

## **A COUPLED VISCOELASTIC DAMAGE MODEL APPLIED TO SALT ROCK MECHANICS**

**Otávio B. de A. Rodrigues**  
**Catarina N. de A. Fernandes**  
**Eduardo T. de L. Junior**  
**William W. M. Lira**

*otavio.rodrigues@ctec.ufal.br*

*catarina@lccv.ufal.br*

*limajunior@lccv.ufal.br*

*william@lccv.ufal.br*

*Laboratório de Computação Científica e Visualização – LCCV, Centro de Tecnologia – CTEC, Universidade Federal de Alagoas - UFAL*

*Avenida Lourival Melo Mota, S/N, Tabuleiro do Martins, 57072-970, Maceió/Alagoas, Brasil*

**Abstract.** *This work describes the application of a viscoelastic damage formulation to the preliminary study of one-dimensional finite element (FE) modeling of salt caverns structural behavior. The evaluation of damage in salt rocks is important due the stress relief caused by the cavern dissolution that generates a large strain energy. If this energy is not reduced, it can lead to instabilities, and the collapse of the cavern walls. The proposed methodology is divided in two main steps: a) incorporation of a damage model to one-dimensional analysis of elastic and viscoelastic materials considering analytical and numerical FE approach, aiming to acquire sensitivity on the studied problem; b) application of the referred model to the simplified evaluation of salt caverns, addressing strain levels, damage accumulation due to cyclic load induced by temperature and pressure variation, and the closure of such caverns. It is expected that this preliminary study allows the evaluation of the damage modeling influence on the behavior of caverns open in salt domes under cyclic loading, addressing the rupture mechanisms of these rocks.*

**Keywords:** Salt caverns, Viscoelasticity, Damage

## 1 Introdução

O avanço recente da importância do gás natural como combustível alternativo, tanto por suas vantagens ambientais como pelo aumento crescente da oferta, gerou a demanda de estudos associados à sua exploração, manuseio, transporte e distribuição. Em comparação com a produção de petróleo, o gás natural, antes considerado um obstáculo no processo de produção, hoje tem importante participação em matrizes energéticas de diversos países. Segundo Confort [1], por se tratar de uma fonte de energia mais limpa e mais complexa, pode-se destacar a estocagem subterrânea em cavernas em rochas salinas.

Durante a perfuração dessas cavernas é importante a avaliação do efeito do dano nas rochas salinas, pois ocorre o alívio de tensões que gera uma grande energia de deformação que, se não for devidamente atenuada, pode atingir níveis que provoquem rupturas na parede do sal. Na literatura existem vários modelos que podem ser utilizados para reprodução do dano em rochas salinas, especialmente os modelos de dano por fluência como os desenvolvidos por Wang [2], Zhou et al. [3] e Wu et al. [4].

Nesta direção, o trabalho apresenta um estudo preliminar para a modelagem numérica unidimensional por elementos finitos do comportamento estrutural de cavernas salinas, utilizando um modelo viscoelástico com dano acoplado. Para alcançar o objetivo proposto, a metodologia de desenvolvimento deste trabalho é baseada em duas etapas principais: a) incorporação de um modelo de dano para rochas salinas na análise unidimensional de meios elásticos e viscoelásticos, a partir de enfoque analítico e numérico; b) aplicação de um modelo viscoelástico com dano acoplado na modelagem numérica unidimensional para avaliação do comportamento de cavernas salinas, estudando simplificada o nível de deformação, o dano acumulado devido ao carregamento cíclico associado à variação de pressão, e o fechamento dessas cavernas.

## 2 Modelo viscoelástico com dano acoplado para rochas salinas

Segundo Shames e Cozzarelli [5] nos testes de fluência sob temperatura constante os materiais viscoelásticos apresentam deformações devido à elasticidade, à queda, à permanência e ao crescimento da taxa de deformação ao longo dos estágios de fluência primário, secundário e terciário. Em geral, nos problemas de engenharia despreza-se o estágio terciário, porém é onde ocorre o dano.

Por reproduzir bem o estado de fluência terciário de ensaio em rochas salinas, o modelo de dano não linear por fluência para rochas salinas proposto por Wu et al. [4] é utilizado neste trabalho. Na Equação (1), proposta por Wu et al. [4],  $D$  é a variável de dano, cujos valores são limitados entre 0 e 1,  $t$  é o tempo ao longo do ensaio,  $t_0$  é o tempo relativo ao início do dano e  $a$  é o índice de dano.

$$D = \begin{cases} 0, & t \leq t_0 \\ 1 - e^{-a(t-t_0)}, & t > t_0 \end{cases} \quad (1)$$

A partir da Eq. (1), Wu et al. [4] desenvolve a equação para definição da deformação em função do tempo, e ajusta com sucesso os parâmetros da equação à uma curva obtida a partir de um ensaio de fluência em uma amostra de sal.

