

## **ALGORITHM FOR THE CALCULATION OF IMMEDIATE AND TIME-DEPENDENT LOSSES, ON SIMPLY SUPPORTED PRESTRESSED CONCRETE GIRDERS**

**Cleyton de Oliveira Mariz**

**Thiago Bomjardim Porto**

*cleytonmariz@hotmail.com*

*thiago.porto@cefetmg.br*

*Department of Civil Engineering and Environment – CEFET MG*

*Raymundo Mattoso Street, 900, CEP 35790-000, Minas Gerais/Curvelo, Brazil*

**Thiago Pena Bortone**

**Antônio Ribeiro de Oliveira Neto**

*thiago.bortone@cefetmg.br*

*antonioribeiro@cefetmg.br*

*Department of Civil Engineering and Environment – CEFET MG*

*Raymundo Mattoso Street, 900, CEP 35790-000, Minas Gerais/Curvelo, Brazil*

**Abstract.** The prestressing losses are related to physical and geometric factors, from which, through empirical equations, it is possible to estimate this value for any given time. Temperature will be considered constant over time and all prestressing procedure will be done for adherent post-tensile. This paper is based on the development of a tool in programming language Visual Basic for Applications (VBA) to calculate the immediate and time-dependent losses, on simply supported prestressed concrete girders of beams in a manner that presents intuitive interface between the user and the system. Starting from the necessity of automation of the prestressed concrete projects, this tool uses ordinary pre-defined cross sections (rectangular, “T” and “I”) with user-defined dimensions for the application of prestressing forces and for an unlimited number of cables, being possible both the visualization of the each cable layouts in girder, as well as the immediate and time-dependent losses, following the formulation proposed by Brazilian Technical Standard NBR 6118 [1].

**Keywords:** prestressed concrete, immediate losses on prestressed concrete, time-dependent losses on prestressed concrete.

## 1 Introdução

O século XXI foi marcado por uma impressionante evolução da engenharia das estruturas civis, que por meio da tecnologia, promoveu o aumento de performance e resistência dos materiais estruturais. Atualmente, através de aditivos incorporados ao concreto, a resistência característica do concreto à compressão aos 28 dias ( $f_{ck}$ ), ultrapassa com facilidade a marca dos 50 MPa, segundo Cholfe e Bonilha [2].

Sales [3] relata que, com o advento da tecnologia em *softwares*, a engenharia civil moderna tem-se evoluído com recursos computacionais que visam, de forma dinâmica, detalhar cálculos e facilitar a compreensão na área estrutural. O avanço tecnológico computacional possibilitou o desenvolvimento de *softwares*, em análise estrutural, com alta capacidade de processamento e confiabilidade, otimizando o tempo e integrando-se a outras ferramentas de cálculo e de desenho que aumentam a qualidade do detalhamento gráfico e dos elementos estruturais, conforme Cholfe e Bonilha [2].

Cholfe e Bonilha [2] afirmam que por meio da medida dos alongamentos dos cabos, quando distendidos, e de seu escorregamento, quando da sua fixação nas ancoragens, as perdas de força podem ser mensuradas e mesmo controladas quando da sua manifestação, de tal forma que as forças de protensão efetivamente implantadas nas estruturas de concreto sejam aferidas.

Para o desenvolvimento do *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019 foi utilizada a linguagem de programação VBA (*Visual Basic for Applications*), a qual se enquadra em ambientes de programação baseados no processamento de sequência de eventos (*event-driven programming*).

## 2 Perdas imediatas de força de protensão

Segundo Cholfe e Bonilha [2], as perdas imediatas de força acontecem durante a transferência da força de protensão para as seções de concreto no instante  $t = t_0$ . Para a protensão com pós-tração, as perdas imediatas ocorrem devido: atrito entre as armaduras e a bainha; perdas devido à acomodação da ancoragem; e também devido ao encurtamento elástico imediato do concreto em elementos estruturais com protensões sucessivas de cabos.

### 2.1 Perdas de força por atrito

Na pós-tração, os cabos utilizados possuem, na grande maioria, traçados curvos ou poligonais. No decorrer da protensão, ao sofrerem um deslocamento no interior das bainhas, os cabos sofrem perdas de força por atrito, nos pontos de contato, reduzindo a força de protensão, conforme Cholfe e Bonilha [2].

Segundo Pfeil [4], as perdas de força por atrito no macaco e na ancoragem são compensadas por acréscimos na pressão manométrica, de forma que os cálculos de perda por atrito ao longo do cabo são, usualmente, feitos a partir de  $P_{max}$  (esforço de protensão efetivo) aplicado na extremidade do cabo, junto à ancoragem e, considerando as reduções de força devido ao atrito do cabo contra as bainhas, que o isolam do concreto da viga, além do atrito ocasionado por desvios das bainhas em relação a sua posição teórica que podem, para efeito de cálculo, serem assimilados a curvaturas não intencionais do cabo ( $k$ ) por metro. Assim, as forças após as perdas por atrito, em uma seção qualquer do elemento estrutural com pós-tração podem ser determinadas pela expressão:

$$P_x = P_{max} \cdot e^{-(\sum \alpha \cdot \mu + ks)}, \quad (1)$$

onde

$\sum \alpha$  é a soma dos ângulos verticais e horizontais, em radianos, no trecho considerado;

$P_{max}$  é o esforço de protensão na extremidade do cabo (esforço efetivo junto à ancoragem, no momento da protensão);

$s$  é o comprimento, em metros (m), desenvolvido pelo cabo;

$k$  é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo, que na falta de dados experimentais, adota-se o valor  $0,01\mu$ ;

$\mu$  é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode ser estimado como a seguir (valores em 1/radianos):

$\mu = 0,50$  entre cabo e concreto (sem bainha);

$\mu = 0,30$  entre barras e fios com mossas ou saliências e bainha metálica;

$\mu = 0,20$  entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

$\mu = 0,10$  entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

$\mu = 0,05$  entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada.

## 2.2 Perdas de força por acomodação das ancoragens

Segundo Cholfe e Bonilha [2], na pós-tração, a seção de concreto recebe a transferência da força produzida pelo aparelho tensor, por meio das ancoragens, que podem ser ativas (extremidade usada para tensionar o cabo) e passivas (extremidade que não se coloca o macaco).

Para fios e cordoalhas, a ancoragem é feita por meio de cunhas de aço, cuja eficiência deve ser comprovada através de ensaios, sendo constituída por três elementos. O primeiro deles são cunhas ou clavetes, cuja denominação é dada para peças de metal tronco-cônicas, com dentes que “mordem” o aço de protensão, que podem ser bipartidas ou tripartidas. Um outro elemento são as porta-cunhas de metal e externamente cilíndricas, com um furo tronco-cônico que aloja as cunhas, cuja função é transferir a força das cordoalhas ou fios para a placa de apoio. Por fim, tem-se as placas de apoio que recebem as forças do conjunto cunhas/porta-cunhas e as transferem, de forma distribuída, para a seção de concreto.

O funcionamento das ancoragens, por meio das cunhas, exige uma mobilização mecânica simultânea do conjunto, que provoca pequenos deslocamentos da cordoalha ou fio. Esses deslocamentos são denominados acomodação da ancoragem e provocam pequenas perdas de protensão.

