Curva normal-momento

Quando, para um dado esforço axial, é atingido o momento máximo da relação momento-curvatura, tem-se a plastificação total da seção. Esse par de esforços é um ponto da curva de interação Esforço Normal x Momento Fletor (Fig. 7). Essa é a curva utilizada nas análises globais com o uso das rigidezes generalizadas, sem a necessidade de uma curva de início de plastificação.

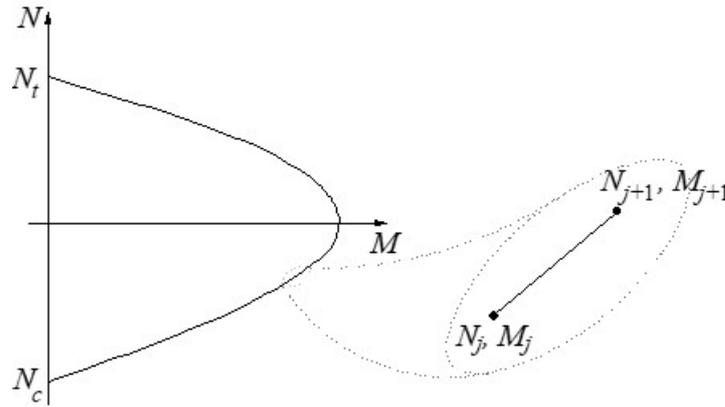


Figura 6. Curva de interação N x M

3 Modelagem da Base Elástica via MEF

Para os sistemas onde avalia-se a interação entre o solo e a estrutura, a matriz de rigidez da estrutura deve ser somada à matriz de rigidez da fundação (solo), \mathbf{K}_b , e o mesmo deve ser feito com o vetor de forças internas. Portanto:

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{K}_{lc} + \mathbf{K}_b \quad (13)$$

nas quais \mathbf{K}_{lc} é a matriz de rigidez do sistema descrita na seção 2. A obtenção da matriz \mathbf{K}_b será descrita na próxima subseção 3.1 (Modelo de Winkler) e 3.2 (Modelo de Pasternak).

3.1 Modelo de Winkler

O modelo de Winkler (Winkler [22]) representa a região de contato através de um sistema de molas estreitamente espaçadas e independentes entre si (Fig. 7). Nesse modelo, a reação exercida em um dado ponto da região de contato é assumida como proporcional ao deslocamento vertical da estrutura nesse mesmo ponto, independente dos deslocamentos em outras partes da estrutura em contato, e pode ser expressa por:

$$r_b = k_1 v_b \quad (14)$$

onde r_b e v_b são, respectivamente, a reação da base e o deslocamento, k_1 é o parâmetro de rigidez da mola, dado em unidade de força por área.

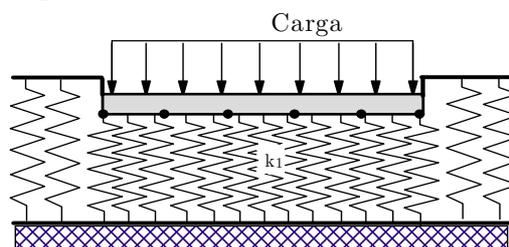


Figura 7. Modelo de Winkler representando a região de contato

Considerando a Eq. (14), a energia interna de deformação para esse modelo é dada por:

$$U_b = \frac{k_1}{2} \int_0^L \Delta u_b^2 dx \quad (15)$$

O deslocamento, u_b , pode ser relacionado com os valores nodais do elemento, $\hat{\mathbf{u}}_b$, onde \mathbf{B}_b é a matriz que contém as funções de interpolação de Hermite, como segue:

$$\Delta u_b = \mathbf{B}_b \Delta \hat{\mathbf{u}}_b \quad (16)$$

Ao substituir (16) em (15), obtém-se:

$$U_b = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{u}}_b^T \mathbf{K}_b^e \hat{\mathbf{u}}_b \quad (17)$$

sendo:

$$\mathbf{K}_b^e = k_1 \int_0^L \mathbf{B}_b^T \mathbf{B}_b dx \quad (18)$$

3.2 Modelo de Pasternak

O modelo de Pasternak (Pasternak [23]) considera que as molas são conectadas por uma camada incompressível que se deforma apenas sob tensões de cisalhamento, como mostra a Fig. 8. Esse modelo procura estabelecer certa interação entre as molas usadas no modelo de Winkler. Tem-se:

$$r_b = k_1 v_b - G \nabla^2 v_b \quad (19)$$

onde G representa o parâmetro de rigidez cisalhante da camada.

