

A METHOD FOR INFERENCE OF THE UNCERTAINTIES OF THE MODAL PARAMETERS THROUGH THE BOOTSTRAP AND CLUSTERING TECHNIQUES ASSOCIATION

Renato Cancherini Lefone

Carlos Magluta

lefone@ime.eb.br

magluta@coc.ufrj.br

Laboratory of Structures and Materials - PEC/COPPE/UFRJ

Federal University of Rio de Janeiro, I-216 Technology Center, 21941-972, Rio de Janeiro/RJ, Brazil

Luiz Augusto Cavalcante Moniz de Aragão Filho

moniz@ime.eb.br

Structural Identification Group – PGT/SE-2/IME

Military Institute of Engineering, 80 General Tibúrcio Square, 22290-270, Rio de Janeiro/RJ, Brazil.

Abstract. The evaluation of structural integrity is a complex task that has increased the development of techniques for monitoring the physical responses of structural systems. Monitoring can be accomplished by acquiring different types of response from the structure to the loads that act on it through continuous signals in time. These signals can be studied through modal analysis, obtaining estimates of the modal parameters and, after them, global information of the structural integrity. In this context, it is of paramount importance to quantify the uncertainties of the estimated modal parameters. An inaccurate estimate can compromise the entire monitoring of a structure, and thus avoid a possible interruption of its operation, or even its collapse. This work aims to develop a modal analysis methodology capable of obtaining more robust estimates and with lower levels of uncertainty of the modal parameters of a structure through the association of bootstrap, clustering and Data-driven Stochastic Subspace Identification (SSI-DATA) techniques. To achieve this goal, simulated data of a structural system subjected to uncorrelated random loading introducing noise are used. Finally, we discuss the results found for the uncertainties of the estimated parameters.

Keywords: Bootstrap method, Clustering method, Uncertainty, SSI – DATA.

1 Introdução

Os princípios de identificação de sistemas e de estimação experimental forneceram, nas últimas décadas, ferramentas inovadoras para a compreensão e controle de vibrações, otimização de projetos, avaliação de desempenho e de integridade de estruturas (Rainieri e Fabbrocino [1]).

O monitoramento pode ser realizado através da aquisição de diferentes tipos de resposta da estrutura aos carregamentos que nela atuam, por meio de sinais contínuos no tempo. Esses sinais podem ser estudados através da análise modal, obtendo-se estimativas dos parâmetros modais e, a partir desses, informações globais da integridade estrutural. Existe mais de uma técnica capaz de calcular essas estimativas, sendo a *Data-Driven Stochastic Subspace Identification* (SSI-DATA) uma das que se destacam (Aragão Filho [2]). As incertezas associadas às estimativas em questão podem ser quantificadas através da técnica *bootstrap* de inferência estatística e de técnicas de *clustering*.

O objetivo deste trabalho é propor o desenvolvimento de uma metodologia de análise modal capaz de obter estimativas mais robustas e com menores níveis de incerteza dos parâmetros modais de uma estrutura através da associação da estratégia de pré-processamento do sinal proposto por Lefone, Magluta e Aragão Filho [3] com as técnicas de *bootstrap*, *clustering* e *Data-Driven Stochastic Subspace Identification* (SSI-DATA). A composição das reamostras *bootstrap* será de acordo com a estratégia de reamostragem proposta por Lefone, Magluta e Aragão Filho [4].

A primeira seção deste artigo expõe uma sucinta introdução a respeito do tema proposto. A segunda seção apresenta, de maneira sucinta, as técnicas SSI-DATA, *bootstrap* e *clustering*. A terceira seção apresenta o modelo numérico utilizado, bem como informações relevantes das simulações realizadas por Aragão Filho [2] e por Lefone, Magluta e Aragão Filho [3][4]. A quarta seção aborda a metodologia proposta de análise modal do sinal adquirido. A quinta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação da metodologia abordada na quarta seção. Na sexta seção, são realizadas as considerações finais acerca dos resultados encontrados para os parâmetros estimados.

2 Fundamentos teóricos

2.1 Técnica SSI – DATA

A técnica de identificação de parâmetros modais denominada *Data-Driven Stochastic Subspace Identification* (SSI-DATA), proposta por Van Overschee e De Moor [5], e sua derivação elaborada por Peeters [6], permanecem em destaque na literatura, sendo utilizada por Silva *et al.* [7] e Cardoso *et al.* [8], entre outros.

A técnica SSI-DATA organiza o sinal de resposta em uma matriz de Hankel (matriz simétrica em que os elementos de cada anti-diagonal são iguais), subdividida em duas matrizes: de dados “passados” e dados “futuros”, conforme a Fig. 1.

