

## **AVALIAÇÃO NÚMERICA DA EFICIÊNCIA DO USO DE FIBRAS DE AÇO NO PROJETO DE SEÇÕES TRANSVERSAIS DE CONCRETO ARMADO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO**

**Ana Clara Pedras Bueno**

**Antônio Ribeiro de Oliveira Neto**

*aa.anabueno@gmail.com*

*antonioribeiro@cefetmg.br*

*Department of Civil Engineering and Environment – CEFET MG*

*Raymundo Mattoso street, 900, CEP 35790-000, Minas Gerais/ Curvelo, Brazil*

**Thiago Pena Bortone**

**Thiago Bomjardim Porto**

*thiago.bortone@cefetmg.br*

*thiago.porto@cefetmg.br*

*Department of Civil Engineering and Environment – CEFET MG*

*Raymundo Mattoso street, 900, CEP 35790-000, Minas Gerais/ Curvelo, Brazil*

**Abstract.** This paper presents a numerical evaluation of the efficiency of the use of steel fibers in reinforced concrete elements under bending with axial force in the Ultimate Limit State (ULS). The calculation of the strength of each cross section, is an iterative method that requires the integration of the stress in the area. This process is performed in a rigorous way using the algorithm implemented by Ribeiro [6][7] in Java programming language. In order to present the mechanical behavior of the fiber reinforced concrete (FRC) under tension, it is necessary to assume a constitutive law, since the use of steel fibers provides an increase of residual strength (Model Code 2010, RILEM TC 162-TDF). The parameters for the characterization of the compressive strength were obtained from the Brazilian Technical Standard NBR 6118 (ABNT [8]), and the tensile constitutive law was given by experimental results of Barros et. al. [9]. In this study, two cross sections of beams with usual dimensions of buildings and one cross section of bridge column were used. The sections strength are presented in the form of interaction diagrams for bending with axial forces, for fiber rates of 0 kg/m<sup>3</sup> (without fiber), 15 kg/m<sup>3</sup> and 30 kg/m<sup>3</sup>. The analysis of the results demonstrates an increase of the strength as a function of the fiber content in cases that there are regions under tension.

**Keywords:** Fiber reinforced concrete, Constitutive law, Interaction diagram

## **1 Introdução**

O emprego de materiais fibrosos para reforçar materiais de construção com características frágeis não é algo novo ou desconhecido. Nas últimas décadas houve um significativo avanço em pesquisas de materiais cimentícios reforçados com fibras, com destaque para o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) (BUTTIGNOL et al, [1]).

O CRFA é um material compósito caracterizado por uma maior resistência residual à tração, devido aos mecanismos de reforço fornecidos pela interceptação das fibras nas superfícies de fissura, que garantem uma distribuição de trinta mais favorável e limitam a largura da fissura (DI PRISCO et al., [2]). Do ponto de vista estrutural, a adição de fibras pode resultar em um aumento da capacidade resistente e ductilidade do elemento estrutural, extrapolando os limites de carga convencionais para manter as mesmas condições de serviço (PEREIRA, [3]).

O tipo de fibra (material constituinte, geometria e propriedades de interface com a matriz), a fração volumétrica e sua distribuição na matriz de concreto são fatores determinantes para o tipo de resposta do material no regime de pós-fissuração (FIGUEIREDO, [4]). O controle da formação e propagação das fissuras garante maior durabilidade e resistência ao concreto, além de proporcionar uma redução da permeabilidade, diminuindo o ingresso de umidade e agentes agressivos, responsáveis pela corrosão da armadura e degradação do concreto (BUTTIGNOL et al., [1]).

Ainda que, devido ao ganho de ductilidade, o CRFA possua maior capacidade de absorção de energia (tenacidade) em relação ao concreto convencional – o que permite um melhor desempenho estrutural frente a solicitações estáticas e dinâmicas, a dificuldade de avalia-lo e expressá-lo como um parâmetro útil para fins de projeto, por muito tempo resultou na baixa confiabilidade em seu uso como material estrutural (PRUDENCIO, [5]).

Por outro lado, segundo Buttignol et al. [1] a publicação de normas nacionais e recomendações práticas dos últimos anos, vem contribuindo para um dimensionamento com maior segurança, permitindo a redução de modelos empíricos e a emergência de novos procedimentos baseados em modelos numéricos e físicos.

