

MODELAGEM DE UMA LAJE DE FUNDAÇÃO UTILIZANDO O SOFTWARE DIANA FEA

Gabriella P. Valentim

Fabiana G. O. Rocha

Mariane R. Rita

Eduardo M. R. Fairbairn

gabriella.valentim@coc.ufrj.br

fabianaguedes@coc.ufrj.br

mariane_rita@coc.ufrj.br

eduardo@coc.ufrj.br

COPPE/UFRJ Civil Engineering Department of the Post-Graduate Institute of the Federal University of Rio de Janeiro

149 Athos da Silveira Ramos Ave, 21941-909, Rio de Janeiro - RJ, Brazil

Abstract. There are several types of structures that can be considered as massive structures. They are structures for which the effects of the cementitious materials at the early ages, such as heat generation and autogenous shrinkage, can lead to cracking. There are some ways to avoid thermal cracking in those structures, such as changing the concrete mix, using a pre or post cooling system, adopting expansion joints, or increasing reinforcement with iron bars or fibers. The use of fibers increases the ductility from the earliest ages and thus decreases the cracking potential. The numerical modeling of concrete in the early ages, including the phenomenon of hydration, naturally implies the consideration of the exothermic and thermally activated nature of the chemical reactions involved. Therefore, a numerical model that is capable of anticipate the thermal field in the concrete during the hydration and subsequent cooling process should be used to analysis massive structures. In order to study the thermal fields in a ground slab, it was used a FEM software known as DIANA FEA. A simplified 2D numerical model was developed based on the example presented by Rita [1]. With the optimization through genetic algorithms, the best way to build this slab was studied. This means the way to build it, with the least probability of cracking. In the model developed in DIANA FEA, the symmetry was used and the construction was simulated without any pre-cooling or reinforcement method, using cooling pipes and adopting fibrous concrete. The cracking index (*ICR*) corresponding to the first days after the casting of the first and second layers were higher than 1, indicating that the structure does not tend to crack, as in Rita [1]. However, in the model developed in DIANA FEA, it was observed that at 26 days, there is already a probability of cracking. For the model using fibrous concrete, this tendency is observed at 28 days, which corresponds to an improvement compared to the one without the fibers. In the modeling using cooling pipes, it could be observed a decrease in the maximum temperature in the core of the structure.

Keywords: Massive structures, Thermal cracking, DIANA FEA

1 Introdução

Grandes estruturas de concreto, como barragens e vertedouros, são classificadas como estruturas de concreto massa porque estão sujeitas a formação de fissuras nas primeiras idades devido às reações de hidratação do cimento, provocando retração térmica e retração autógena.

Nas primeiras idades do concreto, devido à reação química entre o cimento e a água ser exotérmica, ocorre a liberação de calor, que provoca um aumento de temperatura no interior da massa de concreto. Nesse primeiro momento, devido ao aumento de temperatura, a massa de concreto se deforma, gerando variações de volume. Após o aquecimento inicial devido às reações de hidratação, ocorre o resfriamento da massa de concreto. Neste segundo momento, a retração autógena e térmica provocam novas deformações que podem provocar tensões, levando a formação de fissuras, se a resistência do concreto for superada e se houver restrições na estrutura, o que é o caso da maioria de estruturas desse tipo de concreto.

A formação de fissuras nas primeiras idades do concreto pode aumentar a permeabilidade da estrutura, diminuir sua durabilidade e, no caso de barragens, por exemplo, comprometer a estabilidade e estanqueidade da estrutura, logo elas devem ser evitadas ou controladas.

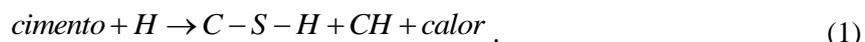
Diversas medidas podem ser adotadas para evitar a fissuração térmica, como mudança na mistura de concreto, adoção de sistema de pré ou pós-refrigeração, adoção de juntas de dilatação ou aumento do reforço, com barras de aço ou adoção de fibras. Em particular, o uso de fibras aumenta a ductilidade desde as primeiras idades e assim diminui o potencial de fissuração.

Nesse sentido, se faz necessária a modelagem da estrutura, para se verificar a possibilidade de fissuração e adotar medidas para evitar o surgimento dessa patologia. Nesse trabalho, se utilizou o software comercial DIANA FEA, que faz análise desde as primeiras idades do concreto, a partir do cálculo da idade equivalente. Assim, se faz possível calcular as tensões de origem térmica e associar ao cálculo das tensões de origem mecânicas da estrutura.

2 Modelagem do concreto

2.1 Acoplamento termo-químico-mecânico

A matriz cimentícia é um meio poroso reativo de acordo com Ulm [2]. Nesse meio ocorre a hidratação dos grãos de clínquer, formando Silicatos de Cálcio Hidratado (C-S-H), Portlandita (Hidróxido de Cálcio), e libera calor. Essa reação de hidratação é exotérmica e também termoativada. A hidratação do cimento é mostrada de forma simplificada na Eq. (1):



Um parâmetro para mensurar o avanço dessas reações é de grau de hidratação [3]. A determinação experimental desse parâmetro pode ser feita por ensaios adiabáticos. Nestes ensaios não há fonte externa de calor, e a natureza exotérmica da reação de hidratação é a única responsável pelo aumento da temperatura no sistema. Este fenômeno pode ser descrito pela formulação do acoplamento termoquímico Ulm e Coussy [4, 5] apresentado na Eq. (2):

$$C_{\varepsilon} \cdot \frac{dT}{dt} = Q^0 + L \cdot \frac{d\xi}{dt} \quad (2)$$

em que C_{ε} = capacidade térmica; T = temperatura; t = tempo; Q_0 = taxa de transferência de calor vindo do exterior; L = constante do material, que é sempre positiva devido a natureza exotérmica da reação de hidratação; ξ = grau de hidratação.

Na formulação de acoplamento termoquímico de Ulm e Coussy [4, 5], são apresentadas algumas propriedades que comandam a transferência de calor e as mudanças de temperatura no sistema. As propriedades térmicas do concreto dependem das propriedades individuais de cada componente e da

dosagem da mistura. São elas: condutividade térmica, capacidade térmica, e coeficiente de expansão térmica.

Para o cálculo das tensões, o acoplamento termoquímico é apresentado na Eq. (3), combinando o modelo de acoplamento termoquímico de Ulm e Coussy [4, 5] e os efeitos de fluência de Hellmich [6] e Sercombe et al. [7].

$$d\sigma = \mathbf{C}(\xi) : (d\epsilon - d\epsilon^P - d\epsilon^f - d\epsilon^v - a dT - b dm) \quad (3)$$

em que $\mathbf{C}(\xi)$ = tensor de rigidez elástica como função do grau de hidratação; ϵ = tensor de deformação; ϵ^P = tensor de deformação plástica; ϵ^f = tensor de fluência a longo prazo; ϵ^v = tensor de fluência a curto prazo; $a = \text{CTD} \cdot 1$, CTD é o coeficiente de dilatação térmica; $b = \beta \cdot 1$ é o tensor do coeficiente de dilatação química e β é o coeficiente que correlaciona a hidratação com retração autógena.