Após a formação da matriz de Hankel, realiza-se a estimação da matriz de Estado a partir da matriz de projeção P do espaço-linha formado pelas linhas da matriz de dados “futuros” sobre o espaço-linha formado pelas linhas da matriz de dados “passados”, e da sua decomposição em valores singulares.

A verificação dos valores singulares de maior magnitude da matriz de projeção permite inferir a ordem do sistema. Fazendo-se variar o número de pólos (reduzindo-se o número de linhas da matriz de Hankel), obtém-se o diagrama de estabilização dos pólos e com ele os parâmetros modais.

O número de linhas i de cada bloco de dados (“passado” e “futuro”) da matriz de Hankel, é um dos parâmetros fundamentais da técnica Aragão Filho [3] devendo ser maior que a máxima ordem do sistema a ser identificado (Van Overschee e De Moor [5]). Van Overschee e De Moor [5] afirmam que, em um sistema estocástico, o viés de suas estimativas é inversamente proporcional ao número de linhas i .

$$\mathbf{H}_{0|2i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 & \mathbf{y}_1 & \cdots & \mathbf{y}_{j-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}_{i-2} & \mathbf{y}_{i-1} & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-3} \\ \mathbf{y}_{i-1} & \mathbf{y}_i & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-1} \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_{i+1} & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-1} \\ \mathbf{y}_{i+1} & \mathbf{y}_{i+2} & \cdots & \mathbf{y}_{i+j} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}_{2i-1} & \mathbf{y}_{2i} & \cdots & \mathbf{y}_{2i+j-2} \end{bmatrix}_{2i \times j} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0|i-1} \\ \mathbf{H}_{i|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\text{passado}} \\ \mathbf{H}_{\text{futuro}} \end{bmatrix}$$

Figura 1. Matriz de Hankel (Aragão Filho [3]).

2.2 Técnica *bootstrap*

A obtenção de estimativas dos parâmetros modais com o uso das técnicas de identificação, tendo como base dados limitados de resposta da estrutura analisada, torna necessário a obtenção das incertezas desses parâmetros. Essas incertezas podem ser calculadas por intermédio da técnica *bootstrap* de inferência estatística. Essa técnica consiste em um processo de reamostragem capaz de estimar parâmetros e obter o intervalo de confiança de variáveis aleatórias de distribuição de probabilidade desconhecida a partir de uma disponibilidade limitada de dados (Efron, 1973 *apud* Aragão Filho [3]).

Utilizou-se neste trabalho a estratégia de reamostragem proposta por Lefone, Magluta e Aragão Filho [4]: segmentação dos sinais aleatórios em blocos de dados; definição do número de reamostras *bootstrap*; montagem das reamostras *bootstrap* pela combinação aleatória (com reposição) desses sinais; obtenção da matriz de Hankel de cada reamostra pela média (simples) dos sinais de cada bloco de dados que a compõe; determinação dos parâmetros modais associados às matrizes de Hankel de cada reamostra; e estimativa dos parâmetros modais e respectivas incertezas através do cálculo do valor médio e variância dos conjuntos de parâmetros obtidos.

2.3 Técnica de *clustering*

Os métodos de *clustering* são ferramentas muito utilizadas em estudos relacionados à identificação modal automática de estruturas em operação, e consistem na formação de grupos ou *clusters* de dados que sejam similares entre si (Billard e Diday [9]).

A montagem dos *clusters*, nesses métodos, é realizada a partir de um parâmetro importante denominado distância (ou dissimilaridade) entre elementos do conjunto de dados disponíveis, sendo calculado por maneiras distintas nas publicações sobre *clustering*. Silva *et al* [7] utilizam a distância de Mahalanobis. Alves [10] utilizou as distâncias euclidiana e *cityblock*. A distância de Hausdorff é utilizada em Cury, Crémona e Diday [11]. Outros estudos, como Magalhães, Cunha e Caetano [12] e Cardoso *et al.* [8] utilizaram formas de cálculo de distância específicas, empregando parâmetros como frequência natural e *Modal Assurance Criterion* (MAC).

Alves [10] classifica os métodos de *clustering* em hierárquicos e de partição. Os de partição são divididos em *k-means* e *fuzzy c-means*. No método *k-means*, o número de *clusters* é considerado fixo e definido (cada *cluster* é representado através de um centroide, calculado a partir da média dos elementos que o compõe). Já no método *fuzzy c-means*, o conjunto de dados é dividido em um número pré-definido de *clusters* através da minimização de uma função objetivo. Dessa forma, obtêm-se a melhor partição dos elementos de dados entre os *clusters*.

