

OBTENÇÃO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO POR MEIO DE ANÁLISE INVERSA

Danilo B. Cavalcanti

Sylvia R.M. de Almeida

Daniel L. de Araújo

daniloborgescavalcanti@gmail.com

sylvia@ufg.br

dlaraujo@ufg.br

Federal University of Goiás

Av. Universitária, nº1488, Setor Universitário, 74605-220, Goiás/Goiânia, Brazil

Abstract. One way to measure the increase of ductility, from the addition of steel fibers in concrete, is from the uniaxial tension tests. However, this test is difficult to carry out and the equipment is highly rigid and is not present in most concrete laboratories. Thus, the solution could be obtaining the stress-strain diagram for uniaxial tension of steel fiber reinforced concrete (SFRC) from inverse analysis of a bending tests. The inverse analysis proposed in this paper consists of an automatic search of the softening behavior of the SFRC. To achieve this, the objective function is defined to minimize the difference between load-deflection curve obtained by the finite element software DIANA® 10.1 and experimental curves obtained by test a simply supported beam under third-point loading, as proposed by ASTM C1609/C1609M-12. The optimization process is performed in two steps, that is, first it is determined the flexural modulus of the SFRC, which defines the initial linear elastic part of the load-deflection curve. Then, points of the softening diagram of SFRC are determined. Since the design variables are not explicit in optimization process of the objective function, it was necessary to use a heuristic method, among which a genetic algorithm (GA) available on MATLAB (2007) was chosen. The GA algorithmic has been showed efficient to obtain the softening diagram of SRFC with two volume of steel fibers, 0.5% and 1.5%, with index of agreement over 90%.

Keywords: Steel fiber reinforced concrete, Inverse analysis, Genetic algorithm.

1 Introdução

A adição de fibras de aço como forma de reforçar a matriz cimentícia promove uma melhoria do comportamento pós fissuração do material, de modo que sua ruptura não ocorra de forma brusca. Além disso, as fibras promovem ganhos na resistência, durabilidade e ductilidade do material. Como forma de quantificar as melhorias obtidas com o incremento de fibras de aço no concreto, necessita-se da realização de programas experimentais e teóricos a fim de desenvolver formulações que possam descrever, de forma adequada, o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA).

Sendo a ductilidade à tração uma das principais propriedades beneficiadas pela adição de fibras, ensaios que permitem avaliar o incremento obtido nessa propriedade são relevantes de serem realizados para caracterização do material, como, por exemplo, o ensaio de tração direta, o qual fornece a curva tensão-deformação à tração do material. Contudo, este ensaio exige um equipamento de elevada rigidez que não está presente em grande parte dos laboratórios de controle de concreto. Deste modo, para contornar esta dificuldade, pode-se obter a curva tensão-deformação à tração do material por meio da análise inversa de outros ensaios de execução mais simples, como o ensaio de flexão em corpos de prova prismáticos. Existem diversas normas internacionais que normatizam esse tipo de ensaio para o concreto reforçado com fibras, dentre as quais cita-se a ASTM C1609/C1609M-19 [3] que apresenta um método de ensaio à flexão em corpos de prova solicitados por duas forças concentradas aplicadas nos terços médios do vão. Segundo esta norma, as dimensões dos corpos de prova a serem ensaiados podem ser de 100 x 100 x 350 mm ou 150 x 150 x 500 mm. Na Figura 1 é mostrado o esquema desse ensaio.

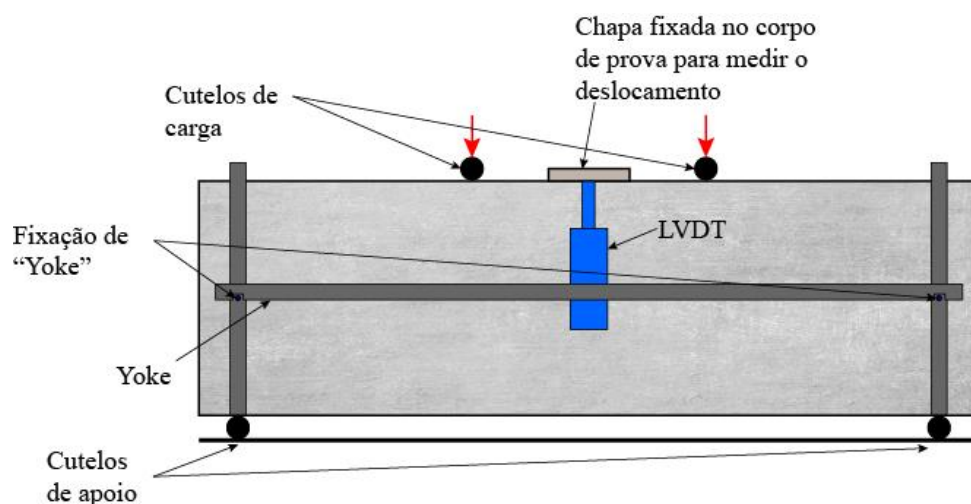


Figura 1 – Representação esquemática do ensaio de tenacidade à flexão ASTM C1690

A análise inversa do ensaio de flexão pode ser realizada de diversas formas, utilizando modelos analíticos ou métodos numéricos. Esse procedimento é recomendado, por exemplo, pelo código americano ACI 544.8R-16 [1] para o concreto reforçado com fibras. Assim, a análise inversa utilizando a modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em obter a curva tensão-deformação à tração do CRFA que resulte na curva numérica força-deslocamento mais próxima do resultado experimental do mesmo ensaio.

Para reproduzir com precisão na modelagem computacional o comportamento do corpo de prova de CRFA submetido à flexão, é necessário que o comportamento não-linear do compósito seja simulado por um modelo que considere a fissuração do material à tração. Os modelos de fissuração associados ao MEF podem ser classificados em dois grupos: modelos de fissuração distribuída e modelos de fissuração discreta. Neste último, a fissura é simulada pela separação física dos nós que compõem a malha de elementos finitos, o que exige que haja uma atualização da malha durante a análise. Além disso, o modelo de fissuração discreta é limitado pelo fato de que seja previamente conhecida a posição onde surgirá a fissura. Uma vez que no ensaio de flexão recomendado pela ASTM C1609/C1609M-12 [2] o corpo de prova não é previamente fissurado ou cortado para induzir a fissuração, a posição onde surgirão

as fissuras de flexão não é previamente conhecida. Assim, para a representação desse tipo de ensaio é mais adequado o uso de modelos de fissuração distribuída.

