

## **INFLUENCES OF INTERFACE BETWEEN CONCRETE AND STRAND IN THE WEB SHEAR FAILURE OF HOLLOW CORE SLABS**

**Sales. Marcel Willian Reis**

*marcel.sales@ifgoiano.edu.br*

*Instituto Federal Goiano – Rio Verde*

*Rodovia Sul Goiana, km 01, Zona Rural, 75.901-970, Goiás, Brasil*

**Araújo. Daniel de Lima**

*daniel.araujo.ufg@gmail.com*

*Universidade Federal de Goiás*

*Avenida universitária, quadra 86, setor leste universitário, 74605-220, Goiás, Brasil*

**Ferreira. Marcelo de Araújo**

*marcelof@ufscar.br*

*Universidade Federal de São Carlos*

*Rodovia Washington Luiz km 235 – SP 310, 13656-905, São Paulo, Brasil*

**Rabelo. Rafaela Bernardes**

*rafaela\_neoqeav@hotmail.com*

*Faculdade Araguaia*

*Av. T-1, 1047 St. Bueno, 74223-060, Goiás, Brasil*

**Abstract.** Many researches have been carried out in the world about hollow core slabs. One area that has the most of those researches is about web shear failure to represent more accurately the shear strength. One of those uncertainties is related with the behavior the interface between concrete and slab. Therefore, in this research a hollow core slab that already were carried out for other researcher was modelled, wherein the main variable is the interface law with aim to verify what the influence in shear strength, variating tensile strength and slip. Firstly, one curve, which is present in the software and was created for Doer in 1980, was used. The results showed that tensile strength of interface influences the shear strength and the how the hardness of interface law affects the slab strength. Beside, a analyze strain is realized to verify a concrete behavior. Lastly, is processed a model without stands and prestress to understand show influences of prestress in the slab and it was compared with Brazilian code.

**Keywords:** Hollow core slab, Prestress, Web shear failure

## 1 Introdução

Ao longo da história a construção civil evoluiu muito, e esta evolução permitiu a mecanização e a produção em massa de peças de concreto, os pré-fabricadas. Dentre estas peças a laje alveolar protendida é cada vez mais solicitada por ser mais econômica e evita desperdícios de fôrmas, por proporcionar mais velocidade à obra e diminuindo a mão de obra, e facilitar a compatibilidade com a arquitetura.

A laje alveolar protendida é um elemento plano com disposição horizontal, que se apoia em vigas e pilares, e são usadas como coberturas. Também, possui alvéolos e cordoalhas de aço em quantidade e dimensão determinada pelo projetista.

Assim como qualquer tipo de laje, ou mesmo peça estrutural, a laje alveolar deve resistir às forças de solicitação durante toda sua vida útil, e entre elas estão o cisalhamento. Em geral, rupturas por cisalhamento ocorrem em peças de concreto devido à falta de armaduras transversais. Contudo, lajes alveolares protendidas não possuem armadura transversal, portanto, entender o comportamento ao cisalhamento é fundamental para evitar a rupturas bruscas, que podem ocorrer devido à falta dessa armadura.

Dentre os modos de falhas mais comuns de uma laje alveolar protendida está a ruptura por cisalhamento. Os estudos para este tipo de ruptura possuem resultados, ainda, incertos em relação ao seu comportamento. Isso, porque, as equações de normas parecem não prever de forma precisa a capacidade resistente de todos os tipos de forma de seção transversal ou métodos de produção utilizados para as lajes alveolares.

Os mecanismos de ruptura por cisalhamento mais importantes são conhecidos como: tração diagonal (*tension shear*) e cisalhamento com influência da flexão (*flexural shear*). A primeira é uma ruptura que ocorre quase que puramente por cisalhamento, e a segunda ocorre ruptura por cisalhamento com grande influência da flexão.

Um fator importante, que pode influenciar na forma de ruptura da peça, é a interface entre o concreto e a cordoalha. Assim, neste trabalho foi analisada a influência da interface cordoalha-concreto na resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas.

Para isto, foi utilizada uma ferramenta computacional baseada no Método dos Elementos Finitos (M.E.F.), com uso do software DIANA FEA 10.2 e DIANA FEA FX, [7], para modelar numericamente uma laje com seção transversal já ensaiada por outro autor [6]. O MEF é uma ferramenta que auxilia na análise e compreensão das tensões e deformações, que nem sempre são possíveis serem analisadas em ensaios físicos. Isso, porque, ainda é difícil medir deformações em peças protendidas, e um dos motivos é a insegurança de instrumentar cordoalhas com altos índices de tensão. Por isso, a escolha dessa ferramenta para auxílio da pesquisa.

Foi escolhida uma lei constitutiva tensão versus escorregamento da interface cordoalha-concreto (*Bond-Slip*) para verificar sua influência na capacidade resistente de lajes alveolares submetidas à força cortante. Para isso, foi usado como modelo de referência a laje ensaiada e descrita na referência [6].

A partir do resultado da modelagem, é feita uma comparação com a equação sugerida pela norma brasileira [1] para o cálculo da resistência ao cisalhamento de lajes alveolares, Eq.(1), admitindo ruína por *flexural Shear*, isto é, quando existe grande influência da flexão na ruptura por cisalhamento, Figura 1.

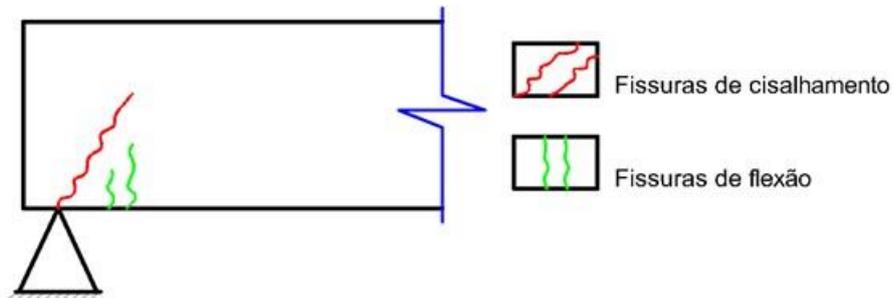


Figura 1 - Tipos de fissurações

$$V_{rdI} = V_{c,I} + V_{p,I} = 0,25f_{ct,inf} (1,6-d)(1,2 + 40 \rho_1) b_w d + 0,15\sigma_{cp} b_w d \quad \text{Eq.(1)}$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad \text{Eq.(1)}$$

$$f_{ct,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad \text{Eq.(2)}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b_w d} \quad \text{Eq.(4)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_p}{A_c} \quad \text{Eq.(5)}$$

Nessas equações,  $f_{ct,inf}$  é a resistência à tração inferior,  $f_{ct,m}$  é a resistência média à tração do concreto,  $d$  a altura útil da face superior da laje até o centro de gravidade da cordoalha,  $\rho_1$  a razão entre a área de aço dividido pela seção útil de concreto,  $b_w$  a somatória das nervuras externas mais as nervuras internas,  $\sigma_{cp}$  a tensão de protensão na seção de concreto,  $N_p$  a força de protensão relativo à todas as cordoalhas aplicada na seção,  $A_c$  a área da seção de concreto.

## 2 Justificativa da pesquisa

As lajes alveolares têm como vantagens a rapidez de execução, minimização de desperdícios e aumentando o espaço livre no canteiro de obra, gerando mais organização, a facilidade de transporte, rapidez, simplicidade na montagem, menos mão de obra, economia, qualidade e etc.

Também, lajes alveolares são elementos estruturais compostas por painéis de concreto protendido, e conseguem atender grandes vãos para vários tipos de utilizações. Uma característica fundamental é que possuem sua seção transversal formada por alvéolos longitudinais, o que reduz significativamente o peso da laje devido ao alto índice de vazios.

Os alvéolos são limitados pelas paredes de concreto denominadas alma ou nervuras. As lajes possuem concreto de alta resistência e aços especiais para a protensão da mesma, as chamadas cordoalhas, Figura 2.