Nesse sentido, o presente estudo apresenta uma avaliação numérica da eficiência do uso de fibras de aço em seções de concreto armado no Estado Limite Último (ELU) submetidas à flexão, realizada através do algoritmo implementado por Ribeiro [6][7] em linguagem de programação Java. Os parâmetros para caracterização da resistência à compressão foram obtidos da Norma Técnica Brasileira NBR – 6118 (ABNT, [8]), e a lei constitutiva à tração foi determinada a partir de dados experimentais obtidos por Barros et al. [9].

## **2 Descrição do modelo matemático**

O dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado submetidos à solicitação de flexão normal composta, inicia-se pela prescrição das dimensões da seção e a disposição da armadura para, posteriormente, calcular a área de aço necessária para que os esforços resistentes da seção se equilibrem com os esforços solicitantes.

A obtenção dos esforços resistentes se dá a partir do conhecimento da posição da linha neutra (LN), que neste caso, não apresenta solução explícita. Desse modo, o método de solução mais usual é iterativo, em que a posição da LN é prescrita e a capacidade resistente da seção correspondente a esta posição é calculada. Variando-se a posição da LN, obtém-se um conjunto de pontos que compõem o diagrama de interação daquela seção.

Os métodos necessários para o cálculo dos esforços resistentes e para a composição do diagrama de interação são tarefas que compõem a rotina principal do algoritmo.

Assim, de acordo com Ribeiro [6][7], para o caso em que se deseja o diagrama de interação, ordenam-se as principais tarefas dessa rotina:

- i) Prescrição da direção da LN, que varia entre 0 e  $2\pi$ .
- ii) Obtenção das coordenadas geométricas, tanto do contorno quanto das barras de aço, em um sistema  $\xi, \eta$ , no qual a origem está no centro geométrico da seção e o eixo  $\xi$  paralelo à LN.
- iii) Prescrição da coordenada (profundidade) da LN no sistema  $\xi, \eta$ , representada por  $\eta_{LN}$  (Fig.1).
- iv) Determinação do estado de deformação da seção, ou seja, a “Reta de deformação” mostrada na Fig.1, obtida a partir de dois pontos. Sendo que, o primeiro se deve à posição da LN, que é estabelecido por  $\eta_{LN}$ , e o segundo é dado, geralmente, pela fibra mais comprimida, situada na posição  $\eta_{CC}$  e sua deformação é  $\varepsilon_{CC}$ , que é um parâmetro de dimensionamento. Por exemplo, em seções parcialmente comprimidas, para concreto com  $f_{ck} \leq 50MPa$ ,  $\varepsilon_{CC} = 3,5\%$ .
- v) Divisão da seção em polígonos baseando-se na lei constitutiva do concreto. Por exemplo, na Fig.1 a lei de compressão é um conjunto de duas funções, logo a área comprimida da seção deve ser dividida em dois polígonos. Já a lei constitutiva para o concreto tracionado, é um conjunto de três funções, assim, a área tracionada da seção deve ser dividida em três polígonos. Esse processo de faz necessário para integração numérica das tensões na seção transversal utilizando as Eq. (2), que são obtidas aplicando-se o teorema de Green nas Eq. (1).

$$\begin{aligned}
 NR^C &= \int_A \sigma(\eta) dA \\
 MR_\xi^C &= \int_A \eta \sigma(\eta) dA \\
 MR_\eta^C &= - \int_A \xi \sigma(\eta) dA
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 NR^C &= \oint_\eta \xi \sigma(\eta) d\eta \\
 MR_\xi^C &= \oint_\eta \xi \eta \sigma(\eta) d\eta \\
 MR_\eta^C &= - \oint_\eta \frac{\xi^2}{2} \sigma(\eta) d\eta
 \end{aligned} \tag{2}$$

- vi) Cálculo da normal resistente devido ao concreto e ao aço, utilizando a primeira equação das Eq. (2) e Eq. (3), respectivamente. Essas equações foram implementadas, e solicitadas por um método que soma os valores e verifica a convergência entre a força normal dada e a força normal calculada. Caso não haja convergência, executa-se novamente o processo a partir da terceira etapa. Ressalta-se, que a posição da LN neste momento, não é prescrita, mas obtida pelo método da bissecante, como descrito por Araújo [10].

$$\begin{aligned}
 NR^\alpha &= \sum_{i=1}^{\eta_b} A_{si} \sigma(\eta_i) \\
 MR_\xi^\alpha &= \sum_{i=1}^{\eta_b} \eta_i A_{si} \sigma(\eta_i) \\
 MR_\eta^\alpha &= - \sum_{i=1}^{\eta_b} \xi_i A_{si} \sigma(\eta_i)
 \end{aligned} \tag{3}$$

- vii) Cálculo dos momentos no sistema  $\xi, \eta$  utilizando a segunda e terceira expressões da Eq. (2) e da Eq. (3), referentes ao concreto e ao aço, respectivamente, quando houver convergência na etapa anterior.
- viii) Transformação dos momentos no sistema  $\xi, \eta$  para o sistema  $x, y$ .

ix) Incremento do valor  $\alpha = 2\pi$  radianos.

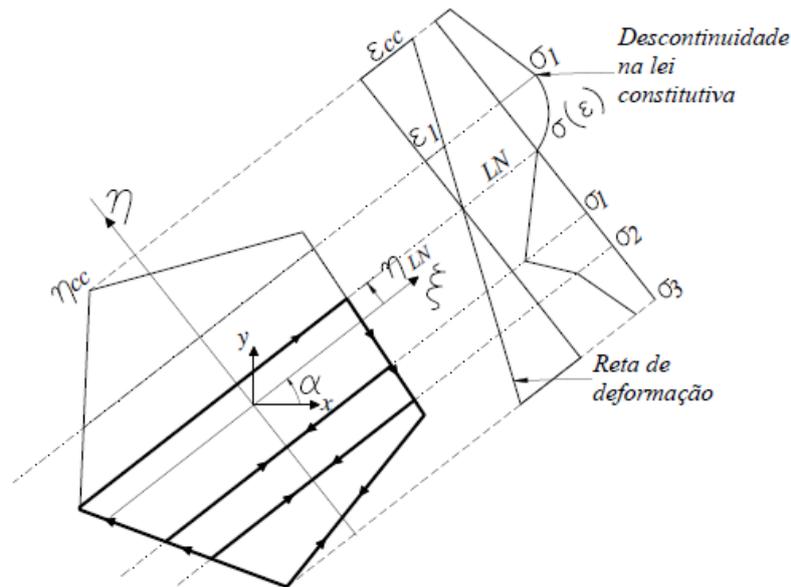


Figura 1. Processo de divisão da seção em polígonos

### 3 Leis Constitutivas

As propriedades dos materiais, necessários ao cálculo dos esforços resistentes, podem ser resumidas a aquelas necessárias à construção do diagrama tensão-deformação. Sendo assim, serão apresentadas as leis constitutivas utilizadas para descrever o comportamento do concreto e do aço, à compressão e a tração.

#### 3.1 Concreto à compressão

##### 3.1.1 Diagrama Parábola Retângulo

O diagrama tensão-deformação conhecido por Parábola Retângulo é adotado por vários autores, podendo ser consultado nas normas NBR – 6118 (ABNT, [8]) e EN1992-1-1 [11]. É composto por duas funções polinomiais, sendo que a primeira possui grau dependente da resistência à compressão do concreto, e a segunda uma reta constante, algumas vezes simplificado por um diagrama retangular.

A Fig.2 ilustra o diagrama tal como apresentado pela NBR-6118 (ABNT, [8]), com o trecho polinomial expressão pela Eq. (4). Ressalta-se que a característica parabólica ocorre no primeiro trecho da lei apenas para concretos com  $f_{ck} \leq 50MPa$ , para os demais, o expoente da função é menor que dois, sendo incorreto denominar o diagrama de Parábola Retângulo, adota-se, entretanto, esse termo por ser comumente usado na literatura.

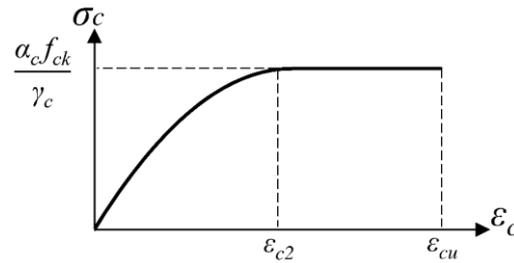


Figura 2. Diagrama tensão-deformação parábola-retângulo

$$\sigma_c = \frac{\alpha_c f_{ck}}{\gamma_c} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (4)$$

Onde,  $\epsilon_{c2}$  é a deformação do concreto quando a tensão atinge o valor máximo,  $\epsilon_{cu}$  é a deformação na ruptura,  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto,  $\alpha_c$  é o coeficiente de Rüsç e  $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração do concreto à compressão.