A análise inversa realizada neste trabalho consiste em estabelecer uma busca automática da curva tensão-deformação à tração que descreva o comportamento de *softening* do CRFA, cuja função objetivo é minimizar a diferença entre a curva força-deslocamento obtida da modelagem por elementos finitos no software DIANA® 10.1 [10] e a respectiva curva obtida de ensaio à flexão de corpos de prova segundo o método de ensaio da ASTM C1609/C1609M-12 [2]. Devido à natureza do problema, que consiste na busca dos pontos da curva tensão-deformação, foi utilizado um método de otimização heurístico, dentre os quais escolheu-se o algoritmo genético (AG) disponível no MATLAB.

2 Algoritmo genético

Dentre os métodos heurísticos de otimização, o algoritmo genético consiste em um método de busca baseado na mecânica da genética natural e na seleção natural [8]. Conforme destacado por Rao [8], as diferenças do algoritmo genético para os métodos tradicionais de otimização consistem nos seguintes aspectos:

- O processo de otimização tem início com uma população de pontos, o que diminui a possibilidade de o algoritmo ficar preso a um mínimo local;
- O algoritmo não faz uso da derivada da função objetivo, apenas do valor da função objetivo;
- Geralmente, as variáveis de projeto são representadas de forma binária, contudo pode ser feito o uso de variáveis contínuas;
- O valor da função objetivo tem o papel de medir a aptidão de um indivíduo durante a seleção natural;
- A cada geração, novos indivíduos são produzidos pelos processos de seleção randômica dos pais e cruzamento da geração anterior. Entretanto, o algoritmo explora as combinações entre os indivíduos de forma que se atinja o melhor valor para a função objetivo.

A fim de que de uma geração para outra os indivíduos possuam melhores valores de função objetivo, é feito o uso de operadores genéticos. Dentre eles, vale destacar o uso de mecanismos de reprodução, cruzamento e mutação.

O mecanismo de seleção escolhe os melhores indivíduos que podem vir a participar da fase de reprodução e para geração da próxima população. Destacam-se as seleções do tipo *rank*, roleta e por torneiro como as principais funções [4].

Os mecanismos de cruzamento e mutação possuem a finalidade de manter a diversidade da população, produzindo novos indivíduos a partir de outros já existentes. Ambos ampliam a diversidade da população, reduzindo as chances de convergência para um mínimo local. Contudo, vale destacar que no caso do mecanismo de mutação, é necessário que a função de mutação gere um indivíduo que respeite as restrições do problema impostas pelo modelo constitutivo a ser adotado. Este aspecto será discutido no item a seguir.

3 Método

Este item apresenta os métodos utilizados para o desenvolvimento da análise inversa do ensaio de flexão de corpos de prova de CRFA submetidos à flexão segundo o método proposto pela ASTM C1609/C1609M-12 [2]. Inicialmente é descrito o método utilizado para definição do modelo constitutivo usado para representar o CRFA e a malha final utilizada no processamento. Na sequência, é descrito o processo de otimização implementado no MATLAB com o uso do algoritmo genético (AG).

3.1 Modelo constitutivo do concreto e malha

O software DIANA®, em sua versão 10.1, possui dois modelos constitutivos para uma análise não-linear física com modelos de fissuração distribuída. Estes são: o *Total Strain Crack Model* e o *Multi-*

Directional Fixed Crack. O modelo *Total Strain Crack Model* possui uma formulação baseada em parâmetros relacionados à Mecânica da Fratura, como a energia no modo I de fraturamento (G_f^I) e a largura da banda de fissuração (h), sendo esta a região onde as fissuras serão distribuídas [6]. É válido destacar, também, que, para este modelo, o programa permite que seja informado pelo usuário a curva tensão-deformação. Neste caso, o parâmetro G_f^I é determinado a partir da área sob a curva tensão-deformação dividida pela largura da banda de fissuração. O início do processo de fissuração se dá quando a tensão principal de tração ultrapassa o valor da resistência do material, e o comportamento de amolecimento do material é definido através dos parâmetros h , G_f^I e f_{ct} (resistência à tração direta do material).

Quanto ao modelo *Multi-Directional Fixed Crack*, as deformações são divididas em duas parcelas, elástica e plástica. Uma vez que a resistência à tração do material é atingida, o comportamento de amolecimento do material é determinado pela curva de *softening* escolhida. Dentre as opções de curvas de *softening*, existe a opção de o usuário definir uma curva multilinear, sendo esta a escolhida neste trabalho.

Uma vez que se tem a existência de diferentes modelos constitutivos no software DIANA® que podem ser utilizados na modelagem do CRFA, inicialmente foi realizado um estudo para escolha do modelo constitutivo e da malha. Para isso, foi adotado um corpo de prova com as dimensões e esquema de ensaio mostrado na Fig. 2.

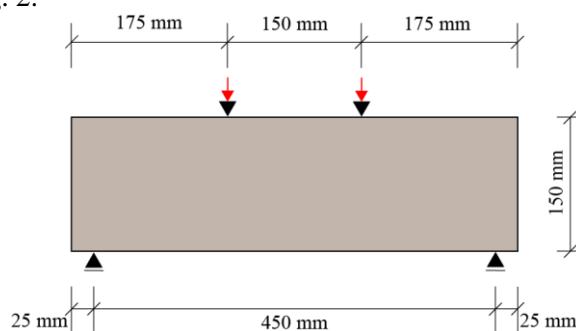


Figura 2 - Esquema estático do ensaio de flexão

As propriedades do concreto usadas nessa análise para o modelo *Total Strain Crack* são mostradas na Tabela 1

Tabela 1 - Propriedades do concreto com utilização do modelo *Total Strain Crack*

	Ponto	ε (‰)	σ (MPa)
Diagrama tensão-deformação à tração bilinear	1	0.00	0.00
	2	0.09	3.93
	3	5.00	1.80
	4	1000.0	0.70
Largura da banda de fissuração (h):	12.5 mm		
Lei constitutiva à compressão	fib Model code for Concrete Structures 2010		
Lei constitutiva ao cisalhamento	Ponto	γ (‰)	τ (MPa)
	1	0.000	0.250
	2	0.004	0.000
Resistência à tração direta (f_{ctm}):	3.93 MPa		
Resistência à compressão uniaxial (f_{cm}):	68.74 MPa		
Módulo de elasticidade	40.32 GPa		
Coefficiente de Poisson	0.2		

A lei constitutiva utilizada para determinar o comportamento ao cisalhamento foi escolhida com base nos dados apresentados por Cervenka (2012).

