

## SOBRE O COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E O DIMENSIONAMENTO DE CANTONEIRAS PULTRUDADAS PRFV SUBMETIDAS À COMPRESSÃO

Anne C. L. Monteiro Maria A. Branquinho Maximiliano Malite

anneclmonteiro@usp.br maria.branquinho@usp.br mamalite@sc.usp.br Dept. de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13566-590, São Carlos/São Paulo, Brasil

Abstract. With high values of strength-weight ratio, non-corrosivity and low levels of electrical conductivity, glass fiber reinforced polymer (GFRP) pultruded profiles have been attracting interest in the civil construction market. Although promising as structural elements, further research is needed, especially on the design approach. Given the singularities of the angle profiles – widely discussed in the context of steel structures - this paper presents a brief review of the mechanical behavior of GFRP pultruded angles columns and a theorical analysis of predicted strengths from design standards. Almost 90 experimental results of angles subjected to compression were summarized and compared to the predicted strengths from pre-standard for pultruded GFRP structures, design standard for steel members, variations of normative approaches and proposed procedures in literature. A total of 14 procedures were compared using the model error parameter. The results allowed to conclude that, among the available procedures for pultruded profiles, the consideration of the shear effect and the use of the classical flexural-torsional equation guarantee greater accuracy of the theoretical prediction. Although steel procedures do not present clear advantages, the similarity observed between the mechanical behavior of steel and pultruded angles leads to believe that, from adjustments to the resistance curves due to the material characteristics, more sophisticated procedures than the current ones for pultruded columns can be proposed.

Keywords: Glass-fiber reinforced polymer, Single angles, Design of members for compression.

## 1 Introdução

Nas últimas décadas, os perfis pultrudados Poliméricos Reforçados com Fibra de Vidro (PRFV) têm despertado o interesse da indústria de construção civil, como uma alternativa ao concreto armado e ao aço em estruturas primárias, como pontes, torres de transmissão de energia e plataformas *off-shore*. Devido à elevada relação resistência-peso específico, ausência de corrosibilidade e baixa contudividade elétrica, esses perfis geram estruturas resistentes, leves e, sobretudo, duráveis.

Embora sejam materiais promissores, para que seu potencial seja plenamente utilizado e seu uso difundido, ainda é necessário o desenvolvimento de pesquisas, especialmente, acerca dos procedimentos de cálculo. Atualmente, normas americana (ASCE [1]) e europeia (EUR 27666 [2]) estão em fase de desenvolvimento, contudo as versões disponíveis ainda são limitadas e, por vezes, incompletas, o que é, particularmente, verificado no caso de perfis com seções monossimétricas, como as cantoneiras.

Apesar da geometria simples, o comportamento à compressão das cantoneiras esbeltas apresenta singularidades (e.g. baixa rigidez à torção, comportamento pós-crítico atípico, alta sensibilidade às condições de vinculação, dificuldade de distinção dos modos locais e globais) que, por vezes, geram diferenças consideráveis entre os valores reais e teóricos da força máxima resistente. Discussões abragentes sobre o tema são encontradas no contexto das estruturas metálicas. Apesar das diferenças quanto às propriedades de material, de modo geral, o comportamento mecânico das cantoneiras pultrudadas assemelha-se ao das cantoneiras metálicas. Neste sentido, para as compósitas as mesmas discussões são válidas.

Até o momento, poucos estudos foram desenvolvidos sobre o comportamento à compressão e os procedimentos de cálculo das cantoneiras pultrudadas. O primeiro trabalho experimental, que se tem conhecimento, foi publicado em 1995. Na ocasião, Mcclure e Mohammadp [3] investigaram o comportamento à fluência de três barras sob compressão. O primeiro estudo abrangente sobre o desempenho estrutural e a previsão teórica da capacidade resistente das cantoneiras pultrudadas foi realizado por Zureick e Steffen [4]. Um total de 25 barras com diferentes esbeltezes foram ensaiadas à compressão centrada. A partir dos resultados experimentais, os autores propuseram as expressões de cálculo recomendadas, atualmente, pela pré-norma americana da ASCE [1]. O maior programa experimental (32 barras), até então, foi desenvolvido por Seangatith [5]. O autor reavaliou as expressões propostas por Zureick e Steffen [4] e propôs adaptações. Recentemente, Cardoso e Togashi [6] propuseram a primeira curva de resistência calibrada com dados experimentais de cantoneiras pultrudadas. O programa experimental contemplou 22 barras, porém limitou-se a esbeltezes globais reduzidas.

Diante das singularidades do comportamento à compressão das cantoneiras e seu possível impacto sobre o desempenho dos modelos de cálculo, no presente estudo 86 resultados experimentais de cantoneiras pultrudadas PRFV submetidas à compressão centrada, extraídos de quatro programas experimentais desenvolvidos por diferentes pesquisadores, foram utilizados para avaliar o parâmetro erro de modelo associado aos atuais procedimentos de cálculo das normas em desenvolvimento (ASCE [1] e EUR 27666 [2]) e a outros procedimentos disponíveis na literatura. Adicionalmente, uma análise comparativa entre o comportamento das cantoneiras metálicas e pultrudadas é apresentada. O estudo foi realizado com base nos resultados experimentais de 90 cantoneiras de aço formado a frio, compilados e analisados por Mesacasa Jr. [7]. Por fim, de forma investigativa, diversos modelos de cálculo (normativos e propostos) aplicáveis às cantoneiras metálicas foram empregados para a previsão teórica da força máxima resistente das cantoneiras pultrudadas.

## 2 Comportamento à compressão de cantoneiras pultrudadas PRFV

A análise de estabilidade indica que as cantoneiras de abas iguais, sob compressão centrada, apresentam essencialmente dois modos globais de instabilidade: um modo flexo-torcional (FT), no qual a flexão em torno do eixo de maior inércia é acompanhada de torção, sendo característico de barras curtas e intermediárias; e um modo de flexão em torno do eixo de menor inércia (F), típico de barras

longas. O uso de programas baseados na Teoria Generalizada de Vigas (GBT) indica a predominância de cada modo a depender dos valores de esbeltez local e global da barra. Por exemplo, a Fig. 1.a apresenta a curva da carga crítica de flambagem ( $P_{cr}$ ) da cantoneira L102×9,6 (mm) em função do comprimento *L* da barra, obtida via GBTul (Bebiano et al. [8]). A análise foi realizada com base nas propriedadades mecânicas da amostra L4 estudada por Evernden e Smith [9]



Figura 1. a) Curva *P*<sub>cr</sub> vs. L para L102×9,6 (Evernden e Smith [9]); b) Modos de deformação das cantoneiras pultrudadas, via GBT

A Fig. 1.b apresenta outros modos de instabilidade que podem influenciar o comportamento das cantoneiras pultrudadas. A numeração apresentada segue o convencionado no programa GBTul. Segundo a GBT, o modo local é característico de perfis formados por placas esbeltas, cuja deformada da barra apresenta várias semi-ondas, havendo, no elemento, flexões transversais [10]. Por outro lado, o modo de deformação por cisalhamento (nº 12 da Fig. 1.b) está associado às características do material.

Na prática, os modos de instabilidade não ocorrem de forma desacoplada, interagindo entre si em maior ou menor grau; no contexto das barras pultrudadas PRFV, sob compressão, isso não é diferente. Cardoso et al. [11] identificaram um comportamento característico nos modos de falha das barras pultrudadas. Como resultado, definiram, de forma empírica, faixas limites de esbeltez local ( $\lambda_l = (F_{L,c}/F_{crl})^{0,5}$ ) e global ( $\lambda_g = (mín\{F_{L,c}; F_{crl}\}/F_{crg})^{0,5}$ ), a partir das quais os modos de falha podem ser previstos. Nas expressões de  $\lambda_l e \lambda_g$ ,  $F_{L,c}$  é a resistência à compressão longitudinal e, conforme Cardoso e Togashi [6], para as cantoneiras, a tensão crítica de flambagem global ( $F_{crg}$ ) e local ( $F_{crl}$ ) correspondem às tensões críticas de flambagem por flexão em torno da menor inércia ( $F_{crF}$ ) e flexotorção ( $F_{crFT}$ ), respectivamente. I.e., para o modo local, Cardoso e Togashi [6] remetem à vertente da literatura que considera os modos local e de flexo-torção em cantoneiras como coincidentes.