Na origem das tensões térmicas, destacam-se dois tipos de gradientes térmicos diferentes que ocorrem em estruturas de concreto massa: o gradiente temporal e o gradiente espacial.

Bakhshi et al. [8] citam que o desenvolvimento da resistência nas primeiras idades é uma das principais considerações de projeto e processos de construção para as misturas de concreto projetado para aplicações em túneis. As fibras juntamente com a resistência do concreto ajudam a resistir as tensões de origem térmica, além de manter a resistência a longo prazo. O uso de fibras aumenta a ductilidade desde as primeiras idades e assim diminui o potencial de fissuração.

2.2 Modelos de fissuração

O concreto trabalha diferente em tração e em compressão. Há diversos modelos de fissuração do concreto, sendo o mais popular o *total strain crack mode*. Este modelo pode ser utilizado com orientação de fissura fixa, rotacional ou multidirecional. Para fissuração dependente da temperatura e da maturidade, o modelo multidirecional ou de fissura fixa podem ser utilizados. Neste modelo a deformação é decomposta em elástica, plástica e de fissura.

Em modelos de fissuração distribuída (*smearred cracking models*) que utilizam conceitos de mecânica da fratura, as propriedades do concreto fissurado são definidas pela resistência à tração f_t , largura da banda de fissura h e energia de fratura G_f deste material. De modo geral, quando a resistência à tração é alcançada forma-se a zona de processo de fratura para a qual é estabelecida uma lei tensão deformação que depende dos parâmetros G_f e h . Neste modelo, quando a resistência à tração é alcançada, forma-se a zona de processo de fratura (*fracture processing zone* – FPZ) para a qual é estabelecida uma lei tensão-deformação que depende dos parâmetros G_f e h [9, 10].

Com isso em simulações numéricas de estruturas de concreto via método dos elementos finitos, de acordo com Bazant e Oh [9] não há sentido em se utilizar elementos finitos cujo valor da menor dimensão seja menor que a largura de banda de fissura. Deve-se, portanto, utilizar aproximadamente três vezes o diâmetro máximo do agregado para a largura de banda de fissura. Rots [11] realizou uma série de análises numéricas, desconsiderando o diâmetro máximo do agregado, e propôs relações entre a largura da banda de fissura e o tamanho da aresta do elemento finito utilizado na representação do concreto fissurado. No programa comercial DIANA FEA, as relações propostas por Rots [11] podem ser consideradas automaticamente da seguinte forma: para análises bidimensionais, o programa adota $h = \sqrt{2A}$ para elementos com interpolação linear e $h = \sqrt{A}$ para interpolação quadrática, onde A é a área do elemento finito. Neste trabalho, foram utilizadas as relações propostas por Rots [11], disponíveis automaticamente no programa comercial DIANA FEA.

Considerando um ensaio de tração direta, a energia de fratura G_f de um material correspondente à área sob a curva carga-deslocamento pela área da seção transversal da peça na região da falha [12, 13].

Nos modelos de fissuração distribuída, podem ser utilizados os conceitos de fissura fixa (*fixed crack model*), em que a orientação da fissura é mantida constante durante o processo computacional; fissura rotacional (*rotating crack model*) em que a orientação das fissuras rotaciona coaxialmente com os eixos de deformação principal e fissura multidirecional (*multi-directional fixed crack model*), que é

o intermediários entre os dois anteriores possibilitando a abertura de várias fissuras em um mesmo ponto [14].

3 Metodologia

A modelagem numérica do concreto nas primeiras idades, compreendendo o fenômeno da hidratação, implica a consideração da natureza exotérmica e termoativada das reações químicas envolvidas. Assim, deverá ser utilizado um modelo numérico que seja capaz de estimar o campo térmico no concreto durante o processo de hidratação e posterior resfriamento [15].

Para possibilitar a modelagem das reações químicas de hidratação do cimento, o programa DIANA FEA simula a geração de calor com base no grau de reação ou na idade do elemento. Na análise de fluxo de calor devido à hidratação, é necessário especificar a condutividade térmica e capacitância do material. O processo de hidratação do cimento é geralmente descrito com a variável r , grau de reação. Esta variável é igual a produção de calor acumulado em um determinado momento dividida pelo total de calor produzido, sendo está a mesma definição utilizada por Azenha [16].

Observando a estrutura utilizada pelo programa DIANA FEA, e com base no trabalho de Fairbairn et al. [17] que cita que, dentro da estrutura do modelo de Ulm e Coussy [4, 5], não há uma distinção clara entre grau de hidratação e grau de liberação de calor, pois ambas levam a resultados semelhantes.

Para a previsão da evolução das propriedades mecânicas do concreto, o programa DIANA FEA oferece a opção de cálculo da idade equivalente do material por três métodos: equação de Arrhenius, pela definição de Saul [18] ou por algum método implementado pelo usuário. Neste trabalho foi utilizada a equação de Arrhenius. O cálculo da idade equivalente no programa DIANA FEA é um cálculo do índice de maturidade baseado na equação de Arrhenius:

$$t_{eq} = \int_0^t \exp \left(c_A \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T(\tau)} \right) \right) d\tau. \quad (4)$$

em que c_A = constante de Arrhenius; T_{ref} = temperatura de referência

No programa DIANA FEA, o conceito de idade equivalente e maturidade se equivalem e são índices que representam a progressão da cura do concreto, com base em uma determinada relação que considera o histórico de temperatura de hidratação, idade e desenvolvimento de resistência do concreto.

Para estudar a modelagem do concreto nas primeiras idades utilizando o programa DIANA FEA, foi desenvolvido um modelo numérico simplificado 2D baseado no exemplo apresentado por Rita [1]. Este modelo se refere a uma laje de fundação da usina nuclear Angra III, cujas tensões de origem térmica durante a construção foram analisadas pela equipe do PEC/COPPE/UFRJ [1, 17, 19]. A laje possui dimensão retangular de 20 m x 20 m, concretada sobre uma rocha de comprimento aproximado de 30 m. Foi considerada uma altura de 10 m para a rocha e 2 m para a laje. O volume de concreto corresponde a um total de 682.5m³. Em Rita [1], foi feita a otimização via algoritmos genéticos de modo a se obter a melhor forma de execução da laje, isto é, aquela que possibilita a menor probabilidade de fissuração sob menor custo. Essa otimização resultou nos seguintes resultados: temperatura de concretagem de 24°C, altura das camadas de 1m, intervalo de 6 dias, tipo de concreto utilizado n° 4, cuja composição é dada na Tabela 1.