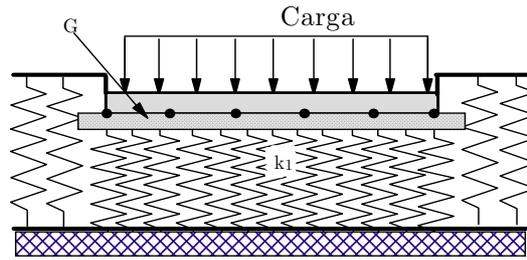


Figura 8. Modelo de Pasternak representando a região de contato

Considerando a Eq. (19), a energia interna de deformação para esse modelo é dada por:

$$U_b = \frac{k_1}{2} \int_0^L \Delta u_b^2 dx + \frac{k_2}{2} \int_0^L \left(\frac{d\Delta u_b}{dx} \right)^2 dx \quad (15)$$

De forma análoga à apresentada na subseção 3.1, considera-se que o incremento de deslocamento Δu_b pode se relacionar com os valores nodais desse elemento, $\Delta \hat{\mathbf{u}}_b$, tem-se:

$$U_b = \frac{1}{2} \Delta \hat{\mathbf{u}}_b^T \mathbf{K}_{b1}^e \Delta \hat{\mathbf{u}}_b + \frac{1}{2} \Delta \hat{\mathbf{u}}_b^T \mathbf{K}_{b2}^e \Delta \hat{\mathbf{u}}_b \quad (16)$$

sendo \mathbf{K}_{b1}^e a matriz de rigidez do modelo de Winkler, calculada pela Eq. (18), e \mathbf{K}_{b2}^e é dada por

$$\mathbf{K}_{b2}^e = k_2 \int_0^L \mathbf{B}_{b,x}^T \mathbf{B}_{b,x} dx \quad (17)$$

sendo: com $\mathbf{B}_{b,x}$ sendo a derivada de \mathbf{B}_b em relação a x .

4 Exemplos numéricos

4.1 Arco abatido em contato com base elástica

Esta subseção traz a análise elástica e inelástica de segunda ordem de um arco abatido apoiado em uma fundação elástica do tipo Winkler. O problema envolve um arco abatido bi apoiado submetida carga concentrada aplicada no meio do vão com restrições bilaterais de contato. A Figura 9 apresenta os parâmetros geométricos do arco metálico abatido com seção transversal em perfil I HE - 300A. Utilizou-se como parâmetro de rigidez da base o $k_1 = 10 \text{ kN/m}^2$ e $k_1 = 1000 \text{ kN/m}^2$. A tensão de escoamento do aço é considerada como $f_y = 235 \text{ MPa}$ e módulo de elasticidade tomado como $E = 200 \text{ GPa}$. Os resultados obtidos via CS-ASA são validados dos valores obtidos através dos softwares MASTAN2 (Ziemian e Mcguire [24]).

