

NUMERICAL ANALYSIS OF THE FLOW OF A 2-D JETS UNDER VARIABLE NOISE

Thiago F. S. Freitas

Andreia A. Nascimento

thsantiago1@gmail.com

aanascimento@ufg.br

UFG - Universidade Federal de Goiás

Escola de Engenharia: Elétrica, Mecânica e Computação, Universidade Federal de Goiás, Av. Universitária, 1488, Bloco A, Piso 3, Setor Leste Universitário, Goiânia, 74605-010, Goiás, Brasil

Leonardo Q. Moreira

lqmoreira@ufg.br

UFG - Universidade Federal de Goiás

Escola de Engenharia: Elétrica, Mecânica e Computação, Universidade Federal de Goiás, Av. Universitária, 1488, Bloco A, Piso 3, Setor Leste Universitário, Goiânia, 74605-010, Goiás, Brasil

Abstract. The present paper shows an physical analysis for bidimensional fluid flow evolutions of a submerged rectangular free jet at low Reynolds Number. The flows were simulated using a code based on the Fourier Pseudospectral Method coupled with immersed boundary method (IBM) IMERSPEC2D (Mariano [1]), which uses the Fast Fourier Transform (FFT) to solve the bi dimensional Navier-Stokes equations; the jet profile was implemented using the multidirect-forcing method, and the Runge-Kutta 4th order method with 6 steps (RK46) was used temporal method. The aims of this paper is validate of noise required (0%, 1% and 3% of noise) to simulate the jet flows to $Re = 100$, at five different mesh: 64x16, 128x32, 256x64, 512x128 and 1024x256. The results presented in this paper are based in the velocity profile at five positions: vertical profile at position 12D, 16D, 32D and 64D, where D is the diameter of the jet. A preferential mesh of 256 x 64 is chosen according to its accuracy and computational cost, however when the noise was being analyzed, the mesh was considered inadequate due to its low precision and the already existing numerical noise in its structure.

Keywords: Numerical Analysis, 2D Jet flow, Noise

1 Introdução

Quando um escoamento ocorre sem qualquer superfície sólida e não sofre nenhum obstáculo em seu interior, ele pode ser denominado de escoamento cisalhante livre. Dentre esse tipo de escoamento, tem-se aqueles que são formados pela passagem do fluido por qualquer tipo de orifício denominados de jatos livres. Escoamentos cisalhantes livres são caracterizados como escoamentos transicionais básicos a turbulência em Silveira-Neto [2]. Em decorrência desse aspecto, os jatos livres passam de regime laminar ao turbulento com $Re = 10$.

Devido a grande dificuldade de realizar experimentos com jatos livres, uma boa alternativa é o emprego de metodologias numéricas. Assim, o presente trabalho se propôs a adaptar o código IMER-SPEC2D, Mariano [1] validado e verificado, para a simulação do escoamento do jato livre. O código IMERSPEC2D é bidimensional e utiliza do método pseudoespectral de Fourier (MPEF) para a discretização espacial das equações de Navier-Stokes e de conservação da massa, além disso, código é acoplado à metodologia da fronteira imersa (IBM) para representação do perfil de velocidade do jato.

Em Khaldi et al. [3], os autores analisaram a validade de aproximações da camada de cisalhamento livre em jatos laminares 2D pulsados em configurações isotérmicas e aquecidas. A validação ocorreu através da comparação dos resultados com trabalhos anteriores, a discretização temporal utilizada foi de método de volumes finitos (MVF) e a influência de adimensionais como o número de Strouhal (St), número de Grashoff (Gr) e o número de Reynolds (Re) foram levados em conta. As conclusões obtidas indicam que aproximações da camada de cisalhante livre são validas em regiões isotérmicas ou em jatos pulsados aquecidos com $St \geq 1$.

No presente trabalho buscou-se a simulação de um escoamento cisalhante livre bidimensional, um jato livre retangular, monofásico sob fluido quiescente em transição. O jato livre turbulento apresenta em termos gerais, as seguintes regiões: um bocal de saída do fluido; um núcleo de escoamento potencial (invíscido e irrotacional); a formação de toroides de alta concentração de vorticidade; a caracterização da geração bidimensional dos vórtices; o emparelhamento dos vórtices formados previamente; a oscilação dos vórtices bidimensionais para que se tornem tridimensionais; a decomposição do formato do jato em turbulência tridimensional; e a reorganização da turbulência em formas mais complexas. O jato livre ainda tem uma camada diluidora (*mixing layer*) ao longo do seu desenvolvimento. Na posição inicial o perfil do jato é retangular e não há presença de camada de mistura, ao longo do seu desenvolvimento nota-se o efeito de difusão nas extremidades do perfil velocidade, isto é, a conservação da quantidade de movimento entre o jato e o ambiente circundante, e por consequência o perfil final da velocidade é gaussiano.