Tabela 1 – Composição do concreto tipo 4

Componente	kg/m ³
Cimento	366.4
Água	185
Agregado miúdo	632.0

Agregado graúdo	1204.0
Retardadores de pega e plastificantes	0.841

No modelo desenvolvido no programa DIANA FEA foi utilizada a simetria, considerando a laje com 10m de comprimento em duas camadas de 1 m e a rocha com 15 m de comprimento e 10 m de altura. Foi simulada a construção sem nenhum método de resfriamento ou reforço, depois com a adoção de concreto fibroso e por último com concreto sem fibras e com *cooling pipes*. Estes foram posicionadas apenas na camada inferior da laje, com uma temperatura inicial do líquido de 10°C e perímetro de 8.48 cm.

A modelagem numérica da laje foi realizada com o modelo de fissuração distribuída, que depende da resistência à tração do material f_t , da largura de banda h e da energia de fratura G_f . Para a largura de banda h foi utilizada a relação proposta por Rots [11], disponível automaticamente no programa DIANA FEA, em que para análises bidimensionais, o programa adota $h = \sqrt{2A}$, para elementos com interpolação linear, onde A é a área do elemento finito. Para a orientação da abertura de fissuras optou-se, neste trabalho, por utilizar o modelo de fissura fixa multidirecional, que é um modelo que possibilita a abertura de várias fissuras em um mesmo ponto [20].

4 Resultados

O modelo desenvolvido no programa DIANA FEA é apresentado na Fig. 1. A laje modelada foi retirada do estudo de Rita [1]. Por simetria, foi considerada a laje com 10m de comprimento em duas camadas de 1 m e a rocha com 15 m de comprimento e 10 m de altura.

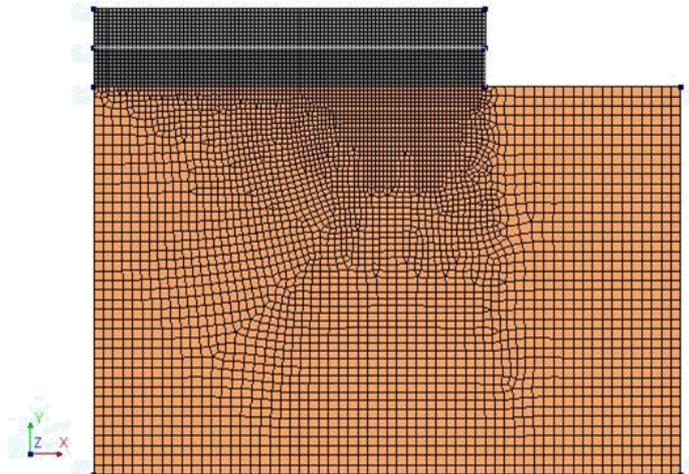


Figura 1. Modelo numérico do DIANA FEA

Para a modelagem numérica foram utilizados elementos finitos de interface na região da laje de concreto em contato com o ambiente para simular as trocas por convecção existentes. As formas de madeira utilizadas na concretagem foram simuladas através da variação do coeficiente de convecção. Considerou-se que as formas da primeira camada foram removidas aos 6 dias, aos 7 dias foi lançada a segunda camada e com 13 dias foram retiradas as formas da segunda camada. A temperatura foi monitorada até do lançamento do concreto até 72 dias.

Foram consideradas as mesmas propriedades térmicas para o concreto com e sem fibras, uma vez que conforme estudado por Velasco [21], as fibras mudam muito pouco o comportamento térmico dos concretos.

No programa DIANA o valor do índice de fissuração é calculado de acordo com a Eq. (5):

$$ICR = \frac{f_t}{\sigma_1} \quad (5)$$

em que f_t é a resistência a tração do concreto, σ_1 é a máxima tensão principal e ICR é o índice de fissuração, que quando menor que 1, indica que a estrutura tende a fissurar.

4.1 Caso do concreto sem fibras

As figuras abaixo ilustram a distribuição de temperatura ao longo da laje logo após a concretagem da primeira e segunda camada, respectivamente (Figs. 2 e 3). Os gráficos da Fig. 4 apresentam a variação de temperatura de um ponto no interior da primeira camada de concretagem (a) e a variação de temperatura de um ponto no interior da segunda camada de concretagem (b).

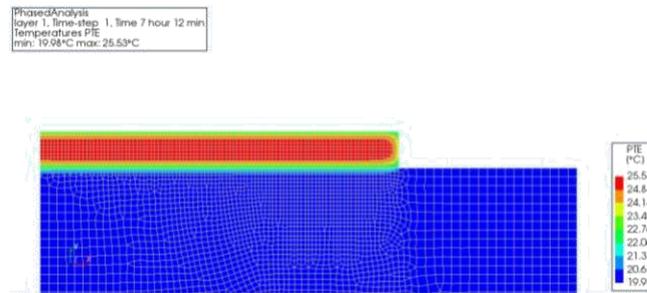


Figura 2. Distribuição de temperatura na primeira camada de concretagem após 7 horas de lançamento

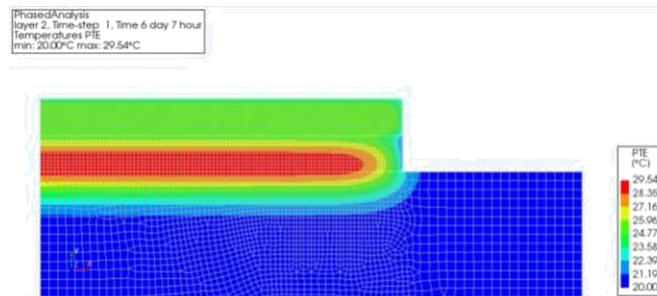


Figura 3. Distribuição de temperatura na primeira e segunda camadas de concretagem após 6 dias e 7 horas de lançamento

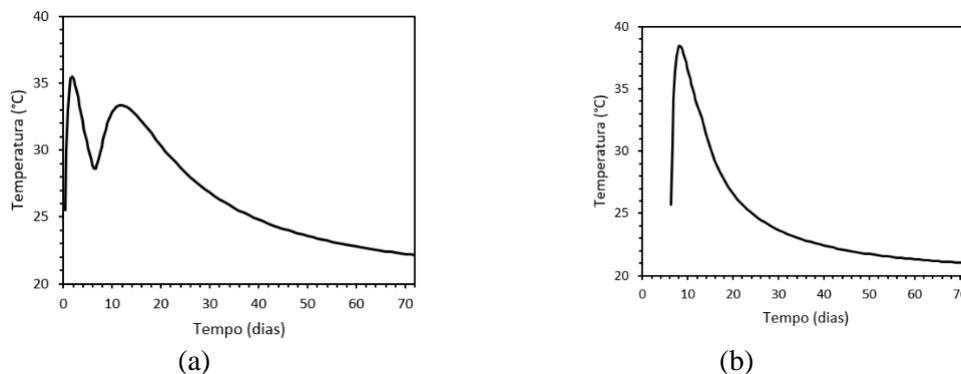


Figura 4. Gráficos da variação de temperatura na primeira e segunda camada de concretagem

O gráfico à esquerda da Fig. 5 apresenta a variação do grau de reação (DGR) de um ponto no

interior da primeira camada de concretagem (a) e o gráfico da variação do grau de reação de um ponto no interior da segunda camada de concretagem (b).

