

# ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS ANALÍTICOS CLÁSSICOS E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A OBTENÇÃO DE ESFORÇOS EM RESERVATÓRIO PARALELEPIPÉDICO ELEVADO EM CONCRETO ARMADO

### Fernanda K. M. da Costa

fernandakmcosta@gmail.com Universidade Federal do Rio Grande do Norte Rua Visconde de Sabóia, 364, 59131-210, Natal/Rio Grande do Norte, Brasil. José N. Silva Filho jneres@ect.ufrn.br Universidade Federal do Rio Grande do Norte Departamento de Engenharia Civil, 59078-970, Natal/Rio Grande do Norte, Brasil. Yngrid R. F. do Nascimento yngrid.rayane.eng@gmail.com Universidade Federal do Rio Grande do Norte Rua Barra Mansa, 2341, 59112-220, Natal/Rio Grande do Norte, Brasil. **Rodrigo Barros** barroscivil@gmail.com Universidade Federal do Rio Grande do Norte Escola de Ciências e Tecnologia, 59078-970, Natal/Rio Grande do Norte, Brasil. **Daniel N. Maciel** dnmaciel@ect.ufrn.br Universidade Federal do Rio Grande do Norte Escola de Ciências e Tecnologia, 59078-970, Natal/Rio Grande do Norte, Brasil.

**Abstract.** The objective of this research is to present a comparative analysis of the bending effects and tension forces of three tanks in reinforced concrete with different storage capacities. To obtain these efforts two methodologies were considered: (a) one by classical analytical methods and (b) another by numerical method using the Finite Element Method (FEM). In the analytical methodology, the tanks were treated as structures composed of isolated slabs where the internal tensions were obtained through the Plate Theory. In the numerical methodology (FEM), the three tanks were modeled in the SAP2000® using shell elements. The structures were modeled considering discrete finite elements meshes with dimensions varying from 20 cm to 40 cm, sufficient to obtain satisfactory bending and tensile efforts with little computational cost. The results showed that the two methodologies presented similar results for the slabs of the tank cap while for the tanks bottom slabs, the numerical analysis presented slightly lower than the values found with the analytical study. The bending moments between the wall-wall and the wall-bottom were very similar in the two methodologies, while the positive bending moments presented some divergences.

Keywords: Tanks, Bending effects, Finite Element Method (FEM).

## 1 Introdução

Os reservatórios são estruturas construídas com a finalidade principal de armazenar líquidos de diferentes naturezas, como água potável ou água residual. Além disso, alguns reservatórios são colocados em posições elevadas a fim de atuarem também como elementos reguladores de pressão, como em caixas d'água superiores de casas e edifícios e também nos sistemas de abastecimento de água. Há também uma grande variabilidade do material os quais são constituídos, sendo os reservatórios de concreto armado os de maior interesse para a engenharia de estruturas. Para esses reservatórios, é de extrema importância o estudo das ações e dos esforços internos atuantes, de forma a se obter um dimensionamento mais adequado que leve em conta simultaneamente a segurança, a economia de concreto e de armaduras e o bom desempenho em serviço.

De acordo com Chitlal [1], a análise do comportamento de um reservatório é relativamente complexa, pois se trata de uma estrutura tridimensional sujeita a ações hidrostáticas, de empuxo do solo (reservatórios em contato direto com o solo), cargas de vento (reservatórios elevados aporticados), subpressão do lençol freático e outras ações excepcionais que podem surgir durante a vida útil. Desse modo, o engenheiro projetista deve assumir a responsabilidade de fazer as devidas considerações de projeto, levando em conta sempre a posição do reservatório em relação ao nível do solo e suas possíveis ações atuantes, além de criar modelos idealizados de análise e dimensionamento da estrutura para garantir a sua estabilidade local e global.

Em se tratando especificamente de reservatórios paralelepipédicos, tem-se que estes são estruturas constituídas por placas retangulares dispostas em diferentes direções, os quais resultam em uma composição de esforços complexa e merecedora de análise, uma vez que são reduzidos os modelos para obtenção de esforços e cálculos encontrados na literatura. Na prática de projetos, é muito comum a consideração apenas dos esforços de flexão no dimensionamento de reservatórios de concreto armado, mas, diante de sua estrutura tridimensional, a ocorrência de esforços paralelos ao plano das lajes pode ser significativa e comprometer a segurança, sendo de extrema importância o estudo deste tipo de esforços.