A Fig. 2 mostra os modos de falha esperados para as cantoneiras pultrudadas em funço das faixas de esbeltez definidas por Cardoso et al. [11].

Esbelta $(\lambda_{FT} \ge 1,3)$	FT	FT + F	F		
Intermediária $(0,7 < \lambda_{FT} < 1,3)$	E + F	E + F + FT	F		
Compacta $(\lambda_{FT} \leq 0,7)$	Е	E + F	F		
$\lambda_{FT}$ $\lambda_{F}$	Curta $(\lambda_F \leq 0,7)$	Intermediária $(0,7 < \lambda_F < 1,3)$	Longa $(\lambda_F \ge 1,3)$		
*F F		~ ~			

\*E = Esmagamento; FT = Flexo-torção; F = Flexão

Figura 2. Modos de falha previstos para as cantoneiras pultrudadas. Fonte: Cardoso e Togashi [6]

## 2.1 Influência do grau de ortotropia $(E_L/G_{LT})$

Devido à distribuição predominantemente unidirecional das fibras, os perfis pultrudados PRFV apresentam módulos de cisalhamento ( $G_{LT}$ ) e de elasticidade transversal ( $E_T$ ) relativamente menores que os longitudinais ( $E_L$ ). Como resultado da elevada relação  $E_L/G_{LT}$  (referida no presente trabalho como "grau de ortotropia"), a deformação por cisalhamento pode assumir uma parcela significativa da deformação total das barras, reduzindo sua força máxima resistente à compressão ( $P_n$ ).

Embora estudos substanciais já tenham sido realizados sobre o tema, Zhan e Wu [12] enfatizam que divergências ainda são presentes entre os pesquisadores quanto à influência do cisalhamento sobre a previsão teórica da força máxima resistente das barras pultrudadas. Enquanto alguns autores (e.g. Seangatith [5]) recomendam o uso de formulações que consideram a correção do cisalhamento, como a de Engesser [13], para o cálculo da carga crítica de flambagem por flexão; outros acreditam que a clássica equação de Euler (e.g. Zureick e Steffen [4] e Evernden e Smith [9]) não compromete o resultado de  $P_n$ , de forma significativa..

## 2.2 Considerações sobre rigidez à flexão e axial $(E_{L,f}/E_{L,c})$

Segundo Tolf e Clarin [14], a contribuição do cisalhamento na deformação e a distribuição nãolinear das tensões ao longo da seção transversal da barra (associada à natureza heterogênea do material) podem gerar diferenças consideráveis entre os módulos de elasticidade longitudinais obtidos a partir de ensaios de compressão ( $E_{L,c}$ ) ou tração e os de flexão ( $E_{L,f}$ ). Nesse sentido, alguns autores (Cardoso e Togashi [6], Silva et al. [15]) consideram que o  $E_{L,f}$  garantirá resultados mais consistentes na previsão teórica da carga crítica de flambagem quando a flexão da placa predomina em relação à deformação axial, como ocorre nos modos de instabilidade torcionais e locais.

#### 2.3 Resistência pós-flambagem

A Fig. 3 apresenta o comportamento à compressão das cantoneiras pultrudadas L4 e V11 estudadas por Cardoso e Togashi [6] e Zureick e Steffen [4], respectivamente.



Figura 3. Curva **P** vs. δ. Comportamento de chapa (a) e de barra (b) Fonte: (a) Adaptado de Cardoso e Togashi [6]; (b) Adaptado de Zureick e Steffen [4]

Desconsiderando as particularidades dos materiais, é possível identificar uma clara diferença entre as curvas em função dos comprimentos das barras. Esse comportamento é semelhante ao observado por Dinis et al. [16] em seus estudos sobre as cantoneiras de aço formadas a frio. Os autores verificaram numericamente, por meio da GBT, que, sob carregamento crescente, as cantoneiras curtas apresentam

modo de falha predominantemente torcional com uma atípica reserva pós-crítica, comportando-se de forma semelhante a uma placa. Com o aumento do comprimento das barras, constatou-se uma participação crescente do modo de flexão, seguida da redução gradual da força resistente até que o comportamento característico de barra (sem reserva pós-crítica) foi evidenciado.

Embora as placas pultrudadas apresentem reserva pós-crítica menos pronunciada que as metálicas, resultados experimentais apresentados por Leissa [17] mostram que cargas consideravelmente superiores à crítica de flambagem podem ser atingidas para as barras compósitas. Os resultados de Cardoso e Togashi [6] para as cantoneiras curtas, confirmam esse comportamento.

## 3 Procedimentos de cálculo para cantoneiras pultrudadas PRFV

Para o dimensionamento de perfis pultrudados à compressão, deve-se assegurar, no Estado Limite Último (ELU), a resistência das barras ao esmagamento (ruptura frágil) e à instabilidade. Devido à geometria de paredes finas das seções transversais usuais e aos baixos módulos de elasticidade do material, o estado limite de instabilidade é normalmente governante para as cantoneiras pultrudadas. Nesta seção, os procedimentos de cálculo das normas em desenvolvimento (ASCE [1] e EUR 27666 [2]) e alguns critérios de resistência propostos na literatura são apresentados.

#### 3.1 ASCE [1]

Baseada no estudo de Zureick e Steffen [4], a ASCE [1] indica que a força axial de compressão característica ( $P_n$ ) de barras pultrudadads submetidas à compressão centrada, no ELU, é dada por:

$$P_n = F_{cr}A_g \le 0.7F_{L,c}A_g \tag{1}$$

Em que,  $F_{cr}$  é a tensão crítica de flambagem elástica,  $A_g$  é a área bruta da seção transversal e  $F_{L,c}$  é a resistência do material à compressão longitudinal. Para cantoneiras de abas iguais,  $F_{cr}$  é o menor entre os valores da tensão crítica de flambagem global elástica por flexão em torno do eixo de menor inércia ( $F_{crz}$ ) e por flexo-torção ( $F_{crFT}$ ), calculadas conforme as Equações 2 e 3, respectivamente.

$$F_{crz} = F_{crF} = \frac{\pi^2 E_{L,c}}{\left(\frac{K_z L_z}{r_z}\right)^2}$$
(2)

$$F_{crFT} = G_{LT} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \tag{3}$$

Sendo  $E_{L,c}$  o módulo de elasticidade longitudinal à compressão;  $K_z L_z / r_z$  a esbeltez da barra em relação ao eixo z (menor inércia);  $G_{LT}$  o módulo de cisalhamento no plano; e b e t o comprimento e a espessura da aba, respectivamente.

Embora a pré-norma mencione que para barras formadas por placas esbeltas, os modos globais de instabilidade podem ser influenciados pela flexão transversal das abas (modo local), não existe atualmente um procedimento específico para verificação da instabilidade local em cantoneiras. Para esses perfis, a ASCE [1] entende que verificação do modo torcional é suficiente para evitar também o local, já que os valores das cargas críticas de flambagem para esses modos seriam coincidentes. Entretanto, segundo Dinis et al. [16] essa conclusão é questionável, pois os modos local (placa) e torcional (barra) apresentam comportamentos pós-críticos consideravelmente distintos, para as barras intermediárias e longas.