Os valores de  $\epsilon_{c2}$ ,  $\epsilon_{cu}$ ,  $\alpha_c$ , e  $n$  são dados na Eq. (5) para concretos com  $f_{ck} \leq 50MPa$  e na Eq.(6) para concretos com  $f_{ck} > 50MPa$ .

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= 0,002 \\ \epsilon_{cu} &= 0,0035 \\ \alpha_c &= 0,85 \\ n &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{c2} &= 0,002 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53} \\ \epsilon_{cu} &= 0,0026 + 35 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \\ \alpha_c &= 0,85[1 - (f_{ck} - 50)/200] \\ n &= 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4 \end{aligned} \quad (6)$$

## 3.2 Concreto à tração

### 3.2.1 Concreto com fibra

O concreto reforçado com fibras de aço, quando submetido à tração, apresenta o diagrama tensão-deformação apresentado na Fig. 3, sendo os parâmetros  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$  obtidos através de ensaios realizados por Barros et al. [9], e equações especificadas em RILEM TC-162 TDF [12] apud Barros et al. [9].

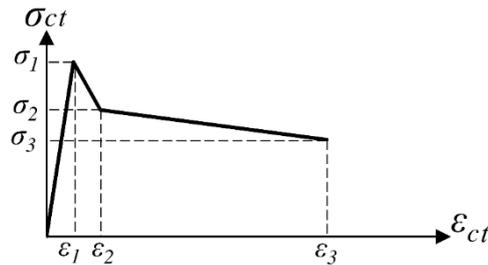


Figura 3. Diagrama tensão-deformação à tração do concreto com fibras

O diagrama é constituído por três trechos lineares, onde o primeiro, antes da tensão máxima ( $\varepsilon_c \leq \varepsilon_1$ ), não é influenciado pela adição das fibras, ou seja,  $\sigma_1$  e  $\varepsilon_1$  possuem o mesmo valor do que o concreto sem adição de fibras. De acordo com Banthia e Trottier [13] apud Guetti [14], após atingida a carga máxima, ocorre a propagação das fissuras, e então as fibras passam a contribuir no comportamento mecânico do concreto.

### 3.3 Aço

A descrição do aço pode ser aproximada ao comportamento elastoplástico perfeito, ilustrado na Fig. 4, tanto na tração quanto na compressão.

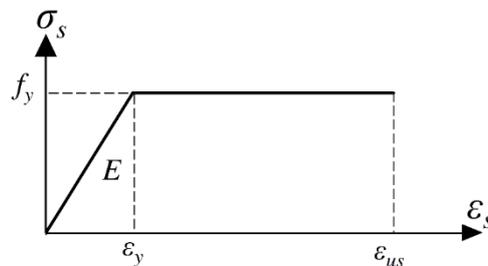


Figura 4. Diagrama tensão-deformação do aço segundo NBR-6118 (ABNT, [8])

Na Fig. 4,  $E$  é o módulo de elasticidade, geralmente iguais a 210 ou 200 GPa,  $f_y$  é a tensão de escoamento,  $\varepsilon_y$  é a deformação no início do patamar plástico e  $\varepsilon_{us}$  é a deformação limite, igual a 10%, como recomenda a NBR-6118 (ABNT, [8]).

O valor de  $f_y$  varia de acordo com o tipo de aço e no dimensionamento, deve ser dividido pelo coeficiente de minoração do material  $\gamma_s$ .

## 4 Estudo Numérico

No presente estudo, foram utilizadas seções transversais de vigas com dimensões usuais de edificações e uma seção transversal típica de um pilar de obras de grande porte, cujos materiais e geometria são caracterizados a seguir.

### 4.1 Materiais

Para o concreto comprimido foi considerado o diagrama parábola-retângulo, dado pelas equações Eq. (4) e Eq. (5). Tomando  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  e  $\gamma_c = 1,4$ , o diagrama tensão-deformação é ilustrado na Fig. 5.

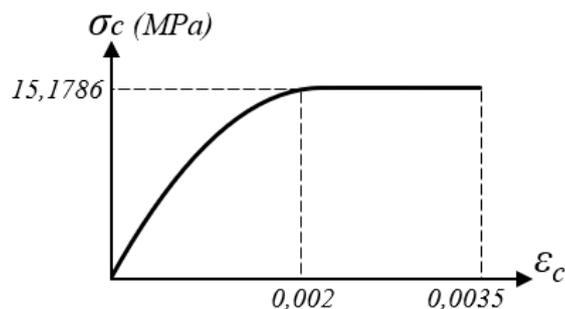


Figura 5. Lei constitutiva do concreto à compressão

Para o concreto tracionado considerou-se o diagrama do concreto com fibras proposto em RILEM TC-162 TDF [12] apud Barros et al. [9], onde foram avaliadas três hipóteses, comparando o aumento da fração volumétrica de fibras em relação ao momento resistente da seção. Foi utilizada a fibra de aço DRAMIX® RC 80/60 BN (Fig. 6) com comprimento ( $l_f$ ) de 60 mm, diâmetro ( $d_f$ ) de 0,75 mm e *aspect ratio* ( $l_f/d_f$ ) de 80.