Qualquer tipo de reservatório, independentemente do seu formato, é composto por três elementos principais que garantem a efetividade da sua função principal, sendo eles o fundo, as paredes e a tampa. O fundo e as paredes são as partes que estão em contato direto com o líquido e servem como barreiras de armazenamento, enquanto que a tampa é utilizada para fechar a estrutura e proteger o líquido contido.

Os reservatórios admitem diversas classificações, sendo estas as principais: (a) quanto à posição em relação ao nível do solo, (b) quanto ao formato e (c) quanto ao volume de armazenamento. Quanto à posição em relação ao nível do solo, os reservatórios podem ser classificados em:

- <u>Reservatórios enterrados</u>: quando toda a estrutura está abaixo do nível do solo podendo ou não a laje de tampa estar nivelada com a superfície;
- <u>Reservatórios semienterrados ou semiapoiados</u>: quando parte do reservatório está acima da superfície do terreno;
- <u>Reservatórios apoiados</u>: quando toda a estrutura está acima do nível de referência e a laje de fundo está em contato direto com a superfície do solo;
- <u>Reservatórios elevados</u>: quando está acima do nível de referência e sem contato direto com o solo. Neste caso, apoia-se sobre uma estrutura portante.

Quanto ao formato, podem ser classificados como:

- <u>Reservatórios em casca</u>: possuem superfícies médias curvas, como cilíndricas ou cônicas;
- <u>Reservatórios piramidais</u>: possuem superfícies médias planas que juntos formam troncos de pirâmide com eventuais trechos prismáticos (Costa [2]);
- <u>Reservatórios prismáticos</u>: são constituídos por cubas com superfícies planas verticais e

horizontais com diversos formatos em planta, como triangular, hexagonal, octogonal e retangular. Este último é o mais comum e pode ser chamado de reservatório paralelepipédico.

Quanto ao volume de armazenamento, apresentam duas classificações distintas: uma para reservatórios elevados e outra para reservatórios térreos (Tabela 1), visto que se tratam de estruturas bastante distintas quanto ao projeto e execução.

Tabela 1. Classificação dos reservatórios quanto ao volume. (Adaptado de Silva Filho [3]).

Reservatório	Elevado	Térreo
Pequena capacidade	$V \le 50 \text{ m}^3$	$V \le 100 \text{ m}^3$
Média capacidade	$50 \text{ m}^3 < V < 200 \text{ m}^3$	$100 \text{ m}^3 < V < 500 \text{ m}^3$
Grande capacidade	$V \ge 200 \text{ m}^3$	$V \ge 500 \text{ m}^3$

Um procedimento de cálculo de reservatórios bastante comum consiste em tratar cada laje individualmente, mas sem deixar de levar em conta o funcionamento conjunto de todas elas. Para isso, deve-se fazer um estudo do tipo de vinculação entre as lajes do reservatório com base nas possíveis solicitações. Conforme Rocha [4], podem existir dois tipos de vinculação: em arestas com momentos elevados devido à continuidade pode-se considerar a aproximação da condição de engastamento perfeito e em arestas com pequenos momentos podem ser considerados como apoio simples. A definição de engastamento ou apoio simples pode ser feita de acordo com a tendência de rotação relativa das placas, isto é, quando as lajes têm a tendência de rotacionar no mesmo sentido e quando a tendência de rotação é em sentidos contrários. Na primeira situação, admite-se um apoio simples na aresta, uma vez que, segundo Vasconcelos [5], esta condição não causa abertura ou fechamento significativo da ligação. Já no segundo caso, considera-se um engastamento perfeito, devido à grande concentração de tensões na ligação e ao surgimento de momentos negativos consideráveis. A Figura 1 exibe a tendência de rotação das lajes de um reservatório elevado cheio e o tipo de vinculação considerado.



Figura 1. Rotações e vinculações das arestas de um reservatório elevado cheio. (a) Corte vertical e (b) corte horizontal (Costa [6]).