Quanto à influência do grau de ortotropia, apesar desse efeito não ser considerado de forma direta nas Equações 2 e 3, algumas considerações sobre  $E_L/G_{LT}$  foram assumidas por Zureick e Steffen [4] na validação dessas expressões. A Eq. 3 advém da formulação clássica de flexo-torção, assumindo o modo de torção como governante. Segundo os autores, para valores de  $E_L/G_{LT}$  inferiores a 20, a força crítica

clássica de flambagem  $F_{crFT}$  é apenas 10% inferior à força crítica de flambagem por torção ( $F_{crT}$ ); enquanto que, para  $E_L/G_{LT} \leq 5,5$ , quando o coeficiente de flambagem por torção ( $K_x$ ) é igual a 1, a parcela referente ao empenamento na torção é negligenciável. Desse modo, é possível presumir que, para barras com  $E_L/G_{LT}$  distante dos limites mencionados, a previsão teórica pode ser comprometida.

Salienta-se que a equação proposta por Zureick e Steffen [4] inclui um fator de 0,90, baseado na conclusão anterior de que a força crítica flexo-torcional é aproximadamente 90% da de torção. Na ASCE [1] esse coeficiente foi suprimido e incluído no coeficiente de ponderação da resistência  $\emptyset_c$ , utilizado para o cálculo do valor de cálculo da força axial de compressão ( $\emptyset_c P_n$ ).

Atualmente, a ASCE [1] não apresenta um procedimento de cálculo que considere as imperfeições geométricas (e.g. falta de retilinidade e torção das abas) e de material (e.g. má distribuição das fibras e tensões residuais) no cálculo da força axial resistente das barras comprimidas (ELU). De outro modo, um parâmetro de imperfeição geométria é inserido na análise de desempenho (em serviço). Além disso, conforme o regulamento, nas barras de comprimento L com desvio de retilineidade (em relação ao eixo longitudinal) máximo L/500, a excentricidade do carregamento pode ser negligenciada.

#### 3.2 EUR 27666 [2]

Conforme o EUR 27666 [2], a força axial de compressão resistente característica das barras pultrudadas é obtida a partir do mínimo valor entre a resistência à compressão do material  $(F_{L,c})$  e a tensão crítica de flambagem elástica  $(F_{cr})$ . Para perfis com dupla simetria, o procedimento apresenta a curva de resistência baseada na interação entre os modos local  $(F_{crl})$  e global  $(F_{crF})$ , conforme a Eq. 4.

$$F_{cr} = \frac{1}{c\lambda^2} \left( \frac{1+\lambda^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{1+\lambda^2}{2}\right)^2 - c\lambda^2} \right) F_{crl}; \quad \lambda = \sqrt{\frac{F_{crl}}{F_F}}$$
(4.a,b)

O fator c é um parâmetro empírico, que pode ser assumido como 0,65 na ausência de resultados experimentais (EUR 27666 [2]). Não são apresentadas recomendações específicas para o cálculo das barras monossimétricas.

#### 3.3 Procedimentos de cálculo propostos na literatura

Frente às limitações dos procedimentos normativos vigentes, alguns autores sugerem adaptações às expressões de cálculo existentes e/ou propõem critérios de resistência mais sofisticados que os atuais. Três deles são aqui apresentados e, posteriormente, avaliados.

#### Seangatith [5]

Seangatith [5] apresenta duas alteraçãoes às expressões utilizadas para o cálculo das tensões críticas de flambagem propostas por Zureick e Steffen [4] e, atualmente, adotadas pela ASCE [1].

Conforme o procedimento apresentado pelo autor, as tensões críticas de flambagem por flexão são obtidas a partir da expressão de Engesser (1889) ( $\overline{F}_{crz}$  ou  $\overline{F}_{cry}$ ), conforme Eq. 5, e a tensão de flambagem global elástica por flexo-torção ( $F_{crFT}$ ) é determinada a partir da equação clássica apresentada nas normas de estruturas metálicas. Nesta última, as tensões críticas de flambagem por flexão em torno do eixo de maior inércia ( $F_{cry}$ ) e por torção ( $F_{crT}$ ) são consideradas no cálculo, sem as simplificações assumidas por Zureick e Steffen [4], i.e. para o cálculo de  $F_{crT}$ , a Eq. 6 é recomendada.

$$\bar{F}_{crz/cry} = F_{crz/cry} \left[ \frac{1}{1 + \frac{n}{A_g G_{LT}} F_{crz/cry}} \right]$$
(5)

Proceedings of the XLIbero-LatinAmerican Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

CILAMCE 2019

$$F_{crT} = F_{crx} = \frac{1}{r_0^2} \left[ G_{LT} J + \frac{\pi^2 E_L C_W}{(K_X L_X)^2} \right]$$
(6)

O parâmetro n é empírico e assume os valores 3 e 2, para flambagem em torno dos eixos de menor e maior inércia, respectivamente (Seangatith [5]). Na Eq. 6,  $r_0$  é o raio de giração polar da seção, J é o momento de inércia à torção,  $C_w$  é a constante de empenamento e  $K_x L_x$  é o comprimento efetivo de flambagem por torção.

#### Cardoso e Togashi [6]

Segundo os autores, a curva do tipo Winter é uma estratégia interessante para que efeitos de 2<sup>a</sup> ordem, como a interação entre os modos de falha de esmagamento e de instabilidade por flexo-torção e a reserva pós-crítica de resistência sejam considerados na previsão teórica da força axial de compressão resistente das cantoneiras pultrudadas. A partir de resultados experimentais de barras curtas esbeltas, classificadas conforme a Fig. 2, a Eq. 7 foi proposta.

$$P_n = \left[\frac{0,578}{\lambda_{FT}} - \frac{0,072}{\lambda_{FT}^2}\right] F_{L,c} A_g \quad \text{para } \lambda_{FT} > 0,39 \tag{7.a}$$

$$P_n = F_{L,c} A_g \qquad \text{para } \lambda_{FT} \le 0.39 \tag{7.b}$$

Na Equação 7.a,  $\lambda_{FT}$  é a esbeltez à flexo-torção, definida por  $(F_{L,c}/F_{crFT})^{0.5}$ .

## Zhan e Wu [12]

Para o cálculo da resistência das barras pultrudadas longas submetidas à compressão centrada, Zhan e Wu [12] propuseram uma equação baseada na expressão de Ayrton-Perry. Nessa abordagem admite-se a imperfeição inicial da barra, porém desconsidera-se a tensão residual, o que parece não comprometer a previsão teórica no caso das barras pultrudadas Cardoso [18].

Segundo Cardoso [18], nos perfis pultrudados, as tensões residuais podem surgir devido à diferença entre as propriedades térmicas da fibra e da matriz e à falta de uniformidade no resfriamento da seção transversal. Porém não há, até então, evidências na literatura de que estas tensões afetem de forma considerável o comportamento mecânico das cantoneiras.

Na formulação proposta por Zhan e Wu [12] (Eq. 8), a imperfeição geométrica é considerada diretamente no cálculo dos esforços resistentes, a partir de um parâmetro  $\varepsilon_0$  associado ao desvio de retilineidade das barras. O parâmetro  $\varepsilon_0$  é função das constantes A e B, os quais foram determinadas a partir de uma análise de regressão de dados efetuada pelos autores. Segundo a análise, as constantes A e B assumem os valores de 0,15 e 0, respectivamente, independemente do perfil analisado.

$$P_{n} = \left[\frac{(1 + \varepsilon_{0} + \lambda_{0}^{2}) - \sqrt{(1 + \varepsilon_{0} + \lambda_{0}^{2}) - 4\lambda_{0}^{2}}}{2\lambda_{0}^{2}}\right] F_{L,c}A_{g}; \quad \varepsilon_{0} = A + B\lambda_{0}^{2}$$
(8.a,b)

$$\lambda_0 = \frac{K_z L_z}{r_z} \sqrt{\frac{F_{L,c}}{\pi^2 E_{L,c}}}$$
(8.c)

Zhan e Wu [12] compararam resultados experimentais da força máxima resistente ( $P_n$ ) de barras com dupla simetria com os valores teóricos calculados com cinco expressões distintas, dentre elas a de Euler e de Engesser (recomendadas pela ASCE [1] e por Seangatith [5], repectivamente). A equação proposta se mostrou mais precisa que as demais.