Figura 6. Fibra de aço DRAMIX® RC 80/60 BN

- Hipótese 1: nesta hipótese foi utilizada uma taxa de adição de fibra de  $0 \text{ kg/m}^3$  (sem fibra), em tal caso, o diagrama tensão deformação à tração é desprezado.
- Hipótese 2: nesta hipótese foi utilizada uma taxa de adição de fibra igual a  $15 \text{ kg/m}^3$ , que corresponde a aproximadamente 0,613% em massa, considerando o peso específico do concreto igual a  $24 \text{ kN/m}^3$ . O diagrama tensão-deformação é descrito por  $\sigma_1 = 1,7192 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 0,49455 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = 0,41870 \text{ MPa}$ ,  $\varepsilon_1 = 0,07119\%$ ,  $\varepsilon_2 = 1,2\%$  e  $\varepsilon_3 = 104\%$ , ilustrado na Fig. 7.

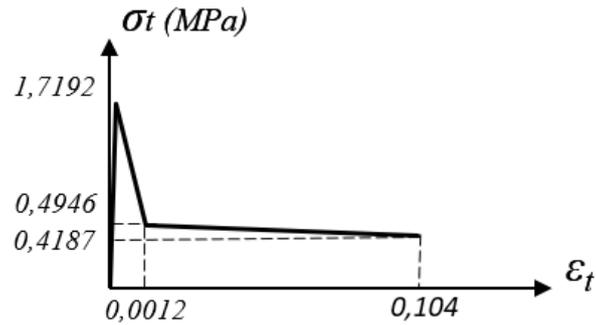


Figura 7. Lei constitutiva do concreto com taxa de adição de fibra de 15 kg/m<sup>3</sup>

- c) Hipótese 3: nesta hipótese foi utilizada uma taxa de adição de fibra de 30 kg/m<sup>3</sup>, que corresponde a aproximadamente 1,226% em massa, considerando o peso específico do concreto igual a 24 kN/m<sup>3</sup>. O diagrama tensão-deformação é descrito por  $\sigma_1 = 1,7192 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 0,8253 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_3 = 0,69872 \text{ MPa}$ ,  $\varepsilon_1 = 0,07119\%$ ,  $\varepsilon_2 = 1,2\%$  e  $\varepsilon_3 = 104\%$ , ilustrado na Fig. 8. Observa-se que a energia de fratura, representada pela área abaixo do gráfico após a tensão de pico, cresce em função do aumento da adição de fibras.

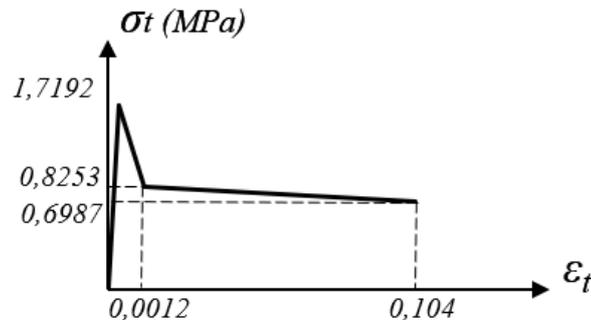


Figura 8. Lei constitutiva do concreto com taxa de adição de fibra de 30 kg/m<sup>3</sup>

Para o aço CA-50, foi considerado o comportamento elastoplástico perfeito, com módulo de elasticidade igual a 210000MPa e tensão de escoamento de 413,69 MPa, como apresentado na Fig. 9.

