

## **STRATEGIES FOR MODELLING BY FINITE ELEMENT METHOD THE DEFORMED STEEL BARS EMBEDDED IN PLAIN CONCRETE**

**ALVES, Lorena da Silva**

**ARAÚJO, Daniel de lima**

*lorenadasilvaalves@ufg.br*

*dlaraujo@ufg.br*

*Federal University of Goiás, School of Civil and Environmental Engineering*

*Av. Universitária, n 1488 Setor Universitário, 74605-220, Goiás, Brazil*

**Abstract.** In the study of connections between structural elements of concrete must be guaranteed the transfer of efforts through connection and sufficient strength to avoid the failure on connections. The connection strength depends of the bond characteristics of deformed reinforcing steel bars embedded in concrete. This paper aims to study the bond behaviour of deformed steel bars embedded in plain concretes from computational modelling of pull out test of high strength ribbed steel bars available in the literature. Three strategies for modelling the ribs of the steel bar using the finite element method and two models for characterization the bond between steel and concrete were analysed. The strategies for modelling ribs of the bars were circular ribs or two longitudinal ribs interspersed by oblique ribs. In these cases, it was used the real geometry of the ribs. The last strategy modify the geometry of the ribs from the angle of sliding plane between steel and concrete after crushing. For bond characteristics of the interface between steel and concrete, the elastic-linear model and the non-linear Coulomb Friction model were used. The computational results were also compared to the analytical models available in the literature for deformed bars embedded in plain concrete. The results showed that the bond characteristics of the interface and the shape of the ribs influence the bond strength. The strategy modelling with modified ribs to incorporate the crushed concrete in front of the ribs and the Coulomb Friction model for the interface is the one that shows best approximation of the computational and experimental tests.

**Keywords:** Steel-concrete interface, anchorage, computational modelling.

## 1 Introdução

Neste trabalho é descrito o processo de modelagem computacional desenvolvido para a representação do comportamento força-deslizamento de barras nervuradas retilíneas ancoradas no concreto por aderência. A modelagem computacional foi realizada por meio do uso do Método dos Elementos Finitos, tendo sido utilizado o software comercial DIANA® 10.1 (TNO, 2016). Os modelos experimentais foram reproduzidos na modelagem computacional em três dimensões.

A grande dificuldade ao modelar o comportamento da aderência entre o aço-concreto em barras de alta aderência (isto é, com nervuras), é definir o modelo constitutivo da interface entre os materiais e a forma da nervura. Por isso, foi escolhido o ensaio realizado por Harajli, Hout e Jalkh [1] para analisar a influência da forma de representação das nervuras das barras na sua resistência de aderência.

O modelo ensaiado por Harajli, Hout e Jalkh [1] consiste em um prisma de 140 mm x 305 mm de base e 270 mm de altura (Figura 1). A barra ensaiada de 20 mm de diâmetro possuía comprimento de ancoragem de  $3,5\phi$ , o que equivale à 70 mm. Barras de 10 mm e 6 mm de diâmetros foram utilizadas no bloco para evitar sua ruptura por fendilhamento.

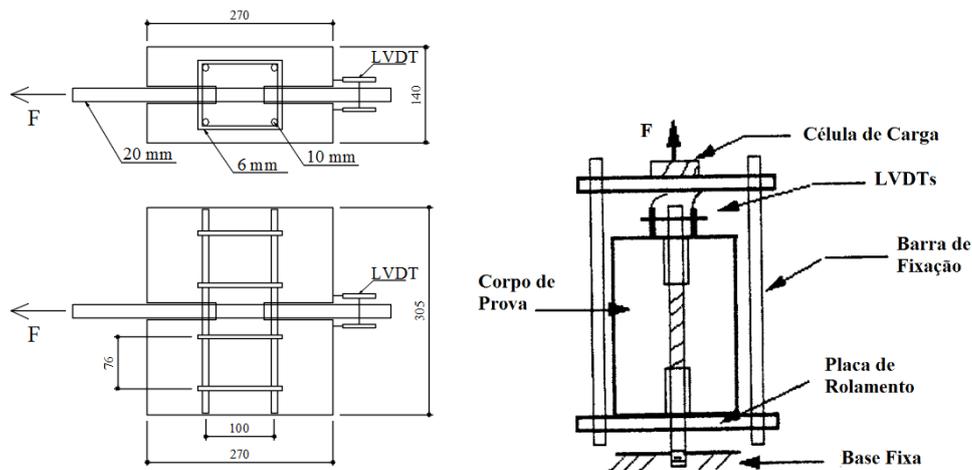


Figura 1- Geometria do ensaio de Harajli, Hout e Jalkh [1] - (medidas em mm).

## 2 Descrição da modelagem

### 2.1 Geometria das nervuras

A barra de 20 mm ensaiada possuía espaçamento entre os eixos das nervuras de 8 mm e o espaçamento livre entre as nervuras era de 6 mm, conforme apresentado pelos autores. Para a construção da geometria do modelo computacional, as nervuras da barra foram modeladas com 2 mm de largura na base inferior e 1 mm de largura na base superior, com 1 mm de altura. Essas dimensões de nervuras foram obtidas a partir da medição em uma barra de 20 mm que segue as recomendações preconizadas pela NBR 7480 [2], visto que os autores não informaram essas medidas em seu trabalho.

A disposição da nervura na barra foi modelada de três formas distintas com o intuito de se estudar qual a melhor forma de representação dela. Em um primeiro momento, as nervuras foram modeladas na forma de um anel circundando a barra de aço e não na forma de espiral (ou oblíquas) como são na realidade. Esse caso é chamado de Modelo 1 (Figura 2).

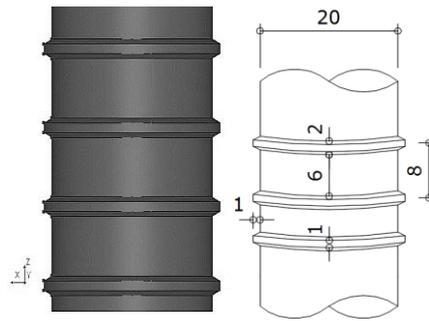


Figura 2- Representação da nervura circular reta (NR) da barra de 20 mm (Modelo 1) – (mm).

Numa segunda etapa, as nervuras foram modeladas em forma de espiral conforme são dispostas na barra, isto é, com duas nervuras longitudinais e nervuras oblíquas intercaladas (nervuras inclinadas – NI), chamado de Modelo 2. Para isso, lançou-se mão do software Inventor da Autodesk. Nesse caso, as nervuras foram inclinadas em um ângulo de  $56^\circ$  com o eixo longitudinal da barra, atendendo as exigências da norma NBR 7480 [2]. As nervuras longitudinais foram dispostas em lados diametralmente opostos com 1 mm de altura e de largura (Figura 3).

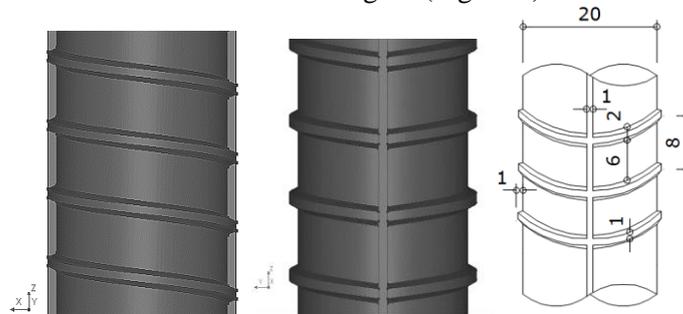


Figura 3 - Representação da nervura inclinada (NI) da barra de 20 mm (Modelo 2) – (mm).

Como se sabe, a mecânica de arrancamento da barra de aço do concreto não passa diretamente pelo deslocamento relativo estritamente entre estes dois materiais. O que se observa é um deslizamento entre o concreto íntegro e o concreto que foi esmagado logo abaixo das nervuras. Isso ocorre, porque ao serem solicitadas, as nervuras da barra se apoiam no concreto, que por sua vez é comprimido. Atendida a resistência à compressão nesta região, o concreto é esmagado passando a não contribuir no travamento mecânico da barra. Pensando nesse plano de deslizamento e sabendo da influência da interface no comportamento do modelo, desenvolveu-se a estratégia de Modelagem 3, Figura 4, seguindo o procedimento semelhante ao adotado por Zhao e Zhu [3].

