



XL CILAMCE
IBERO-LATIN AMERICAN
CONGRESS ON
COMPUTATIONAL
METHODS IN
ENGINEERING

NOVEMBER
11-14, 2019
Praiamar Natal Hotel & Convention
Natal, RN-BRAZIL

DETERMINAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE SEÇÕES GENÉRICAS DE CONCRETO ARMADO USANDO O MÉTODO DA COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

Mariana Nayara L. da Silveira

Ígor José M. Lemes

mariana.nalisi@gmail.com

igor.lemes@ufla.br

Federal University of Lavras

Lavras, 37200-000, Minas Gerais, Brazil

Luís Eduardo Silveira Dias

Ricardo Azoubel da M. Silveira

luis_civil12@yahoo.com.br

ricardo@em.ufop.br

Federal University of Ouro Preto

Ouro Preto, 35400-000, Minas Gerais, Brazil

Resumo. O desenvolvimento de rotinas computacionais para análises estruturais permite grandes evoluções na engenharia. Com a sua utilização resultados mais precisos são obtidos e o estudo de casos arquitetonicamente mais complexos torna-se possível. O presente trabalho objetiva o desenvolvimento de um algoritmo para cálculo da capacidade resistente de uma seção de concreto armado qualquer. Será utilizada formulação numérica via Método da Compatibilidade de Deformações (MCD) para obtenção das curvas de interação esforço normal-momento fletor. Esse método é baseado na teoria de Euler-Bernoulli para a avaliação de deformações de seções transversais admitindo-as lineares e contínuas. Os modelos constitutivos utilizados para as barras de aço e para o concreto foram baseados nas prescrições da NBR 6118 (2014). A solução do problema não linear e obtenção da relação momento-curvatura foram abordadas através uma estratégia incremental-iterativa acoplada ao método de Newton-Raphson. Além disso, a varredura dos domínios de deformação foi realizada em caráter comparativo. Espera-se que os resultados obtidos sejam compatíveis com as literaturas pré-existentes e ainda mais precisos.

Palavras-chave: Curva Esforço Normal-Momento Fletor, Métodos Numéricos, Relação Constitutiva.

Abstract. The development of computational routines for structural analysis allows great engineering evolutions. With its use, more accurate results are obtained and the study of more complex architecturally cases become possible. The present work aims at the development of an algorithm for calculate the bearing capacity of an arbitrary reinforced concrete cross section. The Strain Compatibility Method (SCM) was used as numerical formulation to obtain the normal effort-bending moment interaction curves. This method is based on Euler-Bernoulli's theory for the evaluation of cross sections deformations admitting them linear and continuous. The constitutive models used for steel rebars and concrete were based on the requirements of NBR 6118 (2014). The solution of the non-linear problem and obtaining the moment-curvature relationship were approached through an incremental-iterative strategy coupled to the Newton-Raphson method. In addition, the scanning of the strain domains was carried out in a comparative manner. It is hoped that the results obtained will be compatible with the pre-existing literatures and even more accurate.

Keywords: Normal effort- bending moment curve, Numerical methods, Constitutive relation.

1 Introdução

Segundo Lemes et al. [1], a elaboração de projetos estruturais possui como principais premissas a segurança dos futuros usuários e a diminuição das despesas e do tempo, tanto na concepção de projeto como execução da obra. Para atingir equilíbrio entre esses fatores, há diversos materiais, técnicas e métodos construtivos possíveis.

O aço e o concreto, isoladamente, são os materiais mais utilizados na construção civil. Devido à baixa resistência à tração desse último, comumente são adicionadas barras de aço às seções de concreto para melhorar a capacidade resistente de elementos construtivos tracionados. Essa técnica origina as peças de concreto armado que se destacam por possuírem características necessárias para se atingir os Estados Limites Últimos e de Serviço exigidos por norma, e ainda possibilitarem a obtenção dos mais diversos formatos arquitetônicos (LEMES et al. [2]). O concreto armado se apresenta, portanto, como uma vantajosa opção de material estrutural, mas de análise estrutural muitas vezes não simplista devido à sua heterogeneidade.

A simulação computacional, associada aos métodos numéricos e aplicada às estruturas, tem possibilitado o estudo de casos cada vez mais complexos e, com isso, avanços tecnológicos, além de maior precisão de resultados e maior rapidez na obtenção dos mesmos.