Cury, Crémona e Diday [11] classificam os métodos hierárquicos em aglomerativos e em divisíveis. Os métodos aglomerativos consideram, inicialmente, que cada elemento de dados disponível são *clusters* distintos que fundem-se entre si a partir de uma técnica de aglomeração. A quantidade final de *clusters* é determinada por uma distância limite para aglomeração de *clusters*. Nos métodos divisíveis, todo o conjunto de dados disponíveis representa um único *cluster* que é dividido sucessivamente em

clusters menores até ser alcançada uma quantidade máxima de *clusters* pré-definida.

Adotou-se neste trabalho o método de *clustering* hierárquico aglomerativo, com o cálculo de distância entre os elementos através da distância euclidiana apresentada na Eq. (1), na qual f_i e f_j são as estimativas das frequências naturais dos modos i e j , obtidas através da técnica SSI-DATA para cada reamostra *bootstrap*. Adotou-se também o valor de 1 Hz como distância limite (d_{lim}) para aglomeração de *clusters*.

$$d_{i,j} = \sqrt{(f_i - f_j)^2} \quad (1)$$

3 Simulações numéricas

3.1 Simulação numérica de referência

Aragão Filho [2] elaborou um modelo de elementos finitos de uma viga bi-apoiada, constituído por elementos lineares planos com dois graus de liberdade por nó (deslocamento vertical e rotação), representada na Fig. 2. As características físicas da viga estão apresentadas na Tabela 1. Já os valores exatos dos parâmetros modais dos três primeiros modos de vibração, do modelo numérico supracitado, constam na Fig. 3.

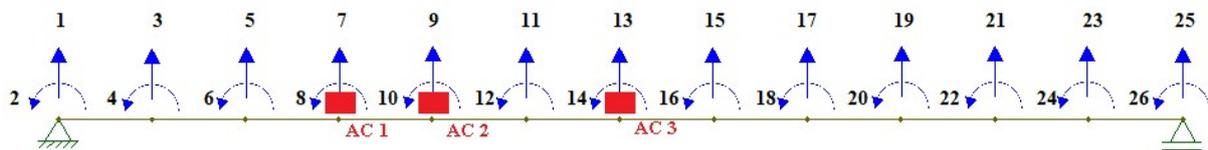


Figura 2. Modelo de elementos finitos de uma viga bi-apoiada (Aragão Filho [2]).

O referido autor realizou uma análise, dos sinais simulados numericamente, que teve por objetivo obter uma relação entre a duração dos sinais e a exatidão das estimativas dos parâmetros modais obtidos através da técnica SSI-DATA. Nessa análise, foram empregadas as respostas dos graus de liberdade (GL) verticais nas seguintes posições: primeiro quarto do vão (GL 07), primeiro terço do vão (GL 09) e meio do vão (GL 13).

Tabela 1. Características físicas da viga bi-apoiada (Aragão Filho [2]).

Características	Valores
Vão principal	1,470 m
Módulo de elasticidade (E)	$2,05 * 10^5$ MPa
Massa específica	$7,85 * 10^3$ Kg/m ³
Área da seção transversal	$6,048 * 10^{-4}$ m ²
Momento de inércia	$3,175 * 10^{-9}$ m ⁴

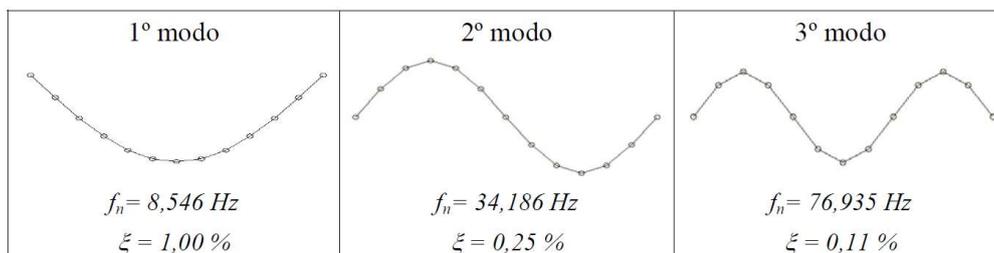


Figura 3. Valores exatos dos parâmetros dos três primeiros modos de vibração do modelo da viga bi-apoiada (Aragão Filho [2]).

Inicialmente sem ruído, o sinal de duas horas de duração foi dividido em períodos de 3, 6, 12 e 30 minutos (com e sem sobreposição), nos quais aplicou-se a técnica SSI-DATA, obtendo-se a estimativa dos parâmetros modais para cada período do sinal. O mesmo procedimento foi realizado com a adição de ruído equivalente a 10% do valor *rms* do sinal de resposta da viga.

A técnica SSI-DATA foi aplicada adotando-se um número de blocos de linha da matriz de dados igual a 10. O diagrama de estabilização foi utilizado com ordem máxima de 24 e aceitação de variabilidades iguais a 2,5 % na frequência natural e 15% na taxa de amortecimento.