A acomodação da ancoragem representa um afrouxamento da protensão, cujo valor é determinado experimentalmente para cada sistema e fornecido em catálogos técnicos, geralmente se encontrando entre 2 a 6 mm.

A extremidade do cabo sofre um deslocamento pela acomodação da ancoragem ao se transferir a força de protensão, voltando para dentro da bainha. Esse deslocamento gera forças de atrito contrárias às do estiramento ao longo de um certo trecho do cabo definido pela extremidade e por um ponto de equilíbrio, a partir do qual deixa de existir a perda de protensão.

Machado [5] define um método para se calcular as perdas por enchunhamento. Chamando-se de  $\delta$  o escorregamento ocorrido quando da acomodação da ancoragem pode-se escrever:

$$\frac{\int_0^{L_r} \Delta N_{ap(x)} \cdot dx}{E_p \cdot A_p} = \delta, \quad (2)$$

ou seja,

$$\int_0^{L_r} \Delta N_{ap(x)} \cdot dx = \delta \cdot E_p \cdot A_p, \quad (3)$$

onde

$L_r$  é o comprimento de ancoragem;

$\delta$  - Escorregamento da ancoragem;

$E_p$  - Módulo de elasticidade do aço de protensão;

$A_p$  - Área da seção transversal do cabo de protensão;

$\Delta N_{ap(x)}$  é a variação da força de protensão após a ocorrência das perdas por atrito.

Chamando-se  $\int_0^{L_r} \Delta N_{ap(x)} \cdot dx = \Omega$ , ou seja, a área limitada pela linha da força de protensão após a ocorrência das perdas por atrito  $\overline{ABC}$  e a linha simétrica correspondente à restituição de atrito quando da manifestação do escorregamento  $\overline{DEC}$ .

Então,

$$\Omega = \delta \cdot E_p \cdot A_p \quad (4)$$

Simbologia:

$\Omega$  é a área compreendida entre os pontos  $\overline{ABCEDA}$ .

A Figura 1 apresenta o procedimento para a determinação da perda de força de protensão devida à acomodação da ancoragem e o ponto onde esse escorregamento é anulado.

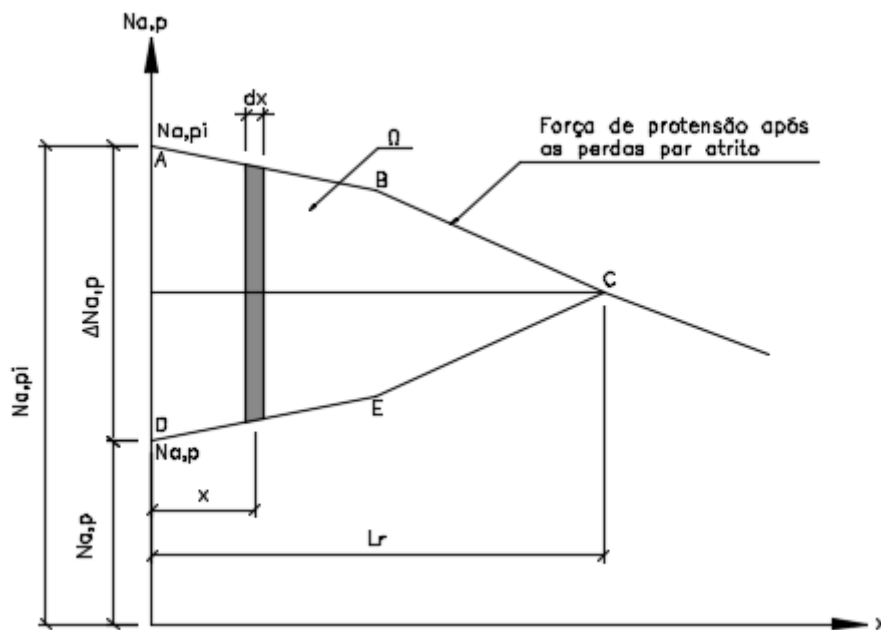


Figura 1. Modelo para determinação das forças de protensão após as perdas por atrito e por acomodação da ancoragem.

### 2.3 Perdas de força por encurtamento imediato do concreto

A NBR 6118 [1] no item 9.6.3.3.2.1 apresenta para os elementos estruturais com pós-tração, a perda média de força de protensão, por cabo, para a protensão sucessiva de cada um dos  $n$  grupos de cabos protendidos simultaneamente, que resulta, conseqüentemente, em um afrouxamento dos cabos anteriormente protendidos.

No presente trabalho a perda por encurtamento imediato do concreto será desconsiderada, uma vez que, segundo Cholfe e Bonilha [2] esse valor é geralmente pequeno quando comparado a outras perdas.

## 3 Perdas diferidas de força de protensão

Segundo Menegatti [6], as perdas progressivas do concreto e a relaxação do aço ocorrem ao longo do tempo sob a ação dos agentes climáticos, tais como: umidade relativa do ar, temperatura, tipo de cimento, histórico construtivo e das ações permanentes aplicadas, mas que tendem assintoticamente para um limite a ser determinado.

Essa manifestação se dá em tempo extenso e é função da reologia do concreto e das condições ambientais de temperatura e umidade, o que a torna avaliável através de correlações empíricas escritas por expressões numéricas, ábacos e diversos gráficos, conforme Machado [5].

Vale salientar que, o Anexo A da ABNT NBR 6118 [1] é de caráter informativo e que, na ausência de dados melhores, pode ser usado no projeto de estruturas com concretos do grupo I e do grupo II.

### 3.1 Perda de força por fluência do concreto

Santos [7] relata que o concreto submetido a um carregamento ao longo do tempo sofre uma deformação instantânea, a qual é seguida por um acréscimo de deformação no decorrer do tempo, denominado fluência.

A NBR 6118 [1], em seu anexo A.2.2 subdivide a deformação por fluência do concreto  $\varepsilon_{cc}$  em duas partes: uma rápida e outra lenta. A deformação rápida  $\varepsilon_{cca}$  é irreversível e ocorre no decorrer das primeiras 24 h após a aplicação da carga que a originou. A deformação lenta é, composta em duas outras etapas: a deformação lenta irreversível  $\varepsilon_{ccf}$  e a deformação lenta reversível  $\varepsilon_{ccd}$ . Assim, tem-se que:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + \varphi) \quad (7)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (8)$$

onde

$\varphi_a$  é o coeficiente de deformação rápida;

$\varphi_f$  é o coeficiente de deformação lenta irreversível;

$\varphi_d$  é o coeficiente de deformação lenta reversível;

$\varepsilon_c$  é a deformação específica do concreto;

$\varepsilon_{c,tot}$  é a soma da deformação devido à fluência do concreto com a sua deformação específica.

Adota-se para o concreto, em condições de serviço, as seguintes hipóteses, conforme anexo A2.2.2 da referida norma:

- A deformação por fluência  $\varepsilon_{cc}$  varia linearmente com a tensão aplicada;
- Os efeitos de fluência se superpõem para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos;
- A deformação rápida produz deformações constantes ao longo do tempo e os valores de  $\varphi_a$  são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e sua resistência final;
- O coeficiente de deformação lenta reversível  $\varphi_d$  depende apenas da duração do carregamento;
- O coeficiente de deformação lenta irreversível  $\varphi_f$  é dependente da umidade relativa do ambiente ( $U$ ), da consistência do concreto no lançamento, da espessura fictícia da peça  $h_{fic}$ , da idade fictícia do concreto no instante ( $t_0$ ) da aplicação da carga e da idade fictícia do concreto no instante considerado ( $t$ );
- As curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, para o mesmo concreto, correspondentes às diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações, conforme apresentado na Figura 2.