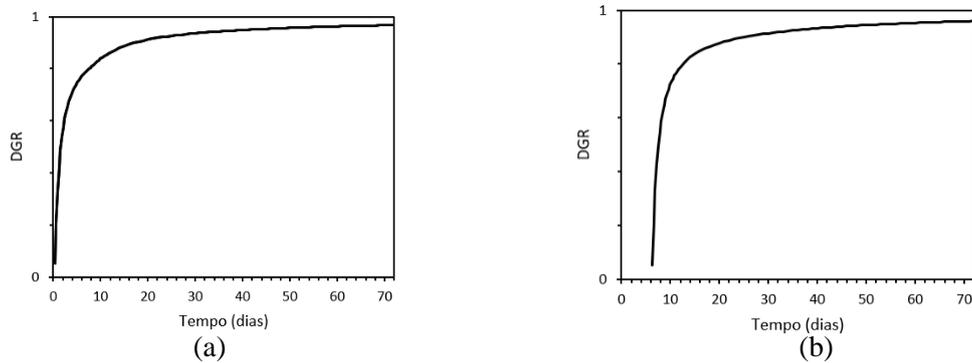


Figura 5. Gráficos da variação do grau de reação (DGR) na primeira e segunda camada de concretagem

As Fig. 6, Fig. 7 e Fig. 8 mostram o índice de fissuração (ICR) correspondentes aos dias 1, 2 e 3 da primeira camada construtiva. Enquanto que Fig. 9, Fig. 10 e Fig. 11 mostram os respectivos valores de índice de fissuração (ICR) aos dias de construção 6, 9 e 12, referentes à segunda camada construtiva. Nestes, nenhum elemento atingiu índice de fissuração (ICR) menor ou igual a 1, o que indica que a estrutura de fato não tende a fissurar. Tal comportamento é o mesmo observado por Rita [1] nestes mesmos dias de concretagem.