Constatou-se que a divisão do sinal em 10 períodos de 12 minutos apresentou melhores estimativas dos parâmetros modais em relação aos períodos de menor duração, além de possibilitar períodos significativamente menores que os de 30 minutos. Esse comportamento era esperado tendo em vista que, na análise modal de estruturas em operação, quanto menor o período disponibilizado do sinal, piores serão as estimativas dos parâmetros modais.

3.2 Estratégia de pré-processamento do sinal

Lefone, Magluta e Aragão Filho [3] adotaram uma estratégia de pré-processamento do sinal adquirido com o objetivo de aumentar a eficiência na estimação dos parâmetros modais. Para tanto, adotou-se os mesmos parâmetros da análise da simulação numérica de referência, com a segmentação do sinal da estrutura em 10 períodos de 12 minutos. O pré-processamento consistiu em modificar a forma de definição desses períodos, a partir da identificação dos valores e das posições dos 10 maiores picos positivos ao longo de todo o sinal, para cada grau de liberdade cujas respostas estavam disponíveis. A Fig.4 apresenta os 10 maiores picos positivos na resposta do grau de liberdade vertical do meio do vão (GL 13).

Adotou-se, na sequência, um grau de liberdade como referência (GL_{ref}) e a partir da posição dos maiores picos positivos do seu sinal, formaram-se os 10 segmentos de 12 minutos, com os picos posicionados no centro de cada segmento (Fig.5).

Os resultados obtidos demonstraram que os valores médios estimados dos parâmetros modais foram muito próximos aos seus valores exatos. Além disso, os intervalos de confiança obtidos foram menores que os da simulação de referência.

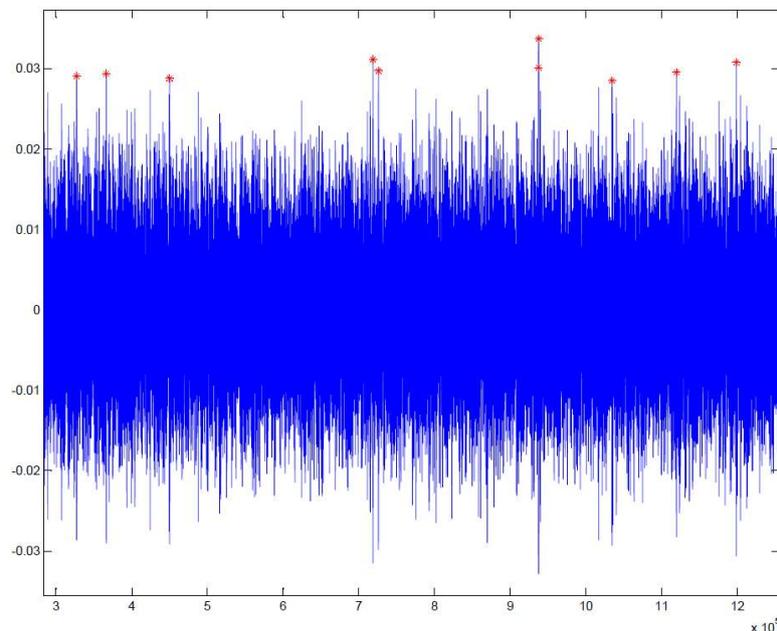


Figura 4. 10 maiores picos positivos na resposta do GL 13, sinal com ruído. (Lefone, Magluta e Aragão Filho [3]).

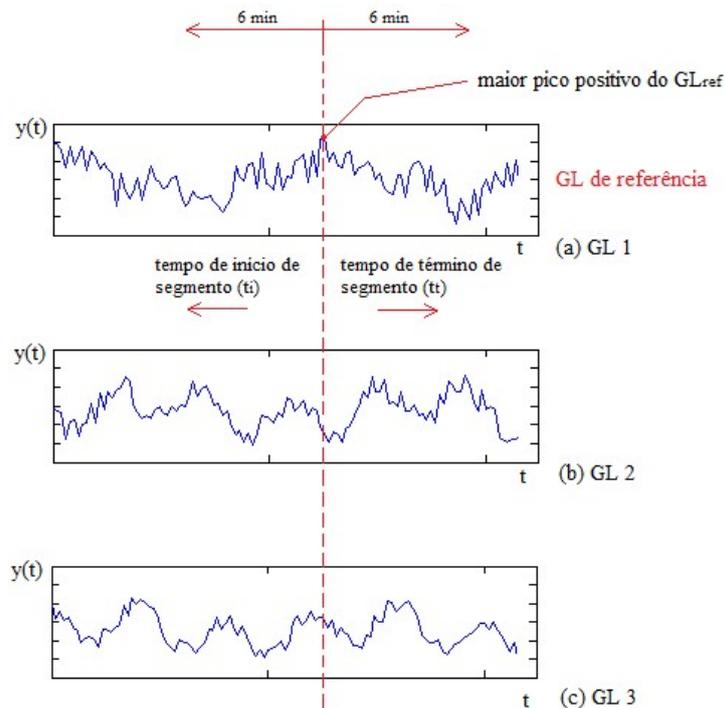


Figura 5. Obtenção de um segmento de 12 minutos do sinal adquirido (Lefone, Magluta e Aragão Filho [3]).

