

MODELAGEM NUMÉRICA DA FASE DE PROPAGAÇÃO DA CORROSÃO INDUZIDA POR CLORETOS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Éverton Souza Ramos

Matheus de Godoy Tavares

Rogério Carrazedo

evertonramos@usp.br.com

matheust@usp.br

rogcarrazedo@sc.usp.br

Universidade de São Paulo - USP; Escola de Engenharia de São Carlos - EESC

Av. Trabalhador São-Carlense, 400, CEP 13566-590, São Carlos, São Paulo, Brasil

Resumo. Com o crescimento da indústria da construção civil, o surgimento de patologias relacionadas à corrosão em estruturas de concreto armado se intensificou globalmente, motivando o desenvolvimento de ferramentas capazes de prever seu comportamento frente à durabilidade. A corrosão devido ao ingresso dos íons cloretos promove o cenário mais devastador à integridade dos elementos estruturais. Este fenômeno é caracterizado pela formação de pites nas barras de aço, promovendo uma corrosão localizada e não uniforme da seção transversal das armaduras. Neste contexto, o principal objetivo deste estudo é o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a análise do comportamento de estruturas de concreto armado sujeitas ao ataque de íons cloretos. A fim de modelar o fenômeno, é empregado o Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP) com formulação Lagrangiana total, considerando os efeitos advindos da não linearidade geométrica. A matriz de concreto e as armaduras são modeladas com elementos finitos triangulares bidimensionais. O acoplamento reforço/matriz é realizado por meio de técnica de embutimento. A não linearidade física do concreto é considerada com o emprego do modelo de dano de Mazars. Uma abordagem determinística é adotada para avaliar os efeitos deletérios do período de propagação. Assim, modelos presentes na literatura são selecionados para implementar as tensões expansivas provindas da formação dos produtos de corrosão e a redução da seção transversal das armaduras. Por fim, exemplos numéricos são expostos objetivando evidenciar a robustez do código desenvolvido e sua aplicabilidade na avaliação da vida útil das estruturas.

Palavras-chave: Corrosão por cloretos, Estruturas de Concreto Armado, Método dos Elementos Finitos Posicional, Modelo de Dano.

1 Introdução

O processo de degradação das estruturas de concreto armado pode ocorrer por distintos mecanismos de deterioração, tais como, o ataque de sulfatos, a reação álcali-agregado e a corrosão, sendo a última a mais recorrente. Os elevados custos com manutenção, reparo e prevenção de estruturas sujeitas à corrosão motiva o desenvolvimento de ferramentas numéricas capazes de prever seu comportamento mecânico frente às ações deletérias atuantes ao longo do tempo.

A corrosão das armaduras pode ser dividida em dois estágios: período de iniciação e período de propagação. O primeiro período corresponde ao tempo necessário para ocorrer a despassivação das armaduras, enquanto que o segundo está associado efetivamente ao processo corrosivo. A maioria dos métodos de previsão de vida útil considera a primeira fase, no entanto pode haver um acréscimo substancial de tempo para que a corrosão conduza a estrutura a um estado limite (RAUPACH, [1]).

Os principais agentes agressivos que desencadeiam o processo corrosivo são o CO_2 e os íons cloretos. A corrosão gerada pelo CO_2 é denominada de corrosão por carbonatação, em que a despassivação das armaduras é caracterizada pela perda de alcalinidade do concreto de cobertura. Este processo provoca a corrosão generalizada das armaduras, com a formação uniforme dos produtos de corrosão. A corrosão por cloretos decorre da migração e acúmulo destes íons na superfície do aço, promovendo a ruptura pontual da capa passivante. Neste caso é observado a distribuição não linear dos produtos de corrosão, e conseqüentemente das tensões internas transferidas para o concreto, o que dificulta sua modelagem numérica (MEIRA, [2]; RIBEIRO et al., [3]). Tal corrosão é classificada como localizada, formando pites de profundidade considerável nas armaduras, oferecendo maior grau de agressividade e intensificando os efeitos nocivos quando comparado com a corrosão por carbonatação (DUPRAT, [4]; CAO; CHEUNG, [5]).

O fenômeno da corrosão do aço no concreto possui natureza eletroquímica, caracterizada pela existência de reações de oxirredução. Deste modo, forma-se uma região anódica e outra catódica, com a circulação dos elétrons através das substâncias presentes na rede porosa do concreto, a qual se comporta como um eletrólito. Basicamente, este processo implica na formação de micropilhas na superfície do aço (CASCUDO, [6]; GENTIL, [7]). Como principais conseqüências, encontram-se a redução da área da seção transversal do aço e a formação dos produtos de corrosão, composto por uma variada gama de óxidos e hidróxidos. Tais produtos ocupam volume superior ao aço corroído, acarretando no surgimento de tensões expansivas na interface aço/concreto. Quando estas tensões atingem níveis superiores à resistência à tração do concreto de cobertura, desencadeia-se o processo de fissuração do material, que a depender da intensidade pode ocasionar o lascamento (*spalling*) do concreto de cobertura. Além da redução da capