

FERRAMENTA DE MODELAGEM GEOMÉTRICA PARA ANÁLISE ISOGEOMÉTRICA DE COMPÓSITOS LAMINADOS

Jonas Aguiar Junior

Evandro Parente Junior

jonasaguiarj@hotmail.com

evandroparentejr@gmail.com

Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização, Universidade Federal do Ceará

Campus do Pici – Bloco 728, 60440-900, Fortaleza-CE, Brasil

Abstract. The finite elements method (FEM) is the most commonly used numerical approach for structural analysis. Recently, the Isogeometric Analysis (IGA) was proposed as an alternative method to FEM. IGA uses the same functions used in CAD systems in geometric modeling as B-Splines and Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS). Thus, IGA has gained attention by being able to exactly represent complex geometries due to the use of B-Splines and NURBS in the numerical solution, eliminating errors caused by geometry approximation present in FEM. NURBS are described by a set of control points, weights and knot vectors, allowing the representation of both analytical shapes (e.g. circles, cylinders, and quadrics) and free form models using the same database. However, as the IGA is more recent than the FEM, there are not many tools to perform isogeometric modeling and analysis. Therefore, in this paper presents a simple approach for preprocessing isogeometric models based on the use of a well-known geometric modeler. This program is used for geometry creation and model refinement using NURBS. These data and the associated attributes (e.g. material, loads and boundary conditions) are saved in an input file for the analysis program. This preprocessing tool was validated using of a set benchmarks and very good results were obtained.

Keywords: Isogeometric models, IGA, laminated composite

1 Introdução

A combinação de dois ou mais materiais que unidos formam um novo material com propriedades (físicas, mecânicas e químicas) superiores aos materiais iniciais, formam os materiais compósitos (Barbero [1]). A análise de placas e cascas destes materiais compósitos requer a utilização de métodos computacionais apropriados.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é atualmente o método computacional mais utilizado na análise estrutural. No entanto, recentemente foi proposta por Hughes e colaboradores [2] a Análise Isogeométrica (AIG), em que são utilizadas as mesmas funções usadas em sistemas CAD (*Computer Aided Design*) para representação do modelo geométrico da estrutura, como as B-Spline e NURBS.

A AIG utiliza a mesma formulação isoparamétrica do MEF, entretanto, uma vantagem desse método é que os deslocamentos são aproximados de acordo com as funções que descrevem a geometria do modelo dessa forma, elimina-se o erro causado pela aproximação da geometria. Além disso, o refinamento do modelo é dado de forma simples com inserção knots e elevação de grau das funções base.

Por se tratar de um método proposto recentemente, há poucos softwares que realizam AIG se comparado com MEF. No Laboratório de Mecânica Computacional e Visualização (LMCV), da Universidade Federal do Ceará, foi desenvolvido o software FAST [3], capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas, lineares e não lineares geométricas utilizando tanto o MEF quanto AIG.

A dificuldade da AIG utilizando o FAST se baseia no pré-processamento de dados, sendo necessária informações do conjunto de dados das NURBS para realização da análise. Alguns softwares de modelagem geométrica utilizam funções NURBS, como Rhinoceros [4], Maya [5], AutoCAD [6], Blender [7] e Inkscape [8]. Portanto, neste trabalho foi realizado uma pesquisa dentre estes softwares, verificando critérios como custo, acessibilidade, disponibilidade e comunicação entre os arquivos gerados pelo software e arquivos de entrada para análise no FAST.

Com isso, o software adotado será utilizado como ferramenta de modelagem geométrica, no qual será capaz de gerar um arquivo contendo todas as informações da geometria do modelo para realização da AIG no FAST, com acréscimo de informações no arquivo de entrada, como tipo de análise, condições de contorno, carregamento e características do material.

2 Análise Isogeométrica

As NURBS são comumente utilizadas na modelagem geométrica por terem a capacidade de representar geometricamente tanto modelos matemáticos padrões (cônicas, quádricas, círculos) quanto modelos de forma livre com a utilização da mesma base de dados. Dessa forma, as NURBS são uma combinação linear de funções de base racional $R(\xi)_i$ de grau p e pontos de controle p_i . Portanto, uma curva NURBS $C(\xi)$ pode ser expressa como:

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^n R(\xi)_i p_i . \quad (1)$$

as funções de base racional $R(\xi)_i$ são relacionadas com o peso associado a cada ponto de controle w_i e a função base do ponto $N_{i,p}(\xi)$ da seguinte forma:

$$R(\xi)_i = \frac{w_i N_{i,p}(\xi)}{\sum_{i=1}^n w_i N_{i,p}(\xi)} . \quad (2)$$

Já as superfícies NURBS são formadas pelo produto de duas funções de base univariantes:

$$S(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R(\xi, \eta)_{ij} P_{ij} \quad (3)$$

em que P_{ij} é o ponto de controle e $R(\xi, \eta)$ é a função base racional bivariante dada por:

$$R(\xi, \eta)_{ij} = \frac{w_{ij} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta)}{W(\xi, \eta)}. \quad (4)$$

Na Eq. (4) o peso associado a cada ponto é dado por w_{ij} e $W(\xi, \eta)$ representa a função peso bivalente expressa por:

$$W(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n \sum_j^m w_{ij} N_{i,p}(\xi) N_{j,q}(\eta). \quad (5)$$

As funções usadas para definir a geometria das superfícies NURBS são utilizadas na aproximação dos deslocamentos no interior da estrutura, proporcionando a representação exata da geometria do modelo, sendo essa uma das principais vantagens da AIG em relação ao MEF.

Além disso, de acordo com Piegl e Tiller [9], o refinamento da geometria com a inserção de knots e elevação de grau são algumas ferramentas fundamentais para implementações geométricas das NURBS. O refinamento h trata-se da inserção de knots no qual é inserido um novo vetor knot, uma nova base e um novo ponto de controle. Esse tipo de refinamento é semelhante a discretização no MEF, ou seja, inserção de mais graus de liberdade devido ao aumento do número de elementos.

Já o refinamento p trata-se da elevação de grau das curvas mantendo a continuidade original em cada knot, fazendo com que aumente os graus de liberdade e conseqüente melhoria na solução numérica. Por fim, o refinamento k é a combinação dos dois refinamentos mencionados onde se aumenta simultaneamente o número de knots e a continuidade das bases.

3 Ferramenta de modelagem geométrica

O software adotado como ferramenta de modelagem geométrica foi o Rhinoceros, por ser o mais utilizado, além de possuir um script utilizando Python no qual foi possível criar um código capaz de obter todas as informações geométricas do modelo desenhado no programa em um arquivo de saída do tipo YGA, podendo ser facilmente convertido no arquivo de entrada usado no FAST do tipo DAT.

Utilizando o Rhino, foram criados os exemplos da Fig. 1 e Fig. 2. A partir de então, utilizando Python, gerou-se um arquivo contendo as informações geométricas do modelo refinado, incluindo as coordenadas dos pontos de controle, peso dos pontos de controle e os vetores de knots. Estas informações geométricas foram incluídas no arquivo de entrada do FAST, juntamente com as características do material, condições de contorno, carregamento e tipo de análise a ser realizada.

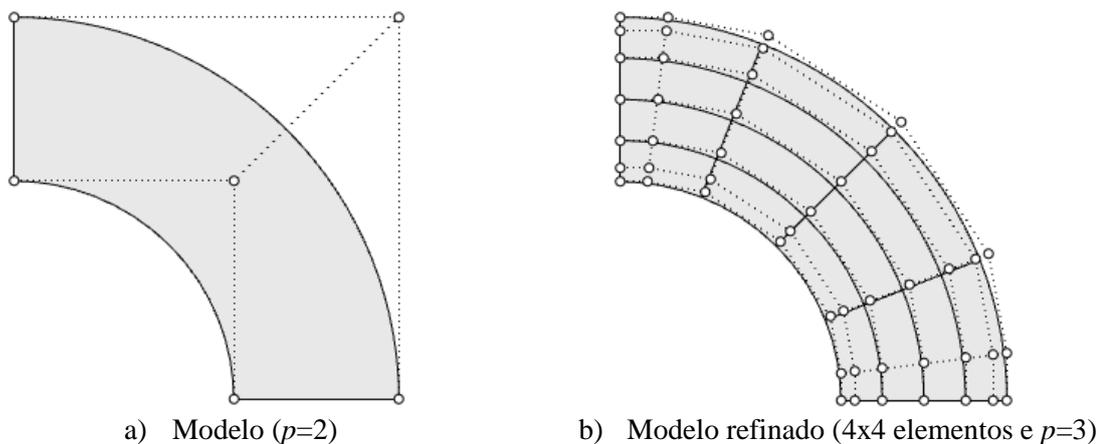


Figura 1 - Modelo do cilindro submetido à pressão obtido por refinamento k

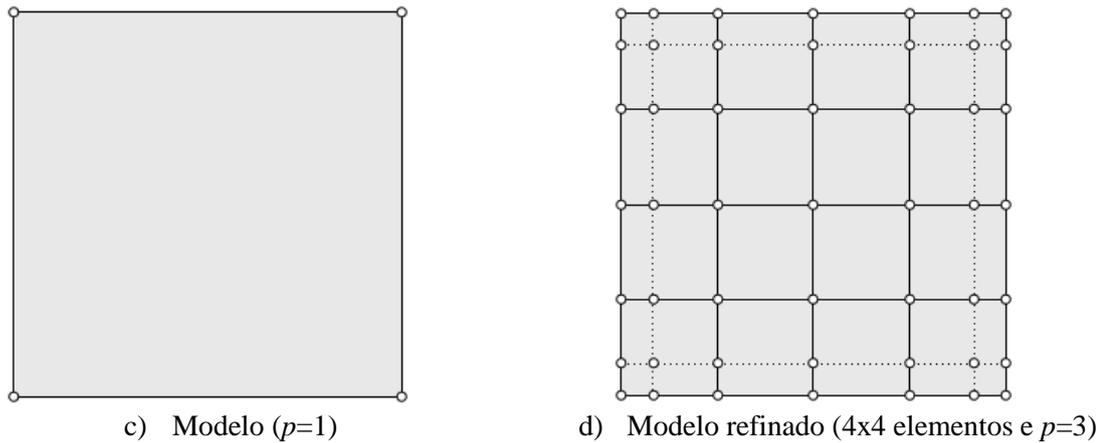


Figure 2 - Modelo da placa simplesmente obtido por refinamento k

O primeiro exemplo referente a Fig. 1 foi baseado na dissertação de Barroso [10] e trata-se de um cilindro espesso de material isotrópico submetido à pressão interna. O raio externo é dado por 0.35m, o raio interno por 0.20m, a espessura por 1.00m, o módulo de elasticidade por 10^6 N/m², o coeficiente de Poisson por 0.2 e pressão interna 10N/m².

É interessante notar que os pontos de controle não intermediários não estão sobre as arestas do modelo nem na fronteira dos elementos isogeométricos. A geração do modelo foi realizada utilizando o refinamento k , que consiste em elevar o grau da geometria de quadrática (inicial) para cúbica, e, feito isso, inserir knots igualmente espaçados. Com a finalidade de se observar a convergência dos resultados obtidos foi realizado a discretização da malha e conseqüentemente aumento no número de elementos.

Já o segundo exemplo, com a finalidade de fazer uma análise com compósito laminado foi adotado o modelo da Fig. 2 que trata de uma placa quadrada de 4.00m de lado, simplesmente apoiada e com carga uniformemente distribuída. As propriedades do material são: $E_1 = 25.0$ GPa, $E_2 = 1.0$ GPa, $E_3 = 1.0$ GPa, $G_{12} = 0.5$ GPa, $G_{13} = 0.5$ GPa, $G_{23} = 0.5$ GPa e $\nu_{12} = 0.25$. Além disso, a placa é constituída por quatro lâminas de espessura de $h = 0.0005$ m e laminação $[0/90]_s$. Por fim, a carga uniformemente distribuída na placa é de 1.0 kN/m².