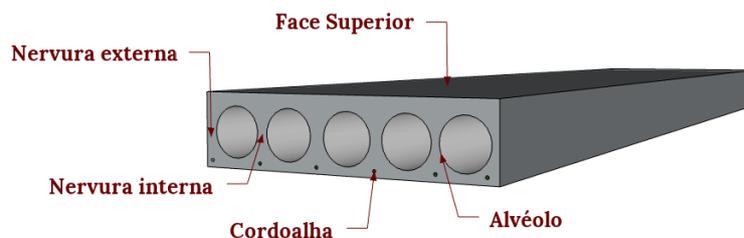


Figura 2 - Laje alveolar protendida

Além disso, estas não possuem nenhuma armadura de cisalhamento, ou seja, o concreto é

responsável por resistir a qualquer esforço cisalhante conjuntamente com a protensão. A única armadura que reforça a laje é a armadura protendida. Como a protensão é realizada pelo sistema de pré-tração, não há dispositivo de ancoragem, sendo a cordoalha ancorada no concreto por aderência. Assim, a transferência da protensão ocorre diretamente da cordoalha para o concreto de forma gradual, na região da extremidade da laje alveolar protendida. Essa região de transferência é conhecida como comprimento de transferência ( $l_x$ ).

No concreto, esse comprimento de transferência começa com tensão zero e com tensão máxima na cordoalha, como na Figura 3, e aumenta gradualmente ao longo do comprimento da peça até que as tensões, da cordoalha e do concreto, sejam constantes.

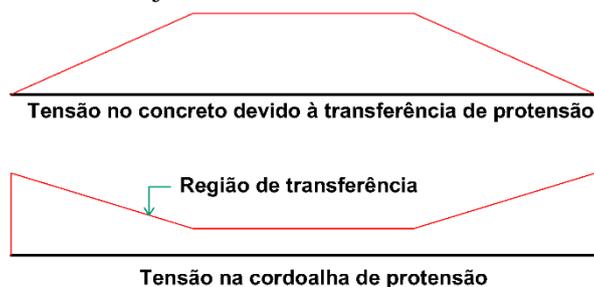


Figura 3- Comprimento de transferência da cordoalha para o concreto

À medida que a tensão da cordoalha é transferida para o concreto, a deformação do concreto também aumenta, até tornar-se constante ao final da região de transferência. Estas deformações estão diretamente ligadas ao comportamento da interface entre o concreto e a cordoalha de protensão na região de transferência. Assim, deve-se utilizar uma lei de escorregamento relativo entre o aço e o concreto (*Bond-Slip*) na modelagem numérica com a finalidade de representar o escorregamento entre os dois materiais.

Estudos para determinar a lei constitutiva entre o aço e a cordoalha foram realizados pelos autores da referência [5], onde caracterizaram experimentalmente o escorregamento relativo entre o concreto e a cordoalha. De posse dessa lei os autores da referência [5] utilizaram em modelagens computacionais para simular numericamente, via elementos finitos, lajes alveolares protendidas sujeitas a carga de torção e ao cisalhamento. Suas respostas apresentaram-se adequadas para cargas que geravam torção na peça, ou seja, cargas excêntricas. Já para carregamentos que geravam cisalhamento, os resultados não se mostraram adequados [5].

Outros autores que realizaram modelagens numéricas foram aqueles da referência [3]. Neste trabalho, foi modelado lajes alveolares protendidas de diversas alturas. Embora, o foco dos autores da referência [3] não fosse o escorregamento relativo, mas sim o comportamento cisalhante que promovia ruptura, seus resultados se mostraram coerentes. Nestes resultados, o mostrou que o comportamento das fissuras para lajes de 400,00 mm, por exemplo, foi por ruptura por cisalhamento.

Existem algumas leis de *Bond-Slip* disponíveis na literatura, como por exemplo a Lei de Dörr [4], que apresenta parâmetros de entrada simples como resistência à tração e limite elástico de deslizamento relativo. A Lei de Dörr [4] leva em consideração a resistência à tração ( $f_{ct}$ ) - que é automaticamente multiplicado por 1,9 - o deslizamento relativo entre a cordoalha e o aço, e, também, são necessários valores para rigidezes de flexão e cisalhamento. O uso dessas leis faz-se necessário para verificar sua influência na força resistente ao cisalhamento.

### 3 Modelagem Computacional

Neste trabalho, a seção transversal da laje alveolar protendida foi baseada em uma laje do programa experimental executado na referência [6]. Todas as propriedades geométricas, malha, condições de contorno, forças e método de ensaio estão descritas nos próximos itens. Para a modelagem foram utilizados os softwares Diana® 10.2 e o FX+® da TNO [7]

### 3.1 Propriedades geométricas da seção transversal

A laje modelada possui altura de 270 mm, com o centro de gravidade, aproximadamente, a 135 mm da face superior, e cinco alvéolos circulares com diâmetro de 185 mm. Está reforçada com seis cordoalhas de 12,5 mm de diâmetro localizadas a 40 mm da face inferior, Figura 4. O comprimento da laje era de 4500 mm. Outras propriedades podem ser vistas na Tabela 1.

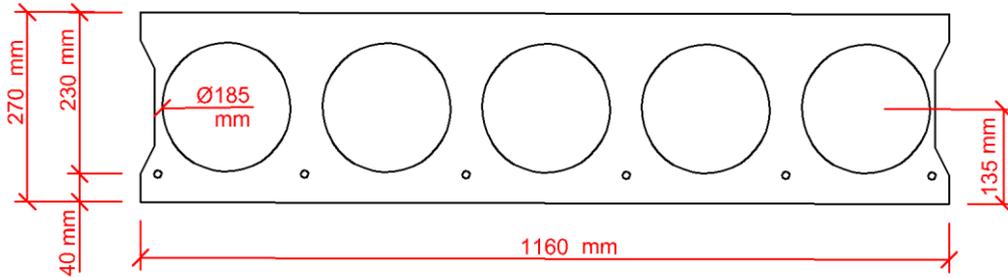


Figura 4 - Seção transversal da laje ensaiada por Pajari [6] (adaptada)

Tabela 1 – Propriedades geométricas médias da laje alveolar de referência

Propriedades da seção transversal	
Momento de inércia $I$ ( $\text{mm}^4$ ):	1.618.978.975,44
Área da laje ( $\text{mm}^2$ ):	180.247,80
Área do alvéolo ( $\text{mm}^2$ ):	26.860,50

### 3.2 Malha de elementos finitos

O concreto, o aço e a interface possuem elementos independentes, formando a malha de elementos finitos. O elemento de interface é utilizado para representar o escorregamento relativo entre a cordoalha e o concreto.