CILAMCE 2019

Proceedings of the XLIbero-LatinAmerican Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019

## 4 Pesquisas experimentais sobre cantoneiras pultrudadas PRFV

A fim de avaliar os modelos de cálculo da seção 3, foram catalogados da literatura 86 resultados experimentais de cantoneiras pultrudadas PRFV submetidas à compressão centrada. Os dados foram obtidos a partir de quatro programas experimentais desenvolvidos por diferentes pesquisadores. A Tabela 1 apresenta as principais características das cantoneiras estudadas em cada trabalho.

Fonte	Amostra (№ de barras)	Geometria		Material					
		Seção b×t (mm)	$K_z L_z / r_z$	Condição de apoio <sup>1</sup>	Tipo de compósito <sup>2</sup>	E <sub>L,c</sub> (GPa)	E <sub>L,f</sub> <sup>3</sup> (GPa)	Glt (GPa)	F <sub>L,c</sub> (MPa)
Zureick e Steffen [4]	P1 (1)	152×12,7	30 a 105	R (E,R)	E/P	21,1	16,9	3,8	210,0
	P2, P3, P4 (3)	152×9,5				21,8	17,4	3,6	319,0
	P5, P6, P7 (3)	152×6,4				21,1	16,9	3,7	319,0
	V8, V9, V10 (3)	152×12,7				21,9	17,5	4,3	294,0
	V11, V12, V13 (3)	102×12,7			E/V	20,8	16,6	3,3	308,0
	V14, V15, V16 (3)	102×9,5				19,9	15,9	4,5	365,0
	V17, V18, V19 (3)	102×6,4				24,0	19,2	4,1	346,0
	V20, V21, V22 (3)	76×9,5				20,4	16,3	3,9	337,0
	V23, V24, V25 (3)	76×6,4				21,4	17,1	4,0	358,0
Seangatith [5]	A75 (10)	75×9,5		R (R,E)	E/P*				
	A100 (10)	100×6,3	12 a 190			28,7	23,0	4,0	293,6
	A150 (12)	150×12,7							
Evernden e Smith <sup>4</sup> [9]	S (5)	76×6,4	57 a 116	R (E,E)	E/P*	17.0	11	2.0	207.0
	L (4)	102×9,6				17,2	11	2,9	207,0
Cardoso e Togashi [6]	L2.PE (8)	50,7×4,7	5 a 25	E (E,E)	E/P	28,7	13,2	1,7	290,0
	L4.VE (14)	101,6×6,4			E/V	30,4	20,1	2,5	286,0

Tabela 1. Principais características dos programas experimentais analisados

<sup>1</sup> Menor inércia (maior inércia, torção):  $\mathbf{R}$  = rotulada;  $\mathbf{E}$  = engastada.

 ${}^{2}E = Fibra de vidro tipo E; V = resina vinilester; P = resina poliester. *Com adição de fíler.$ 

<sup>3</sup> Para Zureick e Steffen [4] e Seangatith [5] foi assumido 0,8.E<sub>L,c</sub>, como sugere Liu et al. [19].

<sup>4</sup> Propriedades mecânicas fornecidas pelo fabricante (Strongwell) [20].

Na Tabela 1, a esbeltez global é referente ao eixo de menor inércia. Para o cálculo dessa e das esbeltezes em torno dos demais eixos, foram respeitadas as condições de ensaio adotadas em cada programa experimental, de modo que o comprimento efetivo foi convenientemente assumido como a distância entre as rótulas ou entre as extremidades das barras. Ademais, as propriedades mecânicas obtidas experimentalmente correspondem aos valores médios e na ausência de dados experimentais, os coeficientes de Poisson  $v_{LT}$  e  $v_{TL}$  foram assumidos 0,30 e 0,15, respectivamente (valores médios usuais).

Segundo Seangatith [5], as barras A150-1 apresentaram modo de falha por esmagamento junto à extremidade da barra a uma tensão solicitante consideravelmente inferior à resistencia à compressão do material. O autor atribuiu este comportamento a possíveis defeitos na fabricação ou na preparação da amostra. Neste sentido, as barras da série A150 (12) foram desconsideradas no presente estudo.

# 5 Análise teórica: estudo do erro de modelo

A precisão de um modelo de cálculo pode ser avaliada comparando suas previões teóricas com os resultados obtidos experimentalmente por meio do erro de modelo  $(M_e)$ . Para um ensaio experimental  $i, M_e$  é dado pela seguinte relação:

$$M_e = (P_{exp})_i / (P_{mod})_i$$
<sup>(9)</sup>

Na Equação 9,  $P_{exp}$  é a força máxima experimental e  $P_{mod}$ , a função "modelo de cálculo", a partir da qual as condições de ensaio, propriedades dos materiais e dimensões das barras são consideradas. Neste estudo, os valores  $P_{exp}$  foram extraídos dos trabalhos experimentais da Tabela 1 e os valores teóricos correspondentes ( $P_{mod}$ ) determinados a partir dos procedimentos apresentados na seção 3. Para distinguir a situação real e de projeto, este estudo foi realizado em termos dos valores característicos.

A Fig. 4 apresenta graficamente o comportamento de  $M_e$  em função da esbeltez máxima  $(K_z L_z/r_z)$  das cantoneiras para os procedimentos da ASCE [1], EUR 27666 [2] e o proposto por Seangatith [5].



Figura 4. Erro de modelo (ASCE [1]; EUR 27666 [2]; Seangatith [5]). Barras (a) rotuladas e (b) engastadas

A partir de uma análise prévia, verificou-se que os valores de  $M_e$  das barras engastadadas mantiveram-se consideravelmente maiores que os das rotuladas, independente do procedimento de cálculo utilizado. Esse comportamento pode ser atribuído tanto ao tipo de vinculação, quanto à faixa de esbeltez global das barras engastadas, que se restringiu a valores reduzidos (5 a 25). Para análise do comportamento do erro de modelo  $(M_e)$ , considerou-se, portanto, mais adequado apresentar os resultados das cantoneiras com extremidades rotuladas (Fig. 4a) e engastadas (Fig. 4b) separadamente.

Com base nos resultados apresentados na Fig. 4.a, para as barras rotuladas verifica-se que: (i) o procedimento de cálculo da ASCE [1] leva a resultados conservadores, especialmente no caso das barras mais curtas; (ii) o modelo de cálculo proposto por Seangatith [5] mostrou-se mais preciso e com maior capacidade de prever a resistência em situações distintas de projeto (c.o.v.<sub>Seangatith</sub>  $\approx$  0,5 c.o.v.<sub>ASCE</sub>), superando a deficiência do modelo da ASCE [1] na previsão da resistência das barras curtas; e, por fim, (iii) o procedimento da pré-norma européia [2], como previsto, mostrou-se limitado para análise das cantoneiras mais compactas, cujo modo de flexo-torção acentua a diferença entre o comportamento à compressão das barras mono e duplamente simétricas. Neste procedimento, a força crítica de flambagem local foi calculada conforme à expressão proposta por Cardoso [18], para cantoneiras pultrudadas.