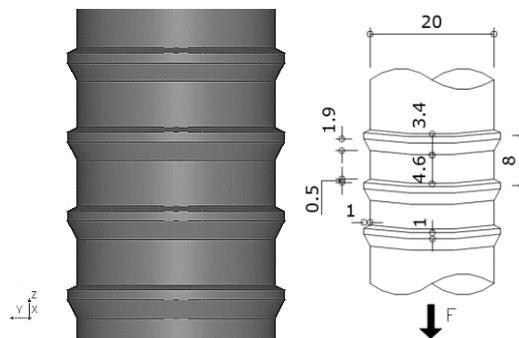


Figura 4 - Representação da nervura adaptada (NPD) da barra de 20 mm (Modelo 3) – (mm).

Nessa modelagem, a face inclinada da nervura que comprime o concreto é modificada de forma a incorporar o concreto esmagado que não apresenta resistência ao arrancamento da barra (Figura 5).

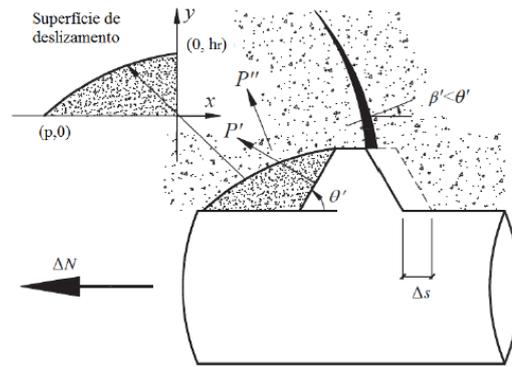


Figura 5 – Superfície de deslizamento da nervura adaptada de Zhao e Zhu [3] (adaptado pelo autor).

Assim, adotando a Eq. (1) de Zhao e Zhu [3], obtém-se uma nervura com catetos de 1,9 mm de comprimento por 1 mm de altura, com inclinação de  $28^\circ$ . Esse valor está em consonância com as conclusões de Choi e Lee [4], que chegaram na inclinação do plano de deslizamento entre o concreto íntegro e o concreto esmagado entre  $25^\circ$  e  $35^\circ$ .

$$y = -0,5x^2 + h_r \quad (1)$$

Sendo  $h_r$  a altura das nervuras da barra de aço.

## 2.2 Elementos finitos e discretização da malha

Na Figura 6 apresenta-se a malha de elementos finitos utilizada. O tamanho médio do elemento finito representativo do concreto foi de 10 mm. Nos locais com dimensões menores que 10 mm, o tamanho do elemento foi ajustado, como na região das nervuras (malha normal). Foi processado, ainda, um modelo mais refinado, com tamanho médio do elemento finito representativo do concreto de 1 mm, na região próxima à barra de aço. Para esse caso, foi utilizada a estratégia de Modelagem 3 (NPD).

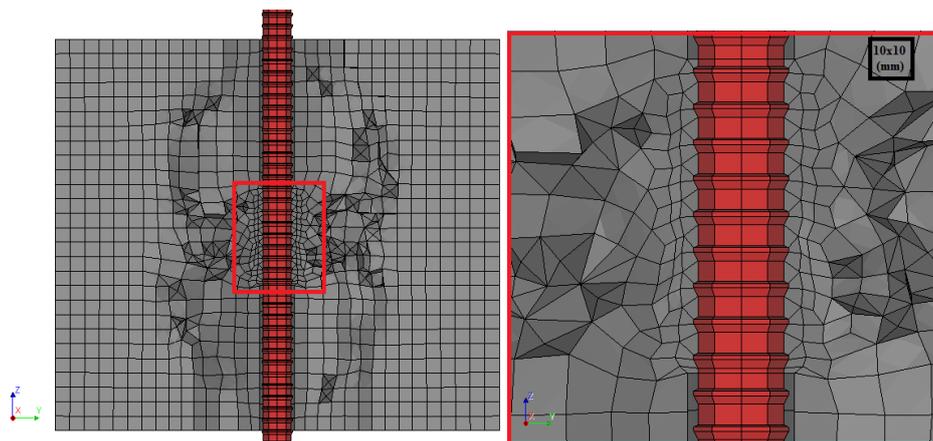


Figura 6 – Malha de elementos finitos do modelo de Harajli, Hout e Jalkh [1].

Para a representação da aderência entre o aço e o concreto, elementos de contato representariam melhor o comportamento mecânico. Entretanto, para efeito de simplificação, optou-se por utilizar elementos de interface disponíveis no DIANA® 10.1. A ligação química entre o concreto e o aço é a primeira a ser vencida quando o conjunto é solicitado, observando-se ruptura para os primeiros níveis de carga. Assim, na face da nervura em que a ligação química era a única resistência predominante, optou-se por não criar a interface. Ou seja, impôs-se uma região de abertura livre durante a

modelagem. Na Figura 7 é mostrada a face da nervura sem interface.

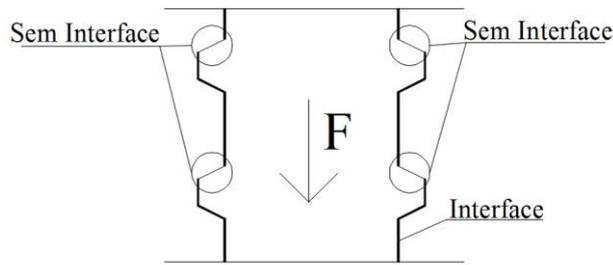


Figura 7 – Interface barra de aço e concreto

### 2.3 Propriedades dos materiais e modelos constitutivos

Para a modelagem do ensaio de Harajli, Hout e Jalkh [1] adotou-se o mesmo modelo *Total Strain Crack Model* disponível no DIANA® 10.1 para representar o concreto. A relação tensão-deformação à compressão foi admitida com formato parabólico, enquanto a relação tensão-deformação à tração foi admitida com comportamento linear no regime pós-fissuração. O valor da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) foi apresentado pelos autores, já a resistência à tração direta do concreto ( $f_t$ ) foi estimada pelas equações da NBR 6118 [5]. A energia no modo I de fraturamento do concreto ( $G_f$ ) foi obtida pela Eq. (2) recomendada pelo código modelo FIB 2010 [6]. A energia de fratura à compressão do concreto foi estimada em aproximadamente 78 vezes a energia no modo I de fratura, conforme recomendação de Feenstra e Borst [7] que estimaram essa energia entre 50 a 100 vezes a energia de fratura na tração ( $G_f$ ).

$$G_f = 73 f_c^{0.18} \quad (2)$$

Sendo  $f_c$  a resistência à compressão do concreto em MPa.

Na Tabela 1 são apresentados os valores dos parâmetros do concreto utilizados na modelagem.

Tabela 1 - Parâmetros mecânico do concreto para a modelagem do ensaio de arrancamento de Harajli, Hout e Jalkh [1].

$E_c$	23,64 GPa
$f_c$	22 MPa
$f_t$	2,3 MPa
$G_c$	10.000 N/m
$G_f$	127,34 N/m

A barra de aço foi representada por um modelo elástico linear. Foram adotados módulo de elasticidade do aço igual a 210 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,3.

Inicialmente, a interface aço-concreto foi caracterizada com um comportamento elástico linear, sendo que, nesse caso, os parâmetros de entrada são o módulo de rigidez normal ( $K_n$ ) e o módulo de rigidez tangencial ( $K_t$ ). Como o enfoque principal da modelagem do ensaio de arrancamento de barra é caracterizar a interface aço-concreto, diversas análises foram feitas variando o comportamento e os parâmetros da interface. Na Tabela 2 são apresentados os diversos valores adotados para as rizejas da interface com as três estratégias de modelagem.