A ideia proposta nesse trabalho é aplicar o modelo de dano à um modelo com carga cíclica, assim o crescimento do dano, e da deformação, com o tempo certamente apresentam um formato diferente do obtido em um ensaio com tensão constante. Dessa forma, propõe-se uma reformulação do modelo proposto por Wu et al. [4], tornando o dano e a deformação, função da deformação viscosa acumulada.

Através de um ajuste da curva deformação viscosa pelo dano do modelo de Wu et al. [4] encontra-se a Eq. (2) para descrever o dano, onde  $\varepsilon_v$  e  $\varepsilon_{v0}$  são as parcelas de deformações viscosas no tempo  $t$  e  $t_0$ , respectivamente. Os coeficientes  $b$ ,  $c$ ,  $d$  e  $e$  são obtidos a partir do ajuste citado acima.

$$D = \begin{cases} 0, & \varepsilon_v \leq \varepsilon_{v0} \\ \frac{b + \varepsilon_v}{c + d\varepsilon_v} - e \ln(\varepsilon_v), & \varepsilon_v > \varepsilon_{v0} \end{cases} \quad (2)$$

A partir das proposições acima, seguindo os procedimentos algébricos apresentados por Wu et al. [4], a deformação total  $\varepsilon$  é definida na Eq. (3), onde  $\Delta\varepsilon$ ,  $\Delta\sigma$  e  $\Delta t$  são os incrementos de deformação, tensão e tempo, respectivamente.  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade,  $E$  e  $E_0$  são os módulos de Young da

amostra num teste de fluência e sob carregamento regular,  $A$  é o parâmetro do material e  $n$  é a tensão exponencial constante.

$$\Delta \varepsilon = \begin{cases} \frac{\Delta \sigma}{E} + \frac{\sigma \Delta t}{\eta}, & \varepsilon_v \leq \varepsilon_{v0} \\ \frac{\Delta \sigma}{E_0} \left( \frac{1}{1-D} - 1 \right) + A \left( \frac{\sigma}{1-D} \right)^n \Delta t, & \varepsilon_v > \varepsilon_{v0} \end{cases} \quad (3)$$

Para descrever a deformação viscosa antes do dano é considerado o tradicional modelo viscoelástico de Maxwell apresentado, por exemplo, por Shames e Cozzarelli [5].

### 3 Modelo numérico

Para análise numérica do problema simplificado de cavernas salinas, neste trabalho é utilizado o método dos elementos finitos. Segundo Fish e Belytschko [6] esse método é aplicado para solução numérica aproximada de equações diferenciais parciais, que descrevem problemas como, análise de tensões, transferência de calor, geometrias complexas, entre outros.

O equilíbrio de um corpo contínuo submetido a carregamentos externos é dado pela Eq. (4), nesta já é considerada a discretização do domínio, assim as integrais são calculadas através do somatório das integrais nos elementos.

$$\int_V \mathbf{f}^v + \int_S \mathbf{f}^s + \sum \mathbf{f}^c = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad (4)$$

Onde  $V$  é o volume do corpo,  $\mathbf{f}^v$ ,  $\mathbf{f}^s$ ,  $\mathbf{f}^c$  são os vetores de forças de volume, superfície e concentradas, respectivamente,  $S$  é a superfície de aplicação da força de superfície,  $\mathbf{B}$  é a matriz que relaciona deslocamentos com deformações e  $\boldsymbol{\sigma}$  é o vetor das tensões totais.

O vetor de tensões totais é calculado a partir das deformações elásticas ( $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ ) e da matriz constitutiva elástica ( $\mathbf{D}$ ) através da Eq. (5). O vetor de deformações totais ( $\boldsymbol{\varepsilon}$ ) por sua vez, é calculado a partir dos deslocamentos nodais ( $\mathbf{u}$ ) através da Eq. (6).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (6)$$

Como o objeto de estudo são cavernas em rochas salinas e o sal é um material viscoelástico, a deformação total é dada pela soma da deformação elástica com a deformação viscosa ( $\boldsymbol{\varepsilon}^v$ ). Assim a equação de equilíbrio do corpo pode ser reescrita, sendo  $\mathbf{f}^*$  a soma dos três termos à esquerda da Eq. (4). Após algumas manipulações algébricas chega-se a Eq. (8).