### 2 Metodologia

#### 2.1 Caracterização e modelagem dos reservatórios

Na pesquisa são utilizados três reservatórios de água paralelepipédicos elevados com capacidades distintas, os quais são idealizados como apoiados sobre vigas rígidas imediatamente abaixo das paredes, de forma a inibir o efeito de viga-parede destes elementos. A metodologia adotada segue desde a definição da geometria dos reservatórios considerando o seu volume de armazenamento e levantamento de todas as ações possíveis atuantes até o cálculo dos esforços normais e momentos

fletores em cada elemento dos reservatórios. O fluxograma apresentado na Fig. 2 ilustra bem as etapas da pesquisa.



Figura 2. Fluxograma de desenvolvimento da pesquisa.

#### 2.2 Geometria dos reservatórios

As dimensões dos três reservatórios foram definidas com o objetivo de enquadrá-los em cada uma das três classificações de reservatórios quanto ao volume de armazenamento. Sendo assim, foram denominados os reservatórios pequeno, médio e grande, com as seguintes dimensões internas (comprimento, largura e altura, respectivamente) e volumes de armazenamento:

- <u>Reservatório pequeno</u>: 5.00 x 4.00 x 2.10 m (40.00 m<sup>3</sup>);
- <u>Reservatório médio</u>: 8.00 x 5.00 x 3.10 m (120.00 m<sup>3</sup>);
- <u>Reservatório grande</u>: 12.00 x 8.00 x 4.30 m (403.20 m<sup>3</sup>).

Os volumes foram calculados considerando uma folga de 10 cm entre o nível máximo de água e a face inferior da laje de tampa.

As espessuras das lajes foram pré-dimensionadas com medidas suficientes para garantir resistência e durabilidade aos reservatórios. Além disso, foram previstas mísulas nos encontros de paredes e entre paredes e laje de fundo para permitir uma maior estanqueidade e engastamento entre estas lajes. A Tabela 2 apresenta as dimensões da geometria final dos três reservatórios, conforme os parâmetros ilustrados na Fig. 3.



Figura 3. Geometria dos reservatórios. (a) Perspectiva; (b) corte horizontal; e (c) corte vertical.

Reser	vatório	Pequeno	Médio	Grande
Dimonsõos	Comprimento [a]	5.00	8.00	12.00
internes (m)	Largura [b]	4.00	5.00	8.00
miternas (m)	Altura [c]	2.10	3.10	4.30
Altura da lamina d'água (m) [d]		2.00	3.00	4.20
Volume (m <sup>3</sup> )		40.00	120.00	403.20
	Laje de tampa [e]	0.15	0.15	0.25
Espessura (m)	Paredes [f]	0.15	0.20	0.40
_	Laje de fundo [g]	0.15	0.20	0.40
Dimonoãos	Comprimento [h]	5.30	8.40	12.80
externas (m)	Largura [i]	4.30	5.40	8.80
	Altura [j]	2.40	3.45	4.95
Mísula	s (m) [k]	0.15	0.20	0.40

Tabela 2. Geometria dos reservatórios.

#### 2.3 Levantamento das ações

As ações definidas para cada elemento estrutural dos reservatórios foram:

- <u>Laje de tampa</u>: peso próprio (25 kN/m<sup>3</sup>), impermeabilização e revestimento (1.0 kN/m<sup>2</sup>), acúmulo de água pluvial (0.2 kN/m<sup>2</sup>) e sobrecarga de utilização (1.0 kN/m<sup>2</sup>);
- <u>Paredes</u>: empuxo horizontal da água, o qual aumenta linearmente a sua intensidade com a profundidade;
- <u>Laje de fundo</u>: peso próprio (25 kN/m<sup>3</sup>), impermeabilização e revestimento (1.0 kN/m<sup>2</sup>) e peso da água armazenada (10 kN/m<sup>3</sup>).

#### 2.4 Cálculo analítico dos esforços

O cálculo analítico dos esforços de flexão e tração nas lajes dos reservatórios foi feito com o auxílio de tabelas elaboradas por Pinheiro [7]. Para utilizar estas tabelas, as lajes dos reservatórios foram estudadas individualmente, sendo necessário determinar a relação entre suas dimensões efetivas (dimensão interna do reservatório mais metade das espessuras das lajes adjacentes) e a vinculação entre elas (apoiada ou engastada).

As paredes dos reservatórios recebem um carregamento de empuxo horizontal da água não uniforme e que aumenta linearmente com a profundidade. Nesta pesquisa foi considerado de forma aproximada um carregamento uniforme com o valor médio do carregamento triangular para obter as reações das paredes.

Os esforços de tração foram igualados, por simplificação, às reações de apoio das lajes adjacentes. Isto é, devido a estas estarem em direções perpendiculares entre si, considerou-se que as reações de apoio nas bordas seriam transferidas às lajes vizinhas como esforços no próprio plano.

Observa-se que, nas paredes, ao mesmo tempo em que a laje de fundo tende a tracioná-las, a laje de tampa tende a comprimi-las, devendo-se utilizar a diferença entre estes dois esforços. Porém, por questões de segurança devido ao concreto apresentar baixa resistência à tração, a compressão que a laje de tampa provoca nas paredes foi desprezada, considerando-se apenas a tração provocada pela laje de fundo.

As Figuras 4 e 5 mostram, respectivamente, as vinculações adotadas nas bordas de cada laje dos reservatórios de estudo, bem como as direções dos eixos x e y de cada uma (a direção x sempre é correspondente a menor dimensão) e o esquema de forças no plano das lajes provenientes das reações de apoio das lajes as quais estão ligadas.



Figura 4. Vinculações nas bordas e eixos das lajes dos reservatórios (Costa [6]).



Figura 5. Forças axiais nas lajes dos reservatórios (Costa [6]).

Por fim, os momentos fletores negativos na região de engastamento das lajes foram compatibilizados a fim de torná-los iguais na aresta comum a duas lajes adjacentes, uma vez que os esforços foram calculados admitindo-as isoladas e os resultados divergiram entre si nos pontos em comum. A compatibilização ocorreu entre a laje de fundo e as paredes e entre paredes, da seguinte forma:

- <u>Para os momentos negativos</u>: calculou-se a média entre os dois valores de momento negativo na aresta comum às duas lajes e 80% do maior, sendo adotado o maior dos dois resultados;
- <u>Para os momentos positivos</u>: quando ocorreu diminuição, em módulo, do momento negativo, o momento positivo na mesma direção foi aumentado em metade da diferença entre o momento negativo inicial e o compatibilizado. Em caso contrário, quando o

momento negativo aumentou em módulo, nenhuma alteração foi realizada, a favor da segurança.

#### 2.5 Cálculo numérico dos esforços

No modelo numérico, os esforços de tração e flexão em cada laje que compõe os reservatórios foram obtidos por meio do Método dos Elementos Finitos com o auxílio do programa de análise estrutural SAP2000<sup>®</sup>.

Em todos os modelos foram utilizadas as mesmas características de material, que foram definidas de acordo com a prática de projeto nacional e com a ABNT NBR 6118:2014 (Projeto de estruturas de concreto – Procedimento) [8], as quais são:

- <u>Peso específico</u>: 25 kN/m<sup>3</sup>;
- <u>Resistência à compressão</u>: 40 MPa;
- <u>Módulo de elasticidade</u>: 31875.76 MPa (considerando a utilização do granito como agregado graúdo do concreto);
- <u>Coeficiente de dilatação térmica</u>: 10<sup>-5</sup>/°C;
- <u>Coeficiente de Poisson</u>: 0.2.

Especificamente para as paredes dos reservatórios, as mesmas propriedades citadas foram admitidas, à exceção do peso específico, o qual foi adotado como igual a zero de modo a evitar o efeito de viga-parede nestes elementos e para que a única força atuante fosse o empuxo horizontal da água, assim como realizado na metodologia analítica.

Os três reservatórios objetos de estudo desta pesquisa foram modelados com elementos de casca (*shell element*), uma vez que são mais adequados para representar placas e membranas devido à sua pequena espessura em comparação com as outras duas dimensões. A Figura 6 mostra a modelagem do reservatório médio.



Figura 6. Modelo de estudo para o reservatório médio.

As dimensões de cada laje dos reservatórios foram determinadas conforme os seus vãos efetivos, isto é, o comprimento e a largura de cada placa são iguais às dimensões internas do reservatório mais metade das espessuras das lajes adjacentes, sendo o modelo composto por um prisma correspondente

ao plano médio das lajes dos reservatórios.