No que se refere às engastadas (Fig. 4.b), todos os modelos subestimaram a capacidade resistente das barras. Além de valores elevados,  $M_e$  também apresentou uma alta dispersão em torno da média. As cantoneiras engastadas ( $5 < K_z L_z/r_z < 25$ ), conforme relata Cardoso e Togashi [6], apresentaram um comportamento experimental semelhante ao de placas, suportando esforços consideravelmente maiores que carga crítica de flambagem, o que justifica o resultado apresentado na Fig. 4.b

Como apresentado na seção 3, os procedimentos da ASCE [1] e de Seangatith [5] diferem entre si quanto à forma (simplificada ou clássica, respectivamente) da expressão de  $P_{crFT}$  e quanto à correção ou não das deformações por cisalhamento no cálculo de  $P_{crF}$ . Para avaliar a influência de cada hipótese separadamente,  $M_e$  foi calculado a partir de dois modelos de cálculo intermediários aos anteriores. No primeiro (ASCE.1),  $P_{crFT}$  foi determinado como sugere Seangatith [5] (forma clássica), porém com  $P_{crF}$  calculado via Euler (sem correção do cisalhamento); no segundo (ASCE.2),  $P_{crFT}$  é aproximado à  $P_{crT}$  (Eq. 6) e  $P_{crF}$  também é determinado via Euler.

A partir de ASCE.1 pretende-se avaliar o efeito da correção do cisalhamento sobre precisão do modelo de cálculo de Seangatith [5]. Já o ASCE. 2 permite analisar a influência das simplificações adotadas pela ASCE [1] (i.e  $P_{crFT} \approx P_{crT} \in P_{crT} \approx G_{LT}/(b/t)^2$ ). Para uma análise comparativa dos resultados, na Fig. 5 o erro de modelo referente à ASCE.1, ASCE.2 e Seangatith [5] é apresentado.



<sup>a</sup>FT=FT; F=Engesser [1]. <sup>b</sup>FT=FT; F=Euler. <sup>c</sup>FT=T; F=Euler. (Procedimento: média ± desvio padrão). (a) (b)

Figura 5. Erro de modelo (Seangatith [5]; ASCE.1; ASCE.2). Barras (a) rotuladas; (b) engastadas

A Fig 5 mostra que, ao empregar a expressão clássica de flexo-torção, o ASCE.1 gera resultados: (i) mais satisfatórios que aqueles fornecidos pelo procedimento original da ASCE [1]; e (ii) praticamente coincidentes aos obtidos a partir de Seangatith [5]. Portanto, é possível perceber que a acurácia do método de cálculo de Seangatith [5] (quando comparada ao da ASCE [1]) está preponderantemente relacionado à expressão utilizada para o cálculo de  $P_{crFT}$  e não à correção do cisalhamento. Ainda assim, nota-se que, ao considerar as deformações por cisalhamento, o procedimento de Seangatith [5] torna-se mais preciso e leva a resultados mais seguros ( $M_e$ >1), no caso das barras rotuladas.

O procedimento ASCE.2, por sua vez, mostra que a analogia entre os modos de flexo-torção e torção ( $P_{crFT} \approx P_{crT}$ ) não compromete de forma significativa a resposta. Logo, é possível presumir que a deficiência do modelo da ASCE [1] encontra-se na segunda simplificação ( $P_{crT} \approx G_{LT}/(b/t)^2$ ). É importante ressaltar que esta última é assumida sob as hipósteses de que  $E_L/G_{LT} < 5,5, L/b > 10$  e  $K_x = 1$ . Embora Zureick e Steffen [4] julguem-nas plausíveis à nível de projeto, as características das cantoneiras analisadas neste estudo, por vezes, distoaram dessa faixa.

A predominância do modo torcional (atestado pelo procedimento ASCE.2) justifica a influência, de certa forma, limitada do fator de correção do cisalhamento - que atua apenas em  $P_{crF}$  - sobre  $M_e$ , para as barras cujo modo crítico é o de flexo-torção. Quando o modo de flexão em torno do eixo de menor inércia é o fenômeno governante, essa influência também não afeta de forma considerável a previsão teórica, pois as barras apresentam maior comprimento e o fator de correção assume valores próximos a 1. Para as barras analisadas neste estudo, o cisalhamento reduziu  $P_{crF}$  em no máximo 4,74%

Quanto aos demais procedimentos, respeitando o escopo dos métodos propostos por Cardoso e Togashi [6] e Zhan e Wu [12], o estudo desses modelos se restringiu às cantoneiras classificadas como curtas e longas (Fig. 2), respectivamente. No gráfico da Fig. 6 são apresentados os resultados obtidos.

Como o procedimento de Cardoso e Togashi [6] foi calibrado com barras engastadas, os resultados para as rotuladas mostram que o procedimento superestimou  $M_e$ , o que se justifica tanto pela diferença entre o comportamento das barras em função do tipo de vinculação, quanto pelo fato de não ter sido evidenciado uma reserva pós-crítica acentuada nos resultados experimentais das barras curtas rotuladas. Para a análise de cantoneiras longas, o procedimento proposto por Zhan e Wu [12] garantiu resultados satisfatórios (1,06 ± 0,23) (Fig. 6), porém sem vantagens em relação aos da ASCE [1] e de Seangatith [5]. Extrapolando o modelo para a análise das barras classificadas como intermediárias, valores de  $M_e$  contra a segurança (0,84 ± 0,25) mostram a inadequação do modelo.

Na Fig. 6 são apresentadas, resumidamente, os valores médios de  $M_e$  para os procedimentos de cálculo discutidos nesta seção.





Embora alguns dos procedimentos tenham gerado boas correlações entre os valores reais e teóricos da força máxima resistente, observa-se que os coeficientes de variação (c.o.v.) de  $M_{e_{médio}}$  mantiveramse superiores a 20% em todos os modelos de cálculo analisados, o que demonstra uma certa dispersão da resposta experimental e/ou limitações dos procedimentos na representação de toda a amostra. Devese ressaltar que esses valores superam o c.o.v. (13%) utilizado pela pré-norma americana para determinação do fator de segurança de cantoneiras com modo de falha por instabilidade flexo-torção, no Estado Limite Último. Para esse cálculo,  $M_{e_{médio}}$  é assumido como 1,17 ASCE [1].

## 5.1 Influência das propriedades mecânicas e da geometria sobre a previsão teórica

Para avaliar eventuais fontes de tendenciosidade dos procedimentos de cálculo da ASCE [1] e de Seangatith [5], foi realizada uma análise de correlação entre  $M_e$  e a esbeltez global  $(K_z L_z/r_z)$  e o grau de ortotropia  $(E_{L,c}/G_{LT})$  das barras. A dependência entre as variáveis foi quantificada por meio do coeficiente de correlação  $(\rho_{xy})$ , cujo valor nulo ou próximo de zero indica que não existe tendência linear entre as variáveis e unitário (positivo ou negativo) corresponde a uma correlação perfeita.

No que se refere à influência da esbeltez global sobre a previsão teórica das barras rotuladas, uma correlação negativa moderada é identificada no procedimento da ASCE [1] (Fig. 7a), identificando que o parâmetro estatístico é influenciado pela deficiência do modelo na representação das barras curtas. Por outro lado, o procedimento de Seangatith [5] apresentou com correlação positiva fraca, mostrandose levemente conservador ( $\rho_{xy} < 1$ ) para as barras de maior esbeltez. Para as barras engastadas, ambos os modelos mostram-se tendenciosos, porém com uma correlação mais forte entre as variáveis, como mostra a Fig. 7.b.