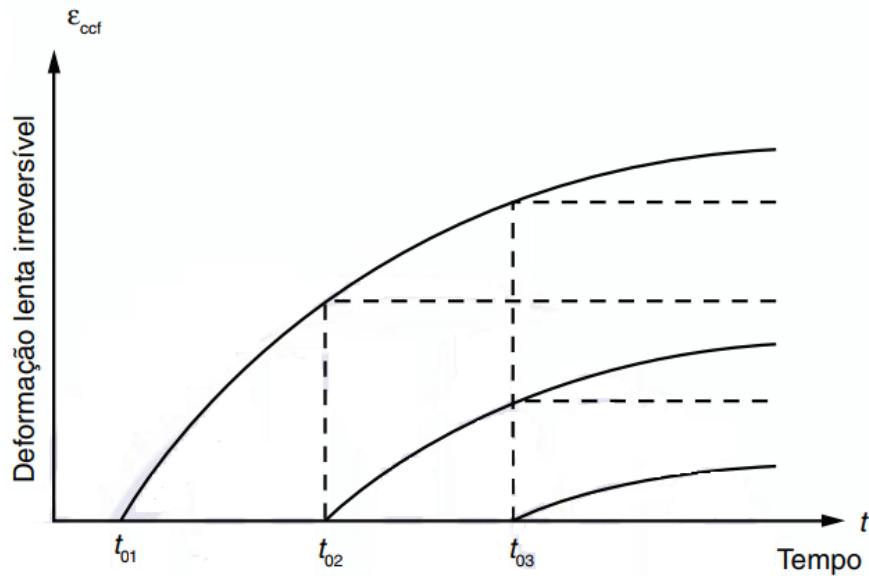


Figura 2 – Variação da deformação lenta irreversível ( $\epsilon_{ccf}$ ) em função do tempo.

Para um instante  $t$ , a deformação devido à fluência é determinada por:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccd} + \epsilon_{ccf} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0). \quad (9)$$

O módulo de deformação tangente inicial ( $E_{c28}$ ) para idade de 28 dias é determinado pelas Eq. (10) e (11) a seguir:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa a } 50 \text{ MPa}; \quad (10)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de } 55 \text{ MPa a } 90 \text{ MPa}, \quad (11)$$

sendo

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

Simbologia:

$E_{ci}$  e  $f_{ck}$  são dados em megapascal (MPa);

$f_{ck}$  é a resistência característica do concreto à compressão;

$\alpha_E$  é o coeficiente relacionado ao tipo de agregado utilizado.

O módulo de elasticidade tangente inicial em uma idade menor que 28 dias, pode ser avaliado pelas expressões a seguir:

$$E_{ci}(t) = \left[ \frac{f_{ckj}}{f_{ck}} \right]^{0,5} \cdot E_{ci}, \text{ para concretos com } f_{ck} \text{ de } 20 \text{ MPa a } 45 \text{ MPa}; \quad (12)$$

$$E_{ci}(t) = \left[ \frac{f_{ckj}}{f_{ck}} \right]^{0,3} \cdot E_{ci}, \text{ para concretos com } f_{ck} \text{ de } 50 \text{ MPa a } 90 \text{ MPa}, \quad (13)$$

onde

$E_{ci}(t)$  é a estimativa do módulo de elasticidade do concreto em uma idade entre 7 e 28 dias;

$f_{ckj}$  é a resistência característica à compressão do concreto na idade em que se pretende estimar o módulo de elasticidade, em megapascal (MPa).

A resistência característica à compressão do concreto  $f_{ckj}$  pode ser avaliada como:

$$f_{ckj} = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t_{,ef}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \cdot (f_{ck}), \quad (14)$$

$s = 0,38$  para concreto de cimento CIII e CIV;

$s = 0,25$  para concreto de cimento CI e II;

$s = 0,20$  para concreto de cimento CPV-ARI;

$t_{,ef}$  é a idade efetiva do concreto expressa em dias.

O coeficiente de fluência  $\varphi(t, t_0)$  é determinado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d; \quad (15)$$

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C20 a C45}; \quad (16)$$

$$\varphi_a = 1,4 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right], \text{ para concretos de classes C50 a C90}; \quad (17)$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}, \text{ para C20 a C45} \quad (18)$$

$$\varphi_{f\infty} = 0,45 \cdot \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}, \text{ para C50 a C90} \quad (19)$$

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U, \text{ para abatimento no intervalo de } 5 \text{ cm a } 9 \text{ cm e } U \leq 90\% \quad (20)$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (21)$$

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (22)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (23)$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113; \quad (24)$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23; \quad (25)$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183; \quad (26)$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931, \quad (27)$$

onde

$t$  é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

$t_0$  é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, expressa em dias;

$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$  é a função do crescimento da resistência do concreto;

$\varphi_{f_\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível;

$\varphi_{1c}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$ , expresso em porcentagem (%) e da consistência do concreto;

$\varphi_a$  é o coeficiente de fluência rápida;

$\varphi_{2c}$  é o coeficiente dependente da altura fictícia da peça;

$h_{fic}$  é a espessura fictícia expressa em centímetros (cm);

$\beta_f(t)$  ou  $\beta_f(t_0)$  é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto;

$\varphi_{d_\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

$\beta_d(t)$  é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo  $(t - t_0)$  decorrido após o carregamento;

$h$  é a espessura fictícia, expressa em metros (m) para valores de  $h$  fora do intervalo  $(0,05 \leq h \leq 1,6)$ , adotam-se os extremos correspondentes;

$t$  é o tempo, expresso em dias  $(t \geq 3)$ .

Considera-se a idade fictícia, em dias, quando o endurecimento é feito à temperatura ambiente de 20 °C e, nos demais casos, quando não houver cura a vapor, a idade a se considerar é a idade fictícia dada por:

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i}, \quad (28)$$

onde

$\alpha$  é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento;

$T_i$  é a temperatura média diária do ambiente, expressa em graus Celsius (°C);

$\Delta t_{ef,i}$  é o período expresso, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente,  $T_i$ , pode ser admitida constante.

### 3.2 Perda de força de protensão por retração do concreto

O concreto, submetido ou não a um carregamento, se contrai quando perde umidade, sofrendo uma retração. A deformação do concreto ocorrida ao longo do tempo é função de diversos fatores físicos e geométricos, dos quais os fatores geométricos e ambientais apresentem uma relação com os problemas de difusão de umidade e calor no concreto. Nas análises do efeito do tempo no concreto estrutural, é comum não se levar em consideração esta importante hipótese, o que ocasiona em uma análise não tão próxima da realidade, conforme Santos [7].

Segundo Santos [7], as relações tensão-deformação no concreto são complexas, uma vez que o concreto não é um material verdadeiramente elástico e, as deformações e restrições não são uniformes ao longo da estrutura o que ocasiona em distribuições de tensão resultantes diferentes de ponto a ponto.