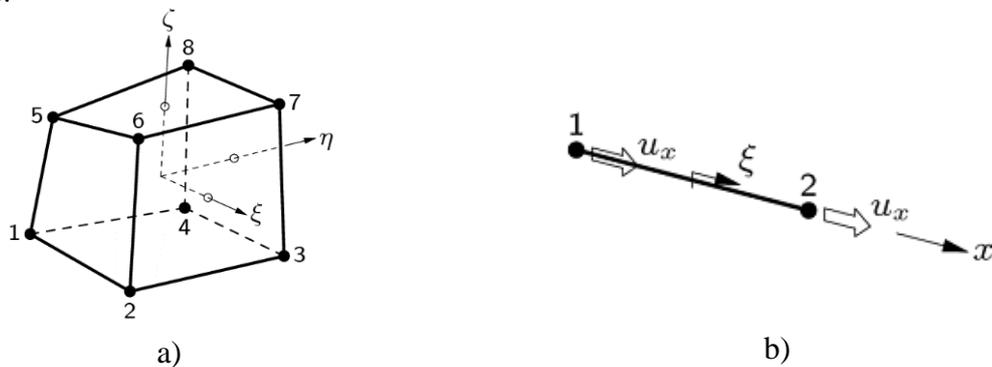


Figura 5 - a) Elemento HX24L, b) Elemento L2TRU. [7]

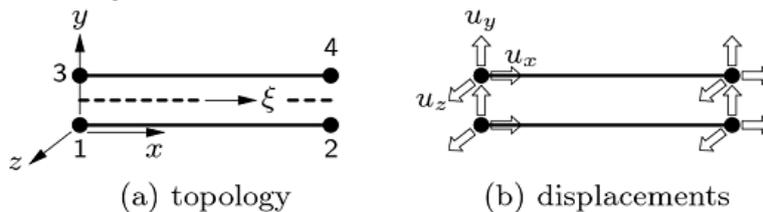


Figura 6 - Elemento L12IF. Retirado de [7] (Adaptada)

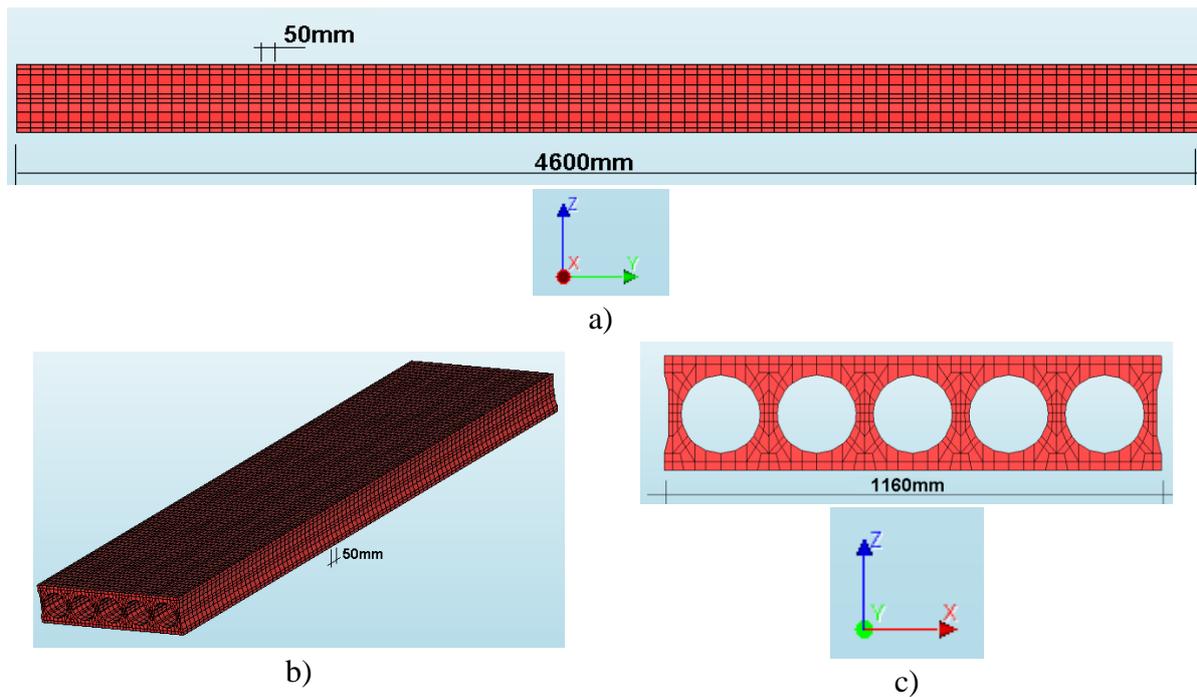


Figura 7 - a) Seção longitudinal da malha; b) perspectiva; c) Seção transversal

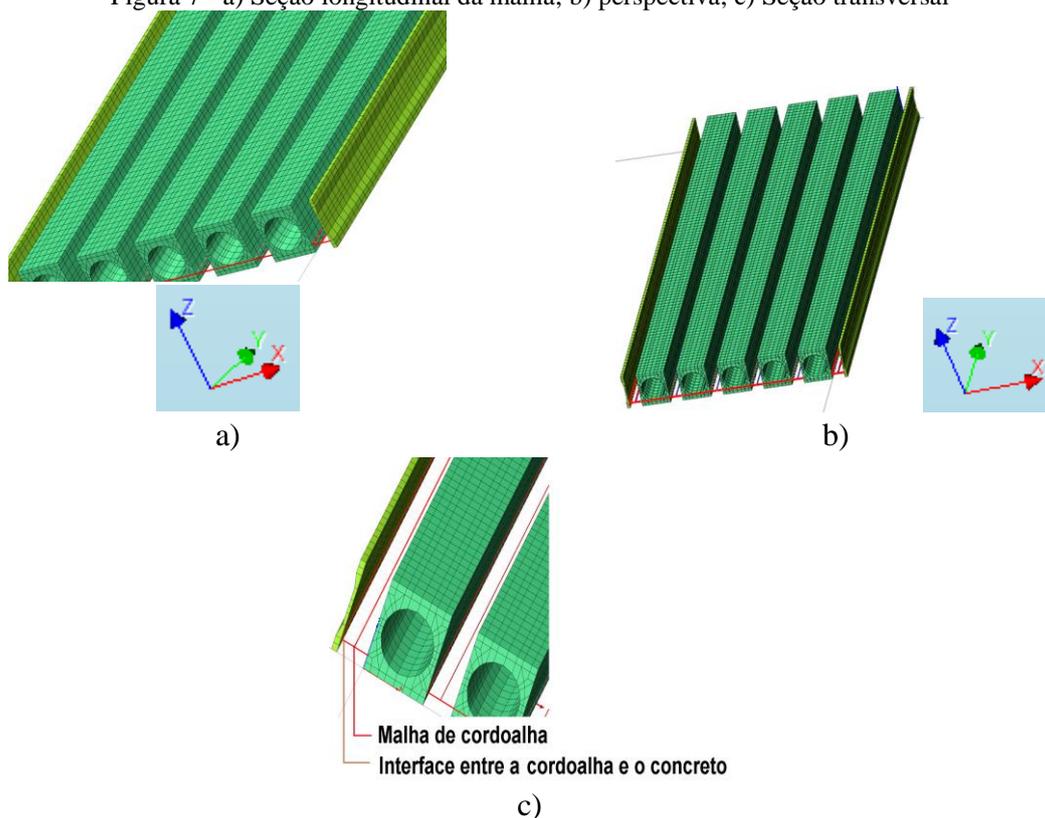


Figura 8 - a) Perspectiva da laje alveolar; b) Perspectiva; c) Vista para observação das interfaces entre a cordoalha e o concreto.

Os elementos usados são todos do tipo isoparamétricos, sendo utilizado para representar o concreto o elemento HX24L e para representar a cordoalha o elemento finito L2TRU disponíveis na biblioteca do software Diana 10.2 [7] (Figura 5). Para representar a interface foi utilizado o elemento L12IF, que pode ser visto na Figura 6. As propriedades constitutivas dos materiais são descritas na seção seguinte.

A malha de elementos finitos foi confeccionada a partir da geometria mostrada na Figura 4. Na

direção longitudinal, a laje foi dividida em elementos com tamanho de 50 mm, Figura 7a. Apesar da laje na referência [6] ter sido ensaiada com vão de 4507 mm, a laje modelada possui vão com 4500 mm de distância entre apoios e 4600 mm de comprimento. Na Figura 7b pode ser vista a malha em sua perspectiva e na Figura 7c a seção transversal da peça.

As seis cordoalhas de protensão e as 12 interfaces foram modeladas na altura de 40 mm a partir da face inferior. A malha, da interface, também foi dividida a cada 50 mm para que os nós existentes na cordoalha e na interface coincidisse com os nós dos elementos de concreto (Figura 8a, Figura 8b e Figura 8c). Todos os eixos mostrados na Figura 8 são globais.