Para definir a malha de elementos finitos e suas dimensões, foi realizado um estudo preliminar por meio de testes com elementos de diferentes medidas, com o objetivo de encontrar dimensões que sejam ao mesmo tempo suficientes para a obtenção de esforços de flexão e tração e de baixo custo computacional. Em consequência disto, as dimensões determinadas e adotadas para os modelos dos reservatórios pequeno, médio e grande foram, respectivamente, 20 cm, 30 cm e 40 cm.

Quanto às condições de contorno impostas aos modelos, foram assumidos os seguintes critérios de modelagem:

- As lajes de tampa foram modeladas separadamente do restante das estruturas para impossibilitar a transferência de esforços de flexão nas arestas comuns às paredes. Devido à isto, as lajes de tampa foram contornadas por apoios que impedem o deslocamento vertical, ao mesmo tempo em que as arestas superiores das paredes também receberam apoios que impedem o deslocamento horizontal (Fig. 7). Esta solução foi necessária para que essas lajes estivessem simplesmente apoiadas nessas arestas, assim como assumido nos modelos analíticos;



Figura 7. Detalhe dos apoios na laje de tampa e nas paredes.

 As lajes de fundo também foram contornadas por apoios que impedem o deslocamento vertical, de modo a simular as vigas rígidas que dão suporte ao reservatório (Fig. 8);



Figura 8. Detalhe dos apoios na laje de fundo e nas paredes

- Nas paredes e nas lajes de fundo foram colocados apoios que impedem o deslocamento paralelo ao plano destas lajes (Fig. 7 e Fig. 8). Esta alternativa foi adotada para que seja possível obter os esforços de tração que surgiriam nas lajes adjacentes de maneira mais prática, por meio das reações nos apoios. Os apoios introduzidos nas arestas superiores das paredes também exercem essa função: fornecer as forças de tração que seriam transferidas às lajes de tampa.

Os carregamentos determinados para o estudo destes reservatórios (empuxo horizontal da água, peso da água, acúmulo de água pluvial, sobrecarga, impermeabilização e revestimento) foram todos inseridos aos modelos, com exceção do peso próprio, o qual já é contabilizado automaticamente pelo programa por meio do peso específico fornecido para o material. O empuxo horizontal da água foi colocado como um carregamento em prisma triangular reto, com o valor mínimo a partir do nível máximo da lâmina d'água e aumentando linearmente com a profundidade. As Figuras 9 e 10 mostram as forças de empuxo horizontal que atuam nas paredes do reservatório médio.



Figura 9. Carregamento de empuxo horizontal da água nas paredes do reservatório médio.



Figura 10. Detalhe do carregamento de empuxo horizontal da água nas paredes do reservatório médio.

A análise estrutural dos reservatórios foi feita em regime elástico-linear e, portanto, desconsiderando a fissuração ou plastificação do concreto. Os esforços de flexão foram coletados em pontos das cascas onde ocorreram os máximos valores positivos e negativos, em cada direção. A Figura 11 mostra o sistema e eixos locais que é adotado pelo programa para um elemento de casca de 4 nós, enquanto que a Fig. 12 exibe a convenção de sinal para os esforços internos de flexão e momentos de torção:



Figura 11. Eixos locais de um elemento de casca de 4 nós segundo o programa SAP2000® (Adaptado de CSI Analysis Reference Manual [9]).



Figura 12. Esforços internos de flexão e torção no elemento de casca (Adaptado de CSI Analysis Reference Manual [9]).

Em que:

- <u>M11</u>: momento por unidade de comprimento atuando à meia altura do elemento nas faces 2 e 4 em torno do eixo 2;
- <u>M22</u>: momento por unidade de comprimento atuando à meia altura do elemento nas faces 1 e 3 em torno do eixo 1;
- <u>M12</u>: momento por unidade de comprimento atuando à meia altura do elemento nas faces 2 e 4 em torno do eixo 1 e nas faces 1 e 3 em torno do eixo 2.

Sendo assim, a Figura 13 faz uma correspondência entre a nomenclatura adotada para o modelo analítico e para o modelo numérico, onde os momentos M11 correspondem aos momentos em torno do eixo x (direção y) e os momentos M22 correspondem aos momentos em torno do eixo y (direção x) para todas as lajes.



Figura 13. Correspondência entre os momentos dos modelos analíticos com os momentos dos modelos numéricos.

Os esforços de tração em cada laje foram calculados a partir das reações que surgem nos apoios inseridos no contorno. Como cada apoio produz uma reação pontual, foi feita uma uniformização destas reações por meio da divisão do somatório destas pelo comprimento em que ocorrem.