Nessa Tabela 2 também são mostradas duas outras análises realizadas que consistiam em utilizar as estratégias de Modelagem 2 e 3 associadas com um comportamento não-linear para a interface aço-concreto. Para isso, utilizou-se o modelo de *Coulomb Friction*, como adotado pelos pesquisadores Tran, Berthaud e Ragueneau [8]. Esse modelo constitutivo baseia-se no comportamento de fricção entre dois materiais, sendo, neste caso, o aço e o concreto. Os parâmetros de entrada desse modelo são a coesão ( $C_{ac}$ ), o ângulo de atrito ( $\phi_{ac}$ ) e o ângulo de dilatância ( $\psi$ ). Para o caso da estratégia de Modelagem 2, os valores adotados para a coesão, o ângulo de atrito e a dilatância foram 1,4 MPa, 12°

e 12° respectivamente. Esses valores foram obtidos de ensaios de arrancamento de barras lisas de aço imersas em concreto realizados por Tran, Berthaud e Ragueneau [8]. Já para o caso da estratégia de Modelagem 3, adotaram-se os valores de Choi e Lee [4], isto é, coesão igual a 1,5 MPa e ângulo de atrito e dilatância iguais a 24,2°.

Tabela 2 – Resumo das análises e das estratégias de modelagem dos ensaios.

Estratégia de modelagem	Modelo da interface	Parâmetros da Interface				Propriedades do concreto	Malha de elementos finitos	
		$K_n$ (N/mm <sup>3</sup> )	$K_t$ (N/mm <sup>3</sup> )	Coesão (MPa)	Ângulo de atrito			
Modelagem 1 (NR)	Elástico	100	50	-	-	Tabela 1	Malha normal e $h^*$ automático	
			10					
			1					
			0,01					
		1000	1000					
			100					
			10					
			0,01					
Modelagem 2 (NI)	Elástico	100	10	-	-	Tabela 1	Malha normal e $h^*$ automático	
			5					
			1					
		1000	100					
			10					
			1					
	Elástico	50/ 100/ 500/ 1000	5	-	-	Tabela 1 com módulo de elasticidade variando de 10 a 40 GPa	Malha normal e $h^*$ automático	
								100
		Coulomb Friction	1000	10	1,4	12°	Tabela 1	
		Modelagem 3 (NPD)	Elástico	500	5	-	-	Tabela 1
Coulomb Friction	500		5	1,5	24,2°	Tabela 1		
						Tabela 1	Malha normal e $h=10$ mm	
						Tabela 1	Malha refinada e $h=10$ mm	

\*  $h$  é a largura banda de fissuração que pode ser definida automaticamente pelo programa em função do tamanho do elemento finito ou adotada com valor constante;

\*\* Corresponde aos valores descritos na Tabela 3

Quando se tem a concretagem de uma barra aço com nervuras de aproximadamente 1 mm de altura e espaçamento de 6 mm em um concreto com agregado de 10 mm, o que se observa é a inexistência de agregado graúdo entre as nervuras. Por isso, pode-se imaginar que na região no entorno da barra tem-se apenas uma matriz de argamassa de cimento, com menor resistência e menor rigidez que o concreto fora dessa região. Com o objetivo de analisar a influência desta região de transição na resposta do modelo, realizou-se um outro estudo com a Modelagem 2. Uma região com as propriedades da argamassa cimentícia foi criada em torno da barra e com espessura de 10 mm, conforme malha de elementos finitos apresentada na Figura 8. Adotou-se para essa região os valores apresentados na Tabela 3 a partir dos estudos de Carasek [9].

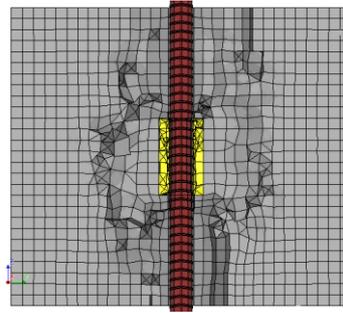


Figura 8 – Malha com região de transição na Modelagem 2.

Tabela 3 – Parâmetros de caracterização da argamassa no modelo 2.

$E_c$	10 GPa
$f_c$	22 MPa
$f_{ct}$	2,3 MPa
$G_c$	5.000 N/m
$G_f$	60 N/m

## 2.4 Condições de contorno e carregamento

O ensaio de Harajli, Hout e Jalkh [1] consiste em uma estrutura com uma placa inferior, sobre a qual se dispõe o bloco de concreto, e a barra de aço é fixada na parte inferior (Figura 1). O carregamento é aplicado por meio de um deslocamento para cima imposto ao bloco, promovendo assim o arrancamento da barra. Desta maneira, no modelo computacional atribuiu-se à face inferior da barra um impedimento translacional e rotacional em X, Y e Z; e na face inferior do bloco de concreto assumiu um deslocamento na direção Z de 1 mm. Com o intuito de impedir o deslocamento horizontal do corpo de prova, atribuiu-se uma restrição aos deslocamentos X e Y nas arestas do bloco. Na Figura 9 observa-se essas condições de apoio.

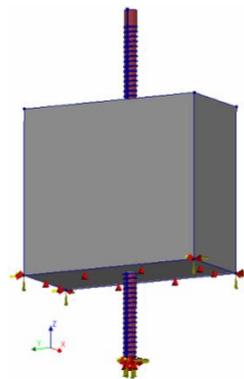


Figura 9 – Condições de contorno do modelo de Harajli, Hout e Jalkh [1].

## 3 Análise de Resultados

As análises iniciais basearam-se na comparação da resistência de aderência e da rigidez do modelo computacional com os resultados experimentais de Harajli, Hout e Jalkh [1]. Foi observada, também, a distribuição das tensões no concreto.

Os resultados obtidos dos modelos computacionais foram a força aplicada na barra e o deslizamento relativo entre a barra de aço e o concreto. O valor da força para cada passo de carga corresponde à soma das reações nodais do apoio da barra de aço. O deslizamento é a diferença entre o deslocamento na direção Z da barra e o deslocamento do concreto, sendo os pontos de coleta dos dados os mesmos de posicionamento dos LVDTs nos ensaios experimentais.

### 3.1 Estratégia de Modelagem 1 - nervura circular reta (NR)

Nessa estratégia de modelagem buscou-se compreender o comportamento do modelo computacional em função do modelo constitutivo da interface, com o intuito de se definir os valores da rigidez normal ( $K_n$ ) e tangencial ( $K_t$ ). Como descrito na literatura, estes parâmetros sofrem variação de  $0,01 \text{ N/mm}^3$  a  $1.000 \text{ N/mm}^3$ . Tavares [10] chegou nos valores de  $K_n$  igual a  $1.000 \text{ N/mm}^3$  e  $K_t$  igual a  $100 \text{ N/mm}^3$  para sua modelagem de arrancamento de uma barra lisa.

Inicialmente, adotou-se a interface como elástica. Neste caso, os parâmetros de entrada são apenas as rizezas  $K_n$  e  $K_t$ . Na Figura 10 apresenta-se as curvas tensão de aderência ( $\tau$ ) versus deslizamento ( $\delta$ ) do ensaio experimental de Harajli, Hout e Jalkh [1] e dos modelos computacionais com  $K_n$  igual a  $100 \text{ N/mm}^3$  e  $K_t$  variando de  $100 \text{ N/mm}^3$  a  $0,01 \text{ N/mm}^3$ . Analisando as curvas, observa-se que a rigidez tangencial influencia no comportamento do modelo no que diz respeito à sua rigidez, sendo essa uma relação diretamente proporcional. Com relação à tensão máxima, constata-se diminuição da resistência do modelo numérico com a diminuição da rigidez tangencial  $K_t$ .

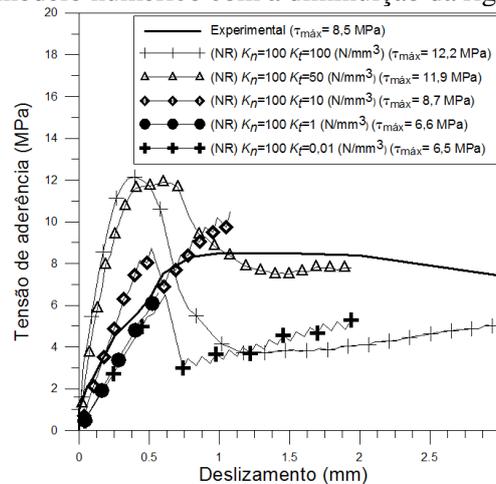


Figura 10 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 1 com  $K_n=100 \text{ N/mm}^3$ .

