

OPTIMIZATION OF GEOMETRICALLY NONLINEAR LATTICE STRUCTURES UNDER DYNAMIC LOADING

Larissa B. Martinelli

larissabastosm@gmail.com

*Department of Civil Engineering, Federal University of Espírito Santo,
Avenue Fernando Ferrari, 575, Vitória – ES, Brazil*

Élcio C. Alves

elcio.calves1@gmail.com

*Department of Civil Engineering, Federal University of Espírito Santo,
Avenue Fernando Ferrari, 575, Vitória – ES, Brazil*

Abstract. This study addresses the optimization of lattice structures with geometrically nonlinear behavior under dynamic loading. The formulated optimization problem aims to determine the cross-sectional area of the bars which minimizes the total mass of the structure, imposing constraints on nodal displacements and stresses. In order to solve this optimization problem, it was developed a computational program on MATLAB®, using the Interior Point method and the Sequential Quadratic Programming method, the algorithms of which are available on Optimization Toolbox™. The nonlinear finite space truss element is described by an updated Lagrangian formulation. The geometric nonlinear dynamic analysis performed combines the Newmark method with Newton-Raphson iterations, being validated by comparison with solutions available in the literature and with solutions generated by the ANSYS® software. Examples of trusses under different dynamic loading are solved using the developed computational program. The results show that the Sequential Quadratic Programming method is the most efficient to solve the studied optimization problem and that the consideration of structural damping can lead to a significant reduction in the total mass.

Keywords: Structural optimization, Geometric nonlinearity, Dynamic analysis, Trusses.

1 Introdução

A importância de considerar efeitos dinâmicos e não lineares no estudo de estruturas treliçadas já foi bastante enfatizada nas últimas décadas. Vários pesquisadores têm se empenhado no desenvolvimento e aprimoramento de metodologias práticas e eficientes para a análise dinâmica não linear de estruturas treliçadas (Noor e Peter [1]; Kassimali e Bidhendi [2]; Zhu et al. [3]; Wang et al. [4]). Outros autores direcionaram suas pesquisas para a otimização de estruturas treliçadas submetidas a carregamento dinâmico sem considerar a não linearidade geométrica (Ohno et al. [5]; Chen [6]; Kocer e Arora [7]), e na otimização de treliças geometricamente não lineares submetidas a carregamento estático (Smaoui e Schmit [8]; Haftka [9]; Pyrz [10]; Saka e Ulker [11]; Sedaghati et al. [12]; Suleman e Sedaghati [13]; Hrinda e Nguyen [14]).

No entanto, apesar do grande número de publicações em temas afins, são poucos os trabalhos que abordam otimização de treliças considerando simultaneamente efeitos dinâmicos e de não linearidades. Diante da falta de pesquisas com esse direcionamento, o objetivo deste trabalho é apresentar a formulação do problema de otimização de estruturas treliçadas geometricamente não lineares submetidas a carregamento dinâmico e fornecer exemplos de aplicação desse problema.

Para isso, um programa computacional foi desenvolvido na plataforma MATLAB[®] utilizando os algoritmos do método dos Pontos Interiores e do método da Programação Quadrática Sequencial presentes no Optimization Toolbox[™].

2 Formulação do elemento finito geometricamente não linear

O elemento finito considerado está ilustrado na Fig. 1a. Trata-se de um elemento espacial, limitado pelo nós A e B. Os deslocamentos e forças nodais do elemento também são apresentados.

Para descrever o movimento desse elemento, foi utilizada uma formulação Lagrangeana atualizada, que será resumida a seguir. Para uma explicação detalhada contendo as deduções das expressões apresentadas, ver Yang e Kuo [15].

A configuração deformada atual é chamada de C_n e a última configuração deformada conhecida é chamada de C_{n-1} . Como apresentado na Fig. 1b, os comprimentos do elemento nessas configurações são L_n e L_{n-1} , respectivamente.

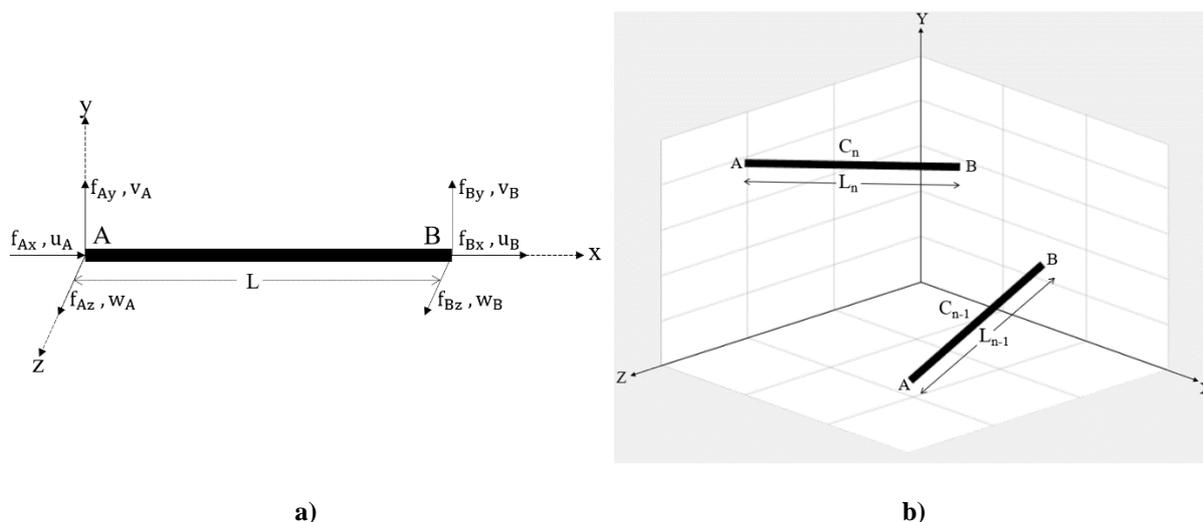


Figura 1. Elemento finito de treliça espacial: a) sistema local, b) sistema global.