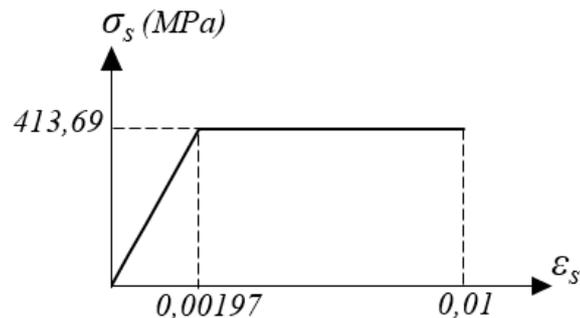


Figura 9. Lei constitutiva do aço

## 4.2 Geometria

Para esse estudo foram utilizadas três seções transversais apresentadas na Fig. 10. As seções A e B são seções típicas de vigas de edifício e a seção C de um pilar de ponte.

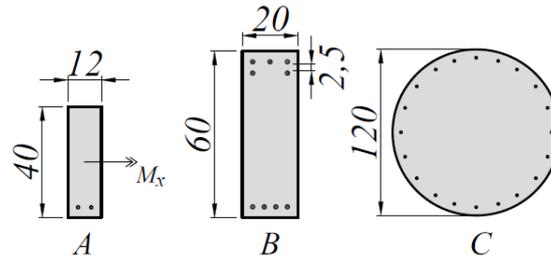


Figura 10. Seções transversais utilizadas.

A seção A possui duas barras de aço de diâmetro igual a 12,5 mm, com cobrimento de 2,5 cm, admitindo estribo de 0,5 cm. Já a seção B, possui nove barras de aço com 16 mm de diâmetro, cobrimento de 2,5 cm e estribo de 0,5 cm. A seção C possui vinte barras de aço igualmente espaçadas, de diâmetro igual a 20 mm, com cobrimento de 3 mm e estribo de 1 cm.

## 5 Análise e apresentação dos resultados

A Fig. 11 apresenta o diagrama de interação da seção A, submetida a flexão normal composta. Admitindo-se esforço axial nulo, por se tratar de uma viga, observa-se que o maior momento fletor resistente é negativo, uma vez que este traciona a região inferior da seção onde se encontram as barras de aço. Observa-se também um ganho de momento fletor resistente de 8,27% com acréscimo de 15 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço, e de 13,18% com acréscimo de 30 kg/m<sup>3</sup>.

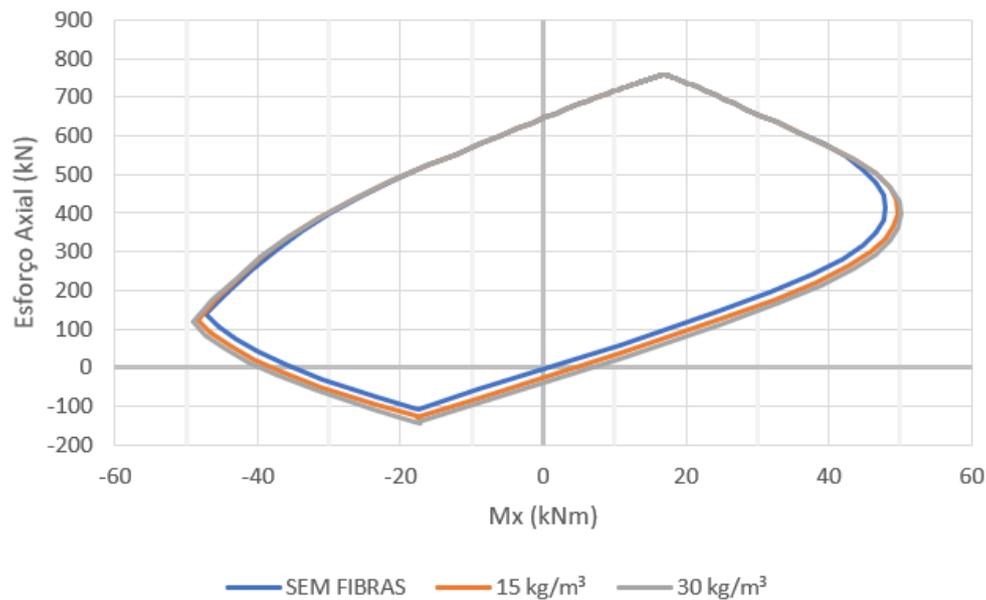


Figura 11. Diagrama de interação da seção A

O diagrama de interação da seção B é apresentado na Fig. 12, neste, para esforço axial nulo, o ganho de momento fletor resistente para  $M_x$  negativo foi de 7,23% com acréscimo de 15 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço, e de 11,64% com acréscimo de 30 kg/m<sup>3</sup>. Para o  $M_x$  positivo, o ganho de momento fletor resistente foi de 5,81% com acréscimo de 15 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço, e de 9,49% com acréscimo de 30 kg/m<sup>3</sup>. Como esperado, o ganho de resistência é maior para momentos negativos, uma vez que estes tracionam a armadura inferior e esta tem menor área de aço que a armadura superior, exemplificando a maior influência da fibra em regiões tracionadas e subarmadas.