Para aplicação do modelo *Multi-Directional Fixed Crack*, as propriedades do material utilizadas são as apresentadas na Tabela 2. É válido destacar que o diagrama tensão-deformação à tração informado neste modelo é referente apenas ao trecho de *softening*, sendo o primeiro ponto da curva de entrada necessariamente um ponto com deformação plástica igual a zero.

Tabela 2 – Propriedades do concreto com utilização do modelo *Multi-Directional Fixed Crack*

Módulo de elasticidade	40.32 GPa		
Coefficiente de Poisson	0.2		
<i>Tension cut-off</i>	Linear		
Resistência à tração direta (f_{ctm}):	3.93 MPa		
Resistência à compressão uniaxial (f_{cm}):	68.74 MPa		
	Ponto	ε (‰)	σ (MPa)
Diagrama tensão-deformação à tração bilinear	1	0.00	3.93
	2	4.91	1.80
	3	999.91	0.70
Lei constitutiva ao cisalhamento	parâmetro β constante e igual a 0.01		

Foram analisados dois refinamentos de malha: uma com elementos de 10 mm x 10 mm e outra com elementos de 25 mm x 25 mm (Fig. 3). O elemento finito utilizado na análise foi o CQ16M presente na biblioteca de elementos do DIANA[®], o qual se trata de um elemento retangular de oito nós em estado plano de tensão, de interpolação quadrática e formulação isoparamétrica.

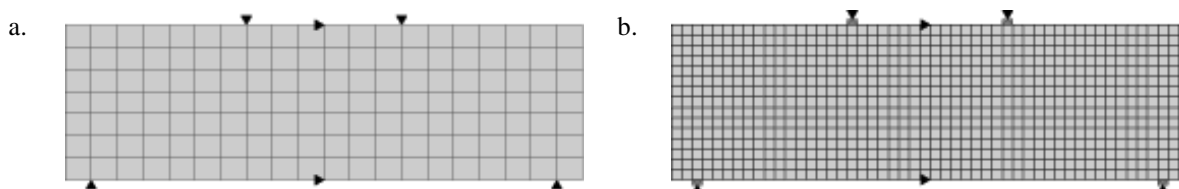


Figura 3 – Malhas de elementos finitos e condições de apoio utilizadas. (a) Malha de elementos com dimensões de 25x25 mm. (b) Malha de elementos com dimensões de 10x10 mm.

Pela característica do problema físico, foi realizada uma modelagem em Estado Plano de Tensões. A modelagem foi realizada por meio de deslocamento imposto nos pontos de aplicação do carregamento no ensaio. As condições de contorno do modelo mostradas na Fig. 3 foram definidas de modo a se garantir a simetria do modelo. Quanto à solução do sistema não linear, foi adotado o Método Quase-Newton do tipo BFGS, com norma de convergência em energia e tolerância igual a 10^{-3} .

A Figura 4 mostra os resultados obtidos da modelagem com as duas malhas e os dois modelos constitutivos para o CRFA. É relevante destacar que o modelo *Total Strain Crack* apresentou perda de objetividade da malha, ou seja, com o refinamento da malha o modelo apresentou comportamento mais frágil. A perda de objetividade de malha neste caso pode ser justificada pelas características da mecânica da fratura, base para a definição desse modelo. A mecânica da fratura elástica linear foi formulada para materiais frágeis e foi adaptada para o concreto, admitido como um material quase-frágil [6]. O combate à perda de objetividade de malha é feito, então, por meio da consideração dos parâmetros de densidade de energia de fraturamento (G_f) e largura da banda de fissuração (h), que são admitidos como propriedade do material. Isso é particularmente verdade para o concreto simples, contudo a adição de fibras de aço promove uma alteração considerável do comportamento do concreto, fazendo com que

este deixe de ter um comportamento quase-frágil e passe a ter um comportamento relativamente dúctil, tornando as considerações feitas na formulação inconsistentes ao real comportamento do CRFA.

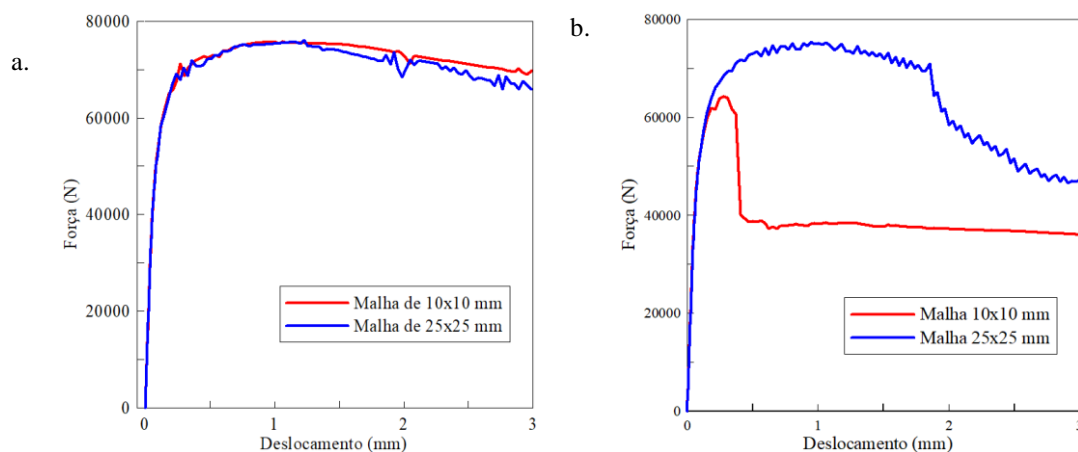


Figura 4 - Resultado para malhas de 10 mm e 25 mm. (a) modelo Multi-Directional Fixed Crack. (b) modelo Total Strain Crack.