### 3 Resultados

As tabelas a seguir apresentam os resultados dos esforços de flexão e tração nas lajes dos reservatórios para todos os modelos estudados. Os momentos  $m_x$  e  $m_y$  correspondem aos momentos máximos positivos nas direções x e y, respectivamente, e os momentos  $m_x'$  e  $m_y'$  correspondem aos momentos máximos negativos nas direções x e y, respectivamente.  $t_x$  e  $t_y$  são as forças de tração nas lajes nas direções x e y, respectivamente.

Tabela 3. Esforços atuantes no reservatório pequeno de acordo com o modelo analítico.

ELEMENTO	m <sub>x</sub>	m <sub>x</sub> '	my	m <sub>y</sub> '	t <sub>x</sub>	ty
	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kN/m)	(kN/m)
Laje de tampa	6.25	0.00	4.27	0.00	8.76	5.70
Paredes 1 e 2	2.68	22.75	0.86	3.24	30.81	6.34
Paredes 3 e 4	2.33	19.23	0.86	3.24	25.68	6.34
Laje de fundo	18.35	22.75	12.61	19.23	12.50	8.34

Tabela 4. Esforços atuantes no reservatório pequeno de acordo com o modelo numérico

ELEMENTO	m <sub>x</sub>	m <sub>x</sub> '	my	m <sub>y</sub> '	t <sub>x</sub>	t <sub>y</sub>
	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kN/m)	(kN/m)
Laje de tampa	6.36	0.00	4.57	0.00	1.59	1.20
Paredes 1 e 2	0.73	20.22	4.04	3.67	37.07	2.98
Paredes 3 e 4	0.74	18.09	3.62	3.67	34.92	2.39
Laje de fundo	15.58	20.22	11.01	18.09	22.75	22.52

Tabela 5. Esforços atuantes no reservatório médio de acordo com o modelo analítico.

ELEMENTO	m <sub>x</sub>	m <sub>x</sub> '	m <sub>y</sub>	m <sub>y</sub> '	t <sub>x</sub>	t <sub>y</sub>
	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kN/m)	(kN/m)
Laje de tampa	13.29	0.00	6.02	0.00	19.71	11.75
Paredes 1 e 2	8.78	60.66	2.86	10.58	64.40	14.27
Paredes 3 e 4	6.69	44.54	2.62	10.58	46.80	14.27
Laje de fundo	51.09	60.66	24.37	44.54	28.13	17.24

ELEMENTO	m <sub>x</sub> (kNm/m)	m <sub>x</sub> ' (kNm/m)	m <sub>y</sub> (kNm/m)	my' (kNm/m)	t <sub>x</sub> (kN/m)	t <sub>y</sub> (kN/m)
Laje de tampa	13.29	0.00	6.71	0.00	2.93	4.58
Paredes 1 e 2	1.84	55.28	11.06	8.09	75.30	10.86
Paredes 3 e 4	4.23	45.04	9.01	8.09	67.25	8.41
Laje de fundo	45.55	55.28	21.92	45.04	45.55	43.62

Tabela 6. Esforços atuantes no reservatório médio de acordo com o modelo numérico.

Tabela 7. Esforços atuantes no reservatório grande de acordo com o modelo analítico.

ELEMENTO	m <sub>x</sub>	m <sub>x</sub> '	m <sub>y</sub>	m <sub>y</sub> '	t <sub>x</sub>	ty
	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kN/m)	(kN/m)
Laje de tampa	46.03	0.00	23.19	0.00	38.63	25.14
Paredes 1 e 2	24.31	226.48	7.87	29.33	148.25	27.96
Paredes 3 e 4	19.83	171.13	7.59	29.33	111.30	27.96
Laje de fundo	188.63	226.48	98.50	171.13	55.13	36.78

Tabela 8. Esforços atuantes no reservatório grande de acordo com o modelo numérico.