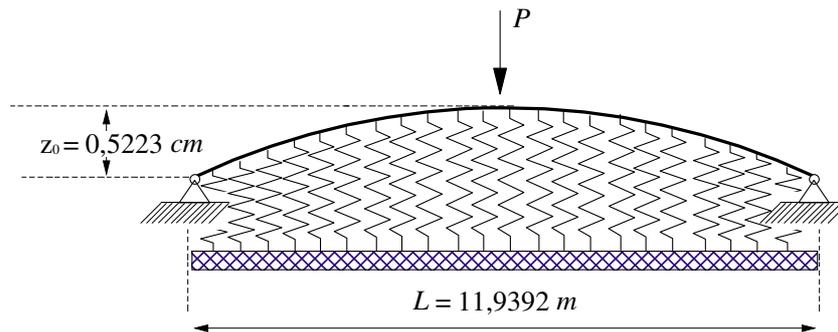


Figura 9. Arco abatido em contato com base elástica

As Figuras 10 e 11 apresentam as análises elásticas e inelásticas do arco abatido para os dois parâmetros de rigidez obtido pelo CS-ASA, os resultados são comparados àqueles do MASTAN2. Observa-se que os resultados encontrados através do CS-ASA e MASTAN2 sempre se mostraram semelhantes e consistentes. Percebe-se para os dois valores de rigidez da base, que o comportamento para as análises elástica e inelástica se iniciam com a mesma rigidez. Na análise inelástica o arco perde rigidez à medida que o valor da carga aplicada aumenta, onde acontece a mudança de comportamento com relação a análise elástica. É válido relembrar que em todas as análises a não linearidade geométrica é considerada.