Dessa forma, para o processo de otimização foram adotados o modelo constitutivo *Multi-Directional Fixed Crack* e a malha com refinamento de 25 mm x 25 mm que apresentou comportamento muito próximo da malha mais refinada.

3.2 Otimização

O processo de otimização é realizado em etapas. Primeiro, determina-se o módulo de elasticidade à flexão do CRFA, o qual irá governar o trecho linear da curva força-deslocamento numérica. A determinação do módulo de elasticidade é feita a partir da delimitação do ponto correspondente ao limite do comportamento elástico linear da curva força-deslocamento experimental. Para isso, é calculada a rigidez à flexão (R_f), definida pela razão entre o valor da força aplicada e o deslocamento relativo à mesma, em pontos com um passo de deslocamento de 0.01 mm da curva força-deslocamento experimental. Esse processo é repetido até haver uma variação maior que 0.01% no valor da rigidez à flexão, momento em que é definido o final do regime elástico.

Uma vez que o valor experimental da rigidez à flexão, correspondente ao regime elástico linear, é definido, determina-se o valor do módulo de elasticidade à flexão do compósito. Para isso, o modelo com a malha mostrada na Figura 3.a foi processado em análise linear para vários valores do módulo de elasticidade, sendo determinada a rigidez à flexão numérica. A partir dos resultados do processamento, foi obtida uma relação entre o módulo de elasticidade à flexão do CRFA (E_f), em MPa, e a rigidez numérica do corpo de prova (R_f), em N/mm. Por meio de uma regressão linear, obteve-se a Eq. (1) que relaciona o módulo de elasticidade com a rigidez à flexão. De posse da rigidez à flexão determinada no ensaio, obtém-se da Eq. (1) o valor do módulo de elasticidade do CRFA a ser utilizado no processo de otimização.

$$E_f = 5 \cdot 10^{-5} R_f \quad (1)$$

É válido destacar que a Eq. (1) é limitada para o uso de uma malha de elementos finitos de 25x25 mm, tendo em vista que se for usado uma malha de elementos finitos mais refinada, o valor da flexibilidade da estrutura aumenta, logo a rigidez diminui e o módulo de elasticidade também.

Esta primeira etapa é realizada fora do processo de otimização, haja visto que a rigidez à flexão no trecho linear é governada apenas pelo valor do módulo de elasticidade do material.

Para a segunda etapa do processo de otimização, foi admitido que a curva de *softening* do CRFA tem um comportamento bilinear, conforme apresentado na Figura 5. Essa curva é definida por quatro variáveis, isto é, f_{ct1} , f_{ct2} , ε_2 e ε_3 que descrevem completamente o trecho de *softening* do CRFA após a

fissuração da matriz ao se atingir a resistência à tração direta f_{ct1} .

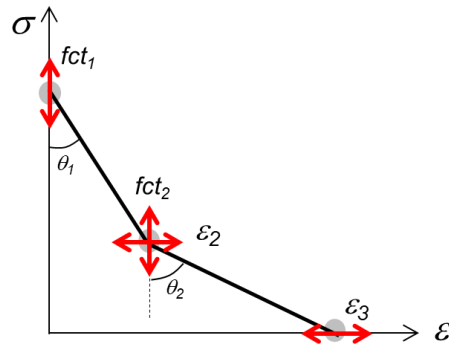


FIGURA 5 – Curva de *softening* genérica

O problema de otimização, portanto, resume-se em obter os valores das variáveis da curva tensão-deformação, f_{ct1} , ε_2 , f_{ct2} e ε_3 que minimizem uma função objetivo FO com as variáveis sujeitas a restrições como apresentado em (2).

$$\text{Obter:} \quad (f_{ct1}, \varepsilon_2, f_{ct2}, \varepsilon_3)$$

$$\text{Que minimiza:} \quad FO = f(P_{num}, P_{exp})$$

$$\text{Tal que:} \quad 0.7f_{ct_{exp}} \leq f_{ct1} \leq 3f_{ct_{exp}}$$

$$0.7f_{ct1} \leq f_{ct2} \leq f_{ct1} \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 < \varepsilon_3$$

$$\frac{f_{ct1} - f_{ct2}}{\varepsilon_2} \geq E_f$$

$$\frac{f_{ct1} - f_{ct2}}{\varepsilon_2} \leq -\frac{f_{ct2} - f_{ct3}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}$$

No problema apresentado pela Eq. (2), $f_{ct_{exp}}$ é o valor da resistência à tração do CRFA obtido de ensaios experimentais, sejam eles de tração direta ou tração por compressão diametral.

É relevante destacar que a Eq. (2) consiste em um problema de otimização sem restrições quanto ao valor da função objetivo, com as variáveis submetidas a restrições laterais e relacionadas por inequações. Estas inequações foram definidas de modo que a curva de *softening* obtida sempre atendesse ao formato apresentado na Figura 5. Assim, a inclinação do primeiro trecho do diagrama tensão-deformação (θ_1) deve ser sempre maior que o valor do módulo de elasticidade à flexão (E_f) e a inclinação do segundo trecho (θ_2) deve ser sempre superior à do primeiro trecho do diagrama.

Esse problema de otimização possui um mínimo global igual a zero, uma vez que se trata do ajuste de duas curvas. Para definir a melhor função objetivo para este problema, foram analisadas duas funções diferentes apresentadas pelas Eq. (3) e (4), respectivamente.

$$FO_1 = \frac{1}{n} \sqrt{\sum \left(\frac{P_{num,i} - P_{exp,i}}{P_{exp,i}} \right)^2} \quad (3)$$

$$FO_2 = 1 - c \quad (4)$$

$$c = d\sqrt{r^2} \quad (5)$$

$$r^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (P_{exp,i} - \overline{P_{exp,i}}) \cdot (P_{num,i} - \overline{P_{num,i}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (P_{num,i} - \overline{P_{num,i}})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (P_{exp,i} - \overline{P_{exp,i}})^2}} \right)^2 \quad (6)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_{num,i} - P_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^n (|P_{num,i} - \overline{P_{exp,i}}| + |P_{exp,i} - \overline{P_{exp,i}}|)^2} \quad (7)$$

Onde,

n - número de pontos da curva força-deslocamento experimental e numérica (devem ser iguais nas duas curvas);

$P_{num,i}$ - valor da força medida na curva força-deslocamento numérica no ponto i ;

$P_{exp,i}$ - valor da força medida na curva força-deslocamento experimental no ponto i ;

$\overline{P_{exp,i}}$ - valor da força média determinada da curva força-deslocamento experimental.