Fixando o valor de  $K_n$  igual a  $1000 \text{ N/mm}^3$  e variando a rigidez tangencial tem-se os resultados apresentados no gráfico da Figura 11. Observa-se que, neste caso a diminuição do valor da rigidez tangencial  $K_t$  influencia na tensão máxima de aderência, porém não tem grande impacto sobre a rigidez do modelo.

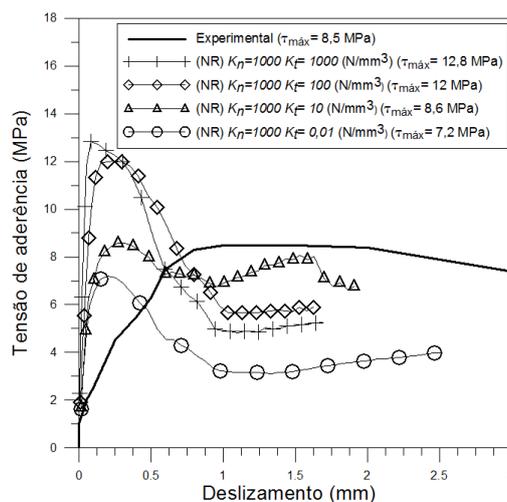


Figura 11 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 1 com  $K_n=1000 \text{ N/mm}^3$ .

Analisando o comportamento do modelo com a rigidez tangencial fixa, observa-se que a rigidez

normal não influencia diretamente no valor da tensão máxima de aderência (Figura 12 e Figura 13). Ela impacta no comportamento do modelo no que diz respeito a sua rigidez, sendo que se observa um modelo mais flexível para valores menores da rigidez normal.

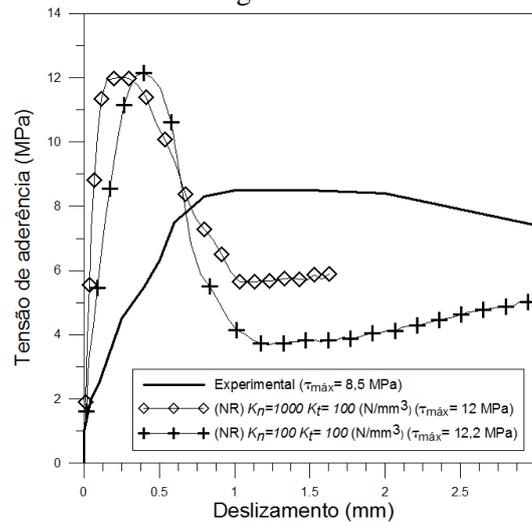


Figura 12 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 1 com  $K_t=100$  N/mm<sup>3</sup>.

Desses resultados, pode-se concluir que a resposta da estratégia de Modelagem 1 está intimamente relacionada aos parâmetros de rigidez da interface. A resistência ao arrancamento da barra é afetada pelos valores escolhidos para a rigidez tangencial. Por outro lado, a rigidez normal influencia na rigidez do modelo quando se mantém os valores da rigidez tangencial constantes. Contudo, essa variação é pequena e o modelo computacional ainda apresenta rigidez superior ao observado no ensaio. A rigidez do modelo computacional aproxima-se do valor experimental para valores muito baixos da rigidez tangencial ( $K_t \leq 10$  N/mm<sup>3</sup>), o que acarreta uma resistência de aderência menor que o observado no ensaio.

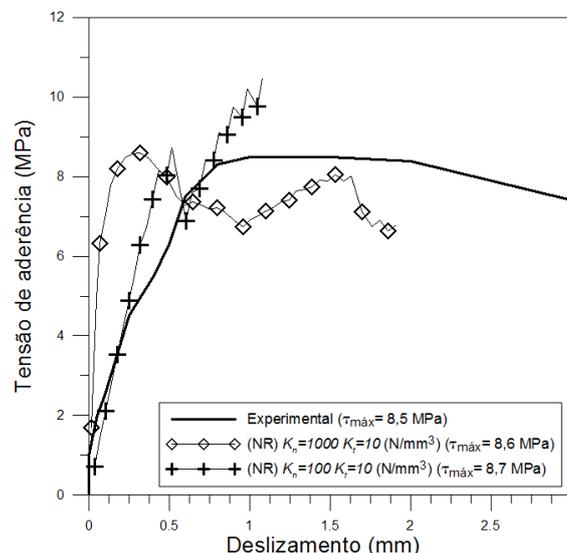


Figura 13 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 1 com  $K_t=10$  N/mm<sup>3</sup>.

Em termos de resistência ao arrancamento da barra, a combinação de rigidez que melhor se aproximou do resultado experimental foi de  $K_n = 1.000$  N/mm<sup>3</sup> e  $K_t = 10$  N/mm<sup>3</sup>, com uma diferença de apenas 1,1% em relação ao valor obtido do ensaio. Neste trabalho, a rigidez tangencial foi dez vezes menor que a obtida por Tavares [10], pois, este pesquisador não modelou as nervuras em seu modelo computacional. Já a rigidez normal apresentou valor semelhante ao de Tavares [10].

### 3.2 Estratégia de Modelagem 2 - nervura inclinada (NI)

#### a) Interface linear

Nesta estratégia de modelagem, as nervuras da barra foram modeladas o mais próximo da realidade no que diz respeito ao seu desenvolvimento. Quanto à altura e largura das nervuras, esses valores foram os mesmos utilizados na estratégia de Modelagem 1. Assumiu-se para a rigidez normal os valores de  $1000 \text{ N/mm}^3$  e  $100 \text{ N/mm}^3$ . Na Figura 14 observa-se os resultados da modelagem com a rigidez normal  $K_n$  igual a  $1000 \text{ N/mm}^3$  e a rigidez tangencial variando de 100 a  $1 \text{ N/mm}^3$ .

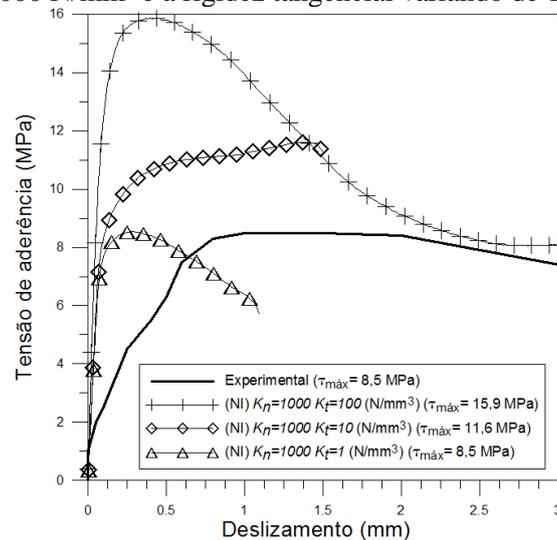


Figura 14 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 2 com  $K_n=1000 \text{ N/mm}^3$ .

Com a diminuição da rigidez tangencial tem-se uma redução da resistência de aderência. Esse comportamento também foi observado na estratégia de modelagem 1 com a nervura representada de maneira circular e reta. Quando se analisa o gráfico da tensão de aderência versus deslizamento com a rigidez normal  $K_n$  igual a  $100 \text{ N/mm}^3$  chega-se à conclusão semelhante (Figura 15).