2 Métodos

2.1 Método matemático

Para a implementação do jato, simplificou-se a equação matemática de três componentes (X , Y e Z) para dois (X e Z), utilizada em Moreira [4]. O perfil do jato 2D foi modelado a partir da Eq. 1 onde: u_1 é a velocidade inicial do jato em m/s ; u_2 é a velocidade *co-flow* em m/s , R é o raio do jato em m , θ é a espessura do momento cisalhante em graus e r é a coordenada radial do jato analisada em m . A implementação é:

$$u_o(x, y) = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{u_1 - u_2}{2} \tanh \left[\frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left(\frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right]. \quad (1)$$

A modelagem matemática para o desenvolvimento do problema físico através do IMERSPEC2D, utilizou-se das equações de Navier-Stokes e a equação da conservação da massa (Eq. 3) escritas na forma tensorial, para um escoamento isotérmico, incompressível, com propriedades físicas constantes e fluido newtoniano, num domínio euleriano:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i + u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} + f_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0. \quad (3)$$

Na Equação 2, u_i são as componentes das velocidades em (m/s) na direção $i = 1, 2$ para problemas bidimensionais e $i = 1, 2, 3$ para problemas tridimensionais; t representa o tempo em segundos; p é a pressão dividida pela massa específica do fluido (ρ) em Kg/m^3 ; f_i é o termo fonte da força (N/m^3) em relação ao ρ ; ν representa a viscosidade cinemática (m^2/s).

2.2 Método numérico

O termo fonte (f_i) que aparece na Eq. 2 é considerado, fisicamente, como um termo que representa as forças de campo, gravidade ou magnética. Este termo é fundamental para o emprego do método da Fronteira Imersa (MFI). A força lagrangiana definida no domínio Γ (F_i) realiza a comunicação entre Ω e Γ se houver pontos coincidentes. Em malhas complexas não se costuma ter coincidência de pontos entre os dois domínios, neste caso, a função F_i é distribuída em relação a sua vizinhança. A função peso (W_g) utilizada no código IMERSPEC2D foi a função cúbica, desenvolvida por Tornberg and Engquist [5].

Através da metodologia pseudoespectral de Fourier, as Eq. 2 e 3 são transformadas para o domínio espectral de Fourier. Na equação 4, nota-se que a pressão foi desacoplada da equação, isso ocorreu devido a projeção de cada termo da equação de Navier-Stokes transformada no plano de divergência nula, Briggs et al. [6]. Desta forma, o termo referente a pressão torna-se um ponto e pode ser desacoplado da equação, Mariano [1].

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \nu k^2 \right] \widehat{u}_i(\vec{k}, t) = \phi_{im} \left[\widehat{f}_m(\vec{k}, t) - ik_j \int_{\vec{k}=\vec{r}+\vec{s}} \widehat{u}_m(\vec{r}, t) \widehat{u}_j(\vec{k} - \vec{r}, t) d\vec{r} \right], \quad (4)$$

onde \vec{k} é o número de onda, parâmetro necessário no domínio espectral; nota-se na equação 4 uma integral de convolução onde \vec{r} e \vec{s} representam matematicamente a relação entre os vetores número de onda dos termos temporais, advectivos e convectivos da equação 2; e ϕ_{im} representa um tensor projeção, responsável por projetar os vetores sobre o plano genérico mencionado anteriormente, Silveira-Neto [2].

O código IMERSPEC2D opera a partir de três diferentes zonas. A primeira região, Zona de *Buffer*, é responsável por impedir a periodicidade da metodologia espectral de Fourier. A zona de forçagem (ZF) é responsável por impor a condição inicial do escoamento a cada incremento temporal através do Método da Fronteira Imersa (IBM). Em sequência está o domínio útil, zona de interesse física, ou seja, região onde é analisado o problema físico.