$\overline{P_{num,i}}$ - valor da força média determinada da curva força-deslocamento numérica.

A função objetivo apresentada em Eq. (3) define o erro padrão entre as duas curvas. Já a função objetivo (FO_2), apresentada em Eq. (4), é baseada no índice c , Eq. (5), proposto por Sentelhas [9], o qual reúne em sua expressão o índice de precisão, Eq. (6), e o índice de exatidão, Eq. (7).

Neste problema de otimização, a função objetivo não é escrita explicitamente em função das variáveis de projeto, sendo avaliada a partir das curvas força-deslocamento experimental e numérica. Por essa razão, foi empregado o método de otimização heurístico baseado no algoritmo genético disponível no software MATLAB® (função “ga”).

O algoritmo implementado no software MATLAB® seguiu a seguinte sequência:

1. Determinação do módulo de elasticidade à flexão do CRFA
2. Chamada da função “ga” do MATLAB®. Nessa etapa, eram desenvolvidas as seguintes etapas:
 - a. Cálculo da função objetivo.
 - b. Atualização das variáveis de projeto e do arquivo de dados (.dat) do DIANA®;
 - c. Processamento do modelo no DIANA®. O software DIANA® era chamado por meio de linha de comando dentro do ambiente do software MATLAB®¹;

Conforme ressaltado por Dao, Abhary e Marian [5], a performance do algoritmo genético é altamente dependente de seus parâmetros de entrada e a escolha deste é baseada, principalmente, em métodos de tentativa e erro, quando não se conhece o comportamento da função objetivo. A seguir são apresentados os parâmetros adotados na análise deste trabalho.

- População inicial: distribuição uniforme, respeitando os limites das variáveis;
- Função de seleção: seleção de roleta;
- Função de cruzamento: cruzamento médio, o qual, segundo Castilho [4], é mais recomendado quando se trabalha com variáveis em uma representação real, tal como é feito neste trabalho;
- Taxa de cruzamento: foi adotado um valor de 0.80, uma vez que Castilho [4] apresenta que este valor deve ser na ordem de 0.6 a 1.0;
- Função de mutação: *adaptive feasible*, função do MATLAB® recomendada quando se tem limites e restrições.

Outro parâmetro de entrada relativo ao algoritmo genético é o tamanho da população, o qual foi considerado com três níveis de variação, isto é, 10, 25 e 50 indivíduos, a fim de verificar sua influência na determinação das variáveis de projeto. Um estudo mais aprofundado dos parâmetros de configuração do algoritmo genético utilizado deve ser realizado em trabalhos futuros.

4 Resultados

Este item apresenta os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta. Primeiro são

¹ system('call "C:\Program Files\Diana 10.1\bin\diana.exe" - m tenacidade').

apresentados os resultados da análise dos parâmetros do algoritmo genético e das duas funções objetivo utilizadas. Posteriormente, o algoritmo é aplicado a outro traço de concreto reforçado com fibras. Por fim, é verificado se o diagrama de *softening* obtido da otimização é válido para ser aplicado, também, no modelo *Total Strain Crack*.

Para validação do funcionamento do algoritmo de otimização, foram utilizados os resultados dos ensaios de caracterização e flexão dos traços F-15-02 e F-05-02 de CRFA apresentados por Lobo [7] que representam concretos com adição de 1,5% e 0,5% de fibras de aço, respectivamente. Os ensaios de Lobo [7] foram realizados seguindo o procedimento especificado pela ASTM C1609/C1609M-12 [2].

4.1 Função objetivo e tamanho de população

Para a escolha da função objetivo mais adequada ao problema em estudo e definição do tamanho de população mais indicado a ser adotado, realizaram-se testes utilizando a curva média de força-deslocamento obtida do ensaio de flexão realizado por Lobo [7] para o traço com volume de fibras de aço igual a 1,5%. Para esta análise, os limites adotados para as variáveis de projeto são apresentados na Tabela 3, os quais respeitam as restrições laterais e as inequações apresentadas na Eq. (2).

TABELA 3 - Limites adotados para as variáveis de projeto

Variável	x^{inf}	x^{sup}
f_{ct1}	2.751	11.490
ε_2	0.005	0.500
f_{ct2}	0.250	2.000
ε_3	600.00	1000.00

O valor do módulo de elasticidade à flexão do CRFA obtido da primeira etapa da otimização foi de 23.28 GPa. Esse valor é 57.7% menor que o valor obtido por Lobo [7] para o módulo de elasticidade do CRFA a partir de ensaios de compressão em corpos de prova cilíndricos, indicando a necessidade da retroanálise inicial do módulo de elasticidade do CRFA quando submetido à flexão.

A Tabela 4 apresenta o resultado obtido para as variáveis de projeto, que representam a curva tensão-deformação do CRFA, ao final do processo de otimização. Na Figura 6 é ilustrada a variação do valor da função objetivo durante o teste 1, indicando a convergência da população no final do processo de otimização. Esse mesmo comportamento foi observado em todos os testes realizados. O tempo de processamento para o traço com 1,5% de adição de fibras, que apresentava um deslocamento último da ordem de 3 mm, variou de 11.69 a 59.84 horas, obtendo-se a convergência do algoritmo genético depois de 40 gerações.

Essa mesma tabela também apresenta o valor do índice c , determinado conforme a Eq. (6), e a relação entre as áreas abaixo da curva numérica e experimental média para os testes realizados. Quanto mais próximo da unidade forem esses são indicadores, maior a eficiência do processo de otimização em representar a curva experimental. No caso da relação entre áreas, estas foram calculadas em trechos de deslocamento iguais a 0.5 mm, sendo na Tabela 4 apresentada a média da relação entre áreas de cada trecho.