Na Figura 8c é mostrada uma distância entre as malhas da cordoalha e o concreto. Estas distâncias serviram apenas para melhor visualização das interfaces entre a malha da cordoalha e a malha de concreto, que são as linhas selecionadas em vermelho e identificadas na Figura 8c. No entanto, para o processamento essa distância não existiu, mas tão somente na confecção da geometria da peça e da malha.

Todos os nós foram interligados com comando *merge* para que se deslocassem de forma conjunta, exceto na região da interface, ou seja, na região da cordoalha não existia ligação entre a cordoalha e o concreto, senão por meio da interface.

### 3.3 Modelos constitutivos dos materiais

- **Concreto**

O concreto utilizado na modelagem teve como base o concreto da referência [6], com resistência à compressão média de 58,90 MPa ( $f_{cm}$ ). A partir da resistência à compressão, foram estimadas as outras propriedades do concreto, que podem ser vistas na Tabela 2. Nessa tabela,  $E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto,  $f_{ct,m}$  é a resistência à tração média do concreto,  $f_{ct,inf}$  é a resistência à tração inferior do concreto,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $G_f$  é a energia de fratura do concreto no modo I e  $G_c$  é a energia a compressão do concreto.

Tabela 2 - Propriedades do concreto

$f_{cm}^1$ (MPa)	$E_{cs}^2$ (MPa)	$f_{ct,m}^3$ (MPa)	$f_{ct,inf}^4$ (MPa)	$\nu$ (Poisson)	$G_f^5$ (N/mm)	$G_c^6$ (N/mm)
58,90	39216,50	4,25	2,98	0,2	0,152	15,20

1) retirado de [6] 2)  $E_{cs} = \alpha_i E_{ci}$ ,  $E_{ci} = 21500\alpha_E(f_{ck}/10+1,25)^{1/3}$  com  $\alpha_E = 1,0$ ,  $\alpha_i = 0,8+0,2f_{ck}/80$   
3) calculado pela Eq. Eq.(1); 4) calculado pela Eq. Eq.(2). 5)  $G_f = 73(f_{cm})^{0,18}$ ; 6)  $G_c = 100G_f$

Na análise não linear foi utilizado o modelo de deformação total com orientação de fissuras fixa, amolecimento não linear na tração (Figura 9a), modelo parabólico para representar o comportamento na compressão (Figura 9b) e parâmetro de cisalhamento ( $\beta$ ) constante e igual a 0,01.

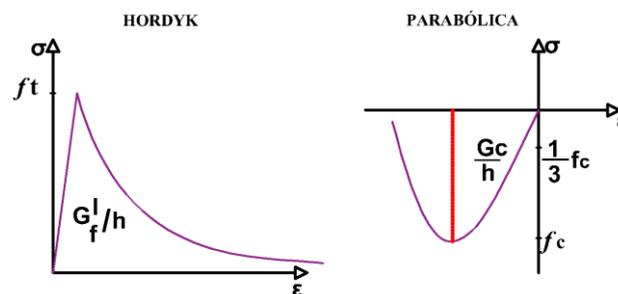


Figura 9 - (a) Modelo com amolecimento linear na tração e (b) modelo parabólico na compressão para representar o concreto. Fonte [7] (adaptada)

• **Aço**

As cordoalhas são de 12,5 mm de diâmetro e a força de protensão aplicada foi calculada por meio do produto da área das cordoalhas pela tensão de protensão igual a 1100 Mpa [6]. Na Tabela 3 é mostrado um resumo das propriedades da cordoalha, sendo  $\phi$  o diâmetro da cordoalha,  $N_p$  a força de protensão,  $A_p$  a área da seção transversal da cordoalha,  $\sigma_p$  a força de protensão instalada,  $E_s$  o módulo de elasticidade do aço e  $\nu_s$  o coeficiente de Poisson do aço.

A cordoalha foi representada com comportamento elástico linear, ou seja, sem plastificação. Isso porque a cordoalha tem limite elástico de 1900 MPa e os processamentos mostraram que as tensões na cordoalha se encontram muito abaixo deste valor. Portanto, a cordoalha sempre trabalha no regime elástico quando a ruína se dá por força cortante e a consideração de um modelo linear reduz o tempo de processamento.

Tabela 3 - Características da protensão e da cordoalha

$\phi$ (mm)	Nº de cordoalhas	$N_p$ (kN)	$A_p$ (mm <sup>2</sup> )	$(\sigma_p)$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\nu_s$ (Poisson)
12,50	6	102,30	93,00	1100,00	200,00	0,3

• **Interface**

A interface entre a cordoalha e o concreto foi representada pelo elemento finito L12IF, utilizado em modelagens 3D. No regime elástico linear, ele é representado por duas rigidezes normais e uma rigidez ao cisalhamento. Para as rigidezes normais foi utilizado o valor de 100,00 N/mm<sup>3</sup>, como sugerido pelo software [7].

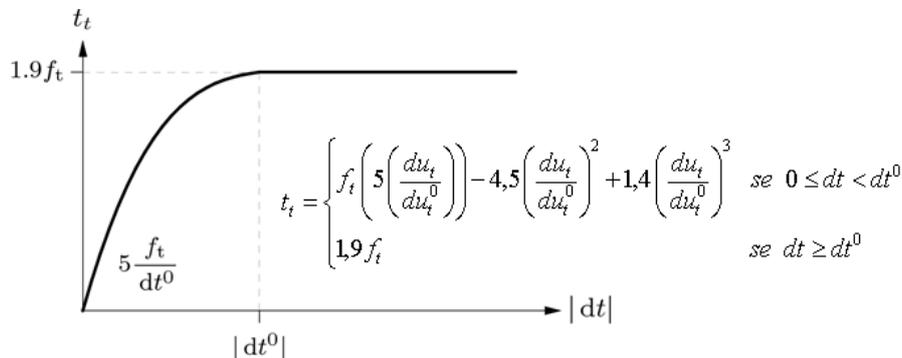


Figura 10 - Função cúbica para representar o escorregamento relativo no modelo de Dörr, disponível em [7]

Para as propriedades não lineares da interface (*Bond-Slip*) foi adotada a lei constitutiva proposta por Dörr, [4], Figura 10. Nesta curva, dois parâmetros de entrada devem ser fornecidos: o primeiro é a resistência à tração da interface  $f_i$  e o segundo é o platô de deslizamento relativo  $dt^0$ . Esses dois parâmetros da curva foram variados de modo a identificar sua influência na resistência à força cortante da laje alveolar. Os valores adotados na análise paramétrica são mostrados na Tabela 4. A direções x e y e z das rigidezes são as direções locais do elemento

Para a todas as etapas de análise variou-se o  $dt^0$ , platô deslizamento relativo, de 1 mm em 1 mm começando por 3 mm até 10 mm.

Para a primeira etapa, coluna dois Tabela 4, da foi adotado a resistência à tração ( $f_{ct,m}$ ) disponível na Tabela 2, além de fixar o valor de rigidez ao cisalhamento em 1,00 kN/mm<sup>3</sup>.

Na segunda análise, coluna três da Tabela 4, o valor da resistência à tração do concreto foi dividido por 1,9, já que a curva de Dörr [4] multiplica a resistência à tração ( $f_i$ ) por 1,9 (Figura 10). Dessa forma, pôde-se entender como a resistência à tração do concreto modifica a resposta de resistência ao

cisalhamento. Os valores de rigidezes de flexão em x e em y permaneceram em 100,00 kN/mm<sup>3</sup> e na rigidez cisalhante em z permaneceu fixada em 1,00 kN/mm<sup>3</sup>, Tabela 4.