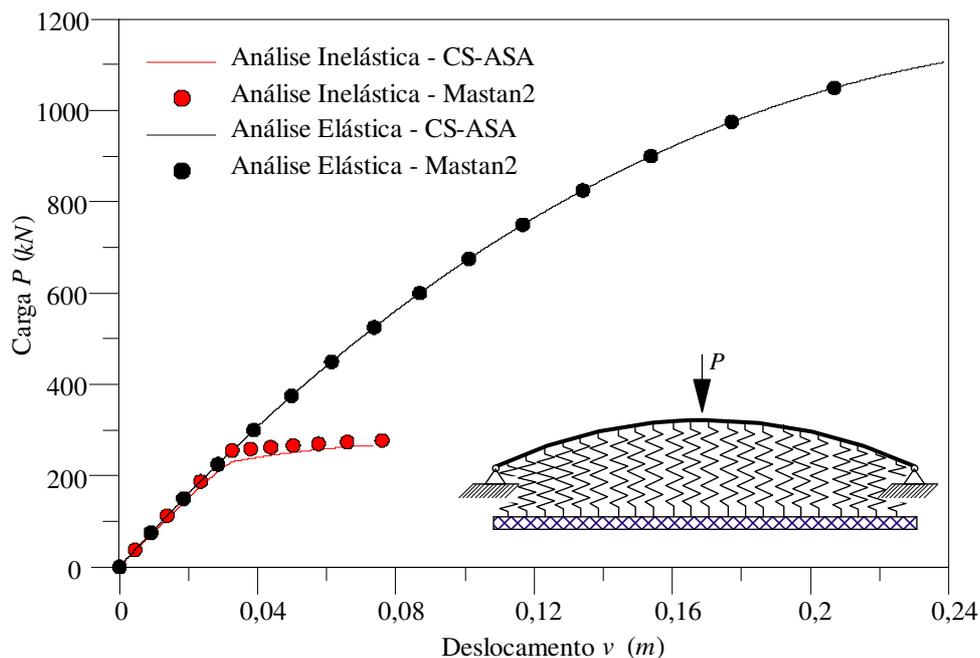


Figura 10. Trajetória de equilíbrio do arco abatido com $k = 10 \text{ kN/m}^2$

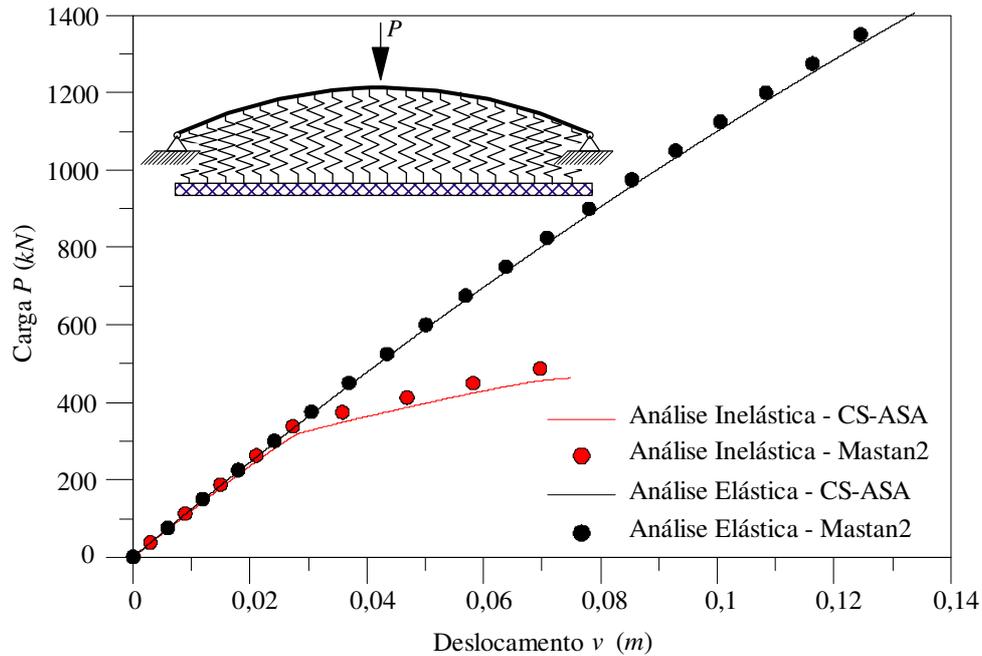


Figura 11. Trajetória de equilíbrio do arco abatido com $k = 1000 \text{ kN/m}$

Na Figura 12 tem-se a comparação das análises elásticas e inelástica para os dois parâmetros de rigidez, mostrando claramente a influência da base elástica no comportamento do sistema, impedindo o deslocamento conforme se diminui a flexibilidade do solo.

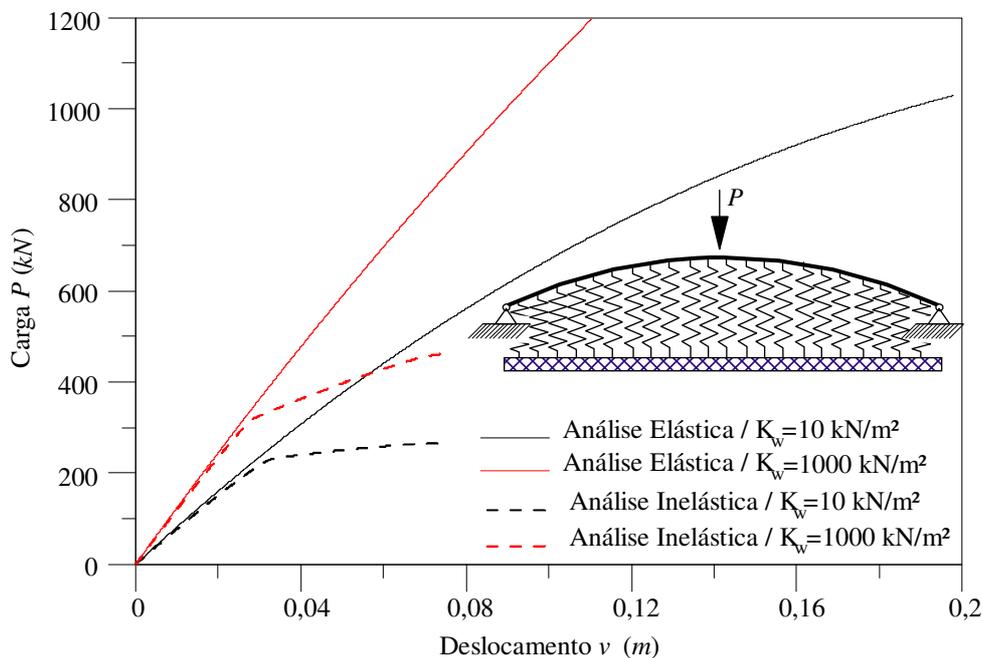


Figura 12. Trajetória de equilíbrio elástica e inelástica

4.2 Viga bi engastada em contato com base elástica

Este exemplo trata-se de uma viga bi engastada apoiada em uma fundação do tipo Pasternak, é realizado análises elástica e inelástica de segunda ordem. A base é considerada elástica com parâmetro de rigidez $k_1 = 20 \text{ MPa}$ e $k_2 = 5000 \text{ kN}$. O primeiro problema (Fig. 13) envolve uma bi engastada submetida a um carregamento transversal distribuído com restrições bilaterais de contato; e no segundo sistema (Fig. 14)

a viga está submetida a uma carga concentrada aplicada em $2L/3$. A tensão de escoamento do material é considerada como $f_y = 20$ MPa e módulo de elasticidade tomado como $E = 32318,4$ MPa. A seção transversal é retangular ($h = 0,60$ m, $b = 0,30$ m) e comprimento $L = 6,0$ m. Esse sistema estrutural em questão já foi estudado por Sapountzakis e Kampitsis [2], que desenvolveram uma estratégia numérica baseada no Método de elementos de Contorno (MEC) para análise inelástica de estruturas em contato com base elastoplásticas de tipo Pasternak.