Conforme a NBR 6118 [1], a retração do concreto depende da umidade relativa do ambiente, da consistência do concreto no lançamento e da espessura fictícia.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs_\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]; \quad (29)$$



$$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s}; \quad (30)$$

$$10^4 \varepsilon_{1s} = -8,09 + (U/15) - (U^2/2284) - (U^3/133765) + (U^4/7608150), \quad (31)$$

para abatimento de 5 cm a 9 cm e  $40\% \leq U \leq 90\%$ ;

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}}; \quad (32)$$

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u}; \quad (33)$$

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U); \quad (34)$$

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}; \quad (35)$$

$$A = 40; \quad (36)$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8; \quad (37)$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7; \quad (38)$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8; \quad (39)$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8, \quad (40)$$

onde

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  Retração no instante  $t$  para a protensão e a carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ ;

$\varepsilon_{1s}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto;

$\varepsilon_{2s}$  é o coeficiente dependente de espessura fictícia da peça;

$\varepsilon_{cs\infty}$  é o valor final da retração;

$h_{fic}$  é a espessura fictícia, expressa em centímetros;

$\beta_s(t)$  ou  $\beta_s(t_0)$  é o coeficiente relativo à retração no instante  $t$  ou  $t_0$ ;

$t$  é a idade fictícia do concreto no instante considerado, expressa em dias;

$t_0$  é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, expressa em dias;

$A_c$  é a área da seção transversal da peça;

$u$  é a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar;

$\gamma$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente (U%), sendo.

### 3.3 Perda de força de protensão por retração do concreto

A NBR 6118 [1], no item 9.6.1.2.1 considera valores-limites por ocasião da operação de protensão admitindo, para a armadura pré-tracionada, uma tensão  $\sigma_{pi}$  na saída do aparelho de tração entre os limites  $0,77 f_{ptk}$  e  $0,90 f_{pyk}$  aos aços da classe de relaxação normal, e  $0,77 f_{ptk}$  e  $0,85 f_{pyk}$  para aços da classe de relaxação baixa. Para a armadura pós-tracionada, a tensão  $\sigma_{pi}$  na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,87 f_{pyk}$  para aços da classe de relaxação normal e,  $0,74 f_{ptk}$

e  $0,82 f_{pyk}$  para aços da classe de relaxação baixa. Para cordoalhas engraxadas, com aços da classe de relaxação baixa, os valores-limites da tensão  $\sigma_{pi}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração podem ser elevados para  $0,80 f_{ptk}$  e  $0,88 f_{pyk}$ .

A referida norma afirma que para tensões na armadura ativa devida à protensão e a carga permanente mobilizada no instante  $t_0$  inferiores à  $0,5 f_{ptk}$ , admite-se que não haja perda de tensão por relaxação, e que para tensões intermediárias seja feita interpolação linear. Considera-se para o tempo infinito o valor de  $\psi(t_\infty, t_0)$  é dado por:

$$\psi(t_\infty, t_0) \cong 2,5 \psi_{1000} \quad (41)$$

### 3.4 Influência da temperatura nos valores das perdas de tensão por relaxação da armadura ativa

Conforme Rostásy [8] a perda de tensão para a armadura ativa em aços de RB, desde que a temperatura seja constante e inferior a 130 °C pode ser calculada pelas equações (42) a (44).

$$R(t_h, T) = a(t_h) \cdot e^{b(t_h) \cdot T}; \quad (42)$$

$$a(t_h) = 0,320 \cdot (1 + 0,23 \cdot \ln t_h); \quad (43)$$

$$b(t_h) = 0,014 \cdot (1 + 0,03 \cdot \ln t_h). \quad (44)$$

Bortone [9] sugere por meio da formulação anterior um coeficiente da influência da temperatura, empregando a razão da perda de tensão por relaxação em uma temperatura ambiente e à temperatura de 20 °C.

$$R_T = \frac{R(t_h, T)}{R(t_h, 20)}, \quad (45)$$

onde

$R(t_h, T)$  é a perda de tensão por relaxação expressa em porcentagem;

$a(t_h)$  e  $b(t_h)$  são coeficientes em função do tempo  $t_h$ ;

$t_h$  é o tempo de ocorrência da relaxação em horas;

$T$  é a temperatura em graus Celsius;

$R_T$  é o coeficiente de influência da temperatura;

$R(t_h, 20)$  é a relaxação calculada considerando a temperatura igual a 20 °C.

### 3.5 Processo de fases únicas de operação

A NBR 6118 [1], no item 9.6.3.4.2, apresenta um processo simplificado para o caso de fases únicas de operação, desde que sejam satisfeitas as seguintes condições:

a) A concretagem do elemento estrutural, bem como a protensão, são executadas, cada uma delas, em fases suficientemente próximas para que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra;

b) Os cabos possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento estrutural, de modo que seus efeitos possam ser superpostos equivalentes ao de um único cabo, com seção transversal de área igual à soma das áreas das seções dos cabos componentes, situados na posição da resultante dos esforços nele atuantes. Assim, admite-se que no tempo  $t$ , as perdas e deformações progressivas do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante, com as

tensões no concreto  $\sigma_{c,p0g}$  positivas para compressão e as tensões no aço positivas para tração, sejam dadas por:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0g}\varphi(t, t_0) - \sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p}, \quad (46)$$

onde

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)]; \quad (47)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0); \quad (48)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0); \quad (49)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c}; \quad (50)$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}; \quad (51)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}}. \quad (52)$$

Simbologia:

$\sigma_{c,p0g}$  é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , sendo positiva se for de compressão;

$\varphi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$  para a protensão e carga permanente aplicadas no instante  $t_0$ ;

$\sigma_{p0}$  é a tensão na armadura ativa devido à protensão e à carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , positiva se for de tração;

$\chi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  é a retração no instante  $t$  para a protensão e a carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ ;

$\psi(t, t_0)$  é o coeficiente de relaxação do aço no instante  $t$  para a protensão e a carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ ;

$\Delta\sigma_p(t, t_0)$  é a variação da tensão no aço de protensão entre  $t_0$  e  $t$ ;

$\rho_p$  é a taxa geométrica da armadura de protensão;

$e_p$  é a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção de concreto;

$E_p$  é o módulo de elasticidade do aço de protensão;

$\alpha_p$  é a razão entre o módulo de elasticidade do aço de protensão e o módulo de deformação inicial do concreto aos 28 dias;

$A_p$  é a área da seção transversal do cabo resultante;

$A_c$  é a área da seção transversal do concreto;

$I_c$  é o momento central de inércia na seção de concreto.

## 4 Metodologia

A metodologia utilizada neste trabalho se baseia na revisão teórica e no desenvolvimento de uma

ferramenta computacional que calcula as perdas imediatas e diferidas em vigas biapoiadas, sendo utilizada como parâmetro fundamental a NBR 6118 [1].

O *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019 capta os dados iniciais do projeto contendo os campos: obra, empresa, projetista, data do projeto e o comprimento da viga, conforme mostra a Figura 3. Houve uma preocupação em preservar a característica do comprimento da viga, uma vez que a mesma deverá receber um valor real e não admitir caracteres que desfigurem a propriedade numérica do elemento.

DADOS INICIAIS DO PROJETO

Projeto Créditos SOFTWARE C.O.M. - V.1.0 - 2019 Data: 06/07/2019

**IDENTIFICAÇÃO DA ESTRUTURA**

Obra: PONTE SOBRE O CÓRREGO SANTO ANTÔNIO

Empresa: C.O.M. PROTENDE

Projetista: CLEYTON DE OLIVEIRA MARIZ Comprimento (m) da viga: 30

SAIR Salvar dados

Figura 3 – Tela inicial do *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019.