Tabela 4 - Tabela de análises

Propriedades / Etapas	Análise 1	Análise 2	Análise 3	Análise 4	Análise 5	Análise 6
Rigidezes de cisalhamento em x e y (kN/mm <sup>3</sup> )	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
Rigidez ao cisalhamento em z (kN/mm <sup>3</sup> )	1,00	1,00	1,00	0,43 a 1,42	0,23 a 0,75	0,16 a 0,52
$f_t$ (MPa)	4,25	2,25	1,57	4,25	2,25	1,57
$dt^0$ (mm)	3 a 10	3 a 10	3 a 10	3 a 10	3 a 10	3 a 10

Na terceira análise, coluna quatro da Tabela 4, foram atribuídos os mesmos parâmetros usados na análise dois, exceto pela resistência à tração, que foi usada a inferior do concreto ( $f_{ct,inf}$ ) dividida por 1,9.

Assim, com essas três primeiras análises é possível verificar a influência da resistência à tração da interface na resistência última ao cisalhamento em lajes alveolares protendidas. Contudo, mais três análises são realizadas com a finalidade de variar a rigidez ao cisalhamento da interface, que até então era de 1,00 kN/mm<sup>3</sup> nas três primeiras análises.

Assim, na quarta análise, coluna cinco Tabela 4, foram utilizadas as mesmas propriedades da primeira análise, ou seja, as rigidezes em x e em y e a resistência à tração. Porém, os valores de rigidez cisalhante em z foram definidos como sendo  $f_{ctm}$  dividido pelo valor de  $dt^0$  para cada processamento. Por exemplo, para  $dt^0$  igual a 3,00 a rigidez é a divisão de  $f_{ctm}$  por  $dt^0$  (4,25 dividido por 3,00) o que resulta em 1,42.

A quinta análise, coluna seis Tabela 4, é similar à segunda análise, ou seja, com as mesmas propriedades de rigidezes em x e em y, porém com resistência à tração igual a 2,25 MPa. E o mesmo procedimento para calcular as rigidezes da quarta análise foram adotados nesta, ou seja, o valor de rigidez cisalhante em z foi determinado dividindo o valor de  $f_{ctm}$  pelo valor de  $dt^0$  de cada processamento.

Por fim, a sexta análise, coluna sete Tabela 4, é similar à quinta análise, com propriedades de rigidezes em x e em y iguais a 100,00 kN/mm<sup>3</sup>, a resistência à tração igual a 1,57 MPa e rigidez cisalhante em z variável.

A primeira e a quarta análise utilizam a mesma resistência à tração para a lei de deslizamento relativo da interface, porém com a rigidez fixa na primeira e variável na segunda. Esta mesma metodologia foi pensada para comparar a segunda análise com a quinta, e a terceira com a sexta.

As comparações são realizadas por meio da força máxima resistida por cada modelo, e essas forças são comparadas entre si, na mesma análise, e entre análises semelhantes.

### 3.4 Esquema de aplicação de carga

O esquema de aplicação da força no modelo computacional é o mesmo utilizado na referência [6] e pode ser visto na Figura 11. A força é aplicada a uma distância de 2,5 vezes a altura da laje alveolar (H), ou 650 mm, a partir do apoio mais próximo, o que for menor. O apoio mais próximo é do primeiro gênero, sendo que o mais distante é o de segundo gênero.

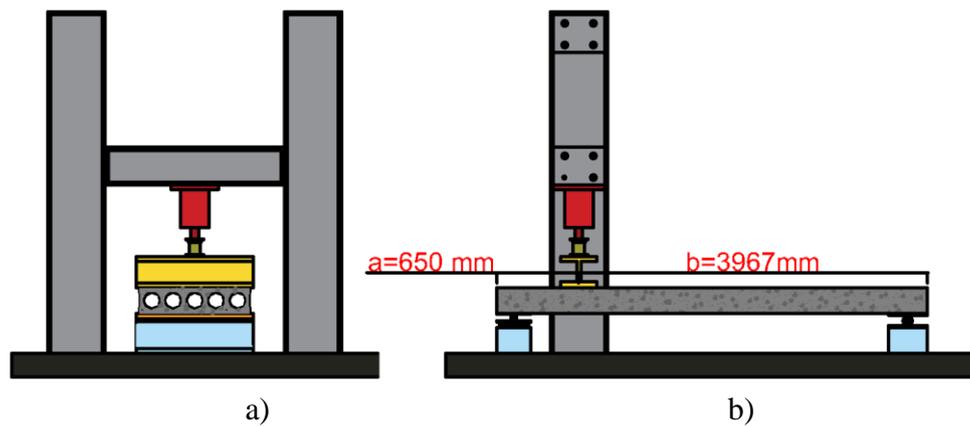


Figura 11 - Esquema de ensaio de cisalhamento a) vista frontal; b) vista lateral

### 3.5 Condições de contornos

Para as condições de contorno foi utilizado um apoio de primeiro gênero na direção de  $z$  representando um apoio próximo a seção de aplicação do carregamento. No centro da laje foi adicionado um apoio restringindo a translação na direção de  $x$  para impedir deslocamento na lateral da laje. Também, foram restringidas as translações nas direções  $y$  e  $z$  na extremidade oposta da laje, representando o apoio de segundo gênero mais distante da força aplicada na face superior da laje, Figura 12a - fase I.

A modelagem foi processada com incrementos de força. Para isso, na primeira fase foi introduzida a protensão nas cordoalhas como forças nodais na extremidade e com um passo de carga apenas. Não foram salvos os deslocamentos desta fase, ou seja, para a segunda fase foram considerados deslocamentos iguais a zero, pois, o objetivo dessa primeira fase era simular a transferência das tensões de protensão para o concreto.

Na segunda fase de carregamento, mostrada na Figura 13a, foi adicionado um nó com uma condição de contorno restritivo à translação na direção de  $z$  e que possui uma linha denominada pelo software de *tying*. O *tying* funciona com um dos nós sendo chamado de mestre (Master) e os outros são os escravos (Slaves), Figura 13b. O nó mestre é o que irá definir o que acontecerá com os demais nós, portanto, é no nó mestre que é imposto o deslocamento de 1mm. Com isso, os nós escravos irão desenvolver o mesmo comportamento que o nó mestre em cada passo de carga para a análise não linear. Este método foi usado para facilitar a extração de resultados, ou seja, do nó mestre é retirada a reação de apoio que representará a força em cada passo de carga.

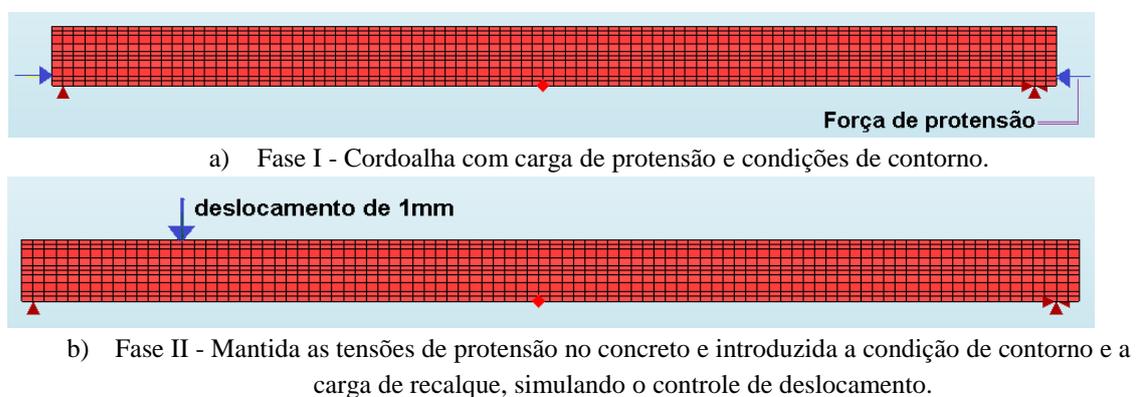


Figura 12 Fases da modelagem computacional

Foi utilizado o método de iteração Secant (Quase-Newton), com limite de 100 iterações, pois o

modelo convergiu melhor quando imposto deslocamento. O processamento da malha foi feito por uma *WorkStation* modelo *precision* T7600 com processador Xenon. O número de passos de carregamento foi determinado da seguinte forma: 40 passos de 0,1mm, o que representa 4 mm de deslocamento na laje. Esse processamento levou no máximo 40 minutos para ser finalizado para cada modelo.