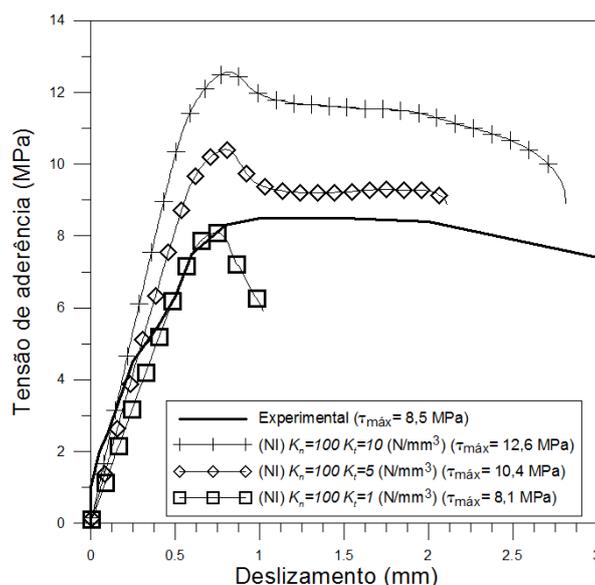


Figura 15 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 2 com  $K_n=100 \text{ N/mm}^3$ .

Nesta estratégia de modelagem, a combinação de rigidez que melhor se aproximou da resistência

ao arrancamento da barra observada no ensaio foi  $K_n = 1000 \text{ N/mm}^3$  e  $K_t = 1 \text{ N/mm}^3$ , com uma diferença de apenas 0,5% em relação ao valor obtido do ensaio. Ou seja, houve uma redução da rigidez tangencial em relação ao valor utilizado na estratégia de modelagem 1, o que se deve à maior área de contato entre a nervura inclinada e o concreto na estratégia de modelagem 2. Contudo, a rigidez experimental ainda foi superestimada pelo modelo computacional. Ao se adotar a combinação de  $K_n = 100 \text{ N/mm}^3$  e  $K_t = 1 \text{ N/mm}^3$ , a diferença da resistência de aderência em relação ao valor experimental foi de apenas 5%, porém houve excelente aproximação da rigidez inicial da curva tensão de aderência-deslizamento obtida do ensaio. Contudo, com essa combinação de valores de rigidez o modelo computacional mostrou-se menos dúctil que o comportamento observado no ensaio. Esses resultados mostram que a representação da nervura inclinada, na sua forma real, não forneceu resultados muito diferentes do observado na estratégia com a nervura circular, ou seja, os parâmetros que afetam a resistência de aderência da barra foram os mesmos. A diferença mais sensível foi a redução da rigidez tangencial na nervura inclinada, que pode assumir valores entre 1 e 5  $\text{N/mm}^3$ .

b) Análise paramétrica com o módulo de elasticidade do concreto e com a rigidez normal da interface:

Foi realizada uma análise paramétrica variando o valor da rigidez normal da interface e o valor do módulo de elasticidade do concreto. A tensão máxima de aderência foi definida como a resposta a ser analisada. Realizou-se, para isso, diversas modelagens variando o valor da rigidez normal em 50, 100, 500 e 1000  $\text{N/mm}^3$  e do módulo de elasticidade em 10, 15, 20, 25, 30, 35 e 40 GPa, mantendo a rigidez tangencial constante em 5  $\text{N/mm}^3$ . As curvas de resistência de aderência em função das variáveis analisadas são apresentadas na Figura 16 e na Figura 17.

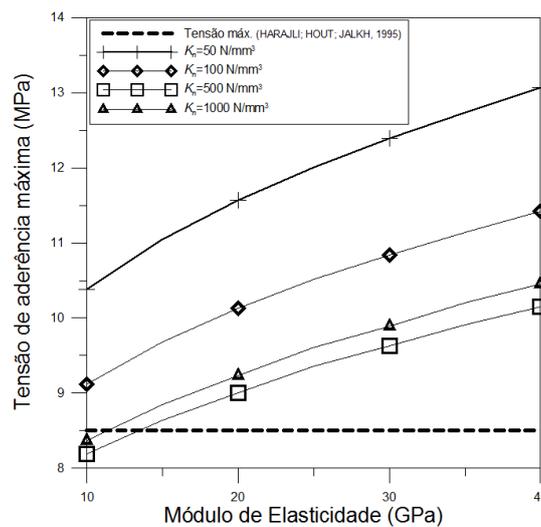


Figura 16 – Curva resistência de aderência versus módulo de elasticidade do concreto na Modelagem 2.

Observa-se dessas figuras que existe uma relação diretamente proporcional entre o módulo de elasticidade e a tensão máxima de aderência. Com o crescimento do valor do módulo de elasticidade do concreto ocorre um aumento da resistência de aderência, independentemente da rigidez normal da interface. Por outro lado, observa-se que a resistência de aderência diminui com o aumento da rigidez normal da interface, independentemente do módulo de elasticidade. Contudo, para valores de rigidez normal  $K_n$  maiores que 500  $\text{N/mm}^3$  até 1.000  $\text{N/mm}^3$ , pode-se afirmar que a tensão máxima de aderência sofre pouca influência da rigidez normal da interface.

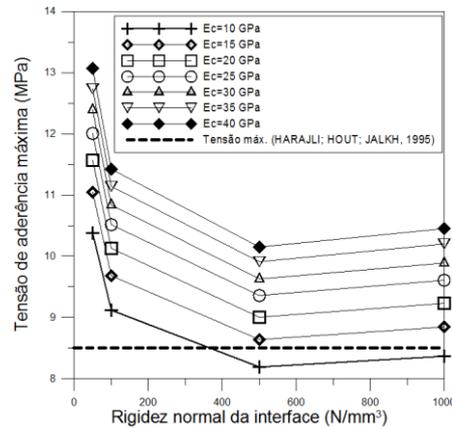


Figura 17 – Curva resistência de aderência versus rigidez normal da interface na Modelagem 2.

A influência da rigidez normal na resposta da estratégia de Modelagem 2 pode ser melhor entendida ao se analisar as tensões principais de tração,  $S_1$ , e as tensões principais de compressão,  $S_3$ . Por exemplo, tomando os modelos com rigidez normal  $K_n$  igual a  $100 \text{ N/mm}^3$  e  $500 \text{ N/mm}^3$  e com o mesmo valor de módulo de elasticidade, isto é  $25 \text{ GPa}$ , tem-se as tensões mostradas na Figura 18. Além disso, as tensões são determinadas para o mesmo nível de carregamento, que nessas figuras foi adotado como sendo a resistência de aderência do modelo com rigidez normal  $K_n$  igual a  $500 \text{ N/mm}^3$ , o que corresponde a uma força resistida pelo modelo de  $41 \text{ kN}$ .