O usuário terá acesso a uma tela onde poderá escolher entre três seções pré-definidas (I, T e retangular) para o preenchimento dos dados geométricos da viga, conforme a Figura 4.

SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA

TIPO DE SEÇÃO TRANSVERSAL

Seção retangular  Seção T + tabuleiro  Seção T

bf: 3 m h1: 0,2 m

b1: 0,8 m h2: 0,2 m

bw: 0,8 m h3: 0,1 m

h: 2,2 m h4: 0,1 m

Voltar Avançar

Fonte: Do autor

Figura 4 – Seção transversal da viga.

A próxima etapa se baseia no preenchimento de dados como o tipo de cimento, concreto, agregado do concreto, aço da armadura ativa, idade efetiva do concreto expressa em dias e o slump do concreto, de acordo com a Figura 5. O campo tipo de cimento possui as opções de CIMENTO CPM e CPIV, CIMENTO CPI e CPM e, CIMENTO CPIV-ARI. No campo concreto serão apresentadas as resistências características de 25 MPa a 90 MPa. Em agregado do concreto as opções de escolha serão basalto e diabásio, granito e gnaíse, calcário e arenito. O aço da armadura ativa será CP 190 RB ou CP 210 RB.

O usuário somente conseguirá avançar para o formulário seguinte, caso todas as informações estejam preenchidas.

Form titled "CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS" with the instruction "PREENCHA OS DADOS ABAIXO". It includes the following fields:

- Tipo de cimento: CIMENTO CPIII e CPIV
- Concreto: C40
- Agregado do concreto: GRANITO E GNAISSE
- Aço da armadura ativa: CP 210 RB
- Idade efetiva do concreto expressa em dias: 15
- Slump (cm) do concreto: 10

Buttons: Voltar, Avançar

Figura 5 – Características dos materiais.

Ao clicar em avançar, o usuário terá que informar sobre as características do ambiente, como temperatura e umidade, e sobre a penetração da cunha de ancoragem, conforme mostra a Figura 6.

Form titled "INFORMAÇÕES DA ANCORAGEM E DO AMBIENTE" with the following fields:

- Penetração da cunha de ancoragem: 6 mm
- Dados do ambiente:
  - Temperatura: 30 °C
  - Umidade: 60 %

Buttons: Voltar, Avançar

Figura 6 – Características do ambiente e da ancoragem.

No formulário da Figura 7, o usuário deverá inserir um número inteiro, não sendo admitido qualquer caractere que desconfigure a propriedade do número.

Form titled "QUANTIDADE DE CABOS" with the instruction "Digite a quantidade de cabos". It includes the following fields:

- Quantidade de cabos: 2

Buttons: Voltar, Inserir

Figura 7 – Determinação da quantidade de cabos.

O traçado do cabo, com ancoragens ativas nas duas extremidades, seguirá um modelo matemático de equação do 2º grau quando a altura das extremidades não estiver no mesmo nível da altura no meio do vão; ou retilíneo, se a altura das extremidades do cabo coincidir com a altura no meio do vão. Além dessas informações, o usuário deverá preencher, a força de protensão e a área da seção transversal do cabo e, a partir daí, será gerado o gráfico do traçado do cabo, conforme a Figura 8.

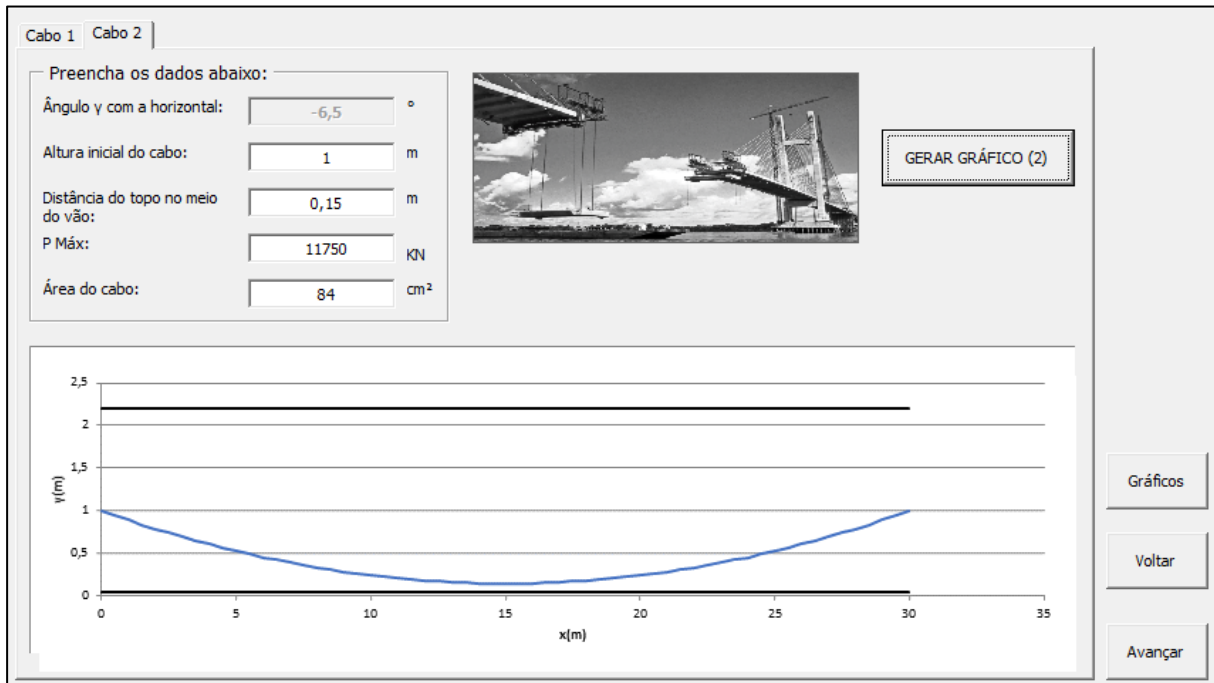


Figura 8 – Traçado do cabo.

Após todas as multipages estarem preenchidas será habilitado os botões Gráficos e Avançar. Em Gráficos, o projetista terá uma visualização do traçado de todos os cabos ao longo da viga, conforme Figura 9.