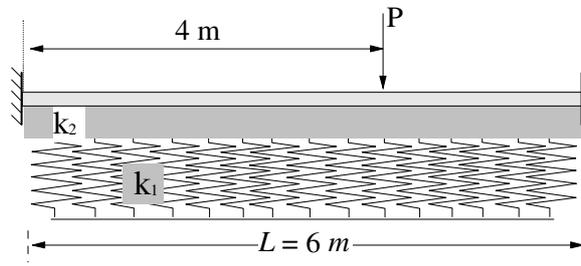


Figura 13. Viga bi engastada com carga concentrada

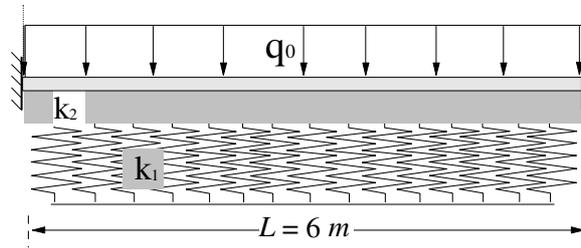


Figura 14. Viga bi engastada com carga distribuída

A Figura 15 e 16 fornece a trajetória de equilíbrio para a análise elástica e inelástica obtida pelo CS-ASA, dois sistemas estudados. São utilizados os resultados da literatura para comparação, e observa-se uma boa concordância em relação aos de Sapountzakis e Kampitsis [2]. O comportamento observado no exemplo anterior (seção 4.1) pode ser verificado novamente nessa seção, a trajetória de equilíbrio para as análises elástica e inelástica se iniciam com a mesma rigidez, nas análises inelásticas os sistemas perdem rigidez à medida que o valor da carga aplicada aumenta.