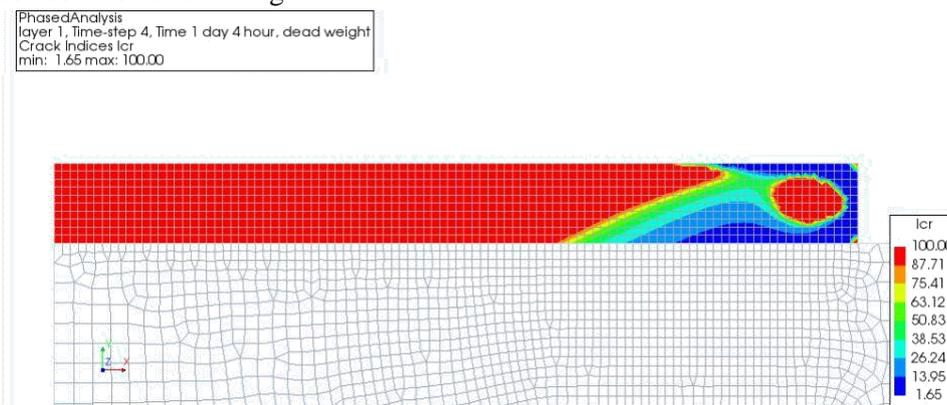


Figura 6. Índice de fissuração correspondente ao dia 1 da simulação

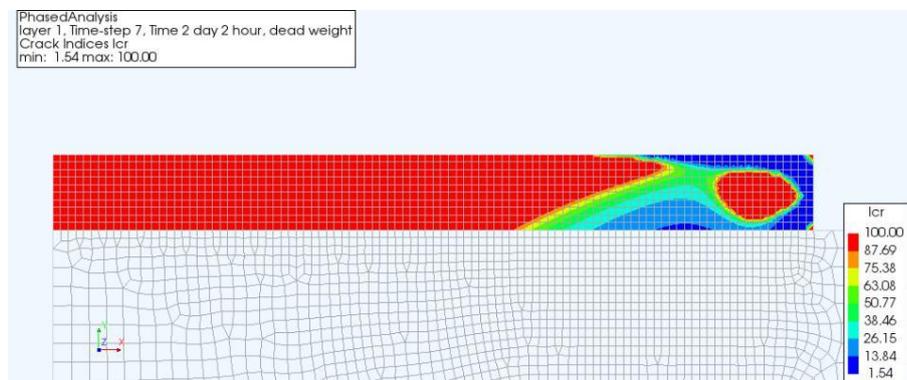


Figura 7. Índice de fissuração correspondente ao dia 2 da simulação

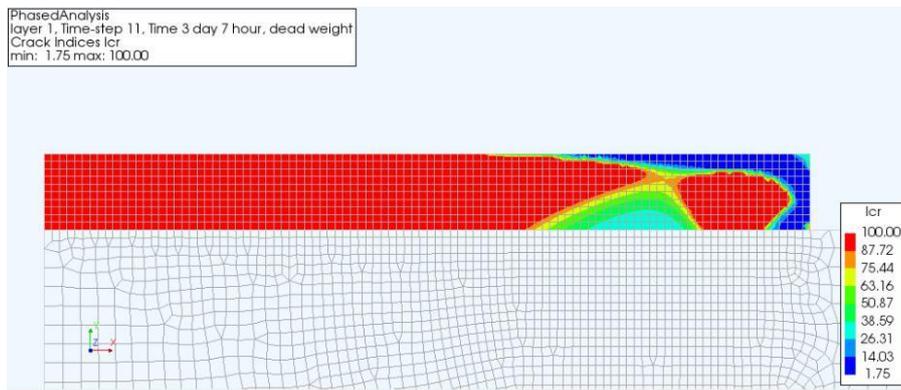


Figura 8. Índice de fissuração correspondente ao dia 3 da simulação

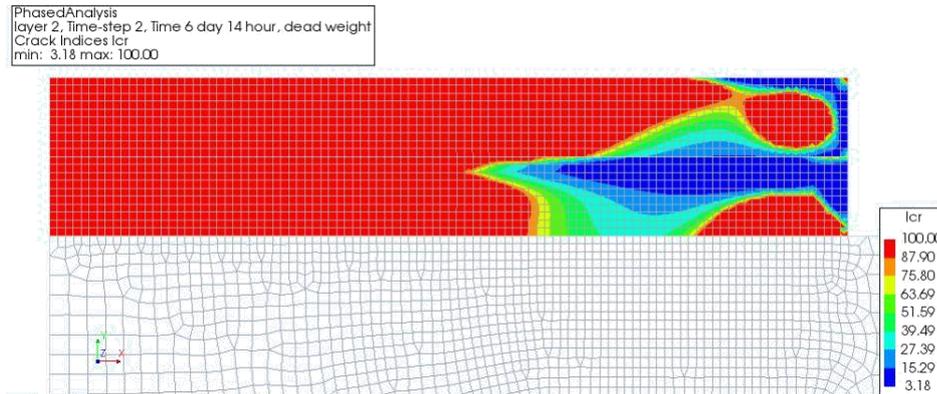


Figura 9. Índice de fissuração correspondente ao dia 6 da simulação

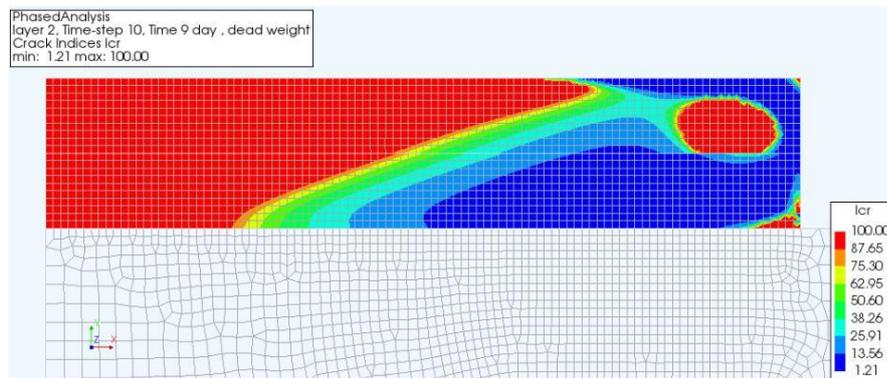


Figura 10. Índice de fissuração correspondente ao dia 9 da simulação

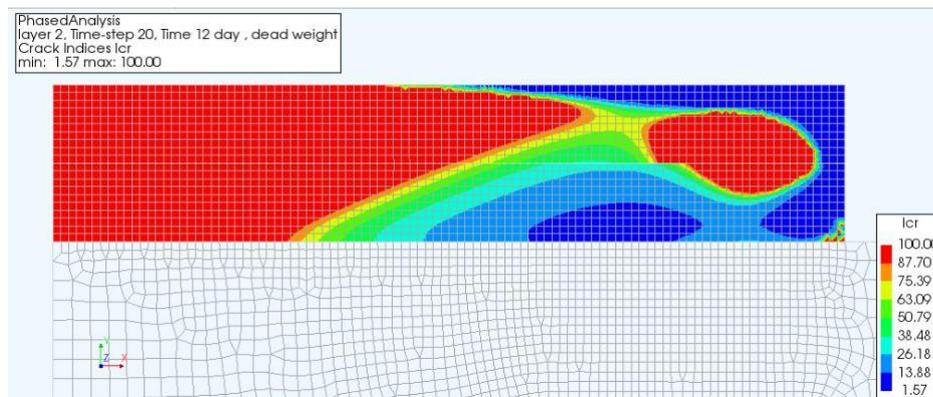


Figura 11. Índice de fissuração correspondente ao dia 12 da simulação

Entretanto, na modelagem realizada no programa DIANA FEA observa-se que aos 26 dias a começa a aumentar a probabilidade de a laje fissurar, uma vez que o valor de chega a 0.98 (Fig. 12). Na simulação feita por Rita [1], o exemplo não se estendeu até 26 dias, logo não foi possível observar fissuração.

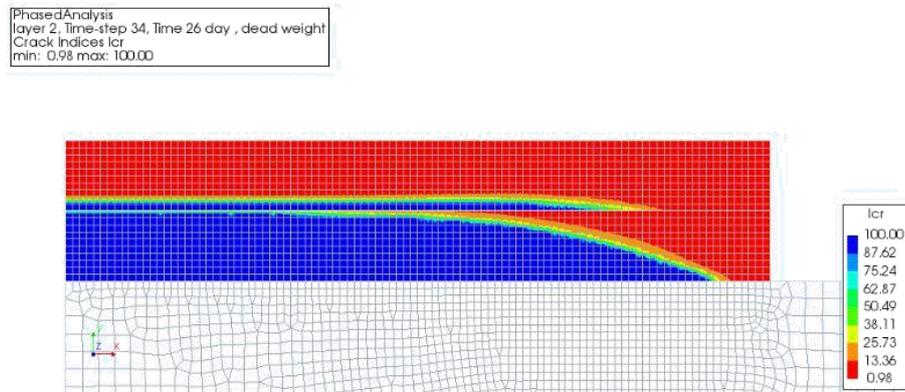


Figura 12. Índice de fissuração correspondente ao dia 26 da simulação

No programa DIANA é possível obter a largura da fissura (CRKWDT), que é definida como o produto da deformação da fissura pela largura de banda da fissura h . A Fig. 13 mostra a largura das fissuras para 36 dias de simulação. Também é possível avaliar a formação de fissura através do parâmetro deformação de fissura que apresenta o padrão de fissura desenvolvido na estrutura. As fissuras ocorrem perpendicularmente as linhas representadas (Fig. 14).