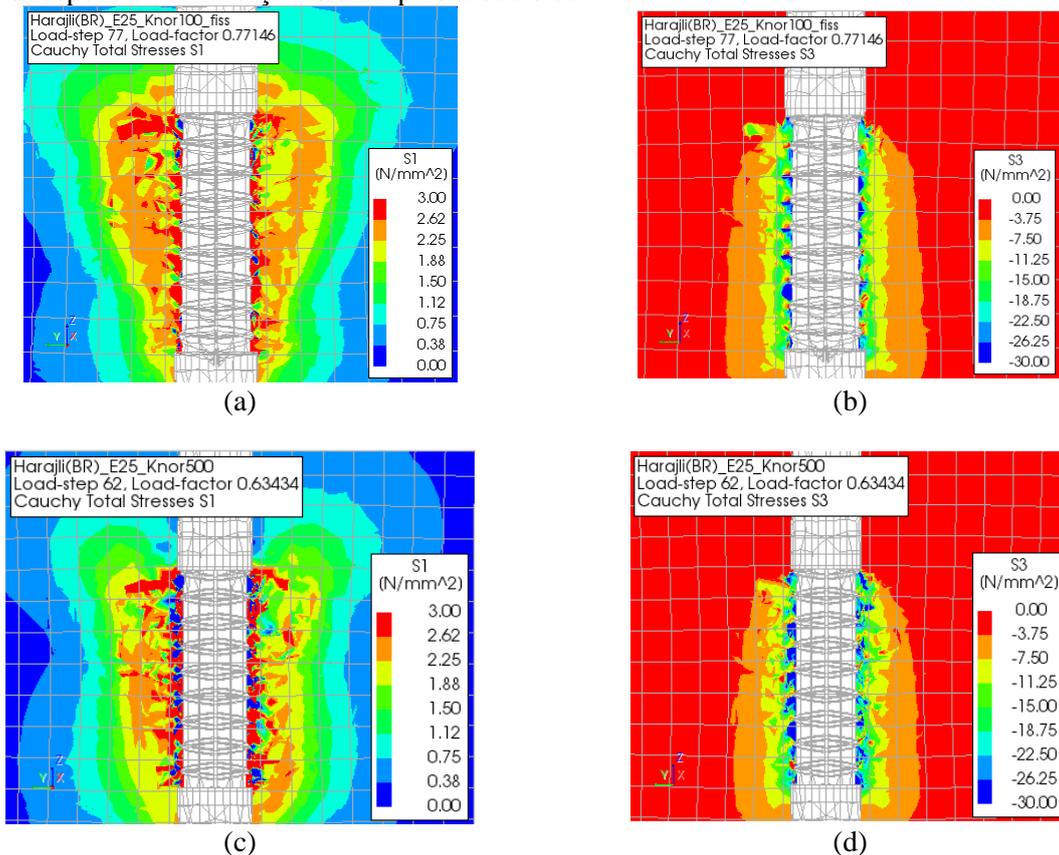


Figura 18 – Tensões principais para o carregamento de  $41 \text{ kN}$  -corte longitudinal. (a)  $S_1 - K_n=100 \text{ N/mm}^3$  (b)  $S_3 - K_n=100 \text{ N/mm}^3$  (c)  $S_1 - K_n=500 \text{ N/mm}^3$  (d)  $S_3 - K_n=500 \text{ N/mm}^3$

Observa-se da Figura 18 que o concreto possui maiores tensões no caso da interface com rigidez normal  $K_n$  igual a  $500 \text{ N/mm}^3$ , sendo os valores próximos às resistências a tração e a compressão do concreto. Para o mesmo nível de carregamento no modelo com rigidez normal  $K_n$  igual a  $100 \text{ N/mm}^3$

observa-se que ainda não foram atingidas as tensões resistentes do concreto à tração e a compressão. Portanto, o modelo com a interface menos rígida ainda resiste a um acréscimo de carregamento. Assim, ao se deformar mais na região de aderência, e desde que não seja atingida a resistência do concreto, o modelo menos rígido promove uma maior distribuição das tensões dentro da matriz e uma menor concentração de tensões de tração na região de aderência.

A maior concentração de tensões no modelo mais rígido leva a uma maior fissuração da matriz, o que pode ser comprovado ao se observar o panorama das fissuras no concreto na Figura 19. Existe uma seção crítica em ambos os modelos onde a fissuração é mais intensa e que ocorre no início da zona de aderência. Contudo, no restante do comprimento de aderência as fissuras apresentam-se uniformemente distribuídas.

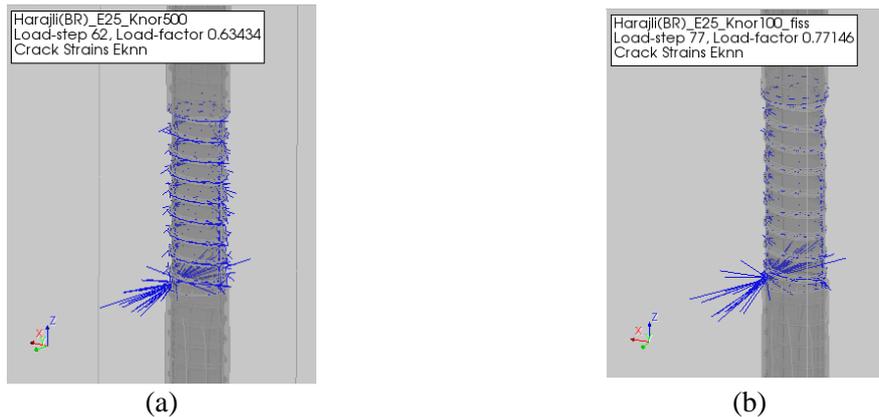


Figura 19 – Fissuração na Modelagem 2. (a)  $K_n=500 \text{ N/mm}^3$  (b)  $K_n=100 \text{ N/mm}^3$

Ao se comparar os resultados da Figura 16 e Figura 17 com a resistência de aderência obtida experimentalmente, observa-se que o valor computacional se aproxima do valor experimental, com uma variação de mais ou menos 5%, apenas para os casos de rigidez normal  $K_n$  igual a  $500 \text{ N/mm}^3$  e módulo de  $13 \text{ GPa}$ . Na Figura 20 são apresentados os resultados numéricos para esses parâmetros de entrada e para o caso com módulo de elasticidade de  $23,6 \text{ GPa}$  estimado a partir da equação sugerida pela NBR 6118 [5].

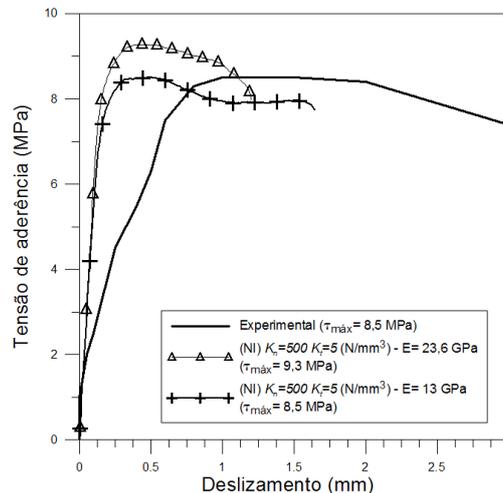


Figura 20 – Curva tensão de aderência versus deslizamento em função do módulo de elasticidade do concreto.

### c) Interface não linear:

Ainda nessa estratégia de modelagem, foi analisada a influência de se adotar uma interface nervura-concreto com comportamento não linear. Para isso, foi adotado o comportamento *Coulomb*

*Friction* para a interface com coesão de 1,4 MPa e ângulo de atrito de 12° (TRAN; BERTHAUD; RAGUENEAU [8]). O que se pode avaliar dos resultados apresentados na Figura 21 é que a estratégia de modelagem 2 de arrancamento não sofre influência da não linearidade da interface, uma vez que, o comportamento da curva tensão de aderência-deslizamento nesse caso foi idêntico à curva com a interface elástica e linear.

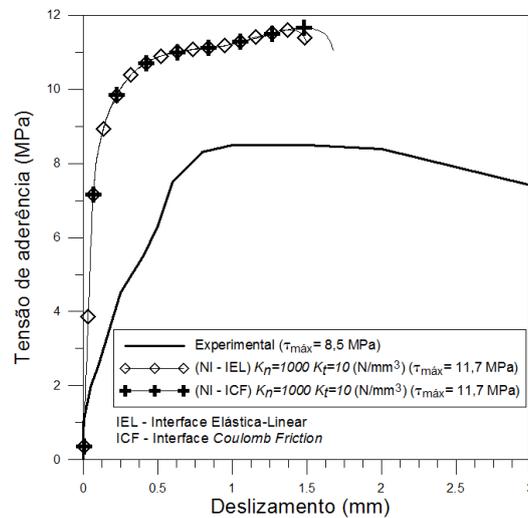


Figura 21 – Curva tensão de aderência- deslizamento da Modelagem 2 com  $K_n=1000 \text{ N/mm}^3$  e interface não linear.

d) Região de transição entre a barra e o concreto:

A partir dos resultados da Figura 22 é possível observar que as propriedades da região de transição no entorno da barra influenciam no comportamento do modelo. Apesar de ter apresentado pouca convergência depois da tensão máxima de aderência, pode-se constatar que esse modelo se apresentou um pouco menos rígido e com uma resistência de aderência menor.

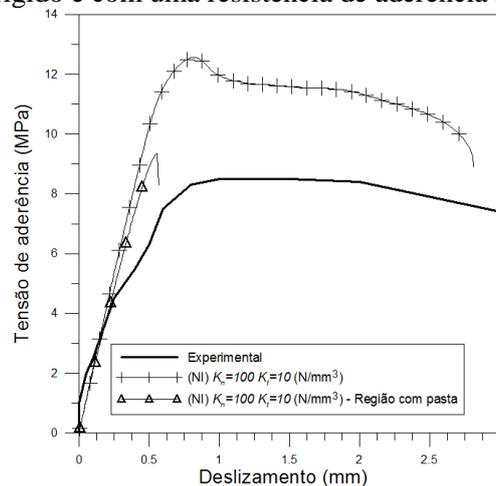


Figura 22 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 2 como região de transição em volta da barra.