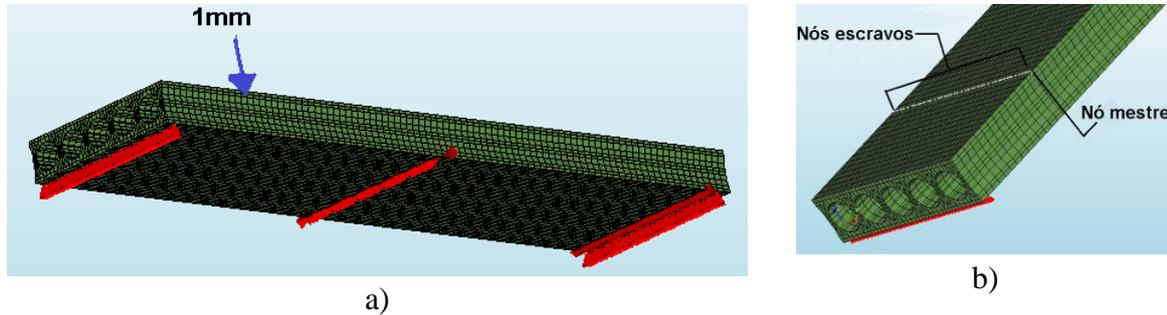


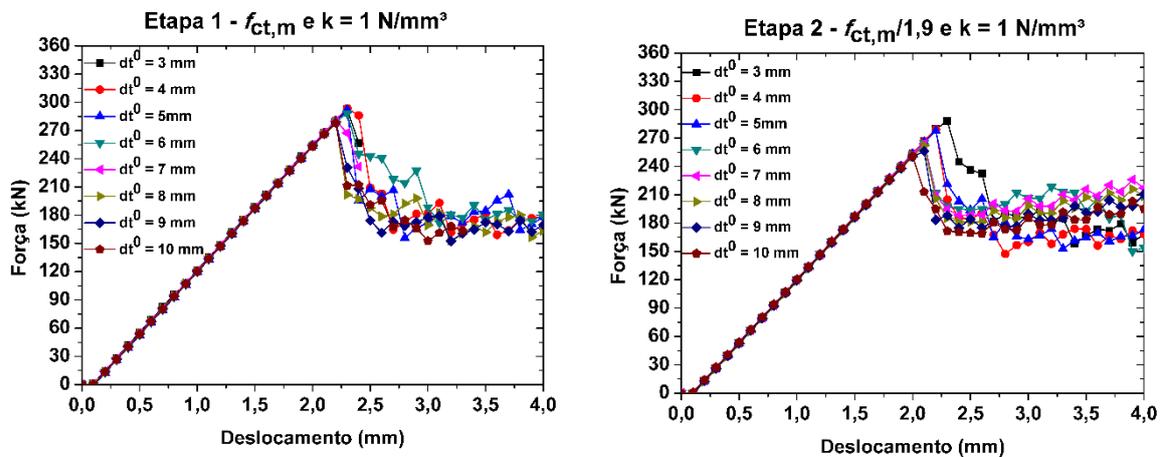
Figura 13- a) Malha de concreto, condições de contorno e deslocamento imposto, b) nós mestre e nós escravos

## 4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos da análise paramétrica, os quais são comparados com a resistência à força cortante do resultado experimental [6]. Com isso, foi possível uma análise paramétrica da influência da interface na resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas. Depois, são analisadas as deformações de um modelo escolhido. Por fim, é analisada a influência da presença da protensão e é feita a comparação com a norma brasileira [7].

### 4.1 Análise paramétrica

Foram traçadas as curvas força por deslocamento de cada processamento em cada análise, sendo os resultados mostrados na Figura 14. O eixo vertical de cada gráfico representa a resistência ao cisalhamento da laje obtida da simulação em cada passo de carga e o eixo horizontal representa o deslocamento do modelo numérico. Todos os gráficos foram colocados na mesma escala para os eixos verticais e horizontais para melhor visualizar a variação entre as análises.



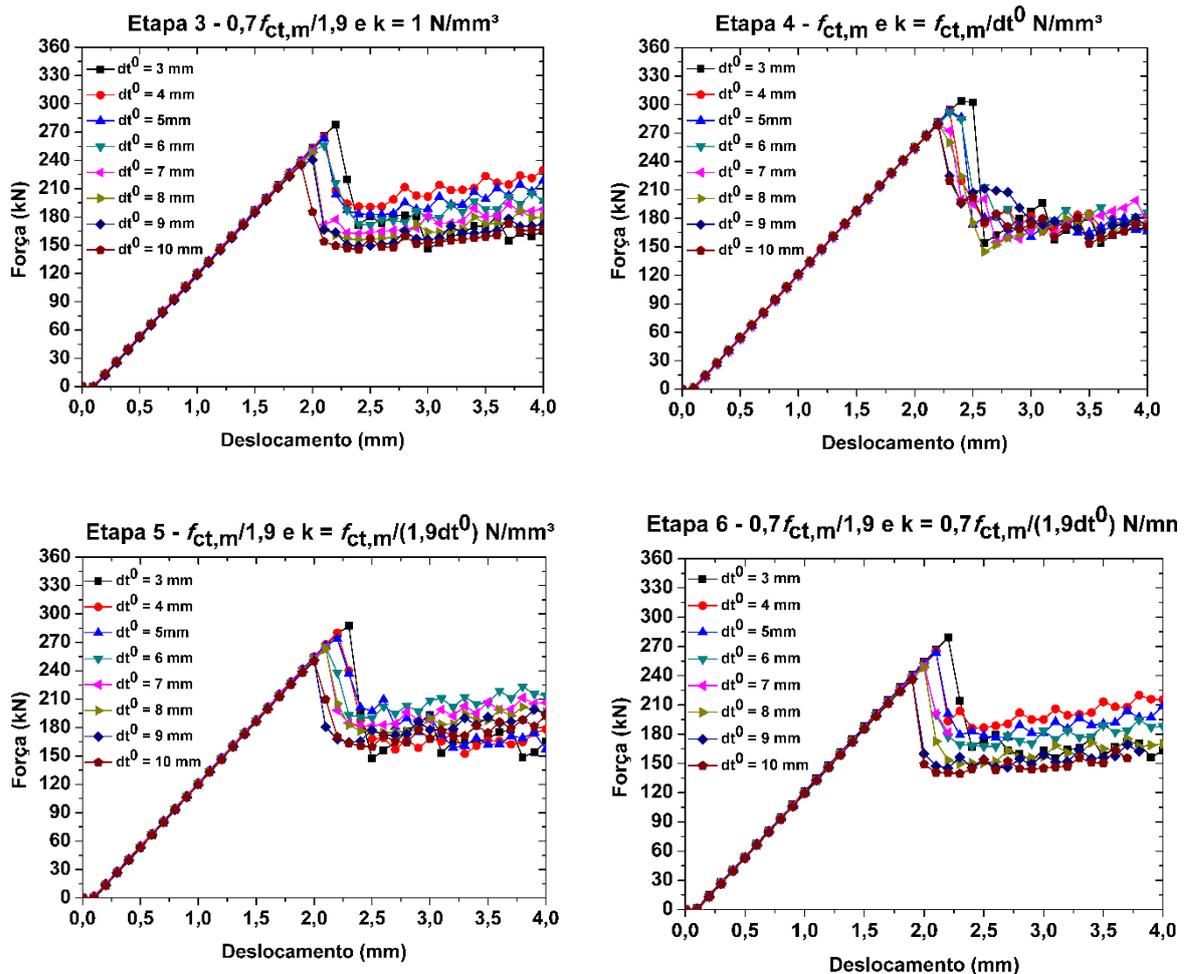


Figura 14 – Força x deslocamento da laje para cada análise

Nas análises de 1 e 3 foi variado apenas a resistência à tração da interface, Figura 14. O resultado mostra que quanto menor a resistência à tração da interface menor a resistência ao cisalhamento da laje alveolar protendida. A título de exemplo, se a relação água/cimento na região da cordoalha for maior que no concreto da laje, por qualquer motivo, a resistência da laje ao cisalhamento pode ser penalizada. Esse efeito pode reduzir a resistência prevista em projetos.