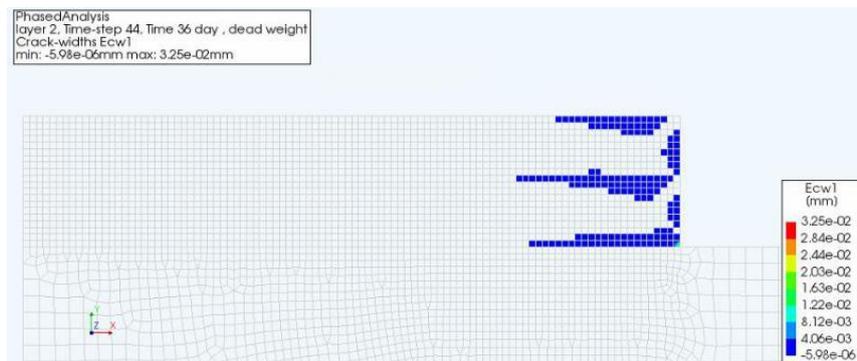


Figura 13. Largura das fissuras correspondente ao dia 36 de simulação

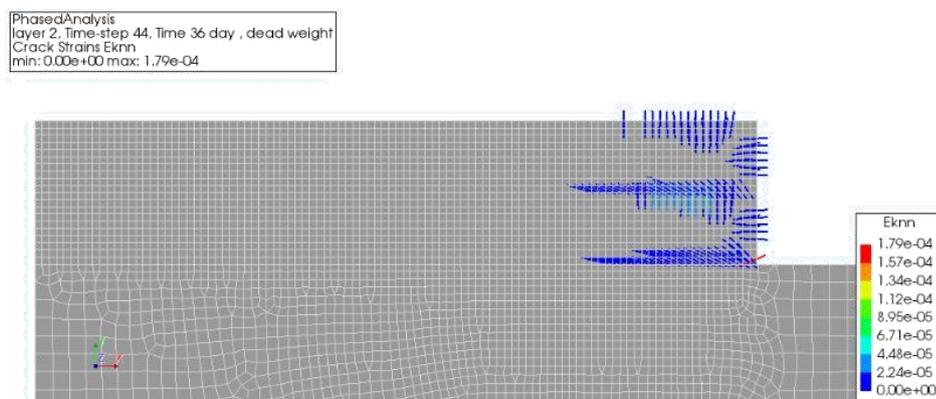


Figura 14. Deformação das fissuras correspondente ao dia 36 de simulação

4.2 Caso do concreto com fibras de aço

Na modelagem realizada no programa DIANA FEA com concreto reforçado com fibras observa-se que aos 28 dias começa a aumentar a probabilidade de a laje fissurar, uma vez que o valor de chega a 0.98 (Fig. 15). A Fig. 16 mostra a largura das fissuras ao 36º dia de simulação e a Fig. 17 a deformação das fissuras.

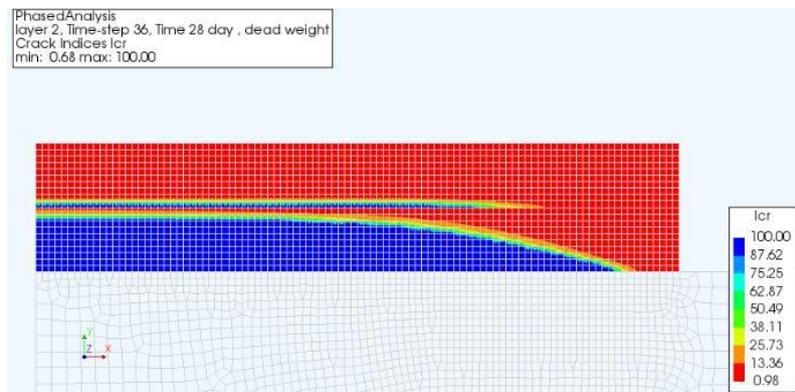


Figura 15. Índice de fissuração correspondente aos 28 dias da simulação.

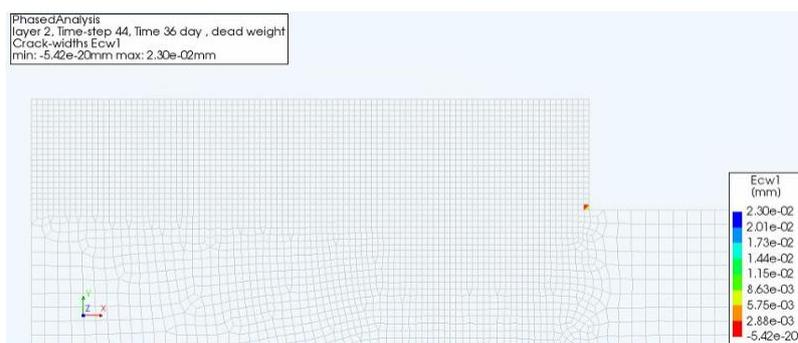


Figura 16. Largura das fissuras correspondente ao dia 36 de simulação

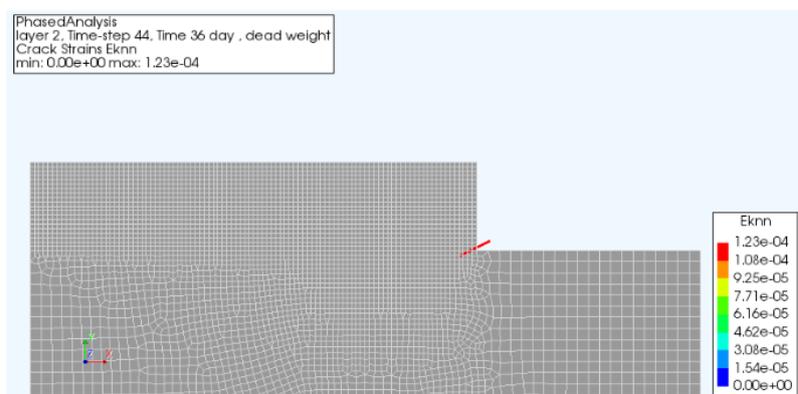


Figura 17. Deformação das fissuras correspondente ao dia 36 de simulação

4.3 Caso do concreto sem fibras e com *cooling pipes*

Na modelagem do concreto utilizando *cooling pipes* observou-se que houve uma sutil redução de 1°C na temperatura máxima alcançada na primeira camada da laje nas primeiras 7 horas de lançamento (Fig. 18) e 4°C de diferença ao lançar a segunda camada depois de 6 dias de lançamento (Fig. 19). Os gráficos da Fig. 20 apresentam a variação de temperatura de um ponto no interior da primeira camada de concretagem (a) e a variação de temperatura de um ponto no interior da segunda camada de concretagem (b). A temperatura de entrada do líquido circulante nos canos é de 10°C e pode-se ver na Fig. 21 que a temperatura de saída do líquido aumenta em apenas 0.3°C. A Fig. 22 mostra a evolução de temperatura do líquido nos *cooling pipes* ao longo dos 72 dias de simulação.