O deslocamento nodal sofrido entre as configurações C_{n-1} e C_n é dado, no sistema local de coordenadas, pela equação:

$$\mathbf{u} = \{u_A \ v_A \ w_A \ u_B \ v_B \ w_B\}^T. \quad (1)$$

onde u , v e w são as translações na direção dos eixos locais x , y e z , respectivamente.

Analogamente, o vetor de forças internas do elemento na última configuração deformada conhecida ($\mathbf{f}_{i_{n-1}}$) e na configuração deformada atual (\mathbf{f}_{i_n}) é dado por:

$$\mathbf{f}_{i_{n-1}} = \{f_{Ax_{n-1}} \ 0 \ 0 \ f_{Bx_{n-1}} \ 0 \ 0\}^T. \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_{i_n} = \{f_{Ax_n} \ 0 \ 0 \ f_{Bx_n} \ 0 \ 0\}^T. \quad (3)$$

em que $f_{Ax_{n-1}} = -f_{Bx_{n-1}}$ e $f_{Ax_n} = -f_{Bx_n}$ são as forças internas do nó B na direção do eixo local x , nas configurações C_{n-1} e C_n , respectivamente.

Esses vetores de forças internas se relacionam por meio da seguinte equação:

$$\mathbf{f}_{i_n} = (\mathbf{f}_{i_{n-1}} + \Delta\mathbf{f}_i) \frac{L_n}{L_{n-1}}. \quad (4)$$

sendo $\Delta\mathbf{f}_i$ dado por:

$$\Delta\mathbf{f}_i = \left\{ -EA \left(\frac{L_n^2 - L_{n-1}^2}{2L_n^2} \right) \ 0 \ 0 \ EA \left(\frac{L_n^2 - L_{n-1}^2}{2L_n^2} \right) \ 0 \ 0 \right\}^T. \quad (5)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal, A é a área da seção transversal, L_{n-1} é o comprimento do elemento na configuração C_{n-1} e L_n é o comprimento do elemento na configuração C_n .

A matriz de rigidez do elemento (\mathbf{k}) é formada por cinco componentes: a matriz de rigidez elástica (\mathbf{k}_e), a matriz de rigidez geométrica (\mathbf{k}_g) e as matrizes de ordem superior (\mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 e \mathbf{k}_3). Todas elas são definidas nas equações seguintes:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_e + \mathbf{k}_g + \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3. \quad (6)$$

$$\mathbf{k}_e = \frac{EA}{L_{n-1}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

$$\mathbf{k}_g = \frac{f_{Bx_{n-1}}}{L_{n-1}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$$\mathbf{k}_1 = \frac{EA}{2L_{n-1}^2} \begin{bmatrix} \Delta u & \Delta v & \Delta w & -\Delta u & -\Delta v & -\Delta w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta u & -\Delta v & -\Delta w & \Delta u & \Delta v & \Delta w \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

$$\mathbf{k}_2 = \frac{EA}{2L_{n-1}^2} \begin{bmatrix} 2\Delta u & 0 & 0 & -2\Delta u & 0 & 0 \\ \Delta v & \Delta u & 0 & -\Delta v & -\Delta u & 0 \\ \Delta w & 0 & \Delta u & -\Delta w & 0 & -\Delta u \\ -2\Delta u & 0 & 0 & 2\Delta u & 0 & 0 \\ -\Delta v & -\Delta u & 0 & \Delta v & \Delta u & 0 \\ -\Delta w & 0 & -\Delta u & \Delta w & 0 & \Delta u \end{bmatrix}. \quad (10)$$

$$\mathbf{k}_3 = \frac{EA}{6L_{n-1}^3} \begin{bmatrix} \mathbf{h} & -\mathbf{h} \\ -\mathbf{h} & \mathbf{h} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 3\Delta u^2 + \Delta v^2 + \Delta w^2 & 2\Delta u\Delta v & 2\Delta u\Delta w \\ 2\Delta u\Delta v & 3\Delta v^2 + \Delta u^2 + \Delta w^2 & 2\Delta v\Delta w \\ 2\Delta u\Delta w & 2\Delta v\Delta w & 3\Delta w^2 + \Delta v^2 + \Delta u^2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

sendo $\Delta u = u_B - u_A$, $\Delta v = v_B - v_A$ e $\Delta w = w_B - w_A$.

A matriz de rigidez e o vetor de forças internas do elemento podem ser transformados para o sistema global de coordenadas da seguinte forma:

$$\mathbf{k}_{\text{global}} = \mathbf{T}^T \mathbf{k} \mathbf{T}. \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_{i\text{global}} = \mathbf{T}^T \mathbf{f}_i. \quad (14)$$

onde \mathbf{T} é a matriz de transformação entre o sistema local e global.