Tabela 5 - Resultado individuais dos picos de carga de cada etapa

$dt^0$ (mm)	Carga última do modelo numérico $V_{mod}$ (kN)					
	Análise 1	Análise 2	Análise 3	Análise 4	Análise 5	Análise 6
3	292,69	287,99	278,12	303,71	287,53	278,88
4	293,65	279,16	264,98	293,69	279,94	265,02
5	292,10	277,72	263,42	292,93	273,80	263,47
6	288,29	265,23	256,01	291,46	265,18	250,52
7	280,21	264,11	249,57	278,90	264,18	249,57
8	279,32	262,18	248,32	280,20	263,17	248,62
9	278,56	256,28	240,61	279,30	250,72	236,39
10	277,87	250,91	235,69	278,43	250,02	235,61

O mesmo efeito foi encontrado nas análises de 4 a 6, nas quais variou-se o a resistência da interface

à tração e a rigidez da interface. O resultado mostra que mesmo aumentando a rigidez da interface, a resistência à tração da interface possui grande influência sobre a resistência ao cisalhamento da laje.

Para melhor visualizar os resultados individuais, é apresentada a Tabela 5, na qual a primeira coluna representa o platô de deslizamento relativo  $dt^0$  e da segunda coluna até a sétima coluna são mostrados os resultados individuais de resistência ao cisalhamento de cada processamento.

Para a segunda coluna (Tabela 5), Análise 1, percebe-se que valores de  $dt^0$  de 3,0 mm até 5,0 mm fornecem resistência ao cisalhamento da laje praticamente constantes. Porém, de 6,0 mm até 10,0 mm houve redução de até 5,0%.

Na terceira coluna (Tabela 5), Análise 2, para valores de  $dt^0$  iguais a 3,0 mm e 4,0 mm houve redução de 3,0% na resistência à força cortante, contudo, menor redução para 5,0 mm em relação ao resultado imediatamente anterior. Já para valores de  $dt^0$  igual a 6,0 mm houve novamente redução da ordem de 12,0 kN (4,1%), com redução da ordem de 2,0 kN até o valor de  $dt^0$  igual a 8,0 mm. E de 9,0 mm até 10,0 mm a redução foi de 2,1%.

Na quarta coluna (Tabela 5), Análise 3, os percentuais de redução são muito similares ao da Análise 2, embora os valores sejam menores. Por exemplo, para  $dt^0$  igual a 3,0 mm na Análise 2 tem-se resistência ao cisalhamento igual a 287,99 kN. Já para  $dt^0$  igual a 3,0 mm na Análise 3 a resistência é de 278,12 kN, ou seja, uma redução de 3,4%. Realizando a mesma comparação para  $dt^0$  igual a 10,0 mm entre a Análise 2 e Análise 3 percebe-se que a resistência ao cisalhamento da laje reduziu de 250,91 kN para 235,69 kN, ou seja, uma redução de 6,1%. E comparando a Análise 1 com a Análise 3 para o mesmo valor de 10,0 mm, a redução é da ordem de 15,2%.

Na quinta coluna (Tabela 5), Análise 4, com a alteração da rigidez obteve-se leve aumento da resistência quando comparado com a Análise 1. Este aumento foi de 292,69 kN para 303,71 kN, o que representa um aumento de 3,7 %, para  $dt^0$  igual a 3,0 mm. Contudo, para valores de  $dt^0$  a partir de 4,0 mm não houve aumento significativo quando se compara a Análise 1 com a Análise 4.

Na sexta coluna (Tabela 5), Análise 5, os resultados foram muito próximos dos resultados da Análise 2, com uma pequena variação para valores de  $dt^0$  igual a 9,0 mm, o que, na amostragem geral, entre as duas Análise (2 e 5), não representa grande alteração.

Por fim, na sétima coluna (Tabela 5), Análise 6, percebe-se que novamente não houve grande alteração no resultado comparado entre a Análise 6 e a Análise 3.

De maneira geral, os melhores resultados foram aqueles em que se utilizou a resistência à tração inferior do concreto ( $0,7f_{cm}$ ) dividido por 1,9. Isso, porque, a resistência ao cisalhamento desta laje no ensaio foi de 226,00 kN. Assim, o melhor resultado foram os de 10,0 mm da Análise 3 e Análise 4, com uma diferença de 4,1% para a resistência experimental. Assim, foram escolhidos os resultados da Análise 4 com  $dt^0$  igual a 10,0 mm para analisar as deformações.

## 4.2 Análise das deformações

Nesta seção são analisadas as deformações no aço e no concreto com a finalidade de melhor entender como ocorrem a transferência de protensão da armadura para o concreto. Na Figura 15 é mostrada a deformação de uma das cordoalhas no passo de deslocamento relativo à força máxima resistida pela laje alveolar. A visualização desta Figura 15 mostra uma parte da cordoalha em vista frontal, com seu diagrama de deformações, assim, a linha preta dentro do diagrama da Figura 15, representa a cordoalha vista frontalmente, e o diagrama de cores é o diagrama de deformações.

Percebe-se que a deformação é máxima na extremidade livre da cordoalha, com valor de  $1,67 \times 10^{-3}$ , o que representa uma tensão de 334 MPa (módulo de 200GPa) no início da cordoalha. Vale lembrar que o limite elástico da cordoalha é de 1900 MPa, ou seja, a laje alveolar sofreu ruptura sem que a cordoalha entrasse em plastificação.

Ainda na Figura 15, observa-se um nítido decaimento da deformação da cordoalha, que é resultado da transferência de protensão para o concreto e também da ancoragem da cordoalha no concreto.

Para visualizar o comportamento do concreto na região de transferência, foram obtidas as deformações da face lateral da laje do modelo numérico, conforme mostrado na linha vermelha da Figura 16.

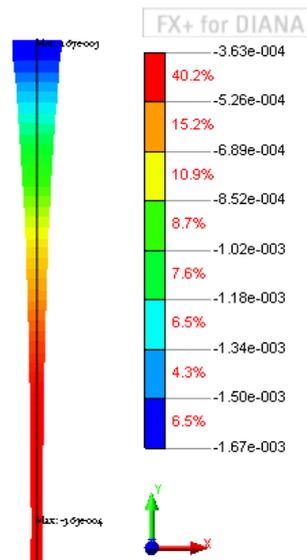
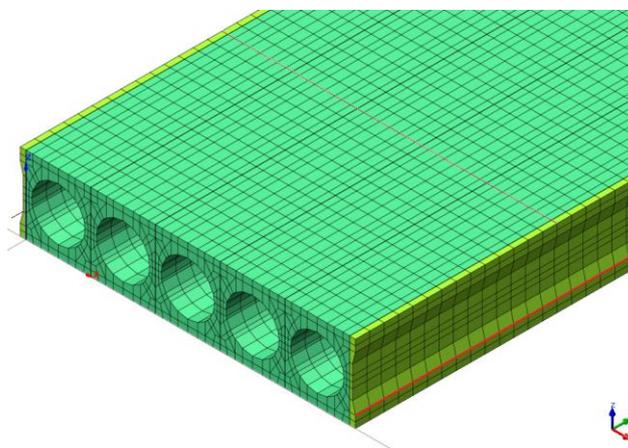


Figura 15 – Decaimento das deformações na cordoalha devido a transferência de protensão (N/mm<sup>2</sup>)