### 3.3 Estratégia de Modelagem 3 - nervura adaptada ao plano de deslizamento (NPD)

O estudo paramétrico do item 3.2 mostrou que a rigidez da interface tem influência na resistência de aderência para valores menores que  $500 \text{ N/mm}^3$ . Por essa razão, nessa terceira estratégia de modelagem das nervuras adotaram-se rigidez normal de  $500 \text{ N/mm}^3$  e rigidez tangencial de  $5 \text{ N/mm}^3$ .

Buscou-se analisar, ainda, a influência do modelo constitutivo para a interface aço-concreto, adotando uma interface elástica-linear e outra não-linear com o modelo *Coulomb Friction*. Para este último caso, os parâmetros adotados foram definidos por Choi e Lee [4], sendo a coesão de 1,5 MPa e o ângulo de atrito de  $24,2^\circ$ .

Na Figura 23 apresentam-se os resultados para os dois casos em análise. Observa-se que para essa estratégia de modelagem a interface elástica não apresenta uma resposta satisfatória, tendo, após um primeiro patamar de resistência, um aumento da resistência. A resistência de aderência do primeiro patamar do modelo computacional foi aproximadamente 15% maior que o observado no ensaio. Assim como constatado pelos pesquisadores Zhao e Zhu [3], a representação da nervura incorporando o plano de deslizamento e a interface não-linear com o modelo *Coulomb Friction* forneceu bons resultados. A resistência de aderência do modelo computacional foi apenas 6% maior que o observado no ensaio. Além disso, o modelo computacional foi capaz de convergir para deslizamentos bem maiores que os obtidos nas estratégias anteriores de modelagem.

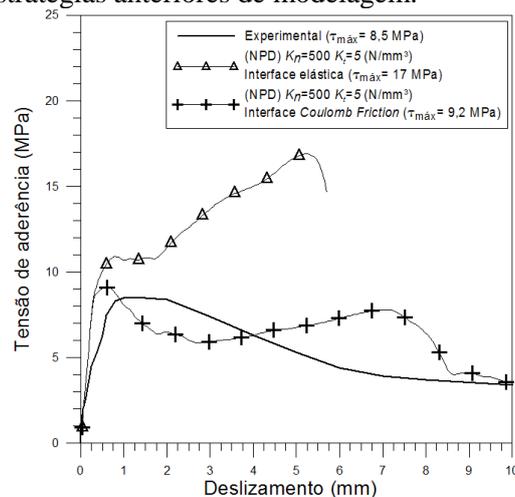


Figura 23 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 3.

No trabalho de Zhao e Zhu [3] é utilizada uma malha com elementos finitos de 1 mm de tamanho para representar a região de concreto em torno da barra. Isso se deve à dificuldade de se representar o esmagamento do concreto e a sua fissuração na região próxima às nervuras com uma modelagem contínua e baseada em fissuração distribuída, isto é, representada pelas tensões nos pontos de integração do elemento finito. Para se analisar a influência do tamanho do elemento finito, realizou-se o processamento de um modelo mais refinado, com malha do concreto em torno de 1 mm de tamanho na zona de aderência (Figura 24).

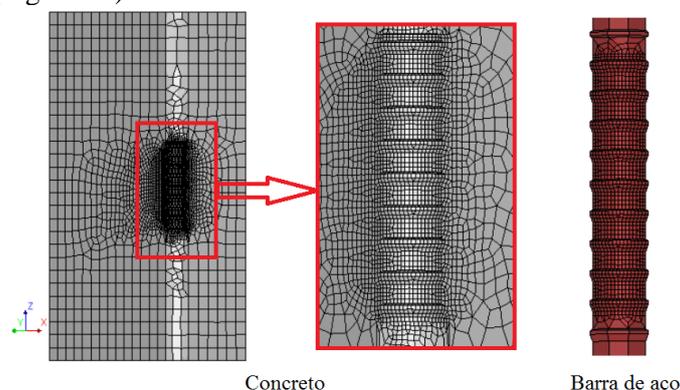


Figura 24 – Malha mais refinada da Modelagem 3.

Neste caso, o modelo computacional teve que ser reduzido a um quarto, por conta do tempo de processamento. Na análise anterior, a largura da banda de fendilhamento do concreto foi definida automaticamente pelo software, o que representaria uma dimensão média de 3 mm. Para a análise com a malha mais refinada fixou-se no DIANA® a largura da banda de fissuração em 10 mm, uma vez que uma menor largura de banda de fissuração no modelo mais refinado, mantida a mesma energia de fratura do concreto, poderia implicar em um modelo bem mais dúctil que o modelo com malha menos refinada. Para efeito de comparação, essa estratégia de modelagem foi refeita com a malha normal, porém com a largura da banda de fendilhamento constante e igual a 10mm. A rigidez normal da interface foi mantida em 500 N/mm<sup>3</sup> e rigidez tangencial também foi mantida igual a 5 N/mm<sup>3</sup>, assim como foi mantido o modelo de interface não-linear (*Coulomb Friction* com coesão igual a 1,5 MPa e ângulo de atrito de 24,2°). No gráfico apresentado na Figura 25 observa-se que a malha mais refinada não representou bem o comportamento experimental, tendo, após um primeiro pico de tensão, apresentado um ganho de resistência com menor rigidez. A resistência de aderência foi 30% menor que a experimental. A diferença entre os resultados da Figura 23 e Figura 25 pode ser explicada provavelmente por causa do valor constante de  $h$  utilizado na análise anterior. Assim, conclui-se que a melhor estratégia de modelagem é a representação do modelo experimental completo com a malha menos refinada.

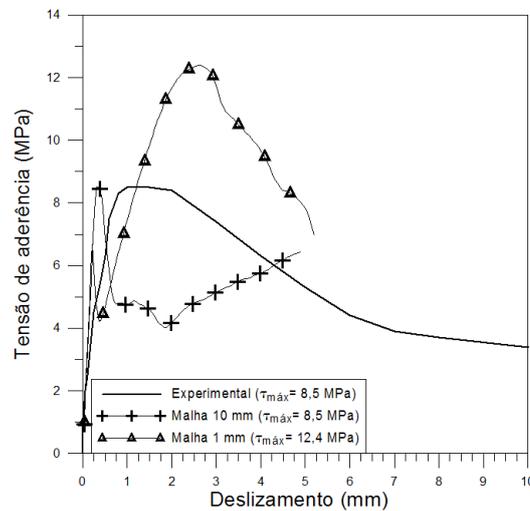


Figura 25 – Curva tensão de aderência versus deslizamento da Modelagem 3 com variação do tamanho da malha.

### 3.4 Comparação entre as diferentes estratégias de modelagem

Para a comparação entre as três formas de representação das nervuras, adotou-se o critério de análise da tensão máxima de aderência. Para cada um dos modelos estudados, escolheu-se os casos que apresentaram a melhor resposta em relação ao ensaio experimental. Na Tabela 4 tem-se as propriedades dos modelos escolhidos e os valores das tensões máximas atingidas em cada um deles, bem como o erro relativo à resistência de aderência obtida do ensaio, que foi de 8,5 MPa. Observa-se que os três casos apresentaram boa aproximação da tensão máxima de aderência observada no ensaio, sendo o erro menor que 10%. O ensaio com malha de 10 mm da Figura 25 não foi analisada por ter apresentado maior fragilidade, se comparada aos demais modelos.

Por outro lado, ao analisar as curvas de resposta das modelagens numéricas (Figura 26), observa-se que a estratégia de Modelagem 3 para representação das nervuras é a que apresenta menor rigidez inicial, apesar de apresentar um deslizamento relativo à tensão máxima praticamente igual ao da Modelagem 1. Contudo, a Modelagem 3 foi a que apresentou maior convergência após a tensão máxima, sendo capaz de representar melhor o deslizamento da barra no trecho pós-pico. Por essa razão, pode ser considerada como a forma mais adequada para modelagem computacional do ensaio de arrancamento de barras nervuradas.