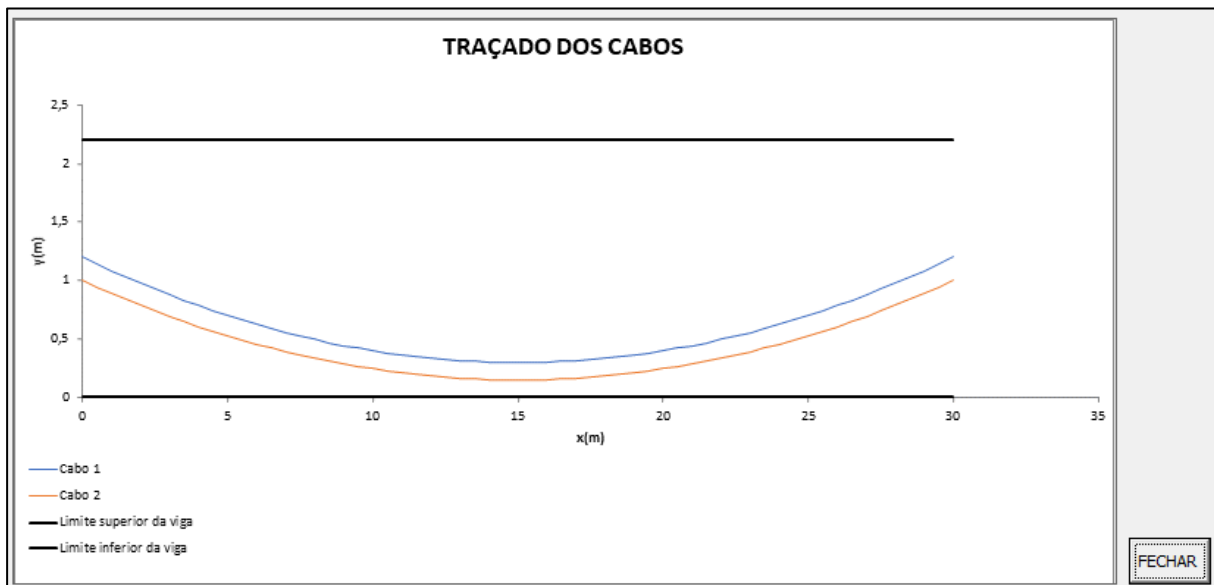


Figura 9 – Traçado do conjunto de cabos.

Será aberto um formulário para o preenchimento dos momentos fletores atuantes na estrutura em cada décimo de vão, conforme a Figura 10.

**CARREGAMENTOS NA ESTRUTURA**

O intervalo analisado está a 0 m da origem da longarina

Momento referente ao peso próprio da viga:	<input type="text"/>	kN.m
Momento referente ao peso próprio da laje:	<input type="text"/>	kN.m
Momento referente ao peso próprio da pavimentação:	<input type="text"/>	kN.m
Momento referente ao peso próprio do recapeamento:	<input type="text"/>	kN.m
Momento referente ao peso próprio (guarda-rodas, guarda-corpo, etc.):	<input type="text"/>	kN.m
Momento máximo devido as cargas móveis:	<input type="text"/>	kN.m
Momento mínimo devido as cargas móveis:	<input type="text"/>	kN.m

Figura 10 – Entrada da envoltória de esforços na estrutura por décimo de vão.

Será gerado um gráfico, conforme a Figura 11, apresentando as perdas imediatas e diferidas por cabo, com ancoragens ativas em ambas as extremidades e, em seguida, o usuário terá a possibilidade de obter um relatório em formato PDF com os resultados gerados pelo *software* que será salvo na pasta Documentos. O relatório conterá as informações inseridas no *software*, bem como a altura, o ângulo, a perda após o atrito, a força após a perda imediata, a força final de protensão e as porcentagens que cada uma delas representam em décimos de vão de cada cabo.

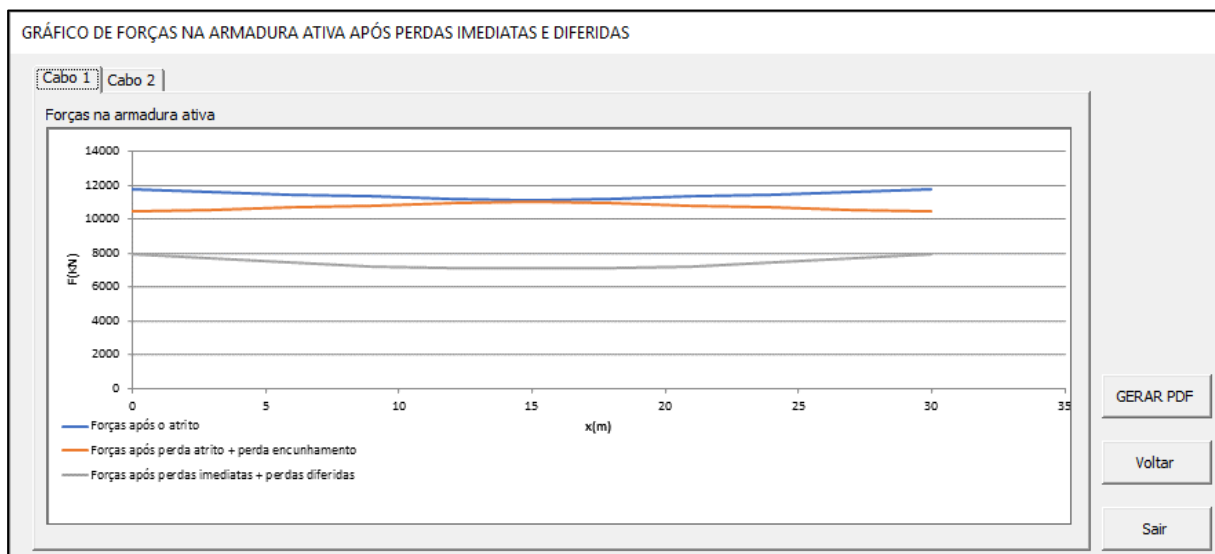


Figura 11 – Gráfico de forças na armadura ativa após perdas imediatas e diferidas.

## 5 Exemplo numérico

Neste capítulo, é apresentado um exemplo resolvido pelo software C.O.M. V-1.0 - 2019. A viga biapoiada de seção transversal T possui um vão de 30 metros, cujas dimensões são apresentadas na Figura 12. Considera-se para a área de 0,0084 m<sup>2</sup> um conjunto de três cabos de seção nominal unitária igual a 0,0028 m<sup>2</sup>, com ancoragens ativas nas duas extremidades, apresentando a mesma disposição geométrica ao longo da viga.

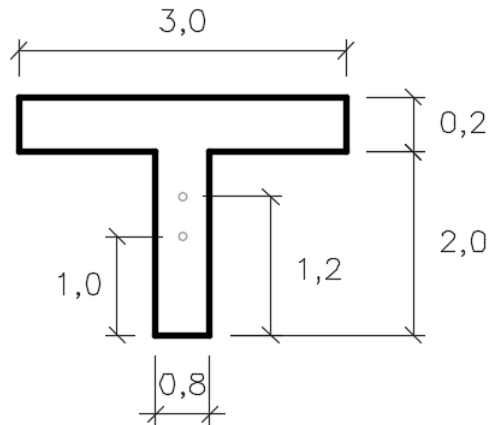


Figura 12 – Seção transversal utilizada nos apoios.

A Tabela 1 apresenta os momentos fletores a cada décimo de vão, referentes aos carregamentos permanentes da estrutura. Os dados das disposições geométricas de cada cabo são mostrados na Tabela 2, e as características e propriedades dos materiais e do ambiente estão contidas nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 1 – Momentos fletores devido às cargas permanentes a cada décimo de vão.

x (m)	Mg1 (kN.m)	Mg2 (kN.m)
0	0,0	0,0
3	2227,5	405,0
6	3960,0	720,0
9	5197,5	945,0
12	5940,0	1080,0
15	6187,5	1125,0
18	5940,0	1080,0
21	5197,5	945,0
24	3960,0	720,0
27	2227,5	405,0
30	0,0	0,0

Tabela 2 – Dados iniciais dos cabos.

Dados iniciais	Cabo 1	Cabo2
Altura inicial:	1,20 m	1,00 m
Altura no meio do vão:	0,30 m	0,15 m
Área da seção da armadura de protensão:	0,0084 m <sup>2</sup>	0,0084 m <sup>2</sup>
Força de protensão:	11750 kN	11750 kN

Tabela 3 – Características do ambiente e da ancoragem.