3.3 Reamostragem *bootstrap*

Lefone, Magluta e Aragão Filho [4] utilizaram a estratégia de pré-processamento do sinal adquirido apresentada acima (Lefone, Magluta e Aragão Filho [3]) associada à técnica de reamostragem *bootstrap*. O pré-processamento do sinal definiu os períodos do sinal que compuseram cada reamostra *bootstrap* formada e empregada na técnica SSI-DATA.

Aragão Filho [2] realizou uma análise de influência do número de reamostras *bootstrap* na qualidade da estimativa dos parâmetros modais, com a quantidade de reamostras variando de 50 a 400, e concluiu que o número de 50 reamostras foi suficiente na obtenção de estimativas com bons intervalos de confiança. Lefone, Magluta e Aragão Filho [4] também utilizaram um total de 50 reamostras. Os autores mantiveram os demais parâmetros empregados nas simulações numéricas apresentadas nas seções anteriores.

Após análise das estimativas obtidas constatou-se que a escolha do GL_{ref} , necessária para a definição dos 10 períodos de 12 minutos do sinal adquirido (de maneira análoga à exemplificada na Fig. 5), influenciou nos valores estimados dos parâmetros modais analisados.

As estimativas dos parâmetros modais em análise, com exceção da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração, foram próximas dos valores exatos do modelo e com intervalos de confiança das frequências naturais menores em relação aos intervalos de confiança da simulação de referência.

4 Metodologia

A metodologia do presente trabalho baseia-se em aprimorar a metodologia proposta por Lefone, Magluta e Aragão Filho [4], alterando determinados parâmetros empregados no pré-processamento do sinal e na técnica SSI-DATA, e implementando o método de *clustering* hierárquico aglomerativo para agrupamento das estimativas modais obtidas.

Visando melhorar, principalmente, as estimativas da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração,

modificou-se a forma de definição dos períodos do sinal que são utilizados na composição das reamostras *bootstrap*. Como consequência dessa modificação, alterou-se também a quantidade desses períodos.

Inicialmente, identificaram-se os valores e as posições dos vinte maiores picos positivos na resposta de cada grau de liberdade. A formação do primeiro período de doze minutos foi realizada a partir do pico de maior valor, da mesma maneira que nas simulações anteriores. A formação do segundo período foi realizada a partir do próximo maior pico positivo, cuja posição era maior que a posição do pico de maior valor utilizado na definição do período anterior do sinal. Esse processo pôde ser repetido até o limite máximo de formação de 10 períodos do sinal adquirido, para cada grau de liberdade cujas respostas estavam disponíveis.

Devido à observação de Van Overschee e De Moor [5] sobre a importância do número de blocos de linha (i) da matriz de Hankel na técnica SSI-DATA, tornou-se na metodologia de análise modal proposta o número de blocos de linha (i) um parâmetro variável. Adotou-se como base para essa variação a ordem máxima estimada do sistema a ser identificado (ord_{max}), utilizada na elaboração dos diagramas de estabilização e igual a 8 vezes o número de modos de vibração esperados.

Com isso o número de blocos de linha (i) assumiu três valores: $0,5*ord_{max}$, ord_{max} e $2*ord_{max}$. Foram calculadas a partir da técnica *bootstrap* de reamostragem, para cada valor de i , 50 estimativas de cada modo de vibração esperado através do método SSI-DATA.

A influência da escolha do GL_{ref} nos valores estimados dos parâmetros modais (constatada por Lefone, Magluta e Aragão Filho [4]) demonstrou ser necessário adotar cada grau de liberdade, com resposta monitorada, como GL_{ref} . Dessa forma, a metodologia proposta estabelece um conjunto de até 10 períodos de 12 minutos do sinal adquirido para cada grau de liberdade monitorado, a partir dos quais são realizadas as etapas já citadas acima.

A grande quantidade de estimativas proporcionadas pela variação do GL_{ref} e do número de blocos de linha (i) da matriz de Hankel, ressalta a aplicabilidade do uso do método de *clustering* hierárquico aglomerativo para agrupamento das estimativas modais obtidas, conforme citado na seção 2.3 deste trabalho. A estimativa final dos modos de vibração desejados (n_{modos}) correspondeu aos n_{modos} maiores *clusters* formados. A Fig. 6 apresenta, de maneira simplificada, as etapas da metodologia proposta.