Por fim, a matriz de rigidez da estrutura (\mathbf{K}) é obtida no sistema global por meio da sobreposição das matrizes de rigidez determinadas para cada elemento que a compõe. Assim como o vetor de forças internas da estrutura (\mathbf{F}_i) consiste na sobreposição dos vetores de forças internas definidos para cada um dos elementos.

3 Análise dinâmica não linear geométrica

A equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema estrutural pode ser escrita, após a discretização espacial, como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_i(\mathbf{U}) = \mathbf{F}_e(t). \quad (15)$$

onde $\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ e \mathbf{U} são, respectivamente, os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais; \mathbf{M} é a matriz de massa concentrada; \mathbf{C} é a matriz de amortecimento; \mathbf{F}_i é o vetor de forças internas, que é função dos deslocamentos nodais \mathbf{U} ; e \mathbf{F}_e é o vetor de forças externas dependente do tempo.

A resposta dinâmica da estrutura é obtida por meio da solução da Eq. (15), o que envolve o uso de um algoritmo de integração temporal. O procedimento de solução utilizado neste trabalho combina método de Newmark ($\gamma = 0.5$ e $\beta = 0.25$) com iterações do tipo Newton-Raphson. Esse procedimento está ilustrado na Fig. 2.

Ressalta-se que a matriz de massa da estrutura se mantém constante ao longo da análise e que a matriz de amortecimento é considerada como uma combinação linear das matrizes de rigidez e de massa, ou seja:

$$\mathbf{C} = \alpha_0 \mathbf{M} + \alpha_1 \mathbf{K}. \quad (16)$$

em que α_0 e α_1 são os coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh. Seus valores são calculados adotando um valor apropriado de taxa de amortecimento (ξ), referente a duas frequências naturais distintas ω_i e ω_j . De acordo com Vaz [16], ω_i e ω_j podem ser tomados como iguais às duas menores frequências naturais de vibração da estrutura. Cook et al. [17] afirma que, para estruturas de aço, a taxa de amortecimento pode variar de 0,5% a 5%.

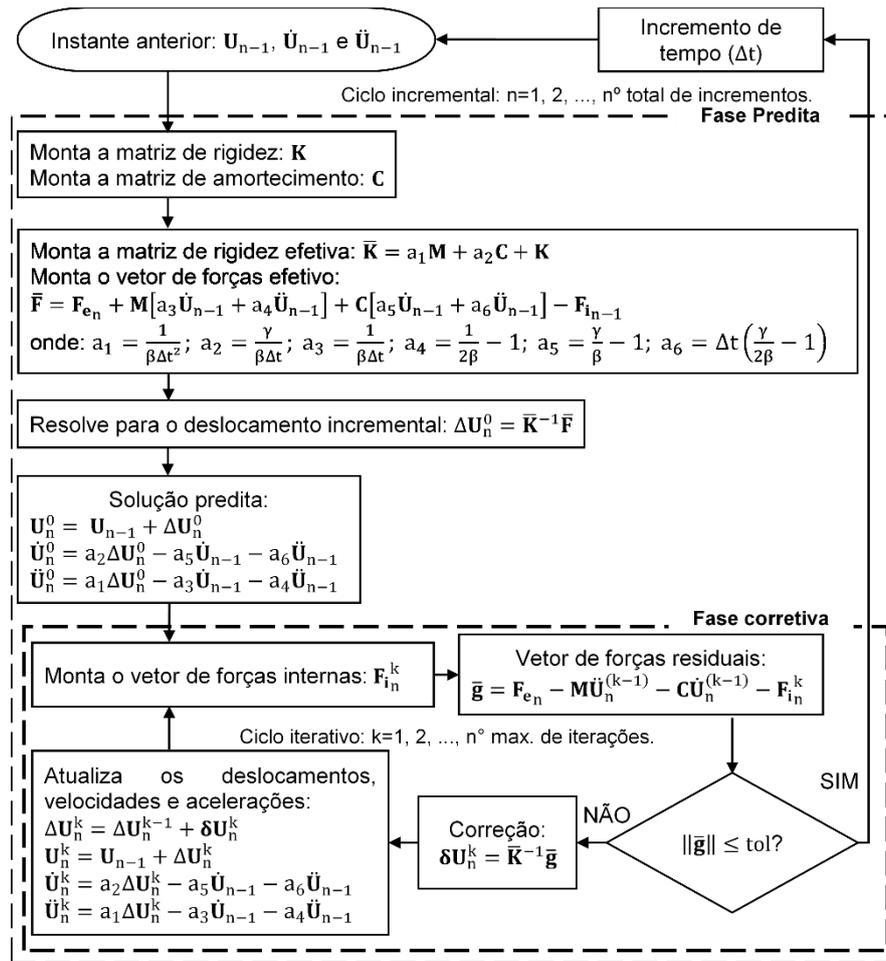


Figura 2. Procedimento de solução para análise dinâmica não linear geométrica.

4 Problema de otimização

O objetivo do problema de otimização estudado é determinar a área da seção transversal das barras que minimiza a massa total da estrutura treliçada, impondo-se restrições aos deslocamentos nodais e às tensões axiais.