Observa-se ainda que neste caso, o acréscimo de fibras de aço provocou um ganho de momento resistente menor do que o obtido pela seção A, que pode ser explicado pelo aumento da taxa de armadura, sendo esta igual à 0,5% na seção A e 1,5% na seção B.

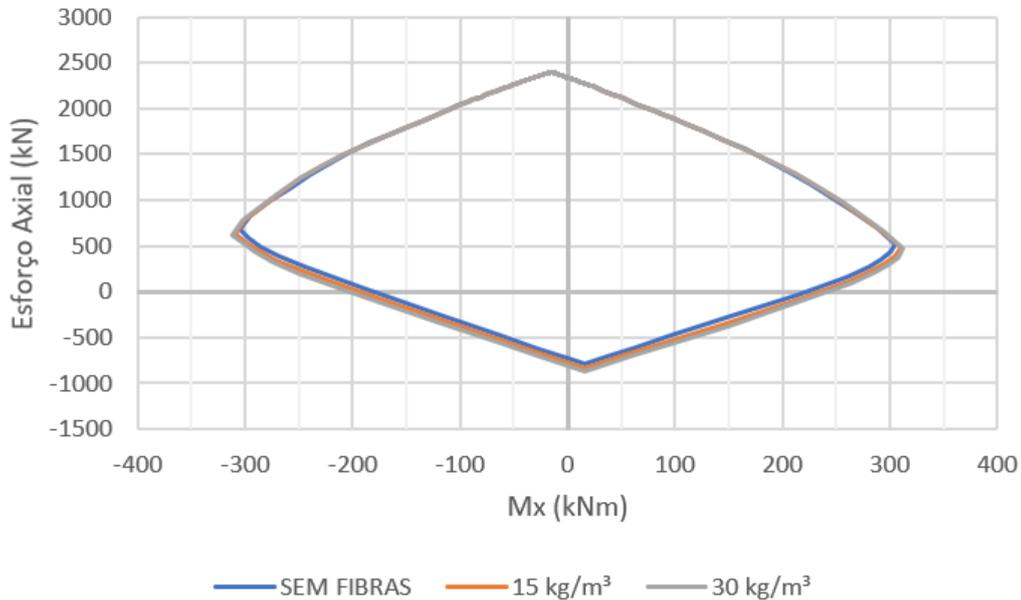


Figura 12. Diagrama de interação da seção B

A seção C apresenta diagrama de interação mostrado na Fig. 13. Admitindo-se que este pilar esteja submetido ao esforço axial de 3000 kN, o ganho de momento fletor resistente foi de 6% com acréscimo de 15 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço, e de 9,25% 30 kg/m<sup>3</sup>. Observa-se que se o pilar for submetido a um esforço axial maior que 12000 kN, o acréscimo de fibras não causará acréscimo de resistência da seção, isso ocorre porque o acréscimo do esforço axial de compressão diminui a área de concreto submetida à tração, situação na qual a fibra atua.