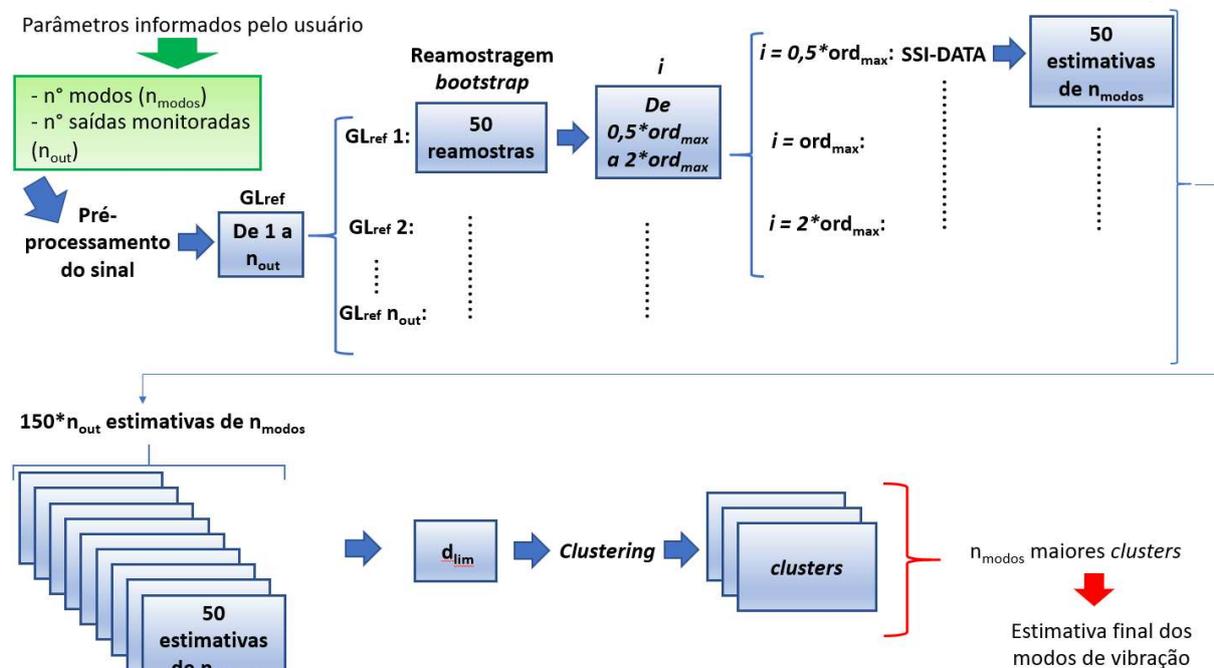


Figura 6. Etapas da metodologia proposta.

5 Apresentação dos resultados

As estimativas das frequências naturais da estrutura analisada, bem como seus intervalos de confiança, são apresentadas na Tabela 2. Os intervalos de confiança das estimativas dos parâmetros modais foram calculados da mesma maneira que as simulações anteriores, considerando que os valores das estimativas calculadas correspondam a uma distribuição normal com um nível de confiança de 95%.

Tabela 2. Valores dos parâmetros modais estimados.

Modo de vibração	Frequência natural (Hz)	Taxa de amortecimento (%)
1º modo	8,547 (±0,0005)	0,972 (±0,0027)
2º modo	34,185 (±0,0003)	0,246 (±0,0013)
3º modo	76,929 (±0,0006)	0,121 (±0,0003)

Analisando os resultados obtidos, constata-se que as estimativas médias das frequências naturais apresentaram erros inferiores a 0,008% em relação aos seus valores exatos. Já as estimativas médias das taxas de amortecimento apresentaram erros inferiores a 10,0%. Os intervalos de confiança das estimativas desses parâmetros modais foram menores em relação aos intervalos de confiança das simulações numéricas anteriores.

A Fig. 7 apresenta a razão entre as estimativas e o valor exato da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração, de todas as simulações realizadas (a Fig. 8 apresenta o mesmo tipo de informação em relação à frequência natural). As estimativas das simulações dos anos de 2017 e 2018 (tanto na Fig. 7 quanto na Fig. 8) são relativas ao grau de liberdade de referência localizado no meio do vão (GL 13).

Observa-se, através da Fig. 7, que a metodologia proposta neste trabalho melhorou a qualidade das estimativas da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração apresentadas em Lefone, Magluta e Aragão Filho [4], além de eliminar a influência da escolha do grau de liberdade de referência. Já as estimativas da frequência natural do 1º modo coincidiram com o seu valor exato (Fig. 8), tendo ocorrido o mesmo para as estimativas de frequência natural dos demais modos analisados.