Portanto, o problema de otimização pode ser esquematizado da seguinte maneira:

$$\text{Determinar } \mathbf{A} = \{A_1 A_2 \dots A_{nb}\}. \quad (17)$$

$$\text{Que minimiza } f = \sum_{i=1}^{nb} \rho A_i L_i. \quad (18)$$

$$\text{Sujeito a: } U_{\max} - U_{\lim} \leq 0 \quad (19)$$

$$\sigma_{T_{\max}} - \sigma_{T_{\lim}} \leq 0 \quad (20)$$

$$\sigma_{C_{\max}} - \sigma_{C_{\lim}} \leq 0 \quad (21)$$

$$A_{\min} \leq A_i \leq A_{\max} \quad i = 1, \dots, nb. \quad (22)$$

onde \mathbf{A} é o vetor de variáveis de projeto; f é a função objetivo, que calcula a massa total da estrutura pelo somatório da massa de cada barra que a compõe; nb representa o número total de barras da estrutura; ρ é a massa específica (dada em kg/m^3); A_i é a área da seção transversal da i -ésima barra; L_i é o comprimento da i -ésima barra; $\sigma_{T_{\max}}$ e $\sigma_{C_{\max}}$ são os valores máximos de tensão axial de tração

e compressão, respectivamente, atuantes na estrutura; σ_{Tlim} e σ_{Clim} são os valores limites admissíveis para as tensões de tração e compressão, respectivamente; U_{max} é o valor máximo absoluto de deslocamento nodal sofrido pela estrutura; U_{lim} é o valor limite admissível para os deslocamentos nodais; e A_{min} e A_{max} são os valores mínimo e máximo permitidos para as variáveis de projeto, respectivamente.

Destaca-se que a restrição lateral dada pela Eq. (22) é verificada por comparação direta com as variáveis de projeto. Já a verificação das restrições de resposta dinâmica, dadas pelas Eqs. (19) a (21), requerem que seja feita uma análise dinâmica não linear geométrica a cada iteração do processo de otimização. O procedimento de análise estrutural utilizado neste trabalho foi apresentado na Fig. 2.

4.1 Implementação computacional

Para atingir os objetivos deste trabalho, um programa computacional foi desenvolvido na plataforma MATLAB (versão R20116a). As rotinas computacionais implementadas são capazes de:

- Realizar a análise dinâmica não linear geométrica de treliças, utilizando o procedimento de análise explicado na Seção 3.
- Resolver o problema de otimização apresentado na Seção 4, utilizando o método dos Pontos Interiores (PI) e o método da Programação Quadrática Sequencial (PQS).

Ressalta-se que os algoritmos dos métodos PI e SQP utilizados são partes integrantes do Optimization Toolbox™ do MATLAB®. A aplicação desses algoritmos é feita por meio da função *fmincon*, que é especialmente indicada para encontrar a solução ótima de problemas sujeitos a restrições não lineares, como é o caso do problema de otimização estudado neste trabalho. O desenvolvimento da análise dinâmica não linear utilizou o método com comprimento de arco para análise de cada passo do problema.

5 Resultados: validação da análise dinâmica não linear geométrica

Nesta seção, busca-se validar o procedimento de análise dinâmica não linear geométrica implementado por meio do estudo de dois exemplos de estruturas treliçadas. Os resultados obtidos são comparados com soluções presentes na literatura e com resultados gerados pelo software ANSYS® (versão 18.2).

5.1 Domo geodésico

O primeiro exemplo consiste em um domo geodésico com 24 barras e 13 nós (Fig. 3). Todas as barras possuem módulo de elasticidade $E = 68992$ MPa, massa específica $\rho = 2760$ kg/m³ e área da seção transversal $A = 6,45$ cm². A estrutura está submetida a carga triangular apresentada na Fig. 4a ($P=8,9$ kN e $Td = 0,01$ s).

Esse exemplo foi estudado anteriormente por Zhu et al. [3] e Wang et al. [4]. Assim como foi feito nessas referências, a análise dinâmica não linear geométrica foi realizada utilizando um incremento de tempo $\Delta t = 1,56 \times 10^{-4}$ s e desconsiderando o amortecimento ($\xi = 0\%$). A Figura 4b mostra uma boa concordância entre a resposta transiente do nó 1 obtida neste trabalho e a da literatura.

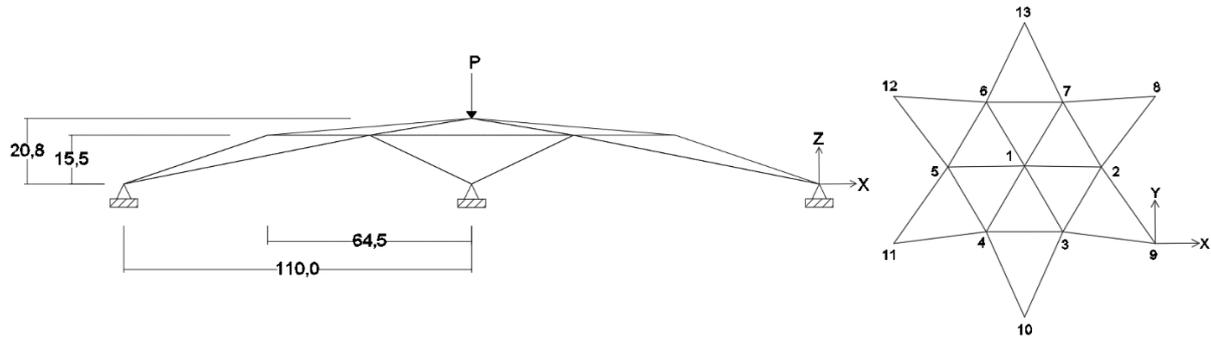


Figura 3. Domo geodésico (dimensões em centímetros).