Dados da ancoragem e do ambiente	Valor
Penetração da cunha:	0,006 m;
Temperatura:	30 °C;



Umidade:	60%.
Tabela 4 – Materiais e propriedades do concreto e da armadura ativa.	
Materiais utilizados e propriedades	Valores
Tipo de cimento:	Cimento CPIII e CPIV
fck:	40 MPa
Idade efetiva do concreto:	15 dias
Slump:	0,1 m
Agregado do concreto:	Granito e gnaisse
Aço da armadura ativa:	CP 210 RB

O relatório abaixo foi gerado pelo *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019, contendo os dados inseridos no programa, bem como os resultados obtidos após o processamento das informações. Tais dados são apresentados na Figura 13.

#### RELATÓRIO DAS FORÇAS IMEDIATAS E DIFERIDAS EM SEÇÕES DE CONCRETO PROTENDIDO

##### DADOS INICIAIS DO PROJETO

Obra: PONTE SOBRE O CÔRREGO SANTO ANTÔNIO  
 Empresa: C.O.M. PROTENDE  
 Projetista: CLEYTON DE OLIVEIRA MARIZ  
 Data: 06/07/2019  
 Comprimento da viga: 30 m

##### DADOS DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Tipo da Seção Transversal: T  
 Área da Seção Transversal: 2,2 m<sup>2</sup>  
 Centro de Gravidade (Ycg): 1,3 m  
 Momento de Inércia (Ix): 1,063 m<sup>4</sup>

##### MATERIAIS

Tipo do Concreto: C40  
 Tipo de Cimento: CIMENTO CPIII e CPIV  
 Agregado do Concreto: GRANITO E GNAISSE  
 Aço de Protensão: CP 210 RB  
 Tempo para Execução da Protensão: 15 dias  
 Slump: 10 cm

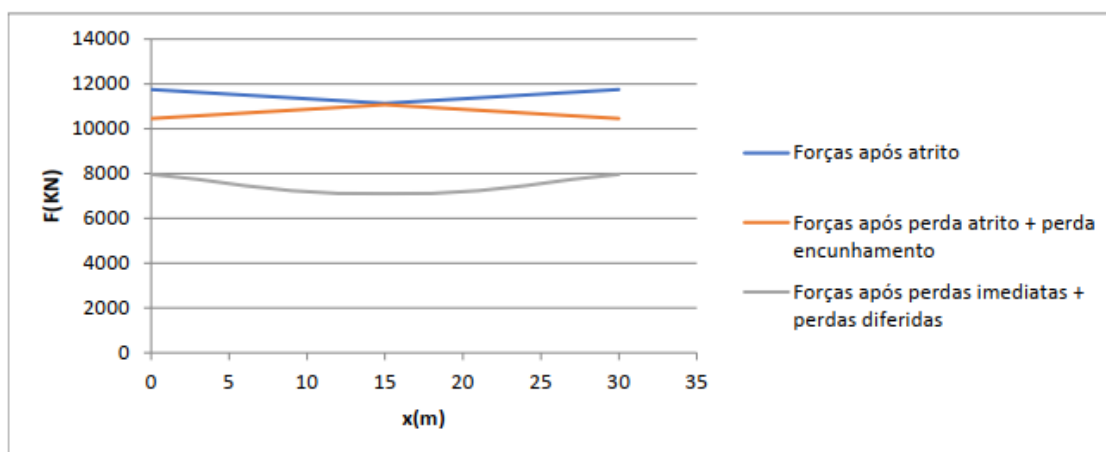
##### DADOS DO AMBIENTE E ANCORAGEM

Penetração da Cunha: 6 cm  
 Temperatura: 30 °C  
 Umidade: 60 %

##### DADOS DO CABO 1

Comprimento total do cabo: 30,07 m  
 Comprimento de ancoragem do cabo: 15 m  
 $N_{ap,eq}$  : 11.102,85 KN  
 Alongamento do cabo: 0,1048 m /extremidade com ancoragem ativa  
 Área de Aço: 0,0084 m<sup>2</sup>

x(m)	y(m)	Ângulo(rad)	F <sub>MACACO</sub> (KN)	F <sub>ATRITO</sub> (KN)	%F <sub>ATRITO</sub>	F <sub>IMEDIATA</sub> (KN)	%F <sub>IMEDIATA</sub>	F <sub>FINAL</sub> (KN)	%F <sub>FINAL</sub>
0,00	1,20	-0,12	11.750,00	11.750,00	0,00	10.455,70	11,02	7.963,94	32,22
3,00	0,88	-0,10	11.750,00	11.624,02	1,07	10.581,68	9,94	7.736,31	34,16
6,00	0,62	-0,07	11.750,00	11.499,30	2,13	10.706,40	8,88	7.458,39	36,52
9,00	0,44	-0,05	11.750,00	11.375,85	3,18	10.829,85	7,83	7.232,57	38,45
12,00	0,34	-0,02	11.750,00	11.253,68	4,22	10.952,02	6,79	7.107,73	39,51
15,00	0,30	0,00	11.750,00	11.132,80	5,25	11.072,90	5,76	7.104,31	39,54
18,00	0,34	0,02	11.750,00	11.253,68	4,22	10.952,02	6,79	7.107,73	39,51
21,00	0,44	0,05	11.750,00	11.375,85	3,18	10.829,85	7,83	7.232,57	38,45
24,00	0,62	0,07	11.750,00	11.499,30	2,13	10.706,40	8,88	7.458,39	36,52
27,00	0,88	0,10	11.750,00	11.624,02	1,07	10.581,68	9,94	7.736,31	34,16
30,00	1,20	0,12	11.750,00	11.750,00	0,00	10.455,70	11,02	7.963,94	32,22