Os parâmetros universais das simulações foram: $D = 16 m$ (diâmetro do jato), $L_x = 80D$, $L_y = 20D$, $CFL = 0, 1$ (número de *Courant-Friedrichs-Lewis*), $Re = 100$, $Tamanho_{ZB} = 7D$, $Tamanho_{ZF} = 1D$, $u_1 = 101, 75 m/s$ (velocidade do jato) e $u_2 = 1, 75 m/s$ (velocidade de *co-flow*).

De acordo com Magoulès and Lai [7], a convergência numérica de métodos espectrais é supergeométrica. Assim, é de grande interesse determinar uma malha numérica em que se obtenha acurácia aceitável aliada a um custo computacional aceitável. Foram simuladas 5 diferentes malhas: 64x16, 128x32, 256x64, 512x128 e 1024x256 pontos. A malha de 1024x256 pontos foi considerada como a malha mais precisa e utilizada como malha de referência para o cálculo da porcentagem de erro das malhas restantes.

Após a escolha da malha numérica, foi analisado qual a quantidade mínima de ruído necessária para que as simulações apresentassem instabilidades características de escoamento de jatos livres em transição sob tempo físico de 60 s. Ruídos de: 0%, 1% e 3% foram implementados sob a malha selecionada e os resultados foram analisados e comparados. Caso não houvesse ruído, o jato não sofreria transição, visto que o método pseudoespectral de Fourier (MPEF) inibe descontinuidades em sua discretização devido ao uso do domínio das frequências para suas soluções numéricas.

3 Resultados e discussões

Conforme o avanço da saída do bocal, o jato deixa a forma retangular e assume um perfil cada vez mais gaussiano devido a influência da zona de mistura, Fig. 1(a). O jato ao sair do bocal sofre os efeitos da camada cisalhante livre viscosa, a qual retarda o escoamento axial próximo as extremidades do jato e acelera o escoamento na região central do jato. Uma das razões para a formação do perfil gaussiano ao longo de x é o fato de que a superfície livre do jato é instável e o entorno do meio possui a mesma massa específica (ρ), essa instabilidade da superfície causa uma rápida mistura do jato com o seu meio H. Spurk and Aksel [8]. Destaca-se ainda que, caso o fluido do meio tivesse, massa específica bem diferente do fluido do jato livre o comportamento visto não ocorreria, ou seja, a difusão do jato sobre o meio não seria imediato.

A Figura 1(b) apresenta os perfis das diferentes malhas simuladas. O perfil da malha de 64x16, uma malha tão grosseira que não consegue representar a forma do perfil do escoamento adequadamente. O erro numérico percentual entre cada malha sobre a malha de referência foi calculado e gerou-se a distribuição vista na Fig. 1(c).

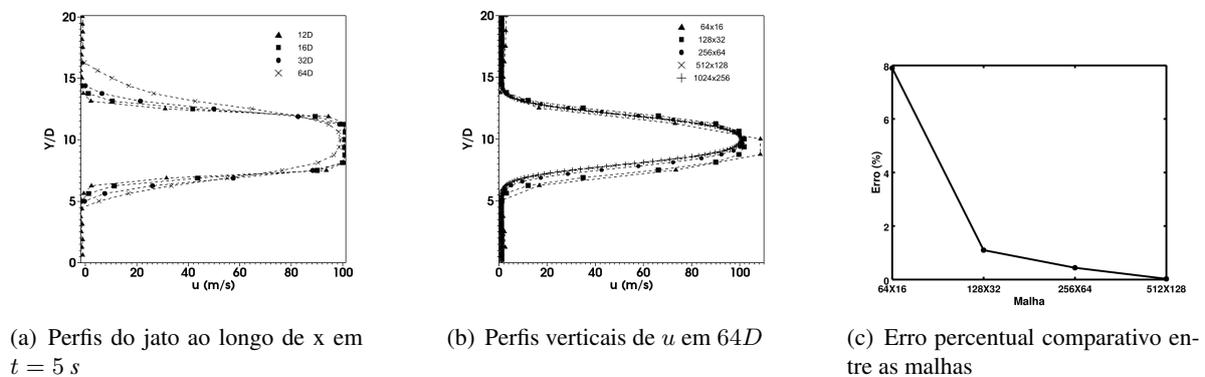


Figura 1. Análise comparativa entre malhas numéricas simuladas em $t_f = 5 s$ e 3% de ruído

Comparando as figuras 1(b) e 1(c) concomitante a tabela 1, identifica-se que a malha com 256x64 pontos é satisfatória que apresenta 0,5% do custo computacional da malha mais precisa e ainda sim possui erro numérico percentual inferior a 0,5%.