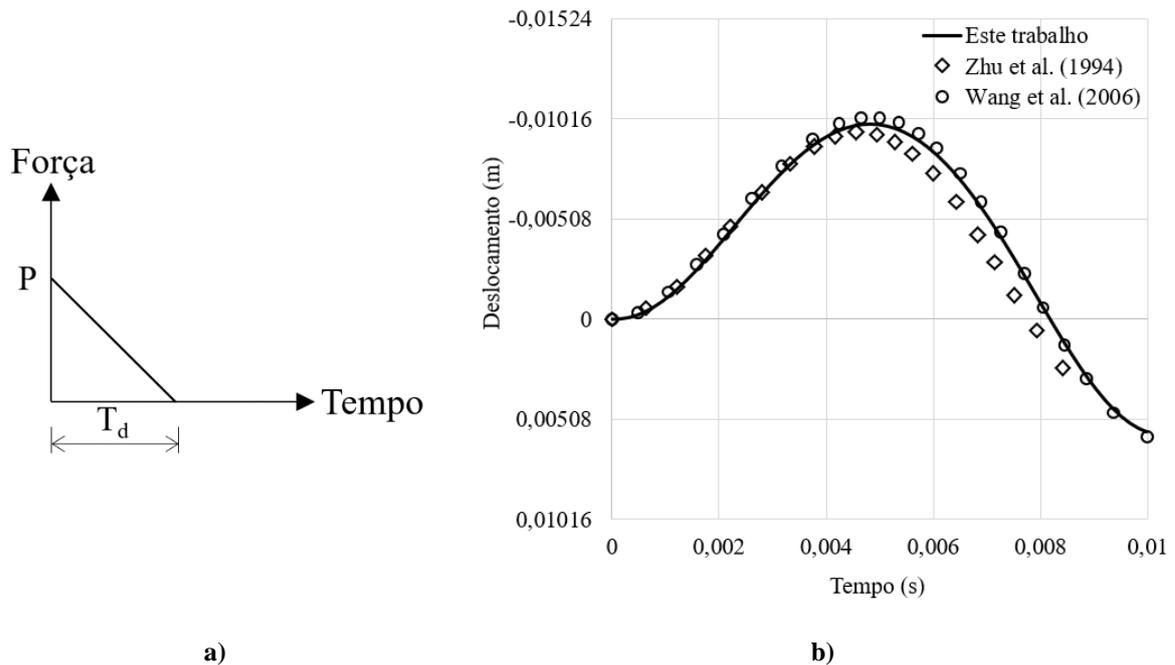


Figura 4. Domo geodésico: a) carga triangular, b) deslocamento do nó 1 na direção z.

5.2 Torre treliçada

O segundo exemplo trata de uma torre treliçada composta por 22 barras e 9 nós (Fig. 5). A estrutura possui as seguintes propriedades: módulo de elasticidade $E=200$ GPa, área da seção transversal $A=3,04$ cm² e massa específica $\rho=7850$ kg/m³. A Figura 6a apresenta o carregamento aplicado nós 1, 2 e 3 ($P1z=1000$ kN, $P1x = 37,5$ kN e $P2x=P3x= 150$ kN).

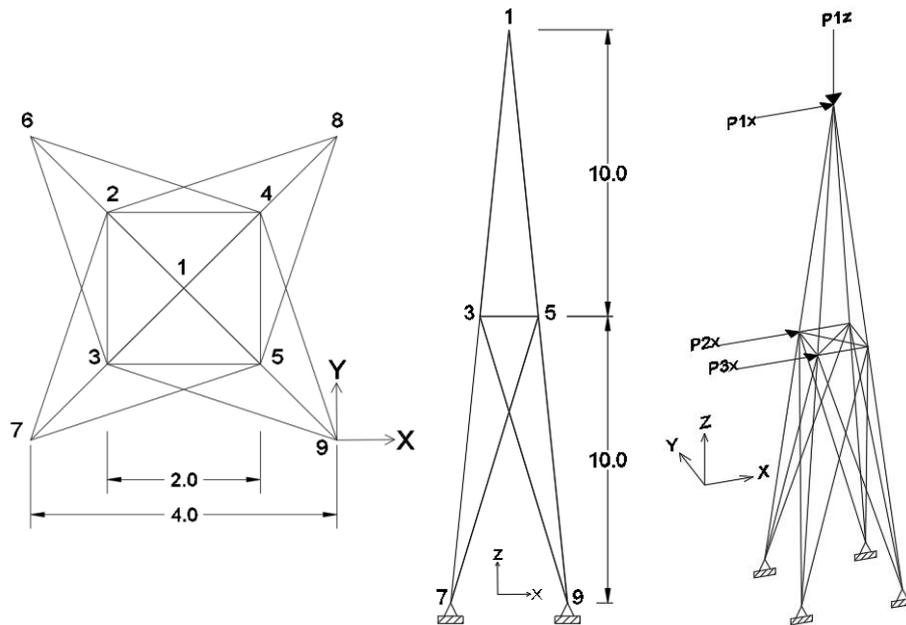


Figura 5. Torre treliçada (dimensões em metros).

