

## **DETERMINATION OF THE CRITICAL LENGTH EQUATION OF DISTORTIONAL BUCKLING**

**Patrícia dos S. Andrade**

*patriciadossantosandrade@gmail.com*

*Graduate Program of Civil and Environmental Engineering, Department of Technology, State University of Feira de Santana*

*Av. Transnordestina, s/n - Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, Bahia, Brasil*

**Koji de J. Nagahama**

*kjnagahama@gmail.com*

*Department of Technology, State University of Feira de Santana*

*Av. Transnordestina, s/n - Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, Bahia, Brasil*

**Anderson de S. Matos Gádea**

*agadea@gmail.com*

*Department of Technology, State University of Feira de Santana*

*Av. Transnordestina, s/n - Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, Bahia, Brasil*

**Mônica B. Leite**

*mleite.uefs@gmail.com*

*Department of Technology, State University of Feira de Santana*

*Av. Transnordestina, s/n - Novo Horizonte, Feira de Santana, 44036-900, Bahia, Brasil*

**Durval O. Pinto Neto**

*Eng.durvalneto@gmail.com*

*Department of Civil Engineering, Faculdade de Tecnologia e Ciências*

*Rua Artêmia Pires de Freitas, s/n -SIM, Feira de Santana, 44085-370, Bahia, Brasil*

**Abstract.** The use of cold-formed steel members has grown significantly and for this reason a number of design codes have been used such as NBR 14762 [1], AISI S100 [2] and AS/NZS 4600 [3]. The susceptibility of these types of profiles to the phenomena of local, global and distortional instability mainly has made the design codes to approach this topic in more detail. Nevertheless, the present methodologies are little simplified or result in high conservatism. Thus, several studies have been carried out aiming at the presentation of more simplified equations that result in a less conservative way to represent the real behavior of these profiles. It was observed that the buckling length has relevant participation in determining buckling mode, however there are many difficulties in determination of the distortional buckling stress and its associated length. Thus, this paper aims to express a more simplified equation for the length associated with distortional buckling. So, a selection of profiles with a C-section with stiffener that complied with the geometric and mechanical specifications of the design codes was performed. Using software based in Generalized Beam Theory, presented by Silvestre and Camotim [4], several simulations were made with these profiles. The profiles were analyzed with end support condition pinned-pinned under centered compression. The results were used to create artificial neural networks from which were generated equations for the critical length of distortional buckling. The equations were validated with the results available in the literature, whether experimental or numerical, and showed good correlations.

**Keywords:** Length, Distortional buckling, Generalized Beam Theory, Cold-formed members, Artificial neural networks

## 1 Introduction

O uso de perfis de aço formados a frio tem crescido significativamente nas últimas décadas não só pelas características que estes apresentam, como versatilidade, adaptabilidade, rápida execução entre outras, mas como também devido aos avanços nas normas, como a NBR 14762 [1], AISI S-100 [2] e AS/NZS 4600 [3], com relação ao cálculo das tensões críticas de instabilidade. Como um desses avanços, pode-se citar o Método da Resistência Direta (MRD) proposto por Schafer e Pekoz [5], que permite a identificação de todos os modos de flambagem e os seus respectivos esforços críticos desde que seja realizada uma análise prévia de estabilidade [6].

Na NBR 14762 [1], por exemplo, há apenas uma recomendação para que seja realizada essa análise de estabilidade para obtenção das tensões elásticas mínimas, mas nenhum método ou formulação é definido como procedimento de cálculo a ser adotado. Diante disso, alguns modelos podem ser adotados sejam estes normativos, como o método desenvolvido por Lau e Hancock [7] presente na AS/NZS 4600 [3], ou oriundos de diversos estudos já consagrados, como a *Generalized Beam Theory* ou Teoria Generalizada da Viga (GBT) [8] e o Método de Faixas Finitas [9].

O modelo de Lau e Hancock [7] tem apresentado alto conservadorismo na determinação da tensão crítica de flambagem distorcional. Em vista disso, muitos estudos usando a Teoria Generalizada da Viga [4,10-11], os Métodos de Faixas Finitas [9], programação genética [12], abordagens analíticas baseadas na energia potencial [17,19], adaptações de modelos normativos [15,16,18] e redes neurais artificiais (RNA) [13-14], como alternativas para definir a tensão elástica crítica ou mínima associada a esse fenômeno de instabilidade. No entanto, parte dessas formulações presentes na literatura são simplificadas ao ponto de não representar tão bem o fenômeno. Outras são muito complexas, dificultando a aplicação no cotidiano. Por outro lado, esses estudos não são amplamente difundidos e usados para o dimensionamento de perfis de aço formados a frio, em que, geralmente, são aplicados os métodos recomendados por normas.

A análise de estabilidade é realizada apenas para as situações cujas tensões elásticas críticas são mínimas. No entanto, na maioria das vezes, o comprimento associado a essas tensões críticas pode ser distinto do comprimento real do perfil. Logo, há a possibilidade de incremento da resistência de perfis quando usada a tensão elástica de flambagem associada ao comprimento real do perfil. Isso resultaria em perfis com seções transversais mais econômicas que aqueles dimensionados por qualquer formulação que considere apenas a situação crítica. Essa é outra perspectiva pouco explorada e, para essa verificação, tornou-se necessário a determinação do comprimento crítico, uma vez que este se constitui relevante diante da definição do modo de instabilidade. Algumas pesquisas, como de Cardoso *et al* [17], Ajeesh e Jayachandran [15] e Yu e Yan [18], desenvolveram formulações analíticas para esse comprimento. Mas estas ainda demonstram ser extensas ou com alto conservadorismo por apresentarem resultados ainda próximos de modelos também conservadores, dificultando sua implementação no dimensionamento de estruturas metálicas de aços formados à frio.