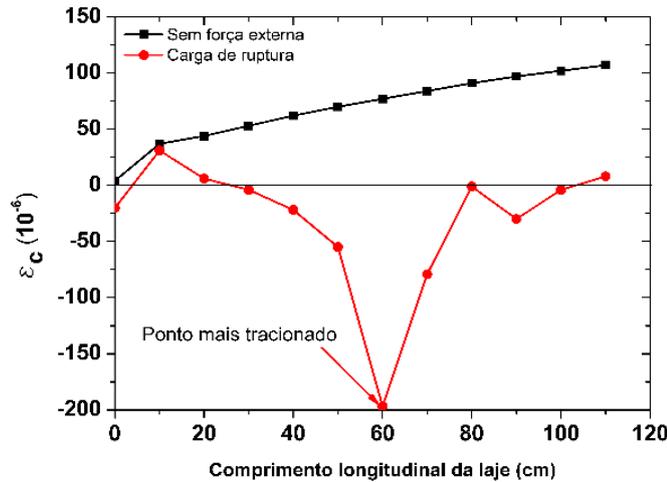
Essas deformações foram obtidas em duas situações: 1) na aplicação apenas da força de protensão, fase 1; 2) no passo de deslocamento relativo à força máxima resistida pela laje alveolar, ou seja, fase 2. Os resultados das deformações podem ser vistos na Figura 17, onde a curva em preto representa as deformações na fase 1, sem carregamento externo, e a curva em vermelha representa as deformações no instante da ruína, ou seja, fase 2.

Figura 16 - Região de deformação do concreto



Na curva em preto, Figura 17, as deformações do concreto convergem para um valor de deformação próximo a  $100 \times 10^{-6}$  (considerando compressão com sinal positivo). Estas deformações convergem devido à transferência da força de protensão da cordoalha para o concreto. Sendo assim, quanto mais próxima uma seção transversal estiver do apoio da laje, menor é a tensão de compressão, nesta seção, devido à protensão.

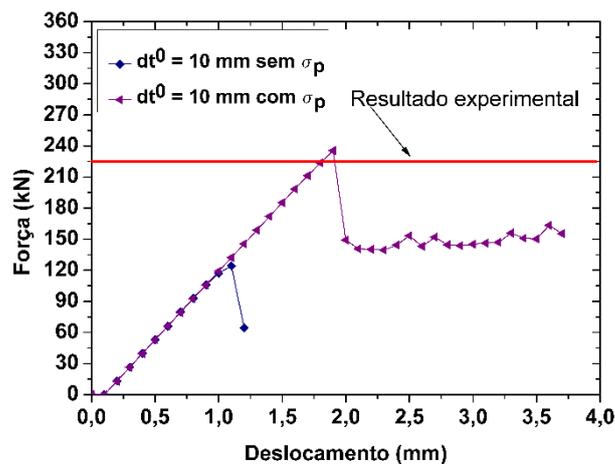
Figura 17 - Deformações sem força externa e na força última resistida



À medida que se impõem o deslocamento na laje alveolar protendida, a tendência é que as fibras inferiores, antes comprimidas, sejam tracionadas. Este efeito pode ser visto na Figura 17 na curva em vermelho. A região de deformações negativas mostra pontos tracionados, sendo que a seção mais tracionada se encontra a 60 cm da extremidade da laje. Esta é a seção onde é imposto o deslocamento, sendo considerada a seção crítica dessa laje alveolar protendida. Muito embora, não se pode afirmar que para qualquer laje a seção crítica seja exatamente a seção onde a força é aplicada.

### 4.3 Influência da protensão

Com a finalidade de analisar a influência da força de protensão e da presença da interface, foi processado o modelo da análise VI com  $dt^0$  igual a 10,0 mm sem a presença da força de protensão. Estes valores foram comparados com a equação da norma brasileira [1]. Para isso, foi obtida a Figura 18, na qual são mostradas duas curvas e o limite do resultado experimental. Percebe-se que a protensão aumenta consideravelmente a resistência ao cisalhamento da laje alveolar protendida e ainda atribui ductilidade na região pós-pico.

Figura 18 – Laje com e sem protensão do modelo com  $dt^0$  igual a 10,00 mm (análise VI)

A curva em azul representa a parcela sem protensão, com resistência de 124,39 kN. Já a curva com a presença da força de protensão apresenta resistência de 235,61 kN. Portanto, a presença protensão nessa laje aumentou a sua resistência à força cortante em 89% em relação ao modelo sem cordoalha encontrado pela modelagem. Já comparando com o resultado ensaio experimental [6], que foi de 226,00 kN e mostrado pela linha vermelha da Figura 18, o aumento da resistência sem protensão (124,39 kN)

foi de 81%, sendo um resultado razoável. Também, pela modelagem numérica, a resistência à força cortante foi de 235,61 kN quando comparada com o resultado experimental [6] (226,00 kN) representa uma diferença de apenas 4,2%.

Na Tabela 6 é mostrado um resumo das parcelas resistentes da laje alveolar à força cortante encontradas pela modelagem numérica, a resistência à força cortante obtida do experimento [6] e o resultado encontrado pela Eq.1 da NBR 14861 [1].

A resistência à força cortante encontrada pela equação proposta pela NBR 14861 [1] foi de 101,60 kN, o que representa apenas 45% da resistência encontrada pelo ensaio relatado na referência [6]. Isso quer dizer que a NBR possui um cálculo muito a favor da segurança.

Tabela 6 - Parcelas da resistência à força cortante

$V_{c,modelagem}$ (kN)	$V_{p,modelagem}$ (kN)	$V_{total,modelagem}$ (kN)	$V_{experimental}$ (kN)	$V_{NBR 14761}$ (kN) <sup>1</sup>
124,39	111,22	235,61	226,00	101,60

1) Encontrado pela equação Eq. 1.

## 5 Conclusão

O uso de elementos finitos para representação de ensaios de cisalhamentos em lajes alveolares protendidas são muito eficazes e de baixo custo. Contudo, o resultado é fortemente influenciado pela lei constitutiva adotada para a interface entre a cordoalha e o concreto. A resistência à tração da interface e o deslizamento entre os elementos de concreto e aço influenciam diretamente na força última obtida da modelagem computacional.

As deformações do concreto convergem devido à transferência da força de protensão para o caso onde não há carregamento externo. No instante da ruína da laje alveolar por força cortante, a seção crítica coincide com a seção do ponto de aplicação do carregamento externo.

O uso da força de protensão contribuiu na resistência à força cortante da laje alveolar, e a modelagem mostrou que o aumento foi de 47% quando comparado à laje alveolar sem protensão.

Por fim, a equação da norma brasileira NBR 14861 [7] se mostrou muito antieconômica e muito favor da segurança para essa laje analisada, que apresentou ruína por força flexão.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG) pelo financiamento desta pesquisa.

## Referência

- [1] Associação brasileira de normas técnicas (ABNT). 2011. NBR 14861 – Lajes alveolares de concreto protendido – Requisitos e procedimentos.
- [2] Associação brasileira de normas técnicas (ABNT). 2014. NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro.
- [3] Brunesi, E.; Bolognini, D.; Nascimbene, R. 2014. Evaluation of the shear capacity of precast-prestressed hollow core slabs: numerical and experimental comparisons. *Materials and Structures*. V. 48. N. 5. pp 1503-1521.
- [4] Dörr, K. 1980. Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. PhD thesis, University of Darmstadt.
- [5] Broo, H., Lundgren, K. Engström, B. 2007. Shear and torsion in prestressed hollow core units: finite element analyses of full-scale testes. *Structural Concrete*, vol. 8, n. 2, pp. 87–100.
- [6] Pajari, M. 2005. Resistance of prestressed hollow core slabs against web shear failure. *Research Notes 2292*. ed. Finland: VTT Technical Research Centre of Finland.
- [7] TNO Building and Construction Research. 2018 DIANA User's Manual – Release 10.2. Delft, Netherlands.