A determinação da capacidade resistente é um ponto crucial da análise estrutural como também do dimensionamento estrutural. Com esse estudo pretende-se desenvolver duas formulações numéricas computacionais, com base no Método da Compatibilidade de Deformações (MCD) já utilizado por Lemes et al., Caldas e Barros [1,3,4], para a avaliação da capacidade resistente de uma seção genérica qualquer de concreto armado.

2 Análise estrutural

2.1 Método da Compatibilidade de Deformações

Esforços externos aplicados a um elemento estrutural geram deformações em sua seção transversal que, por sua vez, geram forças internas equilibrantes (LEMES et al. [2]). Essa deformação é a base de formulação no Método da Compatibilidade de Deformações (MCD) descrito pelo Instituto Americano de Construção de Aço-AISC [5].

Esse método é baseado na teoria de Euler-Bernoulli e supõe que a seção transversal pós-deformação permanece plana e que a deformada é linear [4]. Esse comportamento está ilustrado na Figura 1 (a). Considerando uma divisão em n fatias da seção transversal, a deformação da i -ésima fatia pode ser calculada pela seguinte equação:

$$e_i = e_0 + \emptyset \cdot y_i \quad (1)$$

onde e_0 é a deformação no centroide plástico da seção, \emptyset é a curvatura (inclinação da reta linear de deformação) e y_i é a distância entre os centroides plásticos (CP) da fatia analisada e da seção, conforme [3].

2.2 Relação Constitutiva dos Materiais

Dada uma peça estrutural submetida à Flexão Composta Normal como a ilustrada na Figura 1(a), conhecendo-se a deformada da seção transversal e definindo uma relação constitutiva dos materiais (aço e concreto) é possível obter valores de tensão (σ_i) das n fatias de área A_i e, a partir das Equações 2 e 3, obter pares de N (esforço normal) e M (momento fletor) de um dado carregamento.

$$N = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i \quad M = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i y_i \quad (2 \text{ e } 3)$$

Nesse estudo, as relações constitutivas foram determinadas a partir dos diagramas de tensão-deformação de barras de aço e do concreto descrito pela NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto [6].

3 Curvas de Interação Esforço Normal-Momento Fletor (N-M)

Os pares N e M referentes às deformadas limites da seção, ou seja, as formas assumidas pela mesma antes de sua ruína (seja por falha do concreto ou do aço) formam a curva N-M de capacidade resistente de uma seção. Na Figura 1(b) temos uma dessas curvas para uma seção genérica qualquer.

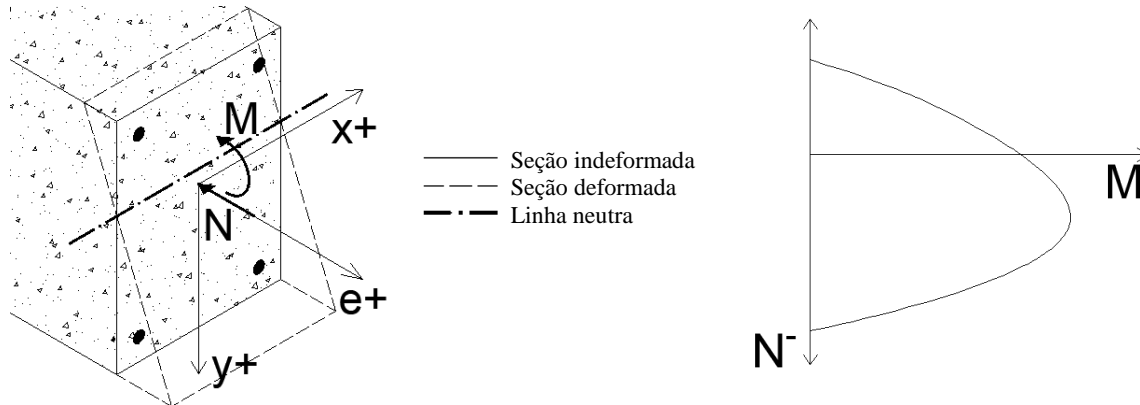


Figura 1. (a) Peça de concreto armado sob a Flexão Composta Normal. (b) Curva de Interação N-M

Dois métodos foram utilizados para obtenção das curvas N-M e serão detalhados a seguir.