TABELA 4 - Valores das variáveis obtidas para as funções objetivo FO1 e FO2 com diferentes valores de tamanho de população

Teste	Função Objetivo	Tamanho da População	Tempo de processamento (h)	f_{ct1}	ε_2	f_{ct2}	ε_3	c	$\left(\frac{A_{num}}{A_{exp}}\right)$
1	FO1	10	11.69	3.6868	0.0681	0.7400	650.8752	0.96643	0.9927
2		25	33.54	3.6299	0.0704	0.7583	653.0788	0.96723	0.9820
3		50	59.84	3.7041	0.0573	1.1447	642.8161	0.96822	0.9867
4	FO2	10	12.90	3.9164	0.0821	0.5227	663.2944	0.95558	1.0647
5		25	32.90	3.6331	0.0766	0.5299	663.0462	0.96792	0.9804
6		50	51.26	3.6359	0.0771	0.5049	657.0907	0.96886	0.9799

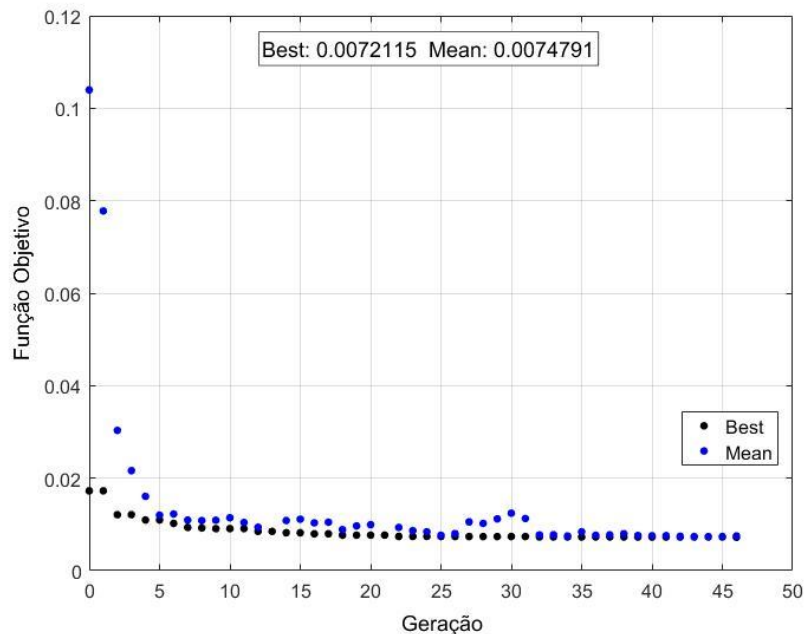


Figura 6 - Convergência da população a cada geração referente ao Teste 1

Observa-se, da Tabela 4, que em todas as análises o índice c apresentou valor maior que 0,95, indicando um ajuste da curva numérica obtida pelo processo de otimização superior a 95%. Além disso, a relação entre áreas apresentou diferença menor que 6,5%, indicando que as duas funções objetivo podem ser utilizadas na análise desse problema com boa precisão. A função objetivo FO1 apresentou valores do índice c ligeiramente maiores que os obtidos com a função objetivo FO2. Com relação ao tamanho da população, observa-se um pequeno aumento do índice c com o aumento do tamanho da população, independente da função objetivo. Contudo, o aumento do tempo de processamento ao se comparar o teste com população de 50 indivíduos com o teste com população de 10 indivíduos, foi de 48.15 horas para a FO1 e de 38.36 horas para a FO2. Assim, a pequena melhoria do ajuste da curva proporcionada pelo aumento da população não se justifica nessa análise devido ao elevado tempo de processamento.

Tendo em vista o exposto e a menor diferença obtida entre as áreas abaixo da curva numérica e experimental média, conclui-se que o problema de obtenção da melhor curva força-deslocamento numérica pode ser resolvido com a função objetivo FO1 mostrada na equação (3) e com uma população inicial de apenas dez indivíduos (Teste 1).

A Figura 7 apresenta as curvas força-deslocamento obtidas da modelagem ao final do processo de otimização e com os valores das variáveis apresentadas na Tabela 3, as quais são comparadas com as curvas força-deslocamento, individuais e média, obtidas do ensaio de Lobo [7].