Em virtude disso, o presente trabalho, primordialmente, consistiu na determinação de equações mais simples para descrever o comprimento associado a menor tensão de flambagem distorcional de perfis de aço formados à frio. Foram analisados perfis com seção transversal C enrijecido, que atendem aos limites geométricos e mecânicos definidos em normas, simplesmente biapoiados com empenamento livre e sob compressão com o auxílio de redes neurais artificiais (RNA).

As Redes Neurais Artificiais (RNA) têm grande potencial para a resolução de problemas complexos e não-lineares que envolvam predição, classificação, controle de sistemas, otimização, entre outros. Em vista disso, as RNA têm sido usadas em diversas áreas, tais como a computação, engenharia, agricultura e até mesmo economia. No estudo estabilidade de perfis de aço formados a frio, as RNA foram adotadas

como procedimento metodológico para definir equações para a tensão ou carga elástica de flambagem distorcional para perfis U enrijecido [13,14], Z [20], C, C enrijecido e hat [21] e circular [22].

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1 Flambagem distorcional

Até a década 1980, havia muitos estudos sobre instabilidade em perfis de aço formados a frio. Muitas metodologias, modelos e teorias foram usadas para tentar analisar a estabilidade desses de tipos de perfis, uma vez que os mesmos, por suas propriedades geométricas e mecânicas, são mais suscetíveis a ocorrência de instabilidades, sejam esta local, global ou distorcional. Com relação aos modos local e global, algumas teorias e modelos já explicavam bem esses fenômenos. No que tange a flambagem distorcional, a existência desse fenômeno era conhecida, porém, não havia um modelo que a descrevesse bem.

Lau e Hancock [7] desenvolveram um modelo que considera a junção mesa-enrijecedor rotacional perante a junção alma-mesa, de tal forma que essa junção alma-mesa pode ser considerada como um apoio com rigidezes elásticas rotacional e translacional.

Carvalho [23] analisou quatro softwares: Metálicas 3D que adotava o modelo de cálculo da AISI S-100 versão 2007; o Mcalc 3D, que não apresentou nenhum resultado sobre o esforço crítico de flambagem distorcional; e dois softwares baseados no Método de Faixas Finitas, o INSLOD desenvolvido por Nagahama [19], e CUFSM por [9]. O conservadorismo do método empregado pela norma AISI S-100 foi evidente, uma vez que os resultados obtidos pelo software Metálicas 3D foram até 50% inferiores aos encontrados pelos demais softwares [23]. Dessa forma, as estruturas dimensionadas por meio desses softwares estarão sempre favoráveis à segurança, porém antieconômicas, uma vez que a maioria dos perfis analisados por Carvalho [23] por meio do CUFSM [9], apresentaram como esforço de bifurcação, que é a menor tensão crítica entre os três modos, o distorcional e este ainda não é próximo da tensão elástica real do perfil.

Em alternativa ao modelo de Lau e Hancock [7], do conservadorismo com relação ao esforço crítico distorcional presente nos softwares de dimensionamento e perante a ausência de recomendações de procedimentos para análise de estabilidade na NBR 14762 [1], surgiram estudos com uso de diversas metodologias, como a Teoria Generalizada da Viga [4, 10, 11], Métodos de Faixas Finitas [9], programação genética [12], redes neurais artificiais [13-14], além de abordagens analíticas [15, 16, 19], com o intuito de encontrar um modelo mais preciso e de fácil aplicação da tensão elástica crítica de flambagem distorcional. No entanto, a maioria dessas formulações ou ainda assim são simples e conservadoras ou complexas e extensas. Além disso, não são aplicadas no dimensionamento de estruturas de aço formadas a frio.

Segundo Schardt [8] e Silvestre *et al.* [11], a Teoria Generalizada da Viga trata esses tipos de perfis como uma associação de placas, de modo que as deformações transversais sejam adotadas como uma combinação linear de campos elementares de deslocamentos axiais ortogonais entre si. Devido a essa característica que possibilita a determinação dos modos de instabilidade em seu estado “puro” ou dominante perante aos demais, essa teoria é comumente usada em estudos em associação a outras metodologias, como a de Pinto Neto [13] em que resultados obtidos do GBT foram utilizados como dados de treinamento para redes neurais artificiais. Também pode ser usado como meio para validar e calibrar propostas de formulações baseadas em outros métodos, como nos estudos de Naderian e Ronagh [10], cujo modelo de equacionamento para tensão de flambagem distorcional era baseado no Método de Faixas Finitas Complexo.

O comprimento associado à tensão mínima de flambagem é relevante na definição do modo de instabilidade. Entretanto, são poucas as pesquisas que, além de determinarem o valor da tensão de flambagem distorcional, buscaram obter uma equação que descrevesse o comprimento associado a essa tensão e ainda assim são muito complexas ou demasiadamente conservadoras.

Cardoso *et al* [17] utilizou uma abordagem baseada na energia potencial para desenvolver modelos para determinar a tensão elástica de flambagem distorcional e o respectivo comprimento associado em

perfis com seção transversal C com enrijecedores de borda e sob compressão. Tais modelos apresentaram boas correlações com a literatura, com erros de até 10%.

## 2.2 Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais constituem-se como modelo matemático computacional que processa dados paralelamente distribuídos de modo semelhante ao funcionamento dos neurônios humano biológico [24, 25,26]. Conforme Figura 1, os sinais de entrada ou estímulos são recebidos pelo neurônios artificiais. Ao se relacionarem com os pesos sinápticos  $w_{kj}$  ( $k$  e  $j$  índices que correspondem ao número do neurônio e o estímulo de entrada, respectivamente), os estímulos são combinados por meio de uma função aditiva e conduzidos para aplicação de uma função de transferência, que pode ser linear, tangente hiperbólica ou logarítmica. Essas funções de transferência visam delimitar os dados entre  $[-1,1]$  e  $[0,1]$  a depender da escolha da função que melhor se ajusta ao problema. Na saída, o estímulo pode vir a excitar neurônios da camada seguinte [24,25,26].