A análise dinâmica não linear geométrica foi realizada adotando um incremento de tempo $\Delta t=0,001$ s. Na Figura 6b, a resposta transiente obtida para o nó 1 é comparada com a gerada pelo software ANSYS®. Observa-se uma boa concordância entre os resultados dos casos amortecido ($\xi = 0\%$) e não amortecido ($\xi = 5\%$).

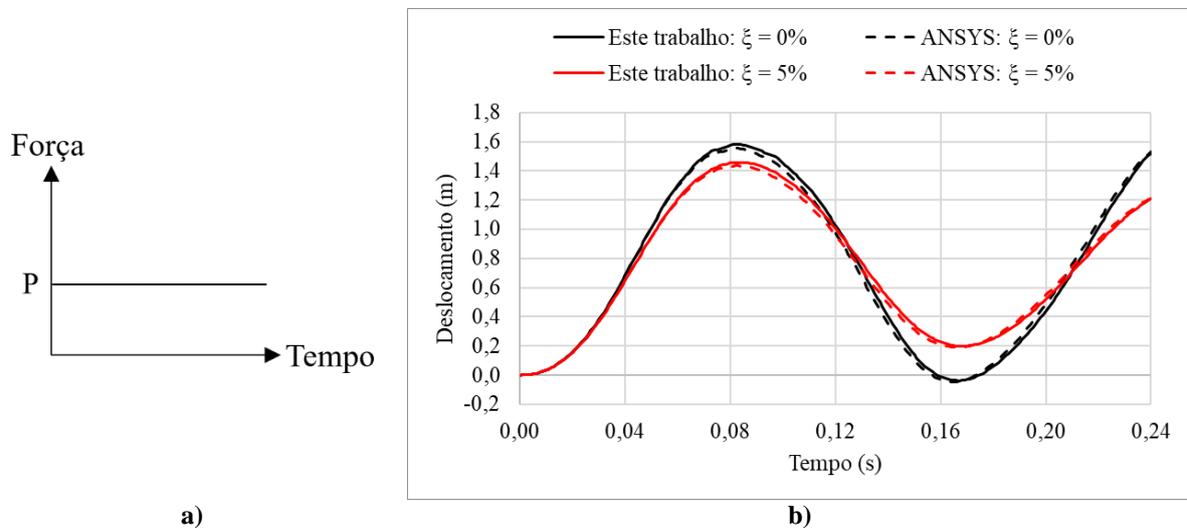


Figura 6. Torre treliçada: a) carga aplicada; b) deslocamento do nó 1 na direção x.

6 Resultados: otimização de dimensões

Nos dois exemplos a seguir, o programa computacional desenvolvido é utilizado para resolver o problema de otimização apresentado na Seção 4. Neles, os limites inferior e superior adotados para as variáveis de projeto foram $3,04 \text{ cm}^2$ e 260 cm^2 , respectivamente; o valor limite admissível para os deslocamentos nodais (U_{lim}) foi estabelecido com base na ABNT NBR 8800:2008 [18]; e os valores limites admissíveis para as tensões de tração e compressão (σ_{Tlim} e σ_{Clim}) foram definidos como igual a 250 MPa . Em ambos os exemplos, considerou-se módulo de elasticidade $E = 200 \text{ GPa}$ e massa específica $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

6.1 Domo geodésico

O primeiro exemplo de otimização é o domo geodésico. Sua geometria e o carregamento aplicado foram apresentados na Fig. 4 e na Fig. 4a, respectivamente. Para este exemplo adotou-se $P = 17,8$ kN e $T_d = 0,01$ s. Três grupos de barras foram considerados, conforme ilustrado na Fig. 7.

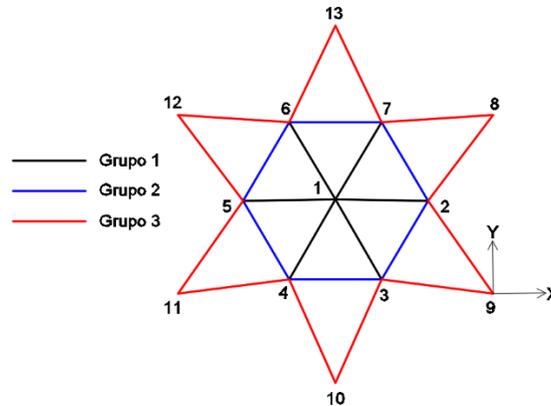


Figura 7. Domo geodésico: agrupamento de barras.

Na análise dinâmica realizada durante o processo de otimização, foi utilizada uma duração de 0,01s e um incremento de tempo $\Delta t = 1,56 \times 10^{-4}$ s. O valor limite admissível para os deslocamentos nodais é 0,007m. As informações referentes à estrutura inicial e os resultados da otimização são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Domo geodésico: resultados da otimização.