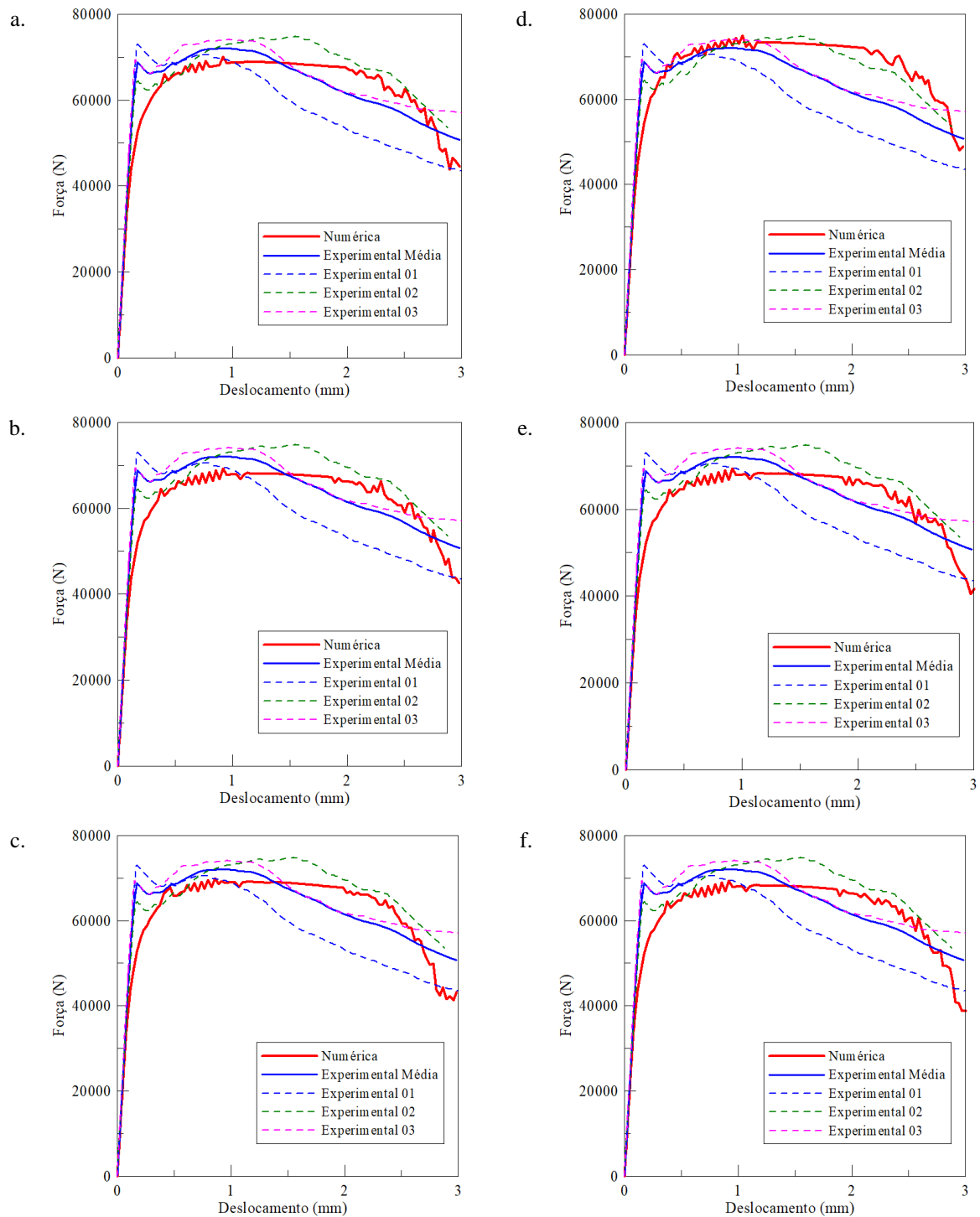


Figura 7 - Curvas numéricas obtidas com utilização das variáveis de projeto obtidas pelo método proposto. (a) Teste 01. (b) Teste 02. (c) Teste 03. (d) Teste 04. (e) Teste 05. (f) Teste 06

Nota-se da Fig. 7 que houve um bom ajuste no trecho elástico linear da curva força-deslocamento, o que permite comprovar a eficiência da primeira etapa do processo de otimização, no qual é determinado o módulo de elasticidade à flexão do CRFA. O trecho não linear da curva força-deslocamento, em especial na região próxima à força máxima resistida pelo corpo de prova, apresentou um ajuste menos eficiente em todos os testes realizados. Isso pode ser devido pela aproximação da curva tensão-deformação à tração na região de *softening* do CRFA por um diagrama bilinear. Apesar disso, a curva numérica obtida apresentou um resultado intermediário às curvas experimentais do ensaio, evidenciando que a simplificação do diagrama tensão-deformação por uma curva bilinear é uma

aproximação válida.

Além da simplificação do diagrama de *softening* do CRFA, deve-se ressaltar que, na análise não linear do problema, foi imposto um passo de deslocamento menor no trecho inicial da curva numérica, fazendo com que este trecho possua um maior número de pontos que o trecho não linear. Assim, o ajuste da curva no seu trecho inicial tem maior influência no cálculo dos parâmetros de ajuste das curvas, e, conseqüentemente, no valor final obtido para as funções objetivos adotadas.

Outro aspecto relevante a ser destacado deste resultado, refere-se ao fato de que para este traço, com um volume de fibras de aço de 1,5%, o compósito apresenta um ganho de resistência depois da fissuração da matriz, fenômeno chamada de encruamento. Deste modo, para uma melhor aproximação do comportamento tensão-deformação do material, seria necessário o uso de um modelo constitutivo que simule um comportamento de *hardening*, no qual o segundo ponto do diagrama tensão-deformação poderia apresentar um valor de tensão superior à resistência à tração do material. Contudo, o valor obtido do processo de otimização para a resistência à tração direta do CRFA (f_{ct1}) variou de 3,63 MPa a 3,92 MPa. Estes valores representam uma diferença de apenas 7.63% e 0.25% para a resistência média obtida por Lobo [7] em ensaio de tração direta realizado no CRFA. Já o valor do desvio padrão obtido do ensaio foi de 1.02 MPa, o que mostra que o algoritmo de otimização foi capaz de identificar com boa precisão a resistência à tração direta do CRFA.

4.2 Aplicação a CRFA com menor volume de fibras

Identificada a configuração ótima do algoritmo genético para representação da curva força-deslocamento do CRFA com 1,5% de fibras de aço, foi realizada a otimização de um corpo de prova com menor volume de fibras. O teste utilizou como base o resultado da curva força-deslocamento de um ensaio de flexão em um corpo de prova semelhante ao do item anterior, porém com volume de fibras igual a 0.5%, realizado por Lobo [7]. Na Tabela 5 são apresentados os valores obtidos para as variáveis de projeto ao final do processo de otimização.

A Figura 8 apresenta as curvas força-deslocamento obtidas da modelagem ao final do processo de otimização e com os valores das variáveis apresentadas na Tabela 5, as quais são comparadas com as curvas força-deslocamento individuais obtidas do ensaio de Lobo [7].

Tabela 5 - Valores das variáveis obtidas para a função objetivo FO1 com tamanho de população de 10 indivíduos

Função Objetivo	Tamanho da População	Tempo de processamento (h)	f_{ct1}	ϵ_2	f_{ct2}	ϵ_3	c	$\left(\frac{A_{num}}{A_{exp}}\right)$
FO1	10	9.74	2.9397	0.0272	0.7908	617.8505	0.9013	1.0525

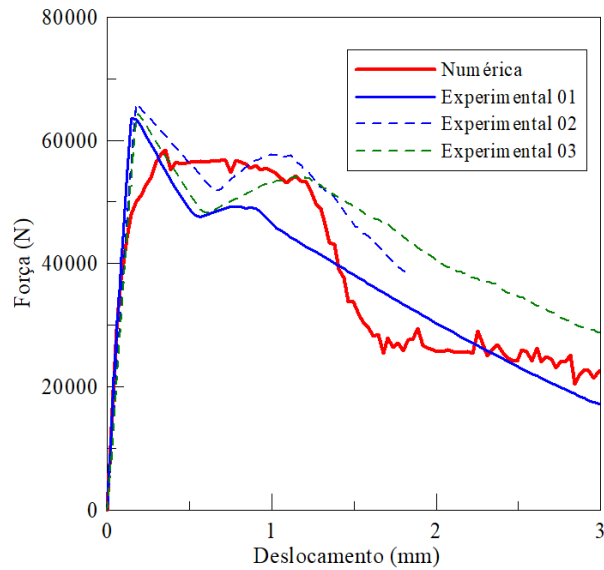


Figura 8 - Comparação das curvas Força-Deslocamento para o traço com 0.5% de fibras de aço

Conforme indicado na Tabela 5, o valor do índice c apresentou valor maior que 0,90, que segundo Sentelhas [9] é interpretado como um desempenho ótimo, contudo quando comparado com os resultados para o traço com volume de fibras igual a 1.5%, a eficiência do algoritmo e da curva tensão-deformação foram inferiores.