De fato, quanto mais curta é a barra (menor  $K_z L_z/r_z$ ), maior é a influência do comprimento sobre o valor teórico da força máxima resistente (trecho anterior ao platô da Fig. 1) e, paralelamente, maior é a reserva pós-crítica experimental, portanto, valores teóricos e experimentais maiores de  $P_n$  são esperados para essa faixa de esbeltez e este fenômeno não é capturado pela ASCE [1]. Enquanto isso, a medida que  $K_z L_z/r_z$ . aumenta, a influência do comprimento sobre o valor de teórico diminui (platô da Fig. 1), assim como sua capacidade resistente – justificando o comportamento descrescente de  $\rho_{xy}$  da ASCE [1]. Por outro lado, o  $\rho_{xy}$  positivo associado à Seangatith [5] sugere que o valor teórico de  $P_n$  é mais sensível ao aumento de  $K_z L_z/r_z$ , diminuindo a uma taxa maior que o experimental.



Figura 7. Correlação entre o erro de modelo dos procedimentos da ASCE [1] e Seangatith [5] e a esbeltez global para as barras (a) rotuladas e (b) engastadas

Quanto ao parâmetro  $E_{L,c}/G_{LT}$ , o  $\rho_{xy}$  positivo (Fig 8.a), indica que ambos modelos geram erros maiores para barras com maior grau de ortotropia. Como os dados experimentais disponíveis de



cantoneiras engastadas (Fig. 8.b) são restritos em relação à pequena variadade de  $E_{L,c}/G_{LT}$  analisado, o estudo de covariância é limitado para esse parâmetro.

Figura 8. Correlação entre o erro de modelo dos procedimentos da ASCE [1] e Seangatith [5] e o grau de ortotropia

#### 5.2 Modos de falha

Na Fig. 9.a são apresentados os modos de falha previstos a partir dos procedimentos de cálculo da ASCE [1] e de Seangatith [5] para as 86 cantoneiras analisadas neste estudo, em função da esbeltez local (b/t) global  $(K_z L_z/r_z)$  das barras. As retas inclinadas, delimitam as regiões em que o modo de flexotorção (região superior) e de flexão em torno da menor inércia (região inferior) são críticos para materiais de baixa  $(E_L/G_{LT} = 5)$  e alta ortropia  $(E_L/G_{LT} = 20)$ . A equação das retas pode ser facilmente obtida igualando-se as expressões de  $P_{crFT}$  e  $P_{crF}$ , para valores constantes de  $E_L/G_{LT}$ .



Figura 9. Modos de falha previstos para as cantoneiras pultrudadas segundo (a) os procedimentos da ASCE [1] e Seangatith [5]; (b) mapa de esbeltez proposto por Cardoso e Togashi [6]

A Fig. 9.a mostra que o modo de falha previsto para as cantoneiras pultrudadas é majoritariamente de flexo-torção (FT). Uma tendência ainda menor do modo de flexão (F) é identificada para barras com elevada relação  $E_L/G_{LT}$ . De fato, o baixo módulo de cisalhamento do material tende a gerar valores reduzidos de  $P_{crFT}$ , mesmo para barras com maior esbeltez global.

Os limites pré-fixados por ambos os procedimentos (definidos pelas retas inclinadas da Fig. 9.a) refletiram bem os modos de falha predominantes nos ensaios experimentais relatados pelos autores, com 95% de acerto do procedimento da ASCE [1] e 87% de Seangatith [5]. Apenas 4 dos 86 modos de falha observados não coincidem com o previsto pela ASCE [1], sendo que 3 deles foram identificados como modos acoplados de flexão em torno da menor inércia e flexo-torção.

A influência da interação dos modos de instabilidade – fenômeno recorrente na prática – pode ser estudada através do mapa de esbeltez da Fig. 2 (Cardoso e Togashi [6]). A Fig. 9.b mostra o modo de falha esperado para as 86 cantoneiras, segundo esse procedimento. A esbeltez à flexo-torção e à flexão das barras foram calculadas a partir das expressões apresentadas na seção 2. Para os limites pré-fixados de forma empírica prevê-se a contribuição simultânea dos modos FT e F para 27 das 86 barras

A análise teórica das cantoneiras pultrudadas com esbeltez intermediária torna-se complexa ao considerarmos a diferença entre os módulos de elasticidade longitudinais à compressão e à flexão e a sua influência sobre o cálculo de  $P_{crF}$  e  $P_{crFT}$ . Pois, se  $E_{L,c}$  traduz melhor o modo global de flexão e  $E_{L,f}$  o de torção, quando esses efeitos são simultâneos, presume-se que a distribuição de tensões será complexa, assim como a rigidez longitudinal associada. Ressalta-se que Seangatith [5] não faz menção à distinção entre  $E_{L,c}$  e  $E_{L,f}$  para o cálculo de  $P_{crFT}$ , embora neste estudo essa diferenciação tenha sido considerada para este procedimento.

# 6 Estudo comparativo sobre o comportamento à compressão de cantoneiras pultrudadas e metálicas

Como observado e discutido ao longo do itens anteriores, apesar da geometria simples, o comportamento à compressão das cantoneiras apresenta singularidades (e.g. alta sensibilidade às condições de vinculação, baixa rigidez à torção, comportamento pós-crítico atípico, dificuldade de distinção dos modos locais e globais) que, por vezes, geram diferenças consideráveis entre os valores reais e os previstos (teóricos) da sua capacidade resistente. Essa inconsistência tem sido foco também de amplas discussões no contexto das cantoneiras metálicas (Mesacasa Jr. [7]; Dinis et al. [17]).

Para a análise das cantoneiras pultrudadas, além das singularidades associadas à geometria, as particularidades do material (e.g. heterogeneidade, ortrotropia, baixo módulo de elasticidade, baixa relação entre o módulo de cisalhamento e o módulo de elasticidade longitudinal) têm forte influência no seu comportamento, tornando sua análise mecânica ainda mais complexa. Ainda que o estudo das cantoneiras pultrudadas não esteja em um estágio tão avançado, é importante que as discussões e conclusões já obtidas no contexto das cantoneiras metálicas sejam estendidas às compósitas, norteando assim o desenvolvimento de novas pesquisas e a proposição de regras de dimensionamento confiáveis.

Neste tópico, as conclusões obtidas na seção 3 para as cantoneiras pultrudadas são confrontadas àquelas observadas por Mesacasa Jr. [7] em seu amplo estudo sobre o comportamento à compressão das cantoneiras metálicas formadas a frio e seus procedimentos de cálculo. Posteriomente, de forma investigativa, diversos modelos de cálculo (normativos e propostos) aplicáveis às cantoneiras metálicas são empregados para a previsão teórica da força máxima resistente das cantoneiras pultrudadas.

## 6.1 Resultados experimentais

Na Fig. 10 são apresentados 90 resultados experimentais de cantoneiras de aço formado a frio, juntamente aos 86 das cantoneiras pultrudadas analisadas neste estudo (Tabela 1). Os dados das barras metálicas foram extraídos de pesquisas experimentais realizadas nos últimos 40 anos por 8 autores diferentes e compilados por Mesacasa Jr. [7]. Os resultados são apresentados de forma parametrizada em função da esbeltez reduzida ( $\lambda_0 = ((AF_{L,c} ou AF_y)/P_{cr})^{0,5})$  dos perfis. No eixo das ordenadas a

força máxima resistente ( $P_{exp}$ ) obtida experimentalmente é apresentada em relação à resistência à compressão ( $AF_{L,c}$ ) ou em relação à tensão de escomento ( $AF_y$ ), para as barras pultrudadas e de aço, respectivamente.



Figura 10. Resultados experimentais de cantoneiras de aço formado a frio, compilados por Mesacasa Jr. [7], e pultrudadas, em função da esbeltez reduzida

Nota-se que cantoneiras pultrudadas com mesma esbeltez reduzida que as de aço, em geral, apresentam menor força máxima resistente. A contribuição do cisalhamento e de possíveis danos por esmagamento do material na deformação total das barras, bem como os baixos módulos de elasticidade são alguns fatores que podem justificar esse comportamento.