3.1 Método 1: Varredura dos domínios de deformação.

Varrendo os domínios de deformação descritos em [6], obtêm-se os pontos de plastificação de uma seção transversal solicitada a um par de esforços de Força Axial e Momento Fletor, isto é, deformadas no limite de capacidade resistente da seção. A Tabela 1 descreve, em forma de algoritmo, a estratégia numérica adotada para obter os pares N-M partindo-se desses pontos.

Tabela 1. Estratégia numérica para obtenção da curva N-M pelo método 1

1. Leitura dos dados da seção transversal e dos materiais e discretização da seção em fatias
2. Obtenção do centroide plástico e translação do sistema de referência para o CP
3. Varredura dos domínios de deformação e armazenamento das deformadas limites
4. Cálculo da curvatura ϕ e de e_0 para cada deformada
5. para cada deformada faça
6. Calcula-se a deformação de cada fatia (Eq. 1) e respectiva tensão
7. Calcula-se a deformação das barras de aço (Eq. 1) e respectiva tensão
8. Calcula-se N e M para cada fatia (Eq 2 e 3) e soma-se ao valor anterior, armazenando o valor final
9. fim para

3.2 Método 2: Obtenção do momento máximo da relação Momento- Curvatura.

O procedimento consiste na construção da relação momento-curvatura (problema não linear) através uma estratégia incremental-iterativa acoplada ao método de Newton-Raphson.

Quando, para um dado esforço axial (Esforço Normal), é atingido o momento máximo da relação momento-curvatura tem-se a plastificação total da seção. Esse par Esforço Normal – Momento Máximo é um ponto da curva N-M [1]. A Tabela 2 descreve, em forma de algoritmo, a estratégia numérica adotada para obter os pares N-M partindo-se desses pontos.

Tabela 2. Estratégia numérica para obtenção da curva N-M pelo método 2

1. Leitura dos dados da seção transversal e dos materiais e discretização da seção em fatias
2. Obtenção do centroide plástico e translação do sistema de referência para o CP
3. Inicialização de \emptyset e de e_0 (atribui-se 0)
4. para cada incremento de momento fletor faça
7. Obtém-se f_{ext} (vetor de forças externas: N e M atuantes)
8. para $k = 1, n_{max}$ faça
9. Determina-se ε (Eq. 1) e
10. Obtém-se f_{int} com as Eqs. 2 e 3 (vetor de forças internas: N e M resistentes)
11. Calcula-se a diferença entre f_{ext} e f_{int}
12. se a diferença for menor que uma tolerância → siga para linha 15 fim se
13. Monta-se a matriz de rigidez tangente da seção e se verifica sua singularidade
14. se for singular → Momento último resistente encontrado → parar processo e armazenar N e M fim se
15. Correção de \emptyset e de e_0
16. fim para
17. Incremento de N
18. fim para

4 Exemplo numérico

Para validação dos resultados numéricos um caso numérico real foi testado. Na Figura 2 está apresentada a seção transversal do chamado *Pilar de Foure*, que foi ensaiado inicialmente por Espion [7]. Trata-se de um pilar de concreto armado engastado na base, de seção transversal retangular de 15x20 cm e com armaduras positivas e negativas com áreas iguais a 2.26 cm². A distância da borda da seção até o centro geométrico das armaduras é de 2 cm. Os dados dos materiais componentes do pilar estão na Tabela 3.

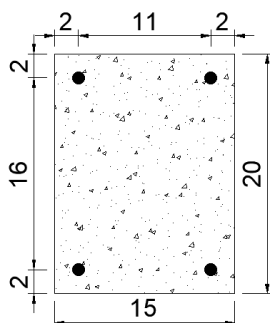


Figura 2. Seção transversal

Tabela 3. Dados dos materiais (unidades em kN, cm)

Concrete			Steel		
f_{cd}	ε_{ci}	ε_{cu}	f_{yd}	E_s	ε_{yd}
3.83	-0.002	-0.0035	46.5	20000	0.01

As curvas N-M obtidas para o *Pilar de Foure* podem ser vistas no gráfico da Figura 3. Foram geradas duas curvas para cada método sendo uma referente à solicitação de momento fletor no eixo de maior inércia e outra no de menor.

A análise da Figura 3 mostra que os métodos de determinação da curva N-M levaram a resultados muito próximos e satisfatórios em ambos os casos. É importante frisar que ambas as curvas são formadas por diversos segmentos de reta e que quanto mais pontos forem gerados melhor será a suavização das quinças obtidas.