$$\mathbf{f}^* + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^v dV = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{u} \quad (8)$$

A integral à direita na Eq. (8) é a clássica matriz de rigidez ( $\mathbf{K}$ ). No instante inicial a deformação viscosa é nula, então os deslocamentos elásticos podem ser calculados a partir da solução de um sistema linear. Nos instantes de tempo seguintes são calculados os incrementos de deformações viscosas e então é encontrada a pseudoforça viscosa (integral à esquerda na Eq. (8)), fica então definido um novo sistema linear para ser resolvido a cada passo de tempo (Eq. (9)).

$$\mathbf{f}^* + \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_t^v dV = \mathbf{K} \mathbf{u}_t \quad (9)$$

O modelo considerado consiste em uma barra engastada de comprimento  $L$ , área de seção transversal  $S$  e um carregamento  $f$  de compressão na extremidade da barra. O modelo numérico é discretizado em 10 elementos lineares de viga, com a interpolação linear dos deslocamentos, conforme as Fig. 1(a) e 1(b). A modelagem numérica é feita no programa comercial Abaqus (Smith [7]), e o modelo viscoso com dano acoplado é implementado em uma subrotina Fortran, que é compilada e roda em conjunto com o Abaqus. Essa subrotina é baseada nas Eq. (2) e (3).



Figura 1. Modelo unidimensional considerado.

## 4 Resultados

A incorporação de um modelo de dano para rochas salinas na análise unidimensional de meios elásticos e viscoelásticos é realizada para verificação do modelo proposto. Em seguida é apresentada a aplicação desse modelo na modelagem numérica unidimensional para avaliação do comportamento de cavernas salinas.

### 4.1 Verificação do modelo reformulado

Para verificação da sub-rotina implementada no Abaqus, e da reformulação proposta, é considerado o modelo apresentado na Fig. 1. Sendo  $L$  e  $S$  unitários e  $f$  aplicado instantaneamente com magnitude de 22 MN. São consideradas as propriedades do sal disponíveis em Wu et al. [4]. Para o modelo viscoelástico de Maxwell seja  $\eta = 260.770$  GPa h. Os parâmetros de dano sejam  $b = -1.1.678\%$ ,  $c = -1.5374\%$ ,  $d = 1.1642$ ,  $e = 2.6402\%$  e  $\varepsilon_{v0} = 1.962932\%$ , obtidos a partir do ajuste indicado na seção 2 e o incremento de tempo  $\Delta t = 0.1$ . Na Fig. 2 é observada a concordância entre curvas, pode-se entender que a reformulação do modelo e a implementação estão adequados.

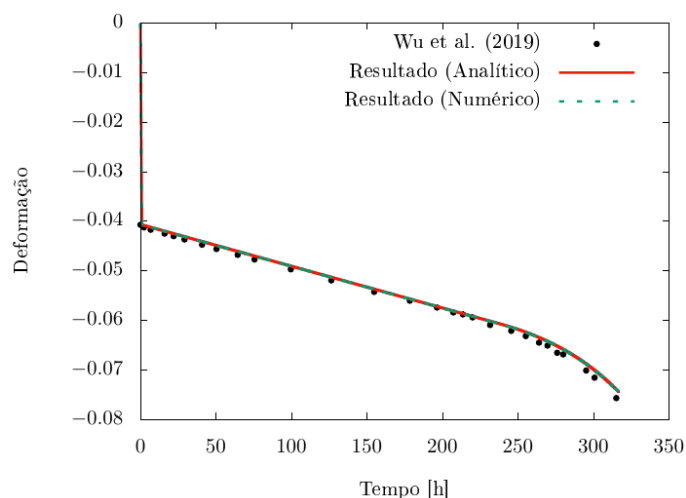
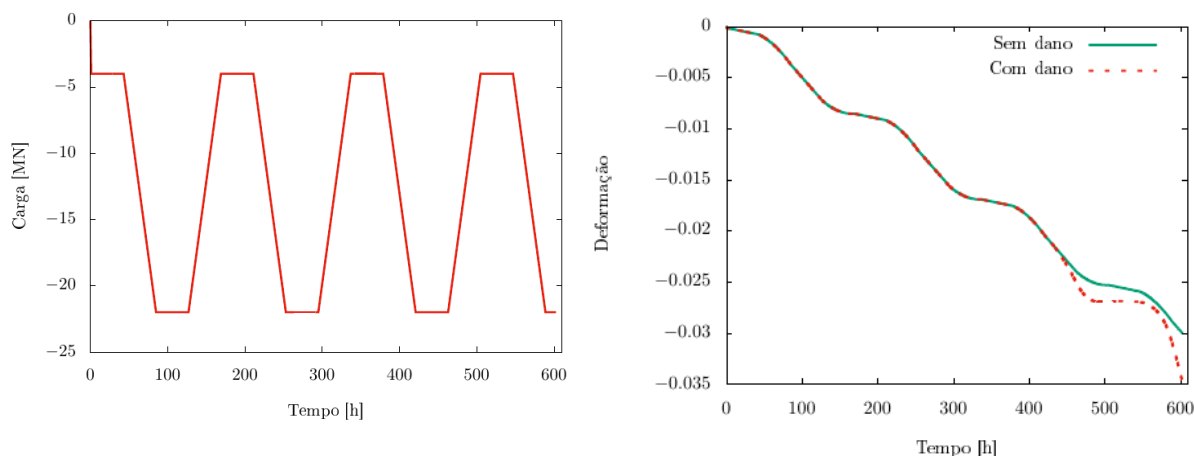