Também são apresentados os modos de falha, relatados pelos autores de cada programa experimental analisado, em função da esbeltez reduzida. Os modos L, FT e F, referem-se ao local, à flexo-torção e à flexão na menor inércia, respectivamente. Enquanto, os resultados das cantoneiras metálicas concentram-se em uma faixa  $1 < \lambda_0 < 2$ , para as cantoneiras pultrudadas há uma grande dispersão dos dados de  $\lambda_0$ , com uma região de aparente interação desses modos para  $\lambda_0$  entre 2,5 e 3,5. A acentuada variação das propriedades mecânicas dos perfis pultrudados (quadro da Fig. 10), pode justificar a amplitude das esbeltezes.

Apesar das particularidades dos materiais, diversos aspectos observados previamente na análise dos resultados experimentais das cantoneiras pultrudadas também foram relatados nos estudos de Mesacasa Jr. [7], dentre os quais destacam-se: a predominância do modo de flexo-torção, em relação aos demais; a diferença considerável entre as respostas experimentais de barras rotuladas e engastadas; a menor reserva de resistência pós-crítica das barras com extremidades rotuladas; e a maior dispersão dos resultados para o caso de barras com extremidades.

#### 6.2 Análise das cantoneiras pultrudadas por meio das normas de aço

Ao considerar a influência das tensões residuais, imperfeições iniciais e interação dos modos de instabilidade na determinação da força máxima resistente, os procedimentos normativos das estruturas de aço mostram-se mais sofisticados que os disponíveis atualmente para o dimensionamento dos perfis pultrudados, para os quais  $P_n$  é entendida como a própria carga crítica de flambagem.

Frente às semelhanças no comportamento das barras metálicas e pultrudadas, aplicação de procedimentos normativos vigentes destinados a perfis metálicos foi avaliada nas cantoneiras pultrudadas da Tabela 1. A presente seção apresenta análises basedas nas recomendações da norma americana de perfis pesados AISC 360 [21] e norma brasileira destinada aos perfis formados a frio NBR 14762 [22] – análoga à americana [23].

Embora as curvas de resistência à compressão dos perfis metálicos sejam, há decadas, foco de estudos, aspectos como a forte influência da condição de vinculação das barras sobre o desempenho do procedimento de cálculo e a previsão excessivamente conservadora das regras de dimensionamento que consideram a FT no cálculo de instabilidade (NBR 14762 [22]), para as barras engastadas, – também observados entre os modelos de cálculo avaliados na seção 3 para as cantoneiras pultrudadas – motivaram alguns autores a proporem adaptações às expressões normativas das estruturas de aço. Dentre as principais sugestões estão a desconsideração ora do modo de flexo-torção como um modo global de instabilidade, tal como ocorre na AISC 360 [21]; ora do modo local. Alguns autores acreditam, ainda, que o modo FT deve ser analisado tanto como modo global, quanto local ou que cantoneiras rotuladas e engastadas devem ser calculadas com procedimentos distintos.

Diferentes abordagens de cálculo são apresentadas e avaliadas por Mesacasa Jr. [7] para as cantoneiras metálicas. No contexto das cantoneiras pultrudadas, a Fig.11 apresenta os resultados de erro de modelo para alguns destes procedimentos e suas variações.



Figura 11. Resultados de erro de modelo para os procedimentos de cálculo baseados na norma americana AISC 360 [21] e brasileira NBR 14762 [22]

Os resultados apresentados na Fig. 11 permitem concluir que o efeito da consideração do modo local – atestado tanto na aplicação da norma americana AISC 360 [21] quanto na brasileira NBR 14762 [22] – é mais pronunciado nas barras engastadas do que nas rotuladas. A diferença observada nos valores médios de erro de modelo foram: de 1,3% e 13,4% nas recomendações brasileira e americana, respectivamente, para rotuladas; e, de 5% e 66,7% nas recomendações brasileira e americana, respectivamente, para engastadas. Nota-se, portanto, que o efeito do modo local é mais pronunciado no modelo que desconsidera o modo de FT (AISC 360 [1]) do que no que considera (NBR 14762 [22]). Todavia, no contexto da NBR 14762 [22], mesmo nas engastadas, o efeito do modo local é menor frente aos efeitos do modo de flexo-torção (FT).

A influência do modo de flexo-torção foi observada na aplicação do procedimento da norma brasileira e, também, na comparação entre as normas americana e brasileira. A consideração do modo de FT gerou resultados a favor da segurança ( $M_e > 1$ ) enquanto que sua desconsideração levou a procedimentos contra-segurança ( $M_e < 1$ ). Dos resultados oriundos da NBR 14762 [22], nota-se que o efeito da FT é mais pronunciado nas barras engastadas do que nas rotuladas: a diferença observada nos valores médios de erro de modelo foram de 82% e 32%, respectivamente.

Resumidamente, a Fig. 11 mostra que a consideração do modo global de flexo-torção é dominante e primordial para uma representação mais adequada do comportamento mecânico das cantoneiras pultrudadas submetidas à compressão centrada. Além disso, nota-se que a consideração dos modos locais tornou o procedimento mais conservador, como se observa nos valores de erro de modelo para a NBR 14762 [22] com e sem modo local e também com a proposta de Cardoso [18]. O uso da formulação de Cardoso [18] para a determinação do coeficiente de flambagem local  $k_1$  – no contexto do Método da Seção Efetiva (MSE) – a princípio, não gerou mudanças significativas para as barras rotuladas enquanto que diferenças maiores são evidenciadas para as engastadas. Desta forma, a análise dos erros de modelo permite concluir que o procedimento de cálculo destinado aos perfis metálicos que melhor representa as cantoneiras pultrudadas é o vigente na NBR 14762 [22] sem a consideração da instabilidade local.

A Fig. 12 mostra o comportamento dos resultados do erro de modelo para os procedimentos baseados na NBR 14762 [22] a fim de indicar a faixa de esbeltez em que os efeitos da consideração do modo de flexo-torção são determinantes. Neste sentido, os resultados de  $M_e$  são comparados com gráficos que indicam os modos de falha observados pelos autores em função da esbeltez das cantoneiras.



Figura 12. Comportamento do procedimento da NBR 14762 [22] para as barras (a) rotuladas e (b) engastadas

A partir da Fig. 12, nota-se que:

i. O maior conservadorismo novamente é evidenciado para as barras engastadas;

- ii. Além de menos conservadoras, as barras rotuladas apresentam um comportamento mais uniforme dada a variação de esbeltez fato que não ocorre nas barras engastadas;
- iii. O modo de FT afeta as barras até a esbeltez de 120. Porém, a grande influência do modo de FT no dimensionamento é até as barras de esbeltez 60 mesma região em que há predominância do modo de falha de FT experimentalmente. I.e., apesar de fornecer resultados a favor da segurança, a formulação da NBR 14762 [22] capta adequadamente as regiões em que os modos de falha são governantes: predominância de FT até a esbeltez 60 e de flexão a partir da esbeltez 120.

Na Fig. 13, os resultados das cantoneiras pultrudadas para alguns dos procedimentos de estruturas de aço são apresentados juntamente com àqueles obtidos por Mesacasa Jr. [7], para os mesmos procedimentos aplicados aos dados experimentais das cantoneiras de aço da Fig. 10. O procedimento de cálculo baseado no Método da Resistência Direta (MRD) foi efetuado conforme Mesacasa Jr. [7].



Figura 13. Comportamento do erro de modelo para cantoneiras pultrudadas e de aço formado a frio para o procedimento da norma brasileira NBR 14762 [22]

Como esperado, houve uma maior da dispersão dos resultados das barras compósitas, porém devese ressaltar que a faixa limitada de esbeltez analisada para as cantoneiras engastadas pultrudadas torna o parâmetro erro de modelo acentuadamente mais sensível às alterações dos procedimentos de cálculo. De todo modo, a partir da Fig. 13, é possível verificar que o parâmetro erro de modelo  $(M_e)$  de um mesmo procedimento de cálculo se comporta de forma semelhante para as cantoneiras metálicas e pultrudadas, o que pode indicar que, a partir do ajuste dos parâmetros das curvas de resistência em função das características do material e das particularidades dos perfis pultrudados, o procedimento vigente na NBR 14762 [22], até mesmo em sua versão por meio do MRD, poderia ser uma metodologia eficiente e sofisticada para o cálculo das barras pultrudadas.