Quanto ao valor da resistência à tração direta do CRFA (f_{ct1}), foi obtido do processo de otimização o valor de 2.94 MPa. Este apresenta uma diferença de uma diferença de 24.22% para a resistência média obtida por Lobo [7] em ensaio de tração direta realizado no CRFA, contudo, o valor do desvio padrão obtido do ensaio foi de 1.25 MPa, o que mostra que o algoritmo de otimização foi capaz de identificar com boa precisão a resistência à tração direta do CRFA.

4.3 Validação com o modelo Total Strain Crack

Com o objetivo de verificar se a curva tensão-deformação encontrada pelo Teste 1 apresentado na Tabela 3 poderia ser incorporado como uma propriedade do material utilizando o modelo Total Strain Crack (TSC), somou-se a deformação elástica do CRFA às variáveis de projeto correspondentes a deformações. A curva tensão-deformação final obtida para o CRFA é mostrada na Tabela 6 e a curva força-deslocamento numérica obtida do processamento no software DIANA® é apresentada na Fig. 9. Para a largura da banda de fendilhamento, utilizou nessa modelagem o valor de 12.5 mm.

Tabela 6 – Pontos do diagrama tensão-deformação

Ponto	ϵ (‰)	f_{ct}
1	0.0000	0.0000
2	0.1580	3.6868
3	0.2261	0.7400
4	651.0332	0.0000

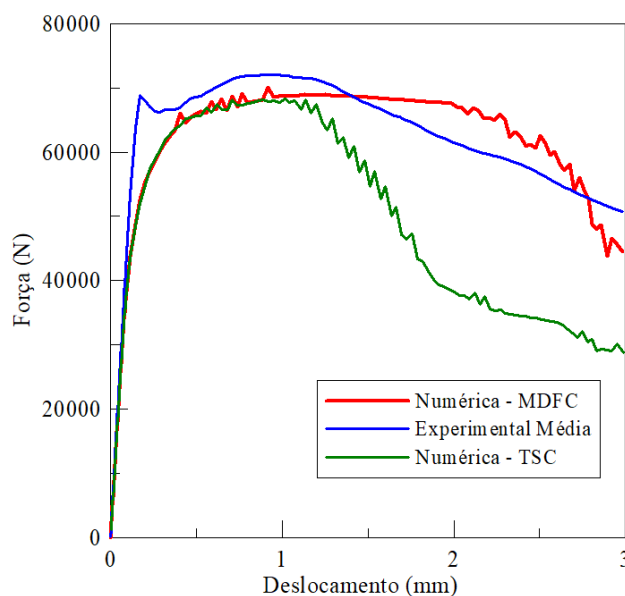


Figura 9 - Verificação de aplicabilidade no modelo *Total Strain Crack*

A Figura 9 evidencia que a curva tensão-deformação obtida para o CRFA pela análise inversa com o uso do modelo *Multi-Directional Fixed Crack (MDFC)* é limitada para ser utilizada em modelagens com este modelo, haja vista que a resposta com o modelo *Total Strain Crack* foi mais frágil para maiores deslocamentos verticais do corpo de prova. Isso deve-se ao fato que o modelo *Total Strain Crack* faz uso também de parâmetros relacionados a mecânica da fratura para descrever o comportamento não linear do material e que não são bem definidos, ainda, para o CRFA.

5 Conclusão

Com base na natureza do problema de otimização e nos resultados obtidos, pode-se observar que o algoritmo genético utilizado apresentou eficiência como método de busca dos parâmetros referentes da curva tensão-deformação do CRFA, uma vez que o índice de eficiência de ajuste das curvas foi maior que 90%, tanto para traços com alto volume de fibras de aço (1,5%) quanto para traços com baixo volume de fibras (0,5%).

Contudo, mais estudos são necessários para obtenção de um resultado numérico mais preciso. Dentre eles, destacam-se um estudo dos parâmetros de configuração do algoritmo genético de forma mais detalhada, principalmente no que se refere à forma da população inicial e, também, um estudo da forma do diagrama de *softening* mais indicado para o CRFA.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pela concessão de bolsa por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) oferecida para o desenvolvimento desta pesquisa. Agradecem, também, a Rafael T. Parreira pelo auxílio na implantação das rotinas desenvolvidas nesta pesquisa.

Referências

[1] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Report on indirect method to obtain stress-strain response of fiber-reinforced concrete (FRC)*. ACI Committee 544. Farmington Hills, MI. 2016.

- [2] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS, ASTM C 1609: Standart test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading). West Conshohocken. 2012.
- [3] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS, ASTM C 1609: Standart test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading). West Conshohocken. 2019.
- [4] CASTILHO, V.C. *Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos*. 301 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo – USP, São Carlos. 2003.
- [5] DAO, S.D., ABHARY, K. e MARIAN, R. Maximising performance of genetic algorithm solver in Matlab. *Engineering Letters*. Vol. 24, n. 1. 2016.
- [6] KARIHALOO, B. *Fracture Mechanics & Structural Concrete*. New York, USA: Longman Scientific & Technical. 1995.
- [7] LOBO, F.A. *Estudo dos mecanismos de transferência de tensões de cisalhamento em concreto reforçado com fibras de aço: Análise do intertravamento de agregados*. 186 f. Dissertação (Mestrado em Mecânica das Estruturas) – Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás – UFG, Goiânia. 2017.
- [8] RAO, S.S. *Engineering Optimization: Theory and Practice*. New Jersey, John Wiley & Sons, Inc. 2009.
- [9] SENTELHAS, P.C. Avaliação do desempenho de diferentes métodos de estimativa da evapotranspiração potencial no Estado de São Paulo, Brasil. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*. v.5. n. 1. p. 89-97. 1997.
- [10] TNO DIANA FEA BV. *Diana User's Manual – Release 10.1*. TNO DIANA FEA BV. 2017.