DADOS DO CABO 2

Comprimento total do cabo: 30,06 m

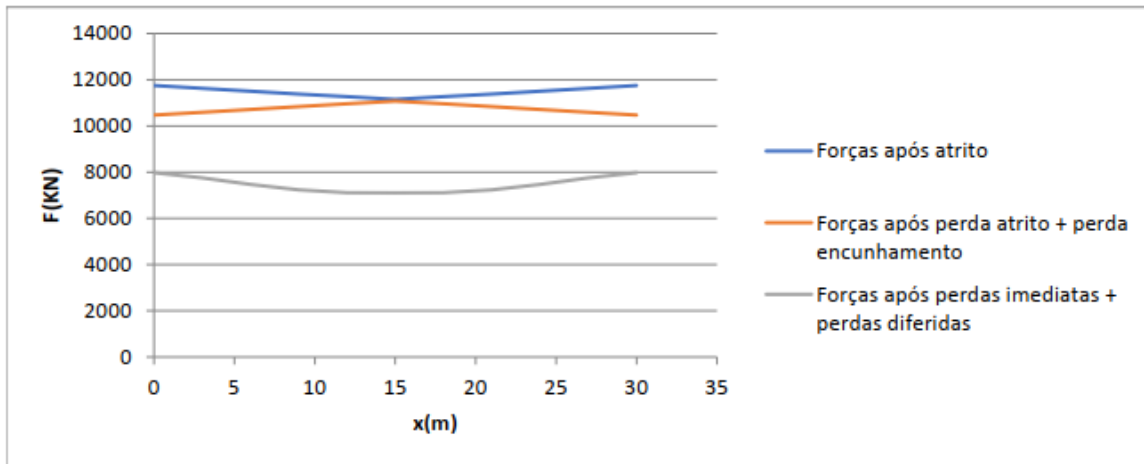
Comprimento de ancoragem do cabo: 15 m

$N_{ap,eq}$  : 11.110,32 KN

Alongamento do cabo: 0,1048 m /extremidade com ancoragem ativa

Área de Aço: 0,0084 m<sup>2</sup>

x(m)	y(m)	Ângulo(rad)	F <sub>MACACO</sub> (KN)	F <sub>ATRITO</sub> (KN)	%F <sub>ATRITO</sub>	F <sub>IMEDIATA</sub> (KN)	%F <sub>IMEDIATA</sub>	F <sub>FINAL</sub> (KN)	%F <sub>FINAL</sub>
0,00	1,00	-0,11	11.750,00	11.750,00	0,00	10.470,64	10,89	7.976,33	32,12
3,00	0,69	-0,09	11.750,00	11.627,06	1,05	10.593,58	9,84	7.746,45	34,07
6,00	0,46	-0,07	11.750,00	11.505,35	2,08	10.715,30	8,81	7.466,08	36,46
9,00	0,29	-0,05	11.750,00	11.384,85	3,11	10.835,79	7,78	7.237,77	38,40
12,00	0,18	-0,02	11.750,00	11.265,58	4,12	10.955,06	6,77	7.110,41	39,49
15,00	0,15	0,00	11.750,00	11.147,54	5,13	11.073,10	5,76	7.104,49	39,54
18,00	0,18	0,02	11.750,00	11.265,58	4,12	10.955,06	6,77	7.110,41	39,49
21,00	0,29	0,05	11.750,00	11.384,85	3,11	10.835,79	7,78	7.237,77	38,40
24,00	0,46	0,07	11.750,00	11.505,35	2,08	10.715,30	8,81	7.466,08	36,46
27,00	0,69	0,09	11.750,00	11.627,06	1,05	10.593,58	9,84	7.746,45	34,07
30,00	1,00	0,11	11.750,00	11.750,00	0,00	10.470,64	10,89	7.976,33	32,12

Figura 13 – Relatório do *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019.

## 6 Validação dos resultados

A validação do *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019 se deu por meio de uma análise comparativa com os resultados do *software* T.P.B. – V.1.0 – 2013.

Nesta análise foram desconsideradas as perdas por encurtamento elástico do concreto e, ressalta-se que a formulação do *software* T.P.B. – V.1.0 – 2013 segue a NBR 6118 (ABNT, 2007) e o código modelo do Comité Euro-Internacional do Concreto (CEB/FIP) de forma que as perdas de força por relaxação, retração e fluência sofrerão alterações e conseqüentemente, a força final de protensão, conforme Mariz [10].

Conforme o Anexo B da NBR 5739 [11] o nível de confiabilidade de um ensaio pode ser analisado por meio do coeficiente de variação. A Tabela 5, de caráter informativo, apresenta uma avaliação estatística do nível de avaliação do ensaio.

Tabela 5 – Nível de confiabilidade pelo coeficiente de variação.

Coeficiente de variação (cve)				
%				
Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5
Excelente	Muito bom	Bom	Razoável	Deficiente
$cve \leq 3,0$	$3,0 < cve \leq 4,0$	$4,0 < cve \leq 5,0$	$5,0 < cve \leq 6,0$	$cve > 6,0$

Mariz [10] apresenta uma análise estatística da razão entre os resultados obtidos pela formulação exposta e os comparados, tendo as forças após as perdas imediatas e diferidas, um desvio padrão máximo de 0,0032, média aritmética simples equivalente a 1,0313 e coeficiente de variação igual a 0,3178%, o que se enquadra, conforme a Tabela 5, em um excelente nível de confiabilidade, apresentando assim relevante aproximação entre ambos os *softwares*.

## 7 Conclusão

Por meio deste trabalho é possível verificar a aplicabilidade da utilização de ferramentas computacionais de forma a minimizar o tempo para se obter as forças após perdas imediatas e diferidas para a pós-tração em vigas biapoiadas, com ancoragens ativas em ambas as extremidades. Vale ressaltar que grande parte dos *softwares* disponíveis no mercado são pagos, o que limita o acesso de pessoas. O *software* C.O.M. – V.1.0 – 2019, desenvolvido neste trabalho, é uma ferramenta gratuita e educacional destinada para a finalidade descrita acima e testada com excelente nível de confiabilidade com o *software* T.P.B. – V.1.0 – 2013.

De fato, a tecnologia empregada na engenharia de estruturas vem sendo desenvolvida e melhorada nas últimas décadas, o que tem se empregado, com maior quantidade, sistemas de protensão pois, as perdas são obtidas em tempo ínfimo, quando comparadas ao desenvolvimento manual de um processo algébrico.

Com a utilização do *Microsoft Excel*, comumente empregado nos escritórios de engenharia, e a programação em VBA, foi possível desenvolver um *software* que calcula as forças imediatas e diferidas de protensão, apresentando detalhamento dos resultados por meio da geração de relatório em formato PDF.

O *Visual Basic for Applications* possui controles, na caixa de ferramentas, de fácil manuseio que possibilita a criação de um *software* que exibe uma interface intuitiva para o usuário.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG, pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho, em especial à Diretoria Geral, Prof. Flávio Antônio dos Santos e Diretoria do Campus Curvelo representada pelos professores Marielle Hoalle Moreira Benevides Lage e Bruno da Cruz Pádua.

## Referências

- [1] ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [2] L. Cholfe, L. Bonilha. **Concreto Protendido: Teoria e Prática**. São Paulo: PINI Ltda, 2013.
- [3] R. P. SALES, Rogério Pedrosa. **UMA FERRAMENTA 3D, VIA WEB, PARA DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO COM ESBOÇO DA ARMADURA**. 2010. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.
- [4] W. Pfeil – **Concreto protendido: processos construtivos, perdas de protensão** / Walter Pfeil. – 3. ed. – Rio de Janeiro: EDC – Ed. Didática e Científica, 1991.
- [5] A. P. Machado. **Concreto Protendido - Notas de aulas**. Belo Horizonte: Papelaria Oficial Ltda, 2007. 272 p.
- [6] M. Menegatti. **A PROTENSÃO COMO UM CONJUNTO DE CARGAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES**. 2004. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- [7] H. C. Santos. **ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO SOB O EFEITO DO TEMPO: Uma abordagem consistente com consideração da viscoelasticidade, da plasticidade, da fissuração, da protensão e de etapas construtivas**. 2006. 160 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- [8] F. S. Rostásy, K.-CH. Thienel, K. Schütt: On prediction of relaxation of colddrawn prestressing wire under constant and variable elevated temperature. *Nuclear Engineering and Design*, v. 130, p. 221-227, 1991.
- [9] T. P. Bortone. **AValiação das tensões no estado limite de serviço em seções de concreto protendido**. 2014. 203 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- [10] C. O. Mariz. **ALGORITMO PARA CÁLCULO DAS PERDAS IMEDIATAS E DIFERIDAS PARA VIGAS BIAPOIADAS EM CONCRETO PROTENDIDO**. 2019. 100 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Centro Federal de Educação Tecnológica, Curvelo, 2019.
- [11] ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.