Assim como o exemplo anterior, foi utilizada neste caso a estratégia de refinamento k , elevando o grau da geometria de linear (inicial) para cúbica e inserindo knots igualmente espaçados, discretizando o modelo com aumento do número de elementos. Como os knots internos são igualmente espaçados, os elementos isogeométricos são uniformes. Contudo, o mesmo não ocorre com a distância entre os pontos de controle.

4 Resultados

4.1 Cilindro submetido à pressão interna

Após a criação do modelo foi utilizado o Python script do Rhinoceros para gerar o arquivo de entrada do FAST, adicionando as informações de material, condições de contorno e carregamento. Com isso, se obteve o valor do deslocamento radial. Na Tab. 1 é mostrado o resultado do método numérico e da solução analítica obtida na dissertação de Barroso [10], no qual mostra a convergência dos resultados com o aumento da malha do modelo.

Tabela 1 - Resultados do cilindro submetido à pressão interna

Resultado	(2x2)	(3x3)	(4x4)
Deslocamento no centro	3.06845E-06	4.33285E-06	4.33939E-06
Diferença	-41.42%	-0.15%	0.00%
Analítico		4.33939E-06	

4.2 Placa laminada

Assim como foi feito no exemplo anterior, o arquivo de entrada do FAST foi gerado utilizando o Python script do Rhinoceros e feito a AIG, obtendo-se o valor do deslocamento no centro da placa, comparando com o resultado obtido através da solução analítica de Navier (Reddy [11]). Os resultados e comparações entre os modelos de AIG e MEF com a solução analítica são mostrados na Tab. 2.

Tabela 2 - Resultados da placa laminada

Resultado	(2x2)	(4x4)	(8x8)	(16x16)
Deslocamento no centro	-1.77929E+02	-1.87086E+02	-2.17234E+02	-2.17641E+02
Diferença	-22.24%	-16.26%	-0.12%	0.07%
Analítico	-2.174977E+02			

5 Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvido um código no Python script do Rhinoceros com a finalidade de se obter informações de superfícies NURBS em um arquivo semelhante ao arquivo de entrada do FAST. Dessa forma, com a adição de informações como material, condições de contorno, carregamento e tipo de análise a ser realizada, é possível a Análise Isogeométrica de modelos planos e de placa. A utilização do refinamento k levou a excelentes resultados nos exemplos analisados.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio financeiro no desenvolvimento deste trabalho.

References

- [1] Barbero, E. J. *Introduction to composite materials design*. 2nd. ed. 2011.
- [2] Hughes, T.; Cottrell, J.; Bazilevs, Y. Isogeometric analysis: Cad, finite elements, nurbs, exact geometry and mesh refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 194, n. 39-41, p. 4135-4195, 2005.
- [3] Parente Junior, E. *Fast version 1.0.0 user's manual*. Universidade Federal do Ceará, March 2018.
- [4] Rhinoceros, web page. 2019. <https://www.rhino3d.com/>.
- [5] Autodesk Maya, web page. 2019. <https://www.autodesk.com.br/products/maya/overview>.
- [6] Auto desk AutoCAD, web page. 2019. <https://www.autodesk.com.br/products/autocad/overview>.
- [7] Blender, web page. 2019. <https://www.blender.org/>.
- [8] Inkscape, web page. 2019. <https://inkscape.org/pt-br/>.
- [9] Piegl, L.; Tiller, W. *The nurbs book*. 2. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.
- [10] Barroso, E. S. *Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando formulação isogeométrica*. 2015. 161 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- [11] Reddy, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates, Theory and Analysis*. 2nd. ed. 2004.