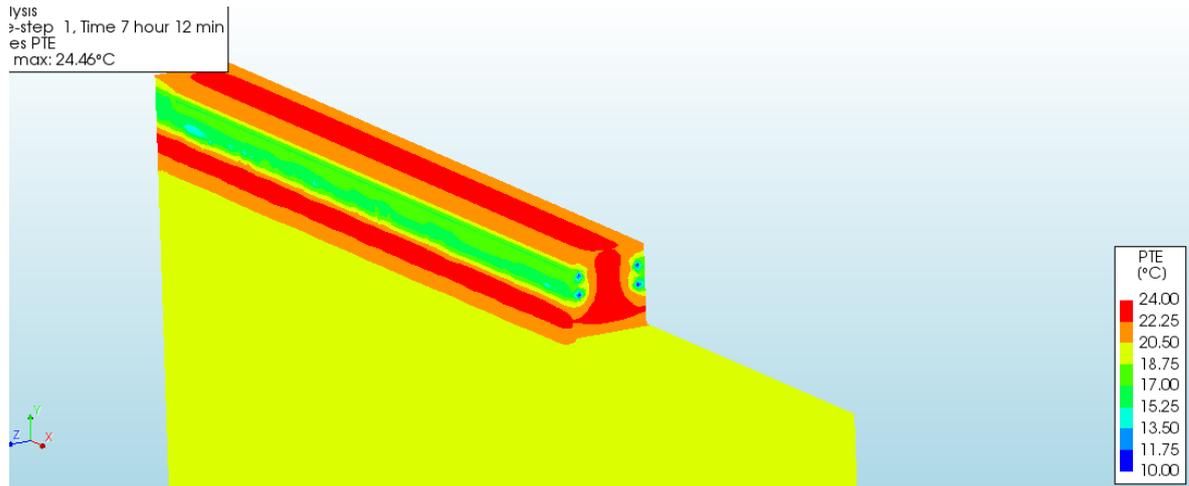


Figura 18. Distribuição de temperatura no modelo utilizando *cooling pipes* após 7 horas de lançamento

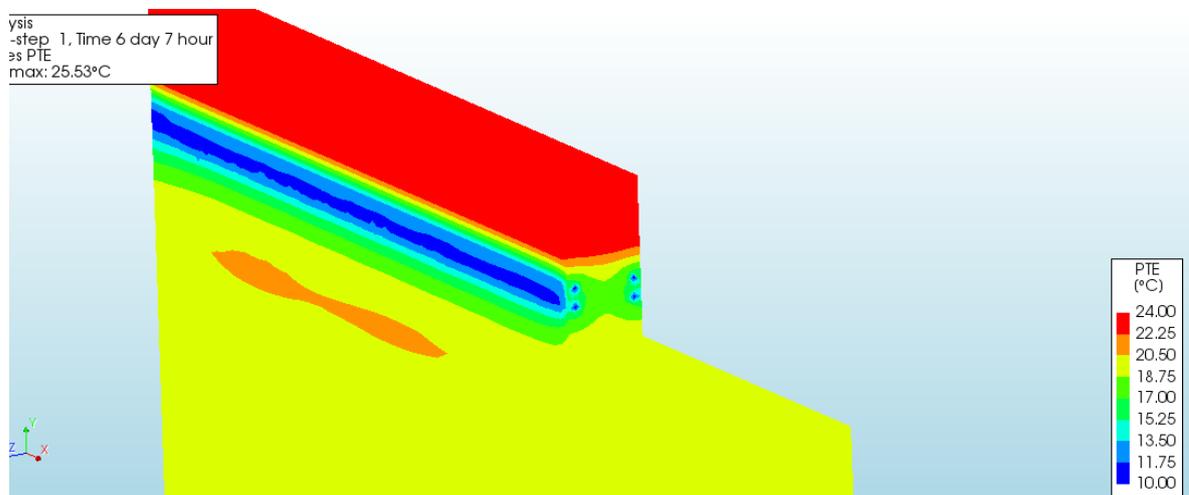


Figura 19. Distribuição de temperatura no modelo utilizando *cooling pipes* após 6 dias e 7 horas de lançamento

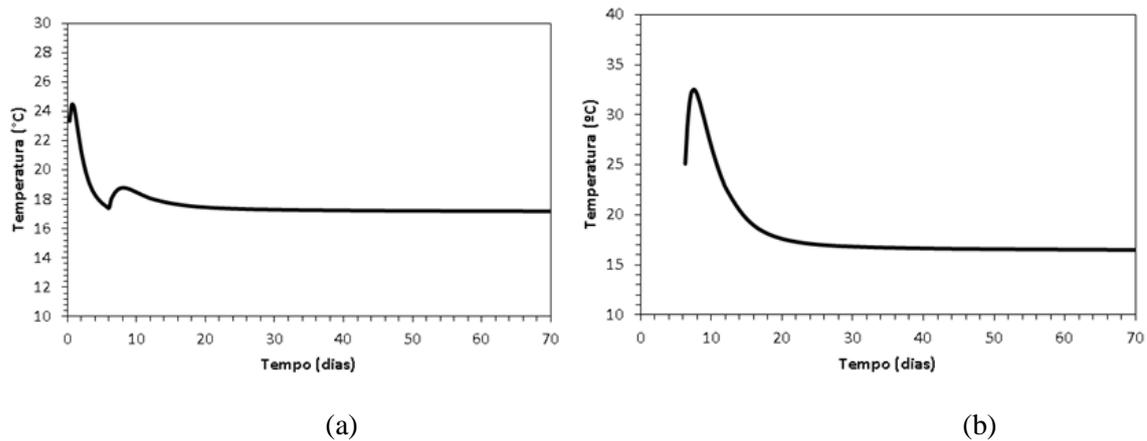


Figura 20. Gráficos da variação de temperatura na primeira e segunda camada de concretagem com uso de *cooling pipes*

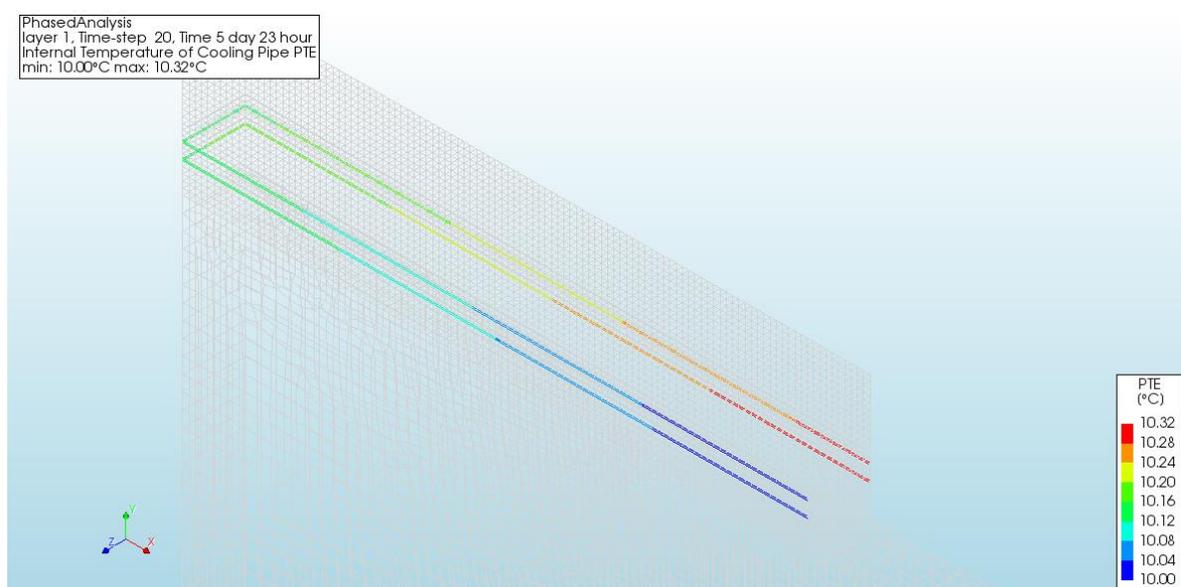


Figura 21. Temperatura do líquido no interior dos *cooling pipes* aos 5 dias de simulação