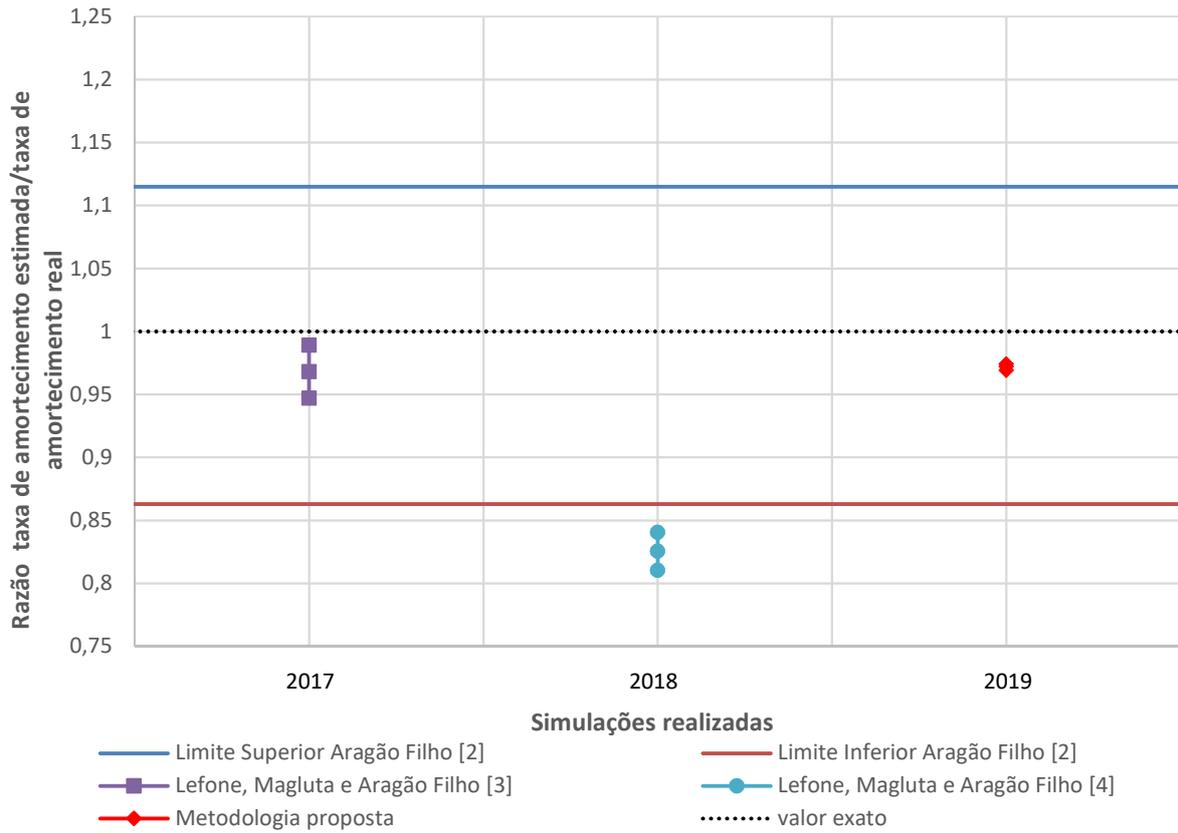


Figura 7. Estimativas da taxa de amortecimento do 1º modo de vibração.