Tabela 1. Custo computacional para $t_f = 0,1 s$

| Malha | Custo Computacional (s) |
|----------|-------------------------|
| 64x16 | $1,5 \cdot 10^{-2}$ |
| 128x32 | 0,37 |
| 256x64 | 3,7 |
| 512x128 | 66,14 |
| 1024x256 | 764,17 |

Foi obtida a mesma resposta, independente da porcentagem de ruído, na malha com 256x64 pontos, Fig. 2(a). O comportamento numérico esperado do jato livre com 0% de ruído não foi obtido já que o jato também apresentou instabilidades e sofreu transição. A simulação numérica não se comportou conforme o esperado devido a presença de ruído proveniente de outra fonte: a baixa quantidade de pontos discretos.

O IBM é responsável pela não periodicidade no domínio, com a baixa quantidade de pontos o método não atua suavemente, mas sim abruptamente, gerando ruído na simulação. Sob uma malha

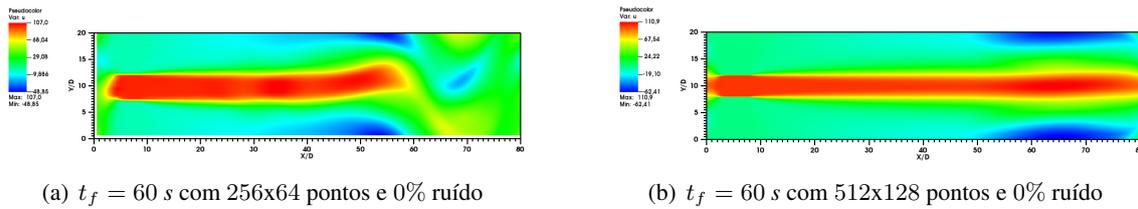


Figura 2. Análise comparativa da velocidade u entre malhas numéricas simuladas em $t_f = 60$ s e 0% de ruído

mais fina (512x128) no mesmo tempo físico o jato sob ruído nulo (Fig. 2(b)) se comporta conforme o esperado, ou seja, não sofre transição.

4 Conclusão

Os resultados apresentados inicialmente para o problema de escoamento cisalhantes livres, mostraram-se satisfatórios pois, foi utilizado para a representação de um fenômeno físico tridimensional um modelo simplificado bidimensional, para o $Re = 100$, ou seja, o escoamento está na fase de transição do jato cisalhante livre. De acordo com os resultados, fica claro que a malha de 256x64 pontos não é a malha com maior custo benefício já que ela apresenta ruído numérico próprio, assim é necessário o uso da malha de 512x128 pontos, pelo menos. Sugere-se ainda que em trabalhos futuros seja analisado qual a menor porcentagem de ruído que cause transição no jato livre.

Agradecimentos

Os autores agradecem a PRPI e a UFG pelo apoio e incentivo ao trabalho.

Referências

- [1] Mariano, F. P., 2011. *Solução Numérica das Equações de Navier-Stokes Usando uma Híbridação das Metodologias Fronteira Imersa e Pseudo-Espectral de Fourier*. PhD thesis, UFU - Universidade Federal de Uberlândia.
- [2] Silveira-Neto, A., 2002. *Apostila da Disciplina Mecânica dos Fluidos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia - Turbulência nos Fluidos Aplicada*.
- [3] Khaldi, N., Marzouk khairallah, S., Mhiri, H., & Bournot, P., 2014. Cfd analysis of free shear layer approximations for a pulsed air jet. *Tunnelling and Underground Space Technology*, vol. 43, pp. 49–58.
- [4] Moreira, L. Q., 2007. Simulação de grandes escalas de jatos periódicos temporais utilizando a metodologia pseudo-espectral de fourier. Master's thesis, UFU - Universidade Federal de Uberlândia.
- [5] Tornberg, A.-K. & Engquist, B., 2004. Numerical approximations of singular source terms in differential equations. *Journal of Computational Physics*, vol. 200, n. 2, pp. 462–488.
- [6] Briggs, W. L. et al., 1995. *The DFT: an owners' manual for the discrete Fourier transform*, volume 45. Siam.
- [7] Magoulès, F. & Lai, C.-H., eds, 2011. *Computational Fluid Dynamics*. Chapman & Hall/CRC.
- [8] H. Spurk, J. & Aksel, N., 2008. *Fluid mechanics. 2nd ed.* Springer.