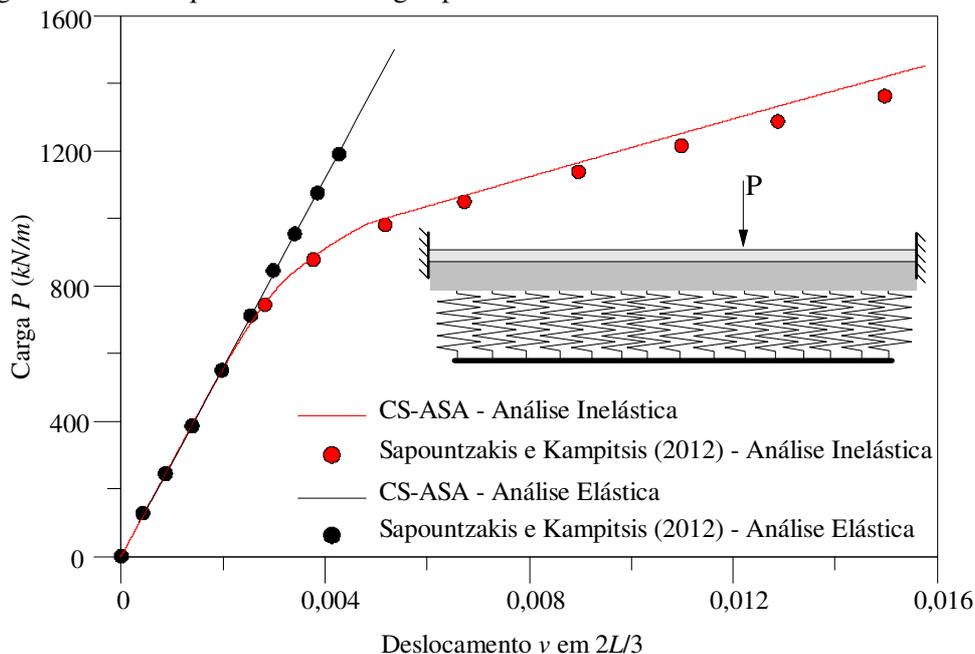


Figura 15. Viga bi engastada com carga distribuída

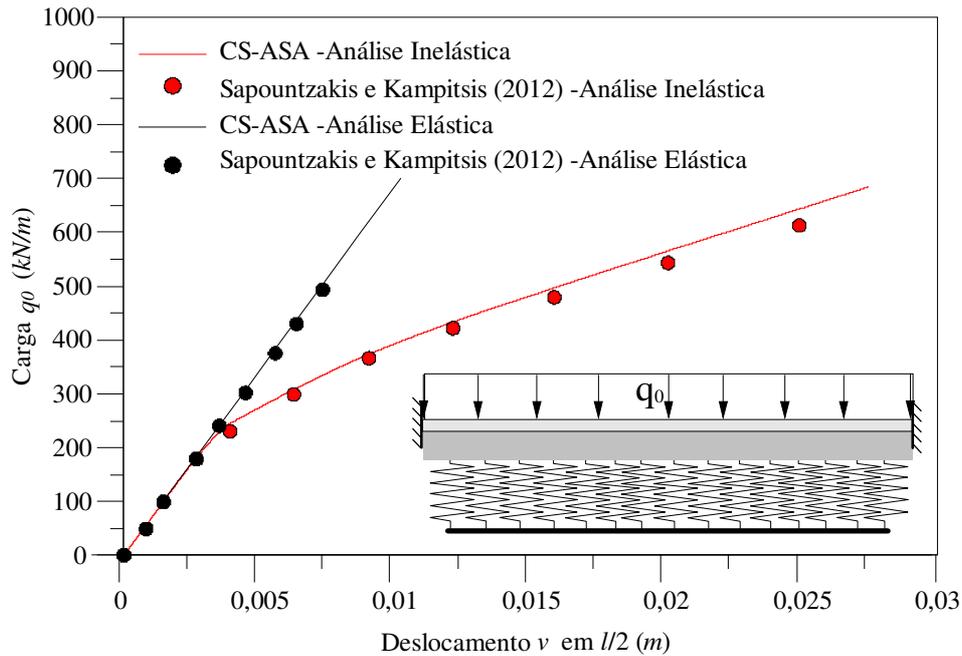


Figura 15. Viga bi engastada com carga distribuída

5 Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia numérica generalizada para análise elástica e inelástica de segunda ordem de sistemas envolvendo a interação estrutura-meio (solo/rocha). Essa metodologia empregou o MCD, que foi usado na avaliação da capacidade resistente e das rigidezes axial e à flexão de estruturas, e acoplado ao MRPR para simulação da plasticidade de forma concentrada. A não linearidade geométrica foi considerada através de uma formulação corrotacional (RCR) que utilizou funções de interpolação consistentes com a teoria de deformação não linear.

A solução do problema de contato bilateral depende do modelo matemático utilizado para representar o meio elástico ou fundação. Os modelos utilizados foram o modelo de Winkler, e o modelo com dois parâmetros, Pasternak.

Nos exemplos apresentados, vê-se que a metodologia proposta representa de forma eficiente o comportamento elástico e inelástico de segunda ordem dos problemas de interação solo-estrutura. A comparação com resultados presentes na literatura e com as análises via MASTAN2, valida a formulação implementada e destaca sua precisão perante o comportamento real de estruturas. Vale destacar que os dois modelos de base (Winkler e Pasternak) foram utilizados e mostraram-se eficientes.

Agradecimentos

Os autores agradecem às agências federais (CAPES e CNPq) e estadual (FAPEMIG), UFOP (através do PROPEC e PROPP) e Fundação Gorceix, ao apoio recebido para o desenvolvimento desta pesquisa.

Referências

[1] J. F. A. C. Abreu. Estudo computacional via ANSYS de vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil, 2016.