	CASO 1					CASO 2				
	Inicial	$\xi = 0\%$		$\xi = 5\%$		Inicial	$\xi = 0\%$		$\xi = 5\%$	
		PI	PQS	PI	PQS		PI	PQS	PI	PQS
A1 (cm ²)	6,45	7,45	7,45	6,85	6,85	260	7,45	7,45	6,85	6,85
A2 (cm ²)	6,45	4,77	4,77	4,41	4,41	260	4,77	4,77	4,41	4,41
A3 (cm ²)	6,45	3,04	3,04	3,04	3,04	260	3,04	3,04	3,04	3,04
Massa Total (kg)	87,6	60,04	60,04	57,09	57,09	3532,8	60,04	60,04	57,09	57,09
U_{\max} (m)	-	0,007	0,007	0,007	0,007	-	0,007	0,007	0,007	0,007
$\sigma_{T_{\max}}$ (MPa)	-	95,78	95,78	96,56	96,56	-	95,78	95,78	96,56	96,56
$\sigma_{C_{\max}}$ (MPa)	-	76,48	76,48	77,24	77,24	-	76,48	76,48	77,24	77,24
iterações	-	16	18	11	7	-	28	32	25	20
Avaliações da função objetivo	-	130	174	59	51	-	223	233	111	88

Analisando os resultados, observa-se que o método dos Pontos Interiores (PI) e o método da Programação Quadrática Sequencial (PQS) chegaram aos mesmos resultados, diferindo apenas no número de iterações realizadas e na quantidade de avaliações da função objetivo. Sendo que método PI foi mais eficiente com $\xi = 0\%$ e o método PQS foi mais eficiente com $\xi = 5\%$.

Além disso, os resultados encontrados partindo do caso 1 de estrutura inicial foram iguais aos obtidos partindo do caso 2. O fato de convergir para a mesma solução, partindo de pontos extremos

opostos do espaço de busca, é um forte indício de que a solução encontrada seja de fato a melhor solução para esta estrutura, isto é, um mínimo global.

Destaca-se ainda que a consideração do amortecimento gerou uma redução na massa total da estrutura. Utilizando $\xi = 5\%$ a estrutura ficou 4,9% mais leve que com $\xi = 0\%$.

6.2 Torre treliçada

O segundo exemplo de otimização é a torre treliçada. Sua geometria e o carregamento aplicado foram apresentados na Fig. 5 e na Fig. 6a, respectivamente. Para este exemplo adotou-se $P1z=1000\text{kN}$, $P1x = 37,5 \text{ kN}$, $P2x=P3x= 150 \text{ kN}$ e o agrupamento de barras indicado na Fig. 8.

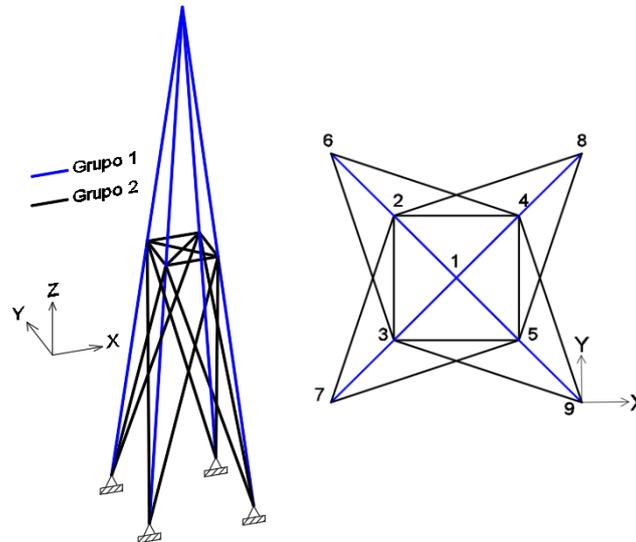


Figura 8. Torre treliçada: agrupamento de barras.

Para a análise dinâmica realizada durante o processo de otimização, foi utilizada uma duração de 0,24s e uma incremento de tempo $\Delta t=0,001 \text{ s}$. O valor limite admissível para os deslocamentos nodais é 0,1m. As informações referentes à estrutura inicial e os resultados da otimização são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Torre treliçada: resultados da otimização.

	CASO 1					CASO 2				
	Inicial	$\xi = 0\%$		$\xi = 5\%$		Inicial	$\xi = 0\%$		$\xi = 5\%$	
		PI	PQS	PI	PQS		PI	PQS	PI	PQS
A1 (cm ²)	3,04	32,89	32,89	32,18	32,18	260	33,42	32,89	32,18	32,18
A2 (cm ²)	3,04	22,20	22,20	16,35	16,35	260	22,69	22,20	16,35	16,35
Massa Total (kg)	426	3786,71	3786,71	3293,53	3293,53	36403	3857,00	3786,71	3293,53	3293,53
U_{\max} (m)	-	0,1	0,1	0,1	0,1	-	0,098	0,1	0,1	0,1
$\sigma_{T_{\max}}$ (MPa)	-	184,90	184,90	173,67	173,67	-	181,27	184,90	173,67	173,67
$\sigma_{C_{\max}}$ (MPa)	-	250	250	250	250	-	249,99	250	250	250
iterações	-	36	11	18	11	-	34	13	30	13
Avaliações da função objetivo	-	165	39	60	38	-	153	46	93	46

Analisando os resultados da Tabela 2, observa-se uma pequena diferença entre os resultados obtidos pelo método PI e pelo método PQS para $\xi = 0\%$ no caso 2 de estrutura inicial. A variação de massa total entre as soluções é de apenas 1,8%, sendo a solução do método PQS a mais leve.