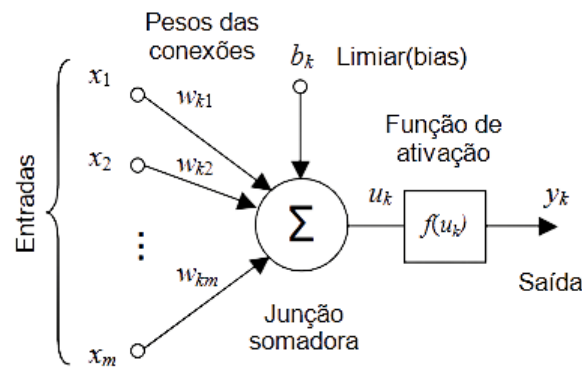


Figura 1. Modelos de neurônio artificial simples

A arquitetura da RNA trata-se da forma como estão distribuídos os neurônios nas camadas: a quantidade de camadas e de neurônios dispostos em cada camada e o padrão de conexão entre as camadas. A definição da arquitetura é crucial para a eficiência da RNA, uma vez que tanto uma excessiva como uma insuficiente quantidade de neurônios é pode fazer a RNA perder a capacidade de predição do problema [27,28].

Para problemas que envolvem análise de estabilidade de perfis de aço, diversos estudos [13, 20, 14, 21, 22] têm adotado como arquitetura das RNA o tipo *feedforward*, que não necessita de realimentação, com algoritmo de aprendizagem *backpropagation* ou retro propagação de erros. O algoritmo de retropropagação de erros consiste na correção dos erros a partir do último neurônio da última camada até o primeiro neurônio presente na primeira camada. Já determinação da quantidade de neurônios e como estes são dispostos nas RNA dependem da complexidade do problema e do número de perfis da amostra para treinamento das RNA.

Mukherjee, Deshpande e Anmala [22] realizaram ensaios experimentais com perfis de seção transversal circular sólida sob compressão e, com os resultados desses ensaios, desenvolveram RNA. A Como a quantidade de perfis ensaiados foi pequena (cerca de 20), para o treinamento foram necessários uma grande quantidade de neurônios: duas camadas intermediárias ocultas com vinte neurônios cada. Ainda assim, a RNA ainda apresentou boas correlações com os resultados experimentais.

A norma britânica BS5950 para perfis de aços formados à frio apresenta cálculos analíticos muito complexos para carga elástica de flambagem distorcional [21]. Devido a essa complexidade, um software em linguagem C++ baseado nesses cálculos para determinação da carga de flambagem distorcional [21] apresentou um elevado consumo de tempo computacional. Com o intuito de desenvolver modelos mais eficientes e com menores custos computacionais para reproduzir os resultados obtidos pela norma britânica BS5950, El-Kassas, Mackie e El-Sheikh [21] geraram RNA usando para treinamento os perfis com seção transversal C, C enrijecido e *hat* submetidos à compressão. Foram usados como parâmetros de entrada a altura da alma, a largura da mesa, o comprimento dos perfis

e a largura do enrijecedor. As RNA com seis neurônios na camada intermediária apresentaram resultados condizentes com o método da norma BS5950, com erros inferiores a 4%.

Já Pala [14] criou RNA usando como dados de entrada apenas dimensões geométricas dos perfis C com enrijecedor de borda: alma, mesa, enrijecedor, espessura e ângulo externo entre enrijecedor e a mesa. Foram analisados perfis sob compressão e simplesmente apoiados nas extremidades. A RNA com sete neurônios na camada intermediária apresentou boa capacidade de generalização para determinar a tensão elástica de flambagem distorcional para os perfis dentro dos limites geométricos impostos por Pala [14].

Com o objetivo de obter uma equação ainda mais simplificada que Pala [14], as RNA feitas por Pinto Neto [13] e Pinto Neto, Nagahama e Gádea [20] para perfis com seção transversal U enrijecido e Z enrijecido, respectivamente. Para isso, o ângulo entre a mesa e o enrijecedor foi mantido fixo e foram usadas como entradas três relações geométricas: mesa e alma ( $\frac{b_f}{b_w}$ ); alma e espessura ( $\frac{b_w}{t}$ ); enrijecedor e alma ( $\frac{d}{b_w}$ ). As RNA tanto de Pinto Neto [13] como Pinto Neto, Nagahama e Gádea [20] foram geradas para perfis simplesmente apoiados e com empenamento livre sob compressão e flexão. Em ambos os casos para a compressão, as RNA com 5 neurônios na camada intermediária mostraram melhor ajuste entre as demais. Já para flexão, foram necessários apenas 3 neurônios na camada intermediária.

### 3 Metodologia

O presente trabalho foi baseado na metodologia empregada por Pinto Neto [13] e consistiu na determinação de equações para descrever o comprimento associado a menor tensão de flambagem distorcional de perfis de aço formados à frio com o auxílio de redes neurais artificiais. Para isso, foi necessário realizar a: (i) definição do problema; (ii) geração dados para o treinamento da RNA; (iii) validação da RNA por meio de resultados experimentais e numéricos obtidos por Weng e Pekoz [29], Silvestre e Camotim [30] e Landsmann e Camotim [31] e a (iv) determinação da equação que melhor descreve o comprimento crítico de flambagem distorcional.

Foram estudados os perfis com seção transversal C enrijecido sujeitos à compressão centrada, por não ter sido encontrada na literatura nenhuma metodologia mais simplificada para determinar o comprimento crítico de flambagem distorcional.

Para realização das análises, as extremidades dos perfis estudados foram consideradas como simplesmente apoiadas e com empenamento livre, por ser a situação mais desfavorável quando se trata da resistência à flambagem. Como hipóteses foram adotados que o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson desses perfis seriam de 200 GPa e de 0.3, respectivamente. Além disso, foi admitido também que o comprimento crítico calculado estaria associado à tensão mínima de flambagem distorcional.

Para a geração de dados de entrada e saída para treinamento das RNA, foi utilizado um software baseado na Teoria Generalizada da Viga. Segundo Silvestre *et al.* [11], com o uso da Teoria Generalizada da Viga é possível obter o modo distorcional “puro” ou dominante perante os demais. Esse banco de dados foi composto por informações sobre a geometria dos perfis estudados como dados de entrada e o comprimento crítico associado a menor tensão distorcional como os de saída.