Figura 2. Curva Deformação x Tempo de meio viscoelástico com dano acoplado

### 4.2 Análise unidimensional simplificada de cavernas salinas

Na análise simplificada de cavernas é utilizado o mesmo modelo apresentado anteriormente, e com as mesmas propriedades, exceto por  $E = E_0$ . Como o Abaqus não permite alterar o valor do módulo de elasticidade com o tempo, haveria erro no cálculo da deformação elástica, já que a tensão varia com o tempo e, conseqüentemente, a deformação também. Seja  $f$  um carregamento cíclico, de magnitude próxima ao proposto por Costa et al. [8], pois é preciso alterar os valores de carregamento para que a tensão de 22 MPa no ensaio de Wu et al. [4] seja alcançada. Costa et al. [8] considerou um período de 30 anos, mas no problema analisado o carregamento é aplicado até o estado de ruptura, que ocorre em cerca de um 1 mês, conforme a Fig. 3(a).



(a) Carregamento cíclico na análise simplificada de cavernas salinas.

(b) Deformações na análise simplificada de cavernas salinas.

Figura 3. Resultados da análise unidimensional simplificada de cavernas salinas.

A partir da Figura 3(b) verifica-se a importância do dano através da comparação entre os modelos com e sem o acoplamento de dano. O modelo com dano acoplado leva a deformações maiores além de mapear a ruptura do material. Na análise realizada a ruptura ocorre quando o dano é igual a 0.4130.

## 5 Conclusão

Com os resultados apresentados, constata-se a importância do estudo do dano como mecanismo de ruptura prematura em rochas salinas, apesar da simplicidade do modelo viscoelástico com dano acoplado e dos elementos finitos utilizados na simulação numérica do comportamento de cavernas salinas. A continuidade deste trabalho é focada na modelagem mais completa de cavernas salinas. E na busca de outros modelos de dano para rochas salinas, visando a comparação entre eles.

## Agradecimentos

O primeiro autor agradece o apoio financeiro através da bolsa de iniciação científica PIBIC/CNPQ (2018-2019).

## Referências

- [1] M. J. Confort. Estocagem geológica de gás natural e seus aspectos técnicos e regulatórios internacionais. *Dissertação de Mestrado*, Escola de Química - UFRJ, 2006.
- [2] G. Wang. A new constitutive creep-damage model for salt rock and its characteristics. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, v. 41, p. 61-67, 2004.
- [3] H. Zhou; D. Liu; G. Lei; D. Xue and Y. Zhao. The creep-damage model of salt rock based on fractional derivative. *Energies*, v. 11, n. 9, p. 2349, 2018.
- [4] F. Wu; J. Chen and Q. Zou. A nonlinear creep damage model for salt rock. *International Journal of Damage Mechanics*, v. 28, n. 5, p. 758-771, 2019.
- [5] I. H. Shames and F. A. Cozzarelli. *Elastic and inelastic stress analysis*. CRC Press, 1997.
- [6] J. Fish and T. Belytschko. *A first course in finite elements*. Wiley, 2007.
- [7] M. Smith. *ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.9*. Simulia, 2009.
- [8] A. M. da Costa; C. S. Amaral; E. Poiate; A. M. B. Pereira; L. F. Martha; M. Gattass and D. Roehl. Underground storage of natural gas and CO<sub>2</sub> in salt caverns in deep and ultra-deep water offshore Brazil. In: *12th ISRM Congress*. International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering, 2011.