Os degraus mais evidentes gerados nas curvas do Método 1 são típicos quando se trabalha com a varredura dos domínios e são devidos justamente às transições entre os mesmos. O método 2 é mais refinado e preciso permitindo uma análise estrutural mais aprofundada. No entanto, o método 1 possui como vantagem a simplicidade matemática e menor exigência computacional ao se pensar apenas no objetivo exclusivo de obtenção da curva N-M.

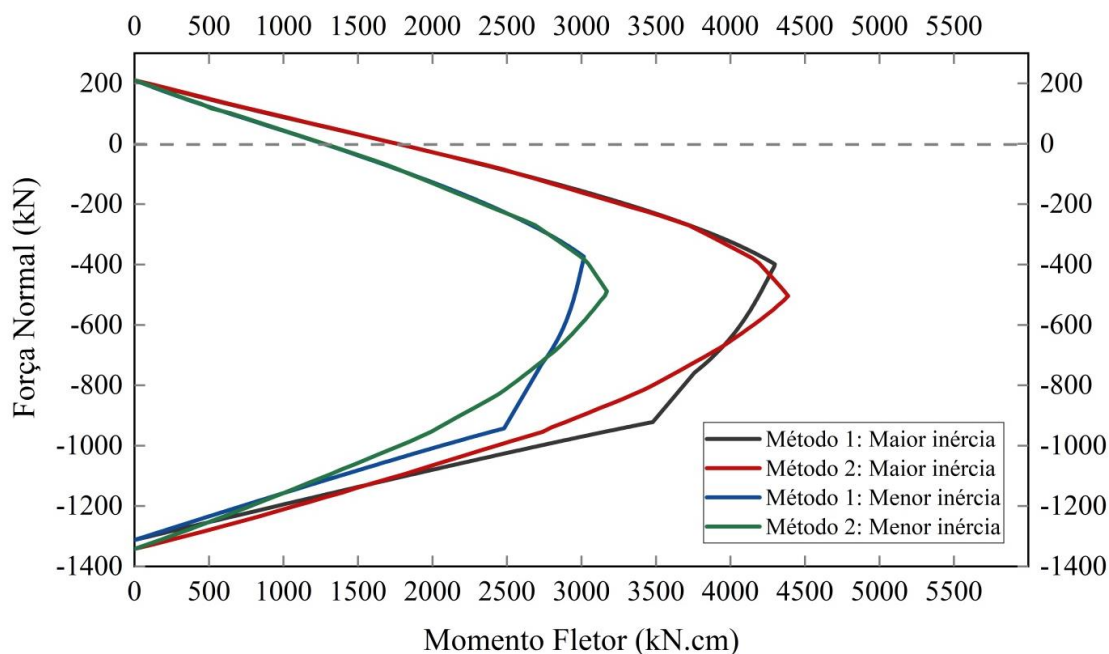


Figura 3. Curvas de interação N-M

5 Considerações Finais

Foi possível obter a curva de interação N-M com os métodos propostos e ambos foram satisfatórios. A utilização de cada um deles é possível e deve-se avaliar, com base nas vantagens e desvantagens discutidas, qual o mais adequado para determinada situação.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a determinação da capacidade resistente 3D pelos dois métodos expostos nesse texto, isto é, a determinação dos momentos fletores em torno do eixo x e y e esforços normais máximos que podem ser aplicados.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a CAPES, o CNPq, a Fapemig, a UFLA e a UFOP pelo suporte fornecido durante a elaboração deste trabalho.

Referências

- [1] Lemes, Í. J., Silva, A. R. D. D., Silveira, R. A. D. M., & Rocha, P. A. S., 2017. Determinação da capacidade resistente de elementos estruturais mistos através do método da rótula plástica refinado. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*.
- [2] Lemes, I.J.M., Silva, A.R.D., Silveira, R.A.M., Rocha, P.A.S., 2015. Acoplamento MCD/MRPR para análise de estruturas metálicas, de concreto e mistas. XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [3] Caldas, R.B., 2004. Análise Numérica de Pilares Mistos Aço-Concreto. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- [4] Barros, R.C., 2016. Avaliação Numérica Avançada do Desempenho de Estruturas de Aço sob Temperaturas Elevadas. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- [5] AISC LRFD. Specification for structural steel buildings. American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [6] NBR, A. B. N. T. 6118: Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.
- [7] Espion, B. Benchmark examples for creep and shrinkage analysis computer programs. In: TC 114 RILEM. E&FN Spon. [S.l.: s.n.], 1993.