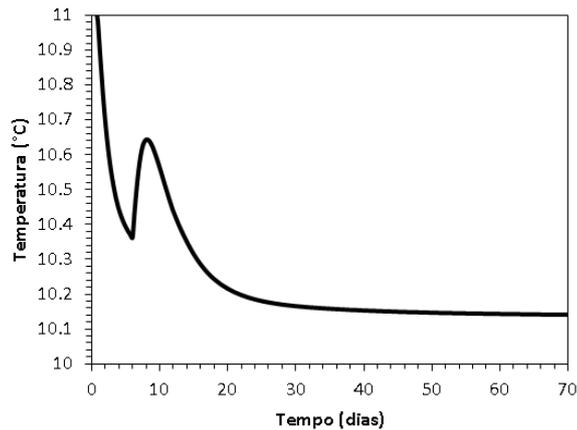


Figura 22. Evolução da temperatura do líquido no interior dos *cooling pipes*

Conclusão

A modelagem do problema da construção da laje de fundação da usina nuclear foi feita tanto pela equipe do PEC/COPPE/UFRJ [1, 17, 19], utilizando programa próprio, quanto neste trabalho utilizando o software comercial DIANA FEA. Os resultados já otimizados foram adotados nesta simulação e, em termos de índice de fissuração, os resultados foram semelhantes para o mesmo período de tempo em ambas as simulações. Porém, nesta simulação no DIANA FEA, a estrutura apresenta tendência a fissurar a partir do dia 26 de simulação. Este período de tempo não foi simulado em Rita [1], logo não se pode comparar resultados. Nesta simulação, também se simulou um concreto com adoção de fibras de aço para se analisar a eficácia dessa medida na prevenção da fissuração. Observou-se que o índice de fissuração só se tornou menor que 1 após 28 dias da simulação, o que foi 2 dias a mais que o concreto sem fibras. Comparando-se a largura e a deformação das fissuras para o mesmo período de simulação (36 dias), pode-se notar que as fissuras se estendem por um comprimento maior para o caso do concreto sem fibras, enquanto que no concreto fibroso, as fissuras se localizam apenas em um ponto de contato com a rocha. Inclusive, essa concentração de tensão nesse ponto, pode ser analisada até mesmo como uma aproximação computacional, ao invés de afirmar que realmente a laje fissuraria naquela região. Portanto, no que tange a eficácia da adoção de fibras no concreto, pode-se dizer que tal medida foi eficaz no combate às fissuras na laje. Com respeito à utilização de *cooling pipes*, pode-se dizer que essa técnica foi eficaz para reduzir as temperaturas no interior da massa de concreto. Como não foi feito o estudo do índice de fissuração para este caso, não se pode concluir se esta medida foi eficaz na prevenção de fissuras.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.

Referências Bibliográficas

- [1] M. R. Rita. Otimização da Fase Construtiva de Estruturas de Concreto Massa em Ambiente Paralelo. Master Thesis, Coppe/UFRJ, 2015.
- [2] O. Coussy. *Mechanics of Porous Continua*. Chichester: Wiley, 1995.
- [3] E. F. Silva. Variações dimensionais em concretos de alto desempenho contendo aditivo redutor de retração. PhD Thesis COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, 2007.
- [4] F. J. Ulm, O. Coussy. Modeling of thermochemo mechanical couplings of concrete at early ages. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, pp. 785–794, 1995.
- [5] F. J. Ulm, O. Coussy. Strength Growth as Chemo-Plastic Hardening in Early Age Concrete. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 122, pp. 1123–1132, 1996.
- [6] C. Hellmich. Shotcrete as part of the new Austrian tunneling method: from thermochemomechanical material modeling to structural analysis and safety assessment of tunnels. PhD thesis, Technischen Universita^t. Wien, 1999.
- [7] J. Sercombe, C. Hellmich, F.J. Ulm, H. Mang. Modeling of early-age creep of shotcrete. I: Model and model parameters. *ASCE J Eng Mech*, 126:284–291, 2000.
- [8] M. Bakhshi, C. Barsby, B. Mobasher. Comparative evaluation of early age toughness parameters in fiber reinforced concrete. *Materials and structures*, 47(5), 853-872, 2014
- [9] Z. P. Bažant, B. H. Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and Structures*, 16 (93), p. 155-177, 1983.
- [10] S. P. Shah, S. E. Swartz, C. Ouyang. *Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics do Concrete, Rock or Other Quasi-Brittle Materials*. New York, John Wiley & Sons inc., 1995
- [11] J. G. Rots. Computational modeling of concrete fracture. PhD Thesis, Delft University of Technology, 141 p, 1988.
- [12] A. Hillerborg, M. Modéer, P. E. Petersson. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v. 6, p. 773-782, 1976.
- [13] T. Cintora. Softening Response of Concrete in Direct Tension. Master Thesis, New Jersey Institute of Technology, 1987.
- [14] M. T. Mota T. Modelagem numérica da flexão de vigas de concreto reciclado armado. Mater Thesis, UEFS/Feira de Santana/BA, 2012.
- [15] M. A. D. Azenha. Comportamento do betão nas primeiras idades. Fenomenologia e análise termo-mecânica. Master Thesis. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto–FEUP, 2004.
- [16] M. A. D. Azenha, Numerical simulation of the structural behaviour of concrete Since its Early Ages. Doctoral Thesis, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2009.
- [17] E. M. R. Fairbairn, M. M. Silvano, F. L. B. Ribeiro. Determining the adiabatic temperature rise of concrete by inverse analysis: case study of a spillway gate pier, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2015.
- [18] A. G. A. Saul. Principles Underlying the Steam Curing of Concrete at Atmospheric Pressure. *Magazine of Concrete Research*, London, v.2, n.6, p.127-140, 1951.
- [19] E. M. R. Fairbairn, I. A. Ferreira, G. C. Cordeiro. Numerical simulation of dam construction using low-CO₂-emission concrete, *Materials and Structures*, v. 43, pp. 1061-1074, 2010.
- [20] J. G. Rots, J. Blaauwendraad. Crack models for concrete: discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? *Heron*, v. 34, n. 1, p. 1-59, 1989.
- [21] R. V. Velasco. Concretos Autoadensáveis Reforçados com Elevadas Frações de Fibras de Aço. Doctoral Thesis, COPPE/UFRJ, 2008.