ELEMENTO	m <sub>x</sub>	m <sub>x</sub> '	my	m <sub>y</sub> '	t <sub>x</sub>	t <sub>y</sub>
	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kN/m)	(kN/m)
Laje de tampa	45.84	0.00	25.47	0.00	7.70	6.75
Paredes 1 e 2	6.92	202.22	40.44	35.02	171.44	13.85
Paredes 3 e 4	7.64	167.11	33.42	35.02	153.74	10.87
Laje de fundo	165.62	202.22	88.67	167.11	103.24	101.03

As Figuras a seguir mostram os resultados dos esforços nas lajes do reservatório médios obtidos a partir da modelagem no programa SAP2000<sup>®</sup>. Os resultados na íntegra dos demais reservatórios podem ser vistos em Costa [6].



Figura 14. Momentos na laje de tampa do reservatório médio, em kNm/m. (a) M11 e (b) M22.



Figura 15. Momentos nas paredes 1 e 2 do reservatório médio, em kNm/m. (a) M11 e (b) M22.



Figura 16. Momentos nas paredes 3 e 4 do reservatório médio, em kNm/m. (a) M11 e (b) M22.



Figura 17. Momentos na laje de fundo do reservatório médio, em kNm/m. (a) M11 e (b) M22.



Figura 18. Reações de apoio no plano da laje de tampa do reservatório médio, em kN.



Figura 19. Reações de apoio no plano das paredes 1 e 2 do reservatório médio, em kN.



Figura 20. Reações de apoio no plano das paredes 3 e 4 do reservatório médio, em kN.

CILAMCE 2019 Proceedings of the XLIbero-LatinAmerican Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019



Figura 21. Reações de apoio no plano da laje de fundo do reservatório médio, em kN.

## 4 Análise dos resultados

A Figura 22 apresenta gráficos com os resultados dos esforços obtidos para as lajes de tampa dos três reservatórios. É notável a similaridade entre os momentos fletores em ambas as direções para os modelos analíticos e numéricos, sendo as diferenças praticamente desprezíveis. Contudo, nos esforços de tração é possível observar que de maneira geral os valores obtidos analiticamente resultaram bem maiores (de 3 a 6 vezes) que os valores extraídos da modelagem numérica. A ocorrência disto pode em parte ser justificada pela aproximação de cálculo realizada na metodologia analítica descrita no item 2.4 deste texto. Isto é, devido à inexistência de tabelas para a obtenção das reações de apoio nas paredes, que estão submetidas a um carregamento prisma triangular de empuxo horizontal da água com valor máximo no fundo do reservatório, optou-se por uniformizar este carregamento ao longo da altura, desencadeando em maiores esforços de tração nas lajes de tampa do que de fato ocorreriam. Isto não aconteceu na análise numérica, já que o carregamento de variação linear ao longo da altura foi adicionado nas paredes.

Os momentos negativos não existiram devido à consideração de apoio simples no contorno das lajes de tampa.



Figura 22. Esforços de flexão e tração na laje de tampa.

A Figura 23 mostra os esforços obtidos para as paredes 1 e 2. Observa-se que na direção x (direção vertical das paredes) os momentos fletores dos modelos numéricos resultaram ligeiramente menores que os valores dos modelos analíticos. Em termos relativos, as maiores diferenças ocorreram para os momentos positivos, as quais se justificam pela realização da compatibilização de esforços do cálculo analítico, isto é, quando os momentos positivos tenderam a diminuir esta diminuição não foi realizada a favor da segurança. Na direção y (horizontal), os momentos foram predominantemente maiores nos modelos numéricos, sendo estas diferenças mais expressivas nos momentos positivos.

Quanto aos esforços de tração, observa-se que estes foram bem maiores na direção vertical para ambos os dois tipos de modelos. Destaca-se também que na direção x os esforços de tração para os modelos numéricos foram maiores em comparação com os esforços dos modelos analíticos, enquanto que o contrário ocorreu na direção y. De qualquer modo, as diferenças entre os dois tipos de análise foram bem menos significativas do que foi observado para as lajes de tampa.



Figura 23. Esforços de flexão e tração nas paredes 1 e 2.

Os dados dos esforços de flexão e tração para as paredes 3 e 4 podem ser observados na Fig. 24. As análises apresentadas para as paredes 1 e 2 também se aplicam a este caso, ou seja, os momentos fletores negativos são bastante similares em ambos os modelos e nos modelos analíticos os momentos positivos são maiores para a direção vertical e menores na direção horizontal.

Destaca-se também que, assim como ocorreu para as paredes 1 e 2, os maiores momentos ocorrem no encontro entre as paredes e a laje de fundo, ressaltando a importância da utilização de mísulas neste encontro para garantir rigidez e resistência à ligação.