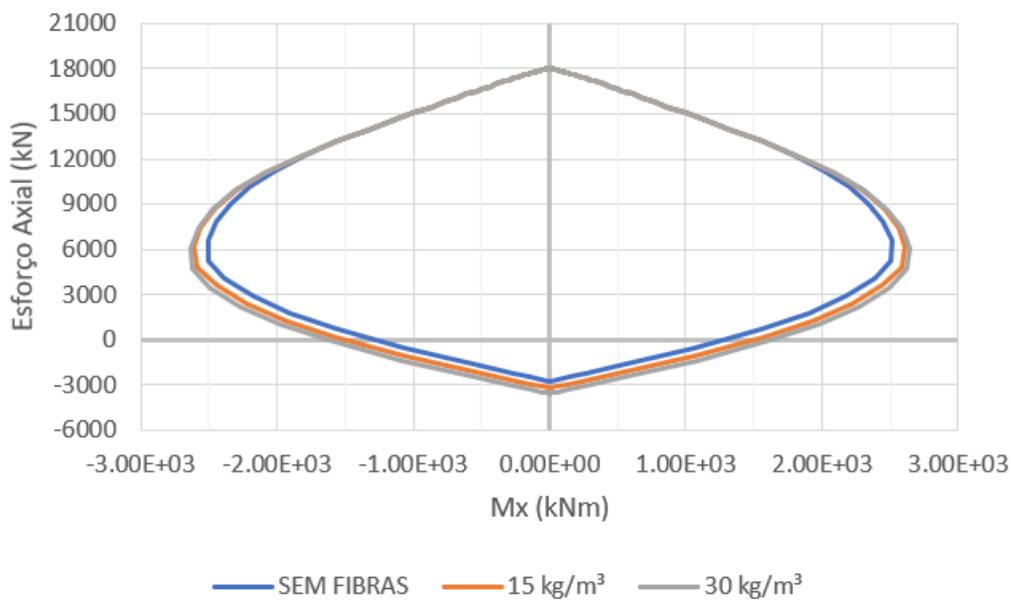


Figura 13. Diagrama de interação da seção C

## 6 Conclusão

De acordo com os resultados obtidos, verificou-se que, para seções transversais com presença de região tracionada, uma maior adição de fibras de aço proporciona um ganho de resistência última da peça. Nota-se, porém, que tal acréscimo não é proporcional ao aumento da fração volumétrica de fibras.

Nas seções de vigas estudadas (seções A e B), a seção que possuía menor taxa geométrica de armadura (seção A), apresentou maior percentual de crescimento de momento resistente devido ao acréscimo de fibras de aço.

Devido ao fato da influência de inúmeros fatores no acréscimo da resistência última da seção transversal, tais como: geometria, taxa geométrica e posicionamento de armadura passiva, taxa volumétrica de fibras, a análise da viabilidade da utilização de fibras de aço em estruturas de concreto armado demanda maior estudo numérico, aliado a um estudo experimental.

## 7 Referências

- [1] T. E. T. Buttignol, et al. Design of reinforced concrete beams with steel fibers in the ultimate limit state. *Ibracon Structures and Materials Journal*, v. 11, n. 5, pp. 997 – 1024, 2018.
- [2] M. di Prisco, G. Plizzari, L. Vandewalle: Fibre reinforced concrete: new design perspectives. *Materials and Structures*, 42(9), 2009, pp. 1261-1281.
- [3] E. V. Pereira. Influência de Fibras de Aço no Comportamento Mecânico e nos Mecanismos de Fissuração de Concretos Autoadensáveis. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, PUC-RJ, Brasil. 2017.
- [4] A. D. Figueiredo. Concreto com fibras. *Concreto: ciência e tecnologia*. São Paulo: Instituto Brasileiro de Concreto (IBRACON), 2011<sup>a</sup>. 1902p. cap 37.
- [5] L. Prudencio Jr, S. Austin, P. Jones, H. Armelin, and P. Robins, 2006. "Prediction of steel fibre reinforced concrete under flexure from an inferred fibre pull-out response." *Mater. Struct.*, 39 (290), 601-610.
- [6] A. Ribeiro, 2018. *Formulação e Implementação Computacional para Verificação e Composição de Ábacos de Seções de Concreto Armado Submetidas À Flexão Oblíqua Composta*. Tese de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- [7] A. Ribeiro, 2017. *Implementação Computacional de Métodos Para Obtenção de Esforços Resistentes de Seções de Concreto Armado Submetidas À Flexão Oblíqua Composta*. CILAMCE 2017. Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.
- [8] Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014. NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto – procedimento.
- [9] J. A. O. Barros, V. M. C. F. Cunha, A. F. Ribeiro, J. A. B. Antunes, 2005. 'Postcracking behaviour of steel fibre reinforced concrete'. *Materials and Structures*, vol. 38, pp. 47-56.
- [10] J. M. Araújo, 2014. *Curso de Concreto Armado*. Rio Grande, Dunas. Vol. 3, 3. Ed.
- [11] EN 1992-1-1, 2004. 'Eurocode 2: design of concrete structures – part 1-1'. European Committee for Standardization.
- [12] RILEM TC-162, 2014. 'Bond test for reinforcing'. Associação Brasileira de Normas Técnicas, p. 238.
- [13] N. Banthia, e J. M. Trottier, 1995. 'Concrete reinforced with deformed steel bers – part ii: Toughness characterization'. *ACI Materials Journal*, vol. 92(2), pp. 146-154.
- [14] P. C. Guetti, 2012. *Contribuição ao Estudo das Propriedades Mecânicas do Concreto Autoadensável e do Concreto Autoadensável Reforçado com Fibras de Aço*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.