Foi necessário utilizar como parâmetros de dados de entrada as dimensões geométricas dos perfis, como a altura da alma ( $b_w$ ), a largura da mesa ( $b_f$ ), o comprimento do enrijecedor de borda ( $d$ ) e a espessura ( $t$ ), ao invés das relações geométricas entre mesa e a alma, enrijecedor de borda e alma e alma e espessura dos perfis, como foi adotado por Pinto Neto [13]. Foi observado que para relações geométricas iguais obtém-se as mesmas tensões elásticas de flambagem distorcional. No entanto, o mesmo não ocorreu com o comprimento associado com a tensão mínima, uma vez que perfis com dimensões maiores possuem maior rigidez e, conseqüentemente, maior comprimento crítico se comparado com outros perfis de iguais relações geométricas, mas com dimensões geométricas inferiores. A Tabela 1 apresenta a faixa de variação de valores dos parâmetros dos perfis usados na

geração do banco de dados de entrada e saída das RNA. Esses parâmetros foram submetidos às restrições presentes na Tabela 2.

Tabela 1. Faixa de variação de valores dos parâmetros geométricos dos perfis analisados para a geração do banco de dados de entrada e saída das RNA.

| Parâmetro de entrada | Faixa dos valores (mm) |
|----------------------|------------------------|
| Alma ( $b_w$ )       | 30-410                 |
| Mesa ( $b_f$ )       | 30-200                 |
| Enrijecedor ( $d$ )  | 4-60                   |
| Espessura ( $t$ )    | 0.25-7                 |

Tabela 2. Limites geométricos e mecânicos dos perfis estudados.

| Limite                              | Normas aplicadas                                |
|-------------------------------------|---|
| $\frac{b_f}{t} \leq 60$             | NBR 14762<br>EUROCODE 3 parte 1:3<br>AISI S-100 |
| $\frac{b_w}{t} \leq 260$            | NBR 14762<br>AISI S-100                         |
| $5 \leq \frac{d}{t} \leq 50$        | NBR 6355<br>EUROCODE 3 parte 1:3                |
| $0,2 \leq \frac{d}{b_f} \leq 0,6$   | EUROCODE 3 parte 1:3                            |
| $f_u \leq 570 \text{ MPa}$          | AS/NZS 4600                                     |
| $0,1 \leq \frac{d}{b_w} \leq 0,3$   | NBR 6355  |
| $0,3 \leq \frac{b_f}{b_w} \leq 1$   | Restrição de forma imposta                      |
| $0,003 \leq \frac{t}{b_w} \leq 0,1$ | Restrição de forma imposta                      |

Fonte: adaptado de Pinto Neto [13]

Conforme Tabela 2, além das restrições de normas, também limites de forma foram aplicadas buscando excluir perfis que comumente não são empregados na indústria da construção. Além disso, restrições de forma também foram aplicadas a fim de que essas equações abordassem somente os perfis que tivessem o modo de flambagem distorcional como crítico e puro, isto é, sem acoplamento com outros modos de flambagem, descartando aqueles que eram mais suscetíveis ao fenômeno de interação entre modos local e distorcional. A interação entre esses modos pode prejudicar a capacidade de predição da rede neural artificial com a elevação de erros conforme sugerido por Pinto Neto [13]. Com isso, foram gerados cerca de 2188340 perfis, que após a aplicação dos limites da Tabela 2, foram reduzidos para 253075 perfis na análise para compressão.

As RNA foram geradas com o auxílio do software MATLAB®. A arquitetura da RNA escolhida foi *feedforward backpropagation* conforme modelo de Pinto Neto [13]. A regra de atualização adotada foi a de Levenberg-Marquardt, uma vez que esse algoritmo é capaz de otimizar o processo de retro propagação de erro a cada iteração, desse modo pode conduzir a uma convergência mais rápida da RNA [24, 32]. Segundo análises de Hadi [27], embora consumindo uma quantidade de memória RAM significativa, essa regra de atualização de Levenberg-Marquardt é capaz de conduzir a um menor tempo de convergência em comparação a outros tipos de regras, como a retropropagação pura, rápida e a adaptativa.

Com base nos bons resultados obtidos por Pala [14], Pinto Neto [13] e El-Kassas, Mackie e El-Sheikh [21], foi adotada apenas uma camada intermediária para as RNA. Segundo estudo de El-Kassas, Mackie e El-Sheikh [21], comparando-se a eficiência entre as RNA com uma e duas camadas intermediárias ocultas e com iguais quantidades de neurônios em cada camada, a diferença entre os

resultados obtidos entre ambas foi muito pequena, de tal forma que uma única camada intermediária foi suficiente para o desenvolvimento das RNA para os perfis com seções C, C enrijecido e hat.

Pelo Teorema de Komogorov-Nielsen [24], deveriam ser geradas RNA de 1 a 9 neurônios na camada intermediária. No entanto, as RNA com até 7 neurônios apresentaram boas correlações, dispensando uma análise das demais. Com base no modelo de Pinto Neto [13], foram analisadas duas funções de transferência na camada intermediária (logarítmica e tangente hiperbólica) e uma função linear no neurônio de saída. Com isso, no total foram 14 RNA analisadas para a compressão.

Por meio do treinamento das RNA utilizando esse banco de dados, foi realizada a escolha da topologia da rede mais apropriada ao fenômeno por meio da análise de parâmetros de confiabilidade, como o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e histograma de erros. Finalizada a seleção da topologia, foi realizada a aplicação da equação obtida pela RNA no caso de perfis sob compressão aos resultados experimentais e numéricos obtidos por Weng e Pekoz [29], Dinis, Camotim e Silvestre [30], Landsmann e Camotim [31].

## 4 Resultados e discussões

As redes neurais artificiais obtidas foram analisadas com o auxílio de coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o histograma de erros, observando os seguintes critérios: menor número de neurônios; maior coeficiente de determinação; menor percentual de erros. Em trabalhos para determinação de equações para a tensão crítica de flambagem distorcional, como Pinto Neto [13], Pala [14], Cardoso *et al.* [17], Lau e Hancock [7], a faixa de erro aceitável foi considerado até 10%.

### 4.1 Compressão

A Tabela 3 apresenta um resumo dos resultados obtidos das RNA de 1 a 7 neurônios na camada intermediária, os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) para cada RNA e sua respectiva função de transferência, maior erro positivo e negativo e a quantidade de perfis com erros absolutos maiores que 2.5 a 10%.

Tabela 3. Resumo dos resultados obtidos das RNA para perfis submetidos à compressão

| Núm. de neurônios (Cam. Interm.) | Função de transf. | $R^2$  | Maior erro neg. (%) | Maior erro pos. (%) | Número de perfis com erro absoluto maiores que: |       |      |
|----------------------------------|-------------------|--------|---------------------|---------------------|---|-------|------|
|                                  |                   |        |                     |                     | 2.5%  | 5%    | 10%  |
| 1                                | Logsig            | 0.9917 | -70.36              | 20.97               | 70828   | 35212 | 5674 |
|                                  | Tanh              | 0.9917 | -70.33              | 20.96               | 71039   | 35215 | 5661 |
| 2                                | Logsig            | 0.9989 | -17.83              | 14.63               | 16168   | 1179  | 42   |
|                                  | Tanh              | 0.9988 | -21.40              | 9.91                | 18995   | 2363  | 179  |
| 3                                | Logsig            | 0.9996 | -10.32              | 13.42               | 4985  | 545   | 12   |
|                                  | Tanh              | 0.9997 | -9.11               | 20.75               | 3336  | 669   | 80   |
| 4                                | Logsig            | 0.9998 | -7.77               | 15.57               | 1517  | 245   | 30   |
|                                  | Tanh              | 0.9998 | -7.77               | 15.58               | 1520  | 245   | 30   |
| 5                                | Logsig            | 0.9998 | -5.89               | 13.57               | 1025  | 186   | 22   |
|                                  | Tanh              | 0.9998 | -5.93               | 13.56               | 1003  | 187   | 22   |
| 6                                | Logsig            | 0.9998 | -6.93               | 13.14               | 513   | 138   | 20   |
|                                  | Tanh              | 0.9998 | -6.60               | 14.66               | 586   | 178   | 31   |
| 7                                | Logsig            | 0.9999 | -6.60               | 14.66               | 586   | 178   | 31   |
|                                  | Tanh              | 0.9999 | -6.71               | 11.65               | 346   | 105   | 6    |

Pela Tabela 3, observa-se que para todas as RNA os coeficientes de determinação são próximos de 1.00 independentemente do número de neurônios e da função de transferência aplicados na camada intermediária. Foram analisados somente as RNA com até 2 neurônios na camada intermediária, pois o número de perfis com erros absolutos foi reduzido a 220 para aquelas RNA com função tangente hiperbólica e a 49 para as com logarítmica, que correspondem a 0.087 e 0.019% das amostras usadas

para treinamento, respectivamente. No que tange a função de transferência, pela **Tabela 2**, percebe-se que para a maioria da RNA com função logarítmica apresentaram melhor ajuste ao problema.

Analisando a RNA 1 neurônio na camada intermediária e função de transferência logarítmica, observa-se que houve uma quantidade considerável de perfis, cerca de 7791, com erros absolutos maiores e iguais a 10% em detrimento a 49 perfis para a RNA com igual função de transferência, porém com 2 neurônios na camada intermediária. Isso porque mesmo excluindo os perfis em desconformidade com a Tabela 2, esses perfis que estão fora da margem de erro pré-estabelecida podem apresentar tendências a interação modal. Batista *et al.* [33] estudou a influência das relações geométricas de perfis rack no comportamento a flambagem, obtendo as correlações para perfis com seção C enrijecido apresentadas no Quadro 1. As Figura 2.a e 2.b mostram uma comparação entre RNA com função logarítmica e com 1 e 2 neurônios na camada intermediária. Esses perfis foram agrupados em subdivisões do intervalo da relação entre mesa e alma pré-estabelecidos.

Quadro 1. Influência das relações geométricas no comportamento à flambagem

| Modo local | Relações geométricas | Modo distorcional |
|------------|----------------------|-------------------|
| Maior      | $\frac{b_w}{t}$      | Menor             |
| Maior      | $\frac{t}{d}$        | Menor             |
| Menor      | $\frac{b_w}{b_f}$    | Maior             |
|            | $\frac{b_w}{b_w}$    |                   |

Fonte: adaptado de Batista *et al.* [33].

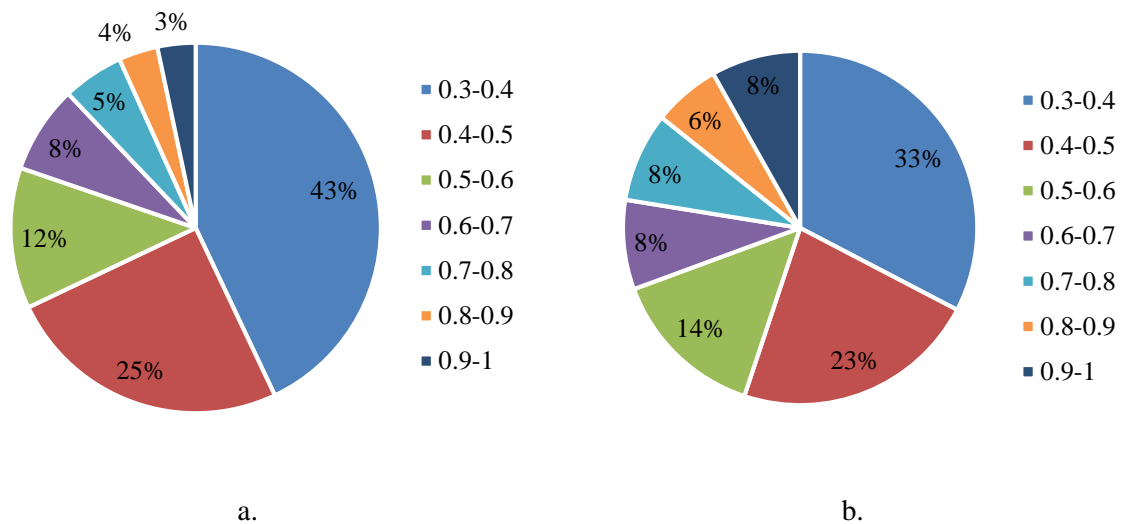


Figura 2. Percentual de perfis com erros absolutos maior ou iguais a 10% de acordo com intervalo da relação geométrica entre mesa e alma  $\left(\frac{b_f}{b_w}\right)$ - RNA com função logarítmica: a. 1 e b. 2 neurônios

Foi imposto que o limite inferior para a relação entre mesa e alma seria de 0.3, conforme sugestão de Pinto Neto [13]. No entanto, pelas Figura 2.a e 2.b, observa-se que boa parte dos perfis fora do valor máximo de erro estabelecido concentra-se no intervalo de [0.3, 0.4] com relação a mesa e alma. Isso pode estar relacionado com a interação entre os modos local e distorcional, pois, segundo Quadro 1, quanto menor a relação entre mesa e alma, maior tendência possui o perfil a ocorrência do modo local como dominante. Cardoso *et al.* [17], usando uma metodologia analítica para alcançar uma equação para a tensão de flambagem distorcional, notaram que para valores dessa relação geométrica menores ou



iguais a 0.4, as equações obtidas não apresentavam boas correlações com o GBT, em decorrência do fenômeno de interação entre os modos local e distorcional.

Dos perfis dentro da subdivisão da relação entre mesa e alma [0.3, 0.4], têm-se:

- Da Figura 2.a, 80.43% dos 43% perfis presentes nessa subdivisão possuem as demais relações entre alma e espessura  $\left(\frac{b_w}{t}\right)$  e enrijecedor e alma  $\left(\frac{d}{b_w}\right)$  com tendência a ocorrência do modo distorcional;
- Da Figura 2.b, dos 16 perfis dentro dessa subdivisão, as relações geométricas entre alma e espessura  $\left(\frac{b_w}{t}\right)$  e enrijecedor e alma  $\left(\frac{d}{b_w}\right)$  de 15 deles conduzem a dominância do modo distorcional.

Isso mostra que, mesmo com a possível ocorrência de interação modal, as RNA com 2 neurônios conseguem ter boa capacidade de predição, desde que os perfis a serem analisados estejam em conformidade com os limites presentes na Tabela 2.

O histograma Figura 3 apresenta a distribuição de erros para RNA com função logarítmica e com 1, 2 e 3 neurônios na camada intermediária. A RNA com 3 neurônios na camada intermediária possui a maior concentração de perfis com erros inferiores a 5% em comparação às demais analisadas no histograma. Entretanto, como admitido inicialmente erros máximos de 10%, foi adotada entre as três, a RNA com 2 neurônios na camada intermediária com função de transferência logística, representada nas Eq. (1), (1.a) e (1.b).

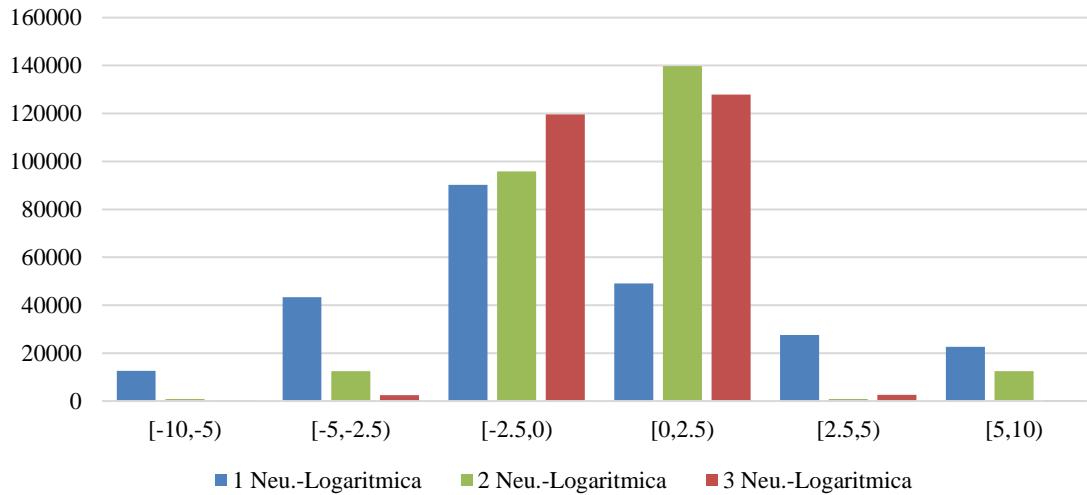


Figura 3. Histograma de erros das RNA com 1 e 2 neurônios na camada intermediária

$$L_{cr\ comp} = -\frac{1495902}{281(e^a + 1)} - \frac{3484633}{147(e^b + 1)} + \frac{2678962}{127} \quad (1)$$

$$a = -\frac{2423}{3630502}b_w - \frac{5741}{1448345}b_f - \frac{1871}{214461}d + \frac{24189}{55835}t - \frac{61316}{62507} \quad (1.a)$$

$$b = -\frac{434}{1159573}b_w + \frac{421}{180614}b_f + \frac{1000}{151863}d - \frac{7999}{54336}t - \frac{12388}{12841} \quad (1.b)$$

A validação das Eq. (1), (1.a) e (1.b) foi realizada por meio da aplicação dos resultados experimentais e numéricos obtidos nos estudos de Weng e Pekoz [29], Dinis, Camotim e Silvestre [30], Landsmann e Camotim [31]. Para isso, previamente foram verificadas as conformidades desses perfis com relação às restrições contidas na Tabela 2, uma vez que as RNA foram geradas com os perfis que as atendem. A Tabela 4 apresenta o resultado dessa validação para os perfis estudados por Weng e Pekoz

[29], que estão em conformidade com as restrições impostas. Os resultados dos comprimentos críticos desses perfis foram comparados com os obtidos por meio o GBT.

Tabela 4. Comprimentos críticos de perfis estudados por Weng e Pekoz [29] obtidos pelas Eq. (1), (1.a) e (1.b)

| Autor             | $b_w$ (m) | $b_f$ (m) | $d$ (m) | $t$ (m) | $L_{critico}$ - RNA (m) | Erro (%) | $L_{critico}$ - GBT (m) |
|-------------------|-----------|-----------|---------|---------|-------------------------|----------|-------------------------|
| Weng e Pekoz [29] | 0.076     | 0.041     | 0.015   | 0.002   | 0.372                   | -2.41    | 0.381                   |
|                   | 0.128     | 0.063     | 0.022   | 0.003   | 0.527                   | -3.65    | 0.547                   |
|                   | 0.067     | 0.035     | 0.016   | 0.002   | 0.361                   | 1.19     | 0.357                   |
|                   | 0.076     | 0.045     | 0.018   | 0.002   | 0.420                   | -0.99    | 0.424                   |
|                   | 0.078     | 0.041     | 0.018   | 0.002   | 0.349                   | -4.95    | 0.366                   |
|                   | 0.077     | 0.042     | 0.015   | 0.002   | 0.364                   | 1.79     | 0.357                   |
|                   | 0.076     | 0.042     | 0.015   | 0.002   | 0.323                   | -6.75    | 0.346                   |

Pela Tabela 4, os erros das Eq. (1), (1.a) e (1.b) com relação ao comprimento crítico obtido pelo GBT encontrados variam entre -6.75 e 7.09%, o que é aceitável pela literatura. As Equações (1), (1.a) e (1.b) também foram aplicadas ao conjunto dos perfis que não estão em conformidade com a Tabela 2

Tabela 5. Comprimentos críticos de perfis estudados por Weng e Pekoz [29], Silvestre e Camotim [30] e Landsmann e Camotim [31] obtidos pelas Eq. (1), (1.a) e (1.b)

| Autor                           | $b_w$ (m) | $b_f$ (m) | $d$ (m) | $t$ (m) | $L_{critico}$ - RNA (m) | Erro (%) | $L_{critico}$ - GBT (m) |
|---------------------------------|-----------|-----------|---------|---------|-------------------------|----------|-------------------------|
| Weng e Pekoz [29]               | 0.041     | 0.022     | 0.010   | 0.003   | 0.068                   | -57.69   | 0.160                   |
| Landsmann e Camotim [30]        | 0.060     | 0.060     | 0.010   | 0.002   | 0.333                   | -4.86    | 0.350                   |
|                                 | 0.075     | 0.075     | 0.010   | 0.002   | 0.435                   | 8.64     | 0.400                   |
|                                 | 0.090     | 0.070     | 0.010   | 0.002   | 0.418                   | 4.61     | 0.400                   |
|                                 | 0.100     | 0.050     | 0.010   | 0.003   | 0.227                   | -9.19    | 0.250                   |
|                                 | 0.110     | 0.060     | 0.010   | 0.003   | 0.281                   | -6.28    | 0.300                   |
|                                 | 0.120     | 0.075     | 0.010   | 0.003   | 0.408                   | 2.00     | 0.400                   |
|                                 | 0.130     | 0.100     | 0.013   | 0.002   | 0.700                   | 16.68    | 0.600                   |
| Dinis, Camotim e Silvestre [31] | 0.100     | 0.050     | 0.005   | 0.001   | 0.383                   | 37.49    | 0.279                   |

Da Tabela 5, observa-se que a maioria dos perfis analisados por Landsmann e Camotim [32], embora em desacordo com as condições impostas na Tabela 2, ainda apresentam erros de até 10%. No entanto, conforme Pinto Neto [13], para esses perfis não é garantido a segurança de utilização do modelo proposto, uma vez que não atendem aos requisitos previamente estabelecidos. Dinis, Camotim e Silvestre [33] estudaram o efeito da interação entre modos local e distorcional usando o perfil

apresentado na Tabela 5, dessa forma nota-se que as Eq. (1), (1.a) e (1.b) não são aplicáveis a perfis que estejam sob o efeito da interação modal como já era esperado.

## 5 Conclusões

Este trabalho consistiu no desenvolvimento de uma equação de comprimento associado à tensão mínima de flambagem distorcional de perfis de aço formados a frio com seção transversal C enrijecido, apoios articulados e empenamento livre, sob compressão com o auxílio de redes neurais artificiais.

Com uso de um software baseado na GBT, foram geradas mais de 2 milhões de perfis, que quando foram aplicadas as limitações geométricas e mecânicas, foram reduzidos a um banco de dados de 253075 perfis. Esse banco de dados foi usado para treinamentos de 14 RNA, sendo 7 com função logarítmica e as outras 7 com a tangente hiperbólica como funções de transferência.

Considerando os quesitos de menor número de neurônios, maior coeficiente de determinação e menor percentual de erros, a RNA com 2 neurônios na camada intermediária e função logarítmica apresentou o melhor ajuste e capacidade de generalização entre as demais, mesmo com a possível ocorrência de interação modal.

Concluiu-se que para perfis em consonância com as restrições impostas a RNA para compressão, com 2 neurônios na camada intermediária e função de transferência logística, foram obtidas boas correlações com os resultados obtidos experimentalmente e numericamente usados para validação das equações.

Mesmo destoando das restrições impostas, alguns perfis, tanto para flexão como para compressão, se aproximaram do valor previsto pelo GBT. Isso foi possível para valores muito próximos dos limites dessas restrições. No entanto, não é recomendável o uso dessas equações para os perfis cujos parâmetros de entrada não estejam em acordo com os requisitos de normas.