Os esforços de tração também são mais expressivos na direção x. Para os modelos numéricos, os resultados foram maiores na direção vertical e menores na direção horizontal, assim como ocorrido para as paredes 1 e 2.



Figura 24. Esforços de flexão e tração nas paredes 3 e 4.

A Figura 25 mostra os resultados dos esforços nas lajes de fundo para os três reservatórios. Neste caso, a análise analítica se mostrou mais conservadora para os momentos fletores, apesar das diferenças com o estudo numérico não serem muito significativas.

Nos esforços de tração, observa-se que os resultados numéricos foram maiores, os quais também podem ser explicados pela consideração de carregamento uniforme nas paredes dos reservatórios no cálculo analítico, resultando em menores esforços de tração nas lajes de fundo e maiores nas lajes de tampa do que certamente aconteceria.



Figura 25. Esforços de flexão e tração nas lajes de fundo.

## 5 Conclusões

A partir dos resultados obtidos e apresentados, verifica-se que em um reservatório paralelepipédico elevado de concreto armado os maiores esforços ocorrem nas paredes e na laje de fundo, uma vez que estes elementos são os que estão em contato direto com o líquido e desempenham diretamente a função de armazenamento. Além disso, de maneira geral, observa-se que quanto maior é a capacidade de armazenamento do reservatório, maiores são os esforços de momento fletor e tração.

Também é possível destacar que os dois tipos de análise, analítico e numérico, apresentam resultados bastante similares para os momentos de ligação (momentos negativos) em todos os elementos que constituem os reservatórios. Em contrapartida, os momentos positivos sofreram maiores divergências em consequência do procedimento de cálculo analítico, onde a etapa de compatibilização não permite a redução de momentos positivos a favor da segurança.

Da análise dos esforços de tração, destaca-se que estes são bastante expressivos e devem ser considerados no dimensionamento de reservatórios para garantir a segurança estrutural, uma vez que o concreto possui resistência à tração praticamente nula. Os resultados entre os modelos analíticos e numéricos apresentaram divergências, os quais sugerem uma análise mais aprofundada sobre os motivos que levariam a tais divergências e como contorná-las. Ainda assim, é possível notar que estes esforços são maiores nas paredes e nas lajes de fundo, uma vez que estes elementos estão sujeitos ao empuxo da água e, por estarem dispostos perpendicularmente entre si, causam tração significativa nos elementos adjacentes. Quanto a isto, destacam-se os esforços de tração na direção vertical das paredes, que foram bem mais expressivos que os esforços dos demais elementos.

Por fim, pode-se concluir que o estudo e o dimensionamento de reservatórios paralelepipédicos elevados em concreto armado devem ser realizados com bastante cautela e sempre levando em conta os esforços normais ao plano das lajes além dos esforços de flexão, já que foi visto que a tração pode ser bastante significativa. Também conclui-se que a análise deste tipo de reservatório a partir do Método dos Elementos Finitos traz resultados bastante satisfatórios e muito similares em comparação com os resultados obtidos a partir de um estudo analítico, o qual utiliza metodologias bem difundidas na literatura.

## Referências

I. H. C. CHITLAL. Dimensionamento estrutural de reservatório enterrado paralelepipédico em concreto armado considerando o fenômeno de flexão composta. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Roraima, Boa Vista, 2010.
 F. O. COSTA. Projetos estruturais de reservatórios paralelepipédicos de concreto armado

moldados *in loco*. 1988. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

[3] J. N. SILVA FILHO. Introdução ao estudo de reservatórios em concreto armado. Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2017. 22 slides.

[4] A. M. ROCHA. Curso Prático de Concreto Armado. 18. ed. São Paulo: Nobel, 1983.

[5] Z. L. VASCONCELOS. Critérios para projetos de reservatórios paralelepipédicos elevados de concreto armado. 1998. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

[6] F. K. M. COSTA. Estudo comparativo analítico e numérico via Método dos Elementos Finitos de reservatório paralelepipédico elevado em concreto armado. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.
[7] L. M. PINHEIRO. Tabelas de lajes. São Carlos. 2007.

[8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

[9] CSI Analysis Reference Manual: for SAP2000®, ETABS®, SAFE® and CSiBridge®. 2017.