Nas demais situações, os dois métodos de otimização chegaram aos mesmos resultados, diferindo apenas no número de iterações realizadas e na quantidade de avaliações da função objetivo. Neste exemplo, o método PQS foi o mais eficiente.

Ressalta-se que, com o método PQS os resultados encontrados partindo do caso 1 de estrutura inicial foram iguais aos obtidos partindo do caso 2, levantando a hipótese de mínimo global. Isso também aconteceu com o uso do método PI para $\xi = 5\%$.

Por fim, destaca-se que a consideração do amortecimento gerou uma redução significativa na massa total da estrutura. Utilizando $\xi = 5\%$ a estrutura ficou 13% mais leve que com $\xi = 0\%$.

7 Conclusões

Neste trabalho, um programa computacional foi desenvolvido na plataforma MATLAB® para estudar a otimização de estruturas treliçadas geometricamente não lineares submetidas a carregamento dinâmico, utilizando o método dos Pontos Interiores e o método da Programação Quadrática Sequencial, ambos disponíveis no Optimization Toolbox™.

O objetivo do problema de otimização estudado era determinar a área da seção transversal das barras que minimiza a massa total da estrutura treliçada, impondo-se restrições aos deslocamentos nodais e às tensões axiais. Como as restrições impostas implicam a realização de uma análise dinâmica não linear geométrica em cada iteração do processo de otimização, a Seção 6 foi dedicada à validação do procedimento de análise implementado. As respostas transientes obtidas nos exemplos apresentaram boa concordância com as soluções da literatura e com os resultados gerados pelo software ANSYS®, portanto o procedimento de análise implementado foi considerado validado.

Na Seção 7, estudou-se a otimização de dois exemplos de treliças espaciais. Os resultados indicam que o método da Programação Quadrática Sequencial é o mais eficiente para a resolução do problema de otimização estudado e que a consideração do amortecimento pode gerar uma redução significativa na massa total da estrutura.

Referências

- [1] NOOR, A. K.; PETERS, J. M. Nonlinear dynamic analysis of space trusses. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 21, n. 2, p. 131-151, 1980.
- [2] KASSIMALI, A.; BIDHENDI, E. Stability of trusses under dynamic loads. *Computers & Structures*, v. 29, n. 3, p. 381-392, 1988.
- [3] ZHU, K.; AL-BERMANI, F. G. A.; KITIPORNCHAI, S. Nonlinear dynamic analysis of lattice structures. *Computers & Structures*, v. 52, n. 1, p. 9-15, 1994.
- [4] WANG, C.-Y.; WANG, R.-Z.; CHUANG, C.-C.; WU, T.-Y. Nonlinear dynamic analysis of reticulated space truss structures. *Journal of Mechanics*, v. 22, n. 3, p. 199-212, 2006.
- [5] OHNO, T.; KRAMER, G. J. E.; GRIERSON, D. E. Least-weight design of frameworks under multiple dynamic loads. *Structural Optimization*, v. 1, n. 3, p. 181-191, 1989.
- [6] CHEN, T.-Y. Design optimization with static and dynamic displacement constraints. *Structural Optimization*, v. 4, n. 3-4, p. 179-185, 1992.
- [7] KOCER, F. Y.; ARORA, J. S. Optimal Design of Latticed Towers Subjected to Earthquake Loading. *Journal of Structural Engineering*, v. 128, n. 2, p. 197-204, 2002.
- [8] SMAOUI, H.; SCHMIT, L. A. An integrated approach to the synthesis of geometrically non-linear structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 26, n. 3, p. 555-570, 1988.
- [9] HAFTKA, R. T. Integrated nonlinear structural analysis and design. *AIAA Journal*, v. 27, n. 11, p. 1622-1627, 1989.
- [10] PYRZ, M. Discrete optimization of geometrically nonlinear truss structures under stability constraints. *Structural Optimization*, v. 2, n. 2, p. 125-131, 1990.

- [11] SAKA, M. P.; ULKER, M. Optimum design of geometrically nonlinear space trusses. *Computers & Structures*, v. 42, n. 3, p. 289-299, 1992.
- [12] SEDAGHATI, R.; TABARROK, B.; SULEMAN, A. Structural design optimization of nonlinear symmetric structures using the group theoretic approach. *AIAA Journal*, v. 39, n. 8, p. 1593-1599, 2001.
- [13] SULEMAN, A.; SEDAGHATI, R. Benchmark case studies in optimization of geometrically nonlinear structures. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 30, n. 4, p. 273-296, 2005.
- [14] HRINDA, G. A.; NGUYEN, D. T. Optimization of stability-constrained geometrically nonlinear shallow trusses using an arc length sparse method with a strain energy density approach. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 44, n. 15, p. 933-950, 2008.
- [15] YANG, Y.-B.; KUO, S.-R. *Theory and analysis of nonlinear framed structures*. New York: Prentice Hall, 1994.
- [16] VAZ, L. E. *Método dos elementos finitos em análise de estruturas*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- [17] COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. *Concepts and applications of finite element analysis*. 3. ed. [s.l.] John Wiley & Sons, 1989.
- [18] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.