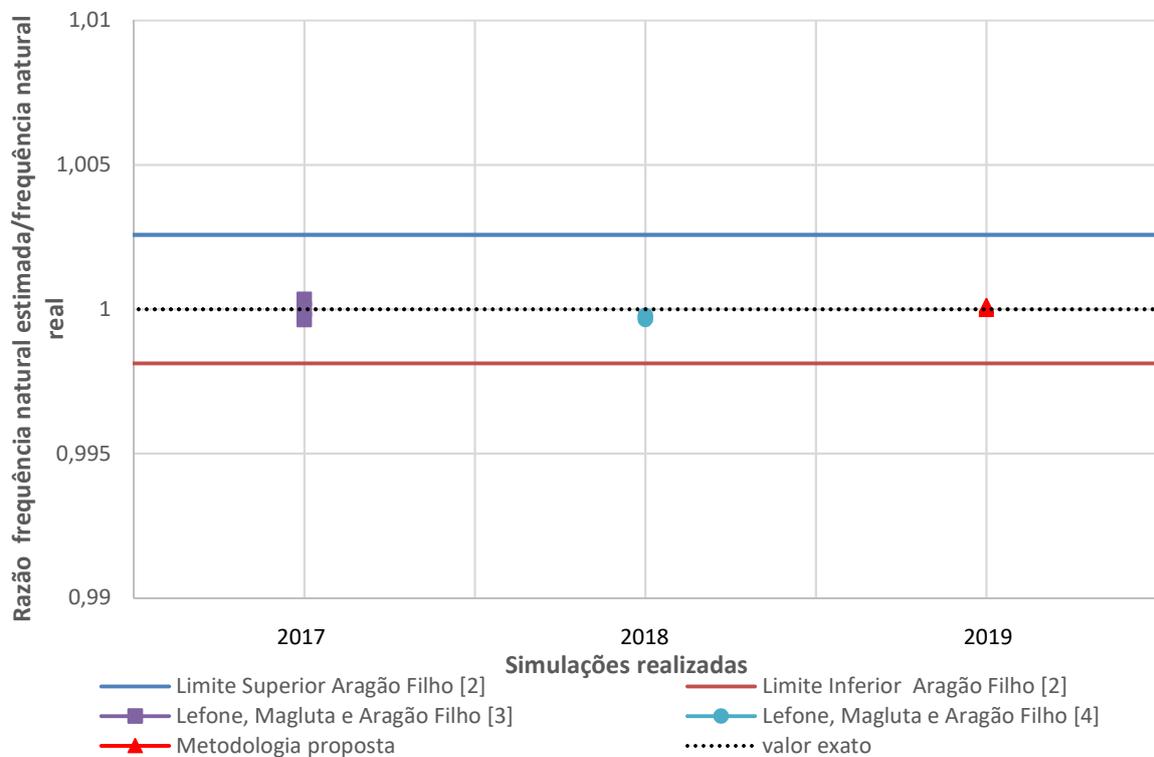


Figura 8. Estimativas da frequência natural do 1º modo de vibração.

6 Considerações finais

A modificação realizada na estratégia de pré-processamento do sinal adquirido proposta por Lefone, Magluta e Aragão Filho [3] e a variação do número de blocos de linha (i) da matriz de Hankel na técnica SSI-DATA, associados às técnicas de reamostragem *bootstrap* e de *clustering*, geraram resultados próximos aos valores exatos dos parâmetros modais da estrutura e influenciaram nos intervalos de confiança das estimativas dos mesmos. Além disso, tornou-se prescindível a escolha do grau de liberdade de referência.

As estimativas mais robustas e com menores níveis de incerteza desses parâmetros, demonstraram que a metodologia proposta pode ser considerada na análise modal automática de estruturas através da técnica SSI-DATA.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, e do Departamento de Ciência e Tecnologia do Exército Brasileiro – DCT.

Referências

- [1] C. Rainieri e G. Fabbrocino. *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures – An Introduction and Guide for Applications*. New York, Springer, 2014.
- [2] L. A. C. M. Aragão Filho. Identificação de estruturas em operação através de análise modal híbrida. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- [3] R. C. Lefone, C. Magluta e L. A. C. M. Aragão Filho. 2017. Estudo de estratégias de pré-processamento dos sinais para a inferência dos parâmetros modais utilizando a técnica SSI-DATA. In: P. O. Faria, R. H. Lopez, L. F. F. Miguel, W. J. S. Gomes, M. Noronha (ed), *Thirty-eighth Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (XXXVIII CILAMCE)*.
- [4] R. C. Lefone, C. Magluta e L. A. C. M. Aragão Filho. 2018. Estudo de estratégias de reamostragem *bootstrap* para a inferência das incertezas dos parâmetros modais utilizando a técnica SSI-DATA. *Trigésimo octavo Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural (XXXVIII JSIE)*.
- [5] P. Van Overschee e B. De Moore. *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [6] B. Peeters. System Identification and Damage Detection in Civil Engineering. PhD tesis, University of Leuven, 2000.
- [7] M. Silva, A. Santos, R. Santos, E. Figueiredo, C. Sales, J. C. M. W. A. Costa. Agglomerative concentric hypersphere clustering applied to structural damage detection. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 92, pp.196-212,2017.
- [8] R. Cardoso, A. Cury, F. Barbosa. A robust methodology for modal parameters estimation applied to SHM. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 95, pp.24-41, 2017.
- [9] L. Billard e E. Diday. *Symbolic Data Analysis*. John Willey & Sons Ltd, 2006.
- [10] V. N. Alves. Técnicas de anormalidade aplicadas à detecção de danos estruturais. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Ouro Preto, 2016.
- [11] A. Cury, C. Crémone, E. Diday. Application of symbolic data analysis for structural modification assessment. *Engineering Structures*, vol.32, pp.762–775, 2010.
- [12] F. Magalhães, A. Cunha, E. Caetano. Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, pp.316-329, 2009.