Tabela 4 – Tensão máxima de aderência para as três estratégias de modelagem.

Estratégias de Modelagem	Parâmetros da Interface				Tensão de aderência máxima (MPa)	Erro para o experimental (%)
	$K_n$ (N/mm <sup>3</sup> )	$K_t$ (N/mm <sup>3</sup> )	Coesão (MPa)	Ângulo de atrito		
Modelagem 1	1000	10	-	-	8,59	1,1
Modelagem 2	500	5	-	-	9,28	9,2
Modelagem 3	500	5	1,5	24,2°	9,20	8,2

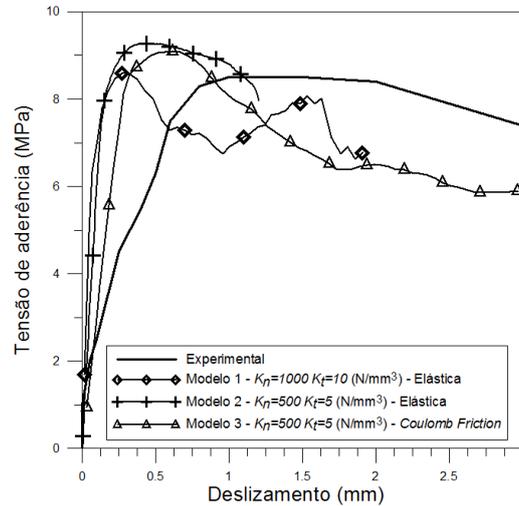


Figura 26 – Comparação da curva tensão de aderência versus deslizamento para as três estratégias de modelagem.

Vale frisar que os parâmetros definidos para a interface e o modelo de representação da nervura foram calibrados para a malha de elementos finitos desta pesquisa e a largura da banda de fissuração calculada em função do tamanho do elemento finito, conforme disposto no manual do programa DIANA®.

A Figura 27 apresenta a comparação do resultado da modelagem computacional da terceira estratégia de representação das nervuras com os modelos analíticos de *bond-slip* recomendados pela FIB 2010 [6] para situação de boa e má aderência. A resistência de aderência obtida do modelo computacional é 22% menor que a resistência do modelo da FIB 2010 [6] para situação de boa aderência. Já para a situação de má aderência, o resultado computacional é 29% maior. Contudo, o modelo computacional foi o que apresentou a melhor previsão da resistência de aderência, uma vez que os modelos analíticos apresentaram valores 18% menores ou 38% maiores que o obtido do ensaio. Com relação à rigidez da curva ascendente de *bond-slip*, a Modelagem 3 apresenta rigidez semelhante a apresentada pelo modelo da FIB para região de boa aderência.

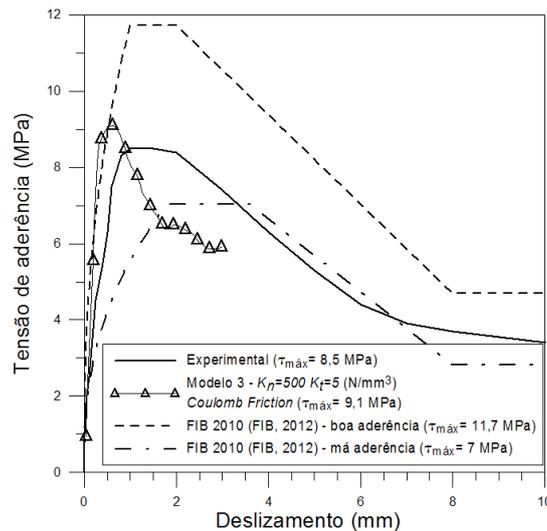


Figura 27 – Comparação da curva tensão de aderência versus deslizamento do modelo computacional e do ensaio experimental com os modelos analíticos do ensaio de Harajli, Hout e Jalkh [1].

#### 4 CONCLUSÕES

O resultado do modelo computacional dos ensaios de arrancamento de barra é influenciado pela estratégia de modelagem da nervura da barra e pelo modelo constitutivo da interface aço-concreto. Neste trabalho, optou-se por utilizar elementos de interface para representar o comportamento da superfície de contato da barra com o concreto, obtendo-se as seguintes conclusões:

- No caso da estratégia de Modelagem 1 com interface elástica linear, a combinação das rijezas que forneceu o melhor resultado foi a rigidez normal igual a  $1.000 \text{ N/mm}^3$  e a rigidez tangencial igual a  $10 \text{ N/mm}^3$ , sendo a diferença da resistência de aderência em relação ao resultado experimental de apenas 1,1%;
- Na estratégia de Modelagem 2 com interface elástica linear conclui-se que os valores mais adequados para os parâmetros da interface são rigidez normal de  $500 \text{ N/mm}^3$  e rigidez tangencial de  $5 \text{ N/mm}^3$ , sendo o erro entre as resistências de aderência em relação ao resultado experimental de 9,2%. O menor valor das rijezas nesse caso está relacionado à representação das nervuras da barra em forma de hélice e não como um anel circular;
- Na estratégia de Modelagem 3 com interface não-linear (modelo de *Coulomb Friction*), a diferença percentual entre as resistências de aderência computacional e experimental foi de 7,1% quando foi utilizado  $K_n$  igual a  $500 \text{ N/mm}^3$ ,  $K_t$  igual a  $5 \text{ N/mm}^3$ , coesão igual a 1,5 MPa e ângulo de atrito de  $24,2^\circ$ ;
- Do estudo com as três estratégias de modelagem, conclui-se que a estratégia de Modelagem 3 foi a que apresentou o melhor resultado em relação ao ensaio experimental, tanto no quesito de resistência de aderência, quanto em relação a rigidez do modelo e comportamento pós-pico;
- A resposta do modelo computacional com barra nervurada aproximou-se, no trecho ascendente, da curva de *bond-slip* do modelo analítico da FIB 2010 (FIB, 2012) para zona de boa aderência. Além disso, apresentou melhor aproximação com relação à resistência de aderência obtida do ensaio que os modelos analíticos, sendo uma forma efetiva de se obter a curva tensão-deslizamento (*bond-slip*) de barras nervuradas ancoradas no concreto.

## Referências

- [1] HARAJLI, M. H.; HOUT, M.; JALKH, W. Local bond stress-slip behavior of reinforcing bars embedded in plain and fiber concrete. **ACI Structural Journal**. 92-M37, p. 343-354, July-August, 1995.
- [2] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações. Rio de Janeiro, 2007, 13 p.
- [3] ZHAO, W.; ZHU, B. Basic parameters test and 3D modeling of bond between high-strength concrete and ribbed steel bar after elevated temperatures. **Structural Concrete**. 18, p. 653-667, 2017.
- [4] CHOI, O. C.; LEE, W. S. Interfacial bond analysis of deformed bars to concrete. **ACI Structural Journal**. 99-S75, p. 750-756, November-December, 2002.
- [5] ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014, 238 p.
- [6] FIB - FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETÓN. **Model Code 2010** – Final draft, v1. Bulletin 66, 2012, 311 p.
- [7] FEENSTRA, P. H.; BORST, R. Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete. **Heron**. Delf, Netherlands, V.38, n.04, p. 3-76, 1993.
- [8] TRAN, B. H.; BERTHAUD, Y.; RAGUENEAU, F. Essais PIAF: pour identifier l'adhérence et le frottement. *In*: 18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, 2007, Grenoble, France, **Proceedings...** 2007. 6p.
- [9] CARASEK, H. **Aderência de argamassas à base de cimento Portland a substratos porosos – Avaliação dos fatores intervenientes e contribuição ao estudo do mecanismo da ligação**. 1996. 285 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.
- [10] TAVARES, A. J. **Aderência aço-concreto: análise numérica dos ensaios pull-out e apulot**. 2012. 141 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira – São Paulo, 2012.