- [2] E.J. Sapountzakis e A.E. Kampitsis. Inelastic analysis of beams on two-parameter tensionless elastoplastic foundation. *Jornal Engineering Structures*, v.48, pp. 389-401, 2013.
- [3] A. A. AL-Azzawi; A. H. Mahdy; O. S. Farhan. Finite element analysis of deep beams on nonlinear elastic foundations. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, v.4, pp. 13-42, 2010.
- [4] R. Mullapudi, R. e A. N. Ayoub. Nonlinear finite element modeling of beams on two parameter foundations. *Computers and Geotechnics*. v.37, pp.334–342, 2010.
- [5] N. R. NAIDU e G. V. RAO. Stability behaviour of uniform columns on a class of two parameter elastic foundation. *Computers and Structures*. v.57, pp. 551-553, 1995.
- [6] N. D. KIEN, N.D. Post buckling behavior of beams on two-parameter elastic foundation, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. v.4, pp. 21-43, 2004.
- [7] H. SHEN. Thermomechanical post buckling of imperfect shear deformable laminated plates on elastic foundations. *Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering*, v.189, pp. 761-784, 2000.
- [8] T. HORIBE e N. ASANO. Large deflection analysis of beams on twoparameter elastic foundation using the boundary integral equation method. *JSME International Journal*. v.44(2), pp.231–236, 2001.
- [9] F. V. MACIEL, F. V. Equilíbrio e Estabilidade de Elementos Estruturais com Restrições Bilaterais Impostas por Bases Elásticas, *Dissertação de Mestrado, EM/UFOP, Ouro Preto-MG*, 2012.
- [10] R. A. M. Silveira, F. V. Maciel, A. R. D. Silva, F. C. S. Machado e C. L. Nogueira. Nonlinear Equilibrium and Stability Analysis of Axially Loaded Piles Under Bilateral Contact Constraints. *Latin American Journal of Solids and Structures*, v.12, pp. 250-270, 2015.
- [11] A. R. D. SILVA. Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil, 2009.
- [12] Í. J. M. Lemes. Análise Avançada via MRPR de Estruturas Mistas de Aço e Concreto. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil*, 2015.
- [13] K. M. Hsiao H. J. , Horng, Y. R. Chen. A co-rotational procedure that handles large rotations of spatial beam structures. *Computers & Structures*, vol. 27 n° 6, pp. 769-781, 1987.
- [14] J. M. Battini. Co-rotational beam elements in instability problems. Ph.D Thesis, Royal Institute of Technology – Department of Mechanics, Stockholm / Sweden, 2002.
- [15] M. V. B. Santana. Desenvolvimento de sistema computacional via MATLAB/GUI para análise geometricamente não linear de estruturas. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil*, 2015.
- [16] J. L. Silva. Formulações corrotacionais 2D para análise geometricamente não linear de estruturas reticuladas. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PROPEC/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil*, 2016.
- [17] A. Alhasawi, P. Heng, M. Hjjaj, S. Guezoulli e J. M. Battini. Co-rotational planar beam element with generalized elasto-plastic hinges. *Engineering Structures*, v. 151, p. 188-205, 2017.
- [18] S. Chhang, J. M. BATTINI, M. HJIAJ. Energy-momentum method for co-rotational plane beams: A comparative study of shear exible formulations. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 134, p. 41-54, 2017.
- [19] Í. J. M. Lemes, R. A. M. Silveira, A. R. D. Silva e P. A. S. Rocha. Nonlinear analysis of two-dimensional steel, reinforced concrete and composite steel-concrete structures via coupling SCM/RPHM. *Engineering Structures*, vol. 147, pp. 12-26, 2017.
- [20] EC3, 2005. Cen eurocode 3 design of steel structures. vol. part 1. European Committee for Standardization.
- [21] C. G. Chiorean. A Computer Method for Nonlinear Inelastic Analysis of 3D Composite Steel-Concrete Frame Structures. *Engineering Structures*, vol. 57, pp. 125-152, 2013.
- [22] E. WINKLER. *Die Lehre Von der Elasticitaet und Festigkeit*. Prag, Dominucus, 1867.
- [23] P. L. PASTERNAK. On a New Method Analysis of an Elastic Foundation by Means of Two Foundation Constants. *Gousuedarstvennoe Izadatesvo Literaturi po Stroitelstvuri Arkhitekture*, 1954.