## Agradecimentos

Agradece-se à FAPESB – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia, pelo apoio financeiro ao desenvolvimento desse trabalho por meio da concessão de bolsa de mestrado e à CAPES.

## Referências

- [1] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas de perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2001.
- [2] American Iron and Steel Institute. AISI S-100-2016: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members Washington: AISI. 2016.
- [3] Australian / New Zealand Standard. AS/NZS 4600: Cold-formed steel structures. 2005.
- [4] N. Silvestre e D. Camotim. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-sections members: Parte I – derivation. *Thin-Walled Structures*, v. 42, pp 1567-1597, 2004.
- [5] B. W. Schafer e T. Pekoz. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 47, p. 193-210, 1998a.
- [6] B. W. Schafer. Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel members design. *Thin-Walled Structures*, v. 64, p. 766-778, 2008.
- [7] S. C. W. Lau e G. J. Hancock. Distortional buckling formulas for channel columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 113, n. 5, p. 1063-1078, 1987.
- [8] R. Schardt. Generalized Beam Theory – An adequate method for couple Stability Problems. *Thin-Walled Structures*, p 161-180, 1994.
- [9] B. W. Schafer. Finite strip analysis of thin-walled members. In: CUFSM: Cornell University-Finite Strip Method, 2013.
- [6] H. R. Naderian e H. R. Ronagh. Buckling analysis of thin-walled cold-formed steel structural members using complex finite strip method. *Thin-Walled Structures*, v.90, p. 74-83, 2015.

- [11] N. Silvestre, P. Simão, D. Camotim e L. Silva. Aplicação da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) à análise de estabilidade de perfis de aço enformados a frio. 2001. Em: III Encontro de Construção Metálica e Mista, p. 617-626.
- [12] M. Pala. Genetic Programming-based formulation for distortional buckling stress cold-formed steel members. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, p. 1495-1504, 2008.
- [13] D. O. Pinto Neto. Formulação para determinação da tensão de flambagem distorcional em perfis de aço formados a frio utilizando redes neurais artificiais. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Feira de Santana, 2017.
- [74] M. Pala. A new formulation for distortional buckling stress in cold-formed steel members. *Journal of Constructional Steel Research*, p. 716-722, 2006.
- [15] S. S. Ajeesh e S. A. Jayachandran. Simplified semi-analytical model for elastic distortional buckling prediction of cold-formed steel flexural members. *Thin-Walled Structures*, v. 106, p. 420-427, 2016.
- [16] Y. Xingyou, G. Yanli e L. Yuanqi. Effective width method for distortional buckling design of cold-formed lipped channel sections. *Thin-Walled Structures*, v. 109, p. 344-351, 2016.
- [17] D. G. T. Cardoso, G. C. Salles, E. M. Batista e P. B. Gonçalves. Explicit equations for distortional buckling of cold -formed steel lipped channel columns. *Thin-walled Structures*, v. 119, p. 925-933, 2017.
- [18] C. Yu e W. Yan. Effective Width Method for determining distortional buckling strength of cold-formed steel flexural C and Z sections. *Thin-Walled Structures*, v. 49, p. 233-328, 2011.
- [89] N. Yu, B. Kim, W. Yuan, L. Li e F. Yu. An analytical solution of distortional buckling resistance of cold-formed steel channel-section beams with web openings. *Thin-Walled Structures*, v. 135, 446–452, 2019.
- [20] D. de O. Pinto Neto, K. J. Nagahama e A. de S. M. Gádea. Determinação da tensão elástica de flambagem distorcional em perfis Z enrijecidos. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural*, v. 14, n. 3, pp. 78-102, 2017
- [21] E. M. A. El-Kassas, R. I. Mackie e A. I. El-Sheikh. Using Neural networks to predict the design load of cold-formed steel compression members. *Advances in Engineering Software*, v. 33, pp 713-719, 2002.
- [22] A. Mukherjee, J. M. Deshpande e J. Anmala. Prediction of buckling load using artificial neural networks. *Journal of Structural Engineering*, v. 122, pp. 1385-1387, 1996.
- [23] M. C. Carvalho. Análise e dimensionamento de estruturas de aço incluindo a verificação do modo de flambagem distorcional. 2016. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Feira de Santana, 2016.
- [24] Z. L. Kovács. *Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações*. Editora Collegium Cognitio, 1996.
- [25] S. Haykin. *Redes Neurais: Princípios e prática*. Editora Bookman, 2001.
- [26] A. P. Braga, A. C. P. L. F. Carvalho e T. B. Ludemir. *Redes neurais artificiais: Teoria e aplicações*. Editora LTC, 2000.
- [27] M. N. S. Hadi. Neural networks applications in concrete structures. *Computers and Structures*, v. 81, p. 373-381, 2003.
- [28] F. S. Osório e X. Vieira. Tutorial: Sistemas híbridos inteligente. Em: *Encontro Nacional de Inteligência Artificial/Congresso da S.B.C.*
- [29] C. C. Weng e T. Pekoz. Compression tests of cold-formed steel columns. *Journal of Structural Engineering*, v. 116, pp. 1230-1246, 1990.
- [30] P. B. Dinis, D. Camotim e N. Silvestre. FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns. *Computers & Structures*, v. 85, pp. 1461-1474, 2007.
- [31] A. Landsmann e D. Camotim. On the Direct Strength Method (DSM) design of cold-formed steel columns against distortional failure. *Thin-Walled Structures*, v. 67, pp 168-187, 2013.
- [32] T. M. A. Araújo. Redes neurais incorporadas a métodos numéricos para solução de problemas de engenharia estrutural. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Alagoas, 2015.
- [33] E. M. Batista, D. Camotim, L. C. Prola e E. G. Vasquez. Encurvadura local de colunas de aço enformadas a frio com seção em “rack”. Em: *II Encontro de construção metálica e mista*.