## 7 Considerações finais

O estudo apresentou uma breve revisão da literatura acerca da comportamento mecânico e dimensionamento de cantoneiras pultrudadas submetidas à compressão centrada. As análises teóricas efetuadas permitiram concluir que:

- i) O modelo de cálculo da pré-norma americana ASCE [1] é deficiente na previsão teórica das cantoneiras curtas, gerando resultados excessivamente conservadores. O procedimento proposto por Seangatith [5] superou essa limitação, sendo este o que apresentou resultados mais precisos e com menor dispersão de  $M_e$ , dentre os analisados;
- Todos os procedimentos de cálculo subestimaram a resistência das barras engastadas, cuja ii) faixa analisada de esbeltez é limitada. Estudos mais completos exigem um banco de dados mais abragente, o que carece na literatura.

Posteriormente, os dados das 86 cantoneiras pultrudadas foram comparados a 90 resultados experimentais de cantoneiras de aço formado a frio compilados por Mesacasa Jr. [7]. De forma investigativa, procedimentos normativos de estruturas metálicas foram utilizados na previsão teórica dos resultados experimentais das cantoneiras pultrudadas, mostrando que:

- Cantoneiras pultrudadas apresentam menor eficiência estrutural que às metálicas de mesma iii) esbeltez reduzida e são, aparentemente, mais sensíveis ao modo de flexo-torção;
- A consideração do modo global de flexo-torção mostrou-se necessária para uma iv) representação mais adequada das cantoneiras pultrudadas e, nesse sentido, a formulação da NBR 14762 [22] foi a abordagem que gerou melhores resultados – estes que, apesar de conservadores, captam adequadamente as regiões em que os modos de falha são governantes. Para as amostras analisadas, os efeitos dos modos locais avaliados pelos procedimentos não foram significativos.

Por fim, é importante comentar que o erro de modelo é um indicativo da eficácia do procedimento de cálculo analisado. Todavia, somente sua determinação não é suficiente para atestar qual é o procedimento é mais adequado. Para isso, são necessárias análises de confiabilidade para as barras sujeitas à compressão. Neste sentido, procedimentos cujo valores médios do erro de modelo não sejam os mais próximos da unidade podem levar às situações mais seguras e adequadas em termos de probabilidade de falha. No presente trabalho, as análises efetuadas limitaram-se em apresentar o comportamento de cada procedimento de cálculo e não efetivamente indicar o mais adequado às cantoneiras pultrudadas.

# Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (CNPq) - nº do Processo 131167/2018-9 e 140458/2017-4.

# **Referências bibliográficas**

- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE). Pre-Standard for Load & Resistance [1] Factor Design (LRFD) of Pultruded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Structures. Final Report submitted to American Composites Manufacturers Association (ACMA), ASCE, Reston VA USA. 2010, p. 189.
- L. Ascione, J.-F. Caron, P. Godonou, K. van IJselmuijden, J. Knippers, T. Mottram, M. Oppe, [2] M. Gantriis Sorensen, J. Taby, L. Tromp; Prospect for new guidance in the design of FRP; EUR 27666 EN; doi:10.2788/22306.
- G. Mcclure, and Y. Mohammadp, "Compression Creep of Pultruded E-Glass-Reinforced-Plastic Angles," *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 7, no. 4, pp. 269–276, 1995. A. Zureick and R. Steffen, "Behavior and Design of concentrically Loaded Pultruded Angle [3]
- [4] Struts," J. Struct. Eng., vol. 126, no 3, pp. 406-416, 2000.
- [5] S. Seangatith, "Buckling Strength of GFRP Equal-leg Angle Structural Members under Concentric Axial Compression," Suranaree J. Sci. Technol., vol. 11, no. 3, pp. 230-242, 2004.
- D. C. T. Cardoso and B. S. Togashi, "Experimental investigation on the flexural-torsional [6]

buckling behavior of pultruded GFRP angle columns," *Thin-Walled Struct.*, vol. 125, pp. 269–280, Apr. 2018.

- [7] E. C. Mesacasa Jr., "Comportamento estrutural e dimensionamento de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão," Ph.D. dissertation, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2012.
- [8] R. BEBIANO, P. PINA, N. SILVESTRE, and D. CAMOTIM, "GBTUL buckling and vibration analysis of thin-walled members." [Online]. Available: http://www.civil.ist.utl.pt/gbt.
- [9] M. C. Evernden and J. O. Smith, "Concentric and eccentric compression tests on PFRP equal angles," in *Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Composites in Construction (ACIC 2011)*, Coventry, UK. 2011.
- [10] P. B. Dinis, D. Camotim, and N. Silvestre, "On the local and global buckling behaviour of angle , T-section and cruciform thin-walled members," *Thin Walled Struct.*, vol. 48, no. 10, pp. 786– 797, 2010.
- [11] D. C. T. Cardoso, K. A. Harries, and E. D. M. Batista, "Compressive strength equation for GFRP square tube columns," *Compos. Part B Eng.*, vol. 59, pp. 1–11, 2014.
- [12] Y. Zhan and G. Wu, "Determination of critical loads for global buckling of axially loaded pultruded fiber-reinforced polymer members with doubly symmetric cross sections," *Adv. Struct. Eng.*, vol. 21, no. 12, pp. 1911–1922, Sep. 2018.
- [13] F. Engesser, "Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe," Zeitschrift für Archit. und Ingenieurwes., vol. 35, pp. 455–462, 1889.
- [14] G. Tolf and P. Clarin, "Comparison between flexural and tensile modulus of fibre composites," *Fibre Sci. Technol.*, vol. 21, no. 4, pp. 319-326, 1984.
- [15] N. M. F. Silva, D. Camotim, N. Silvestre, J. R. Correia, and F. A. Branco, "First-order, buckling and post-buckling behaviour of GFRP pultruded beams. Part 2: Numerical simulation," *Comput. Struct.*, vol. 89, no. 21–22, pp. 2065–2078, 2011.
- [16] P. B. Dinis, D. Camotim, and N. Silvestre, Post-buckling behaviour and strength of angle columns. in Proc., Int. Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures (SDSS), E. Batista, P. Vellasco, and L. Lima, eds., Federal Univ. of Rio de Janeiro and State Univ. of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, 2010. p. 1141-1150.
- [17] A. W. Leissa, "Buckling of laminated composite plates and shell panels." AFWAL-TR- 85-3069, Air Force Wright Aeronautical Laboratories, Wright-Patterson AFB, Ohio 45433, 1985
- [18] D. C. T. Cardoso, "Compressive strength of pultruded glass-fiber reinforced polymer (GFRP) columns" M. S. thesis, COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.
- [19] Q. Liu, T., Harries, K.A. and Guo, "Effects of Fiber Architecture on Flexure Properties of Pultruded GFRP Plates and Sections," Proc. 9th Int. Conf. Fibre-Reinforced Polym. Compos. Constr., 2018.
- [20] Strongwell, "EXTREN design manual." Bristol VA, 1989.
- [21] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). Specification for Structural Steel Buildings ANSI/AISI S360, Chicago, Illinois, 2016.
- [22] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio - ABNT NBR/14762, Rio de Janeiro, 2010.
- [23] AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE (AISI), North American Specification (NAS) for the design of cold-formed steel structural members AISI S100-16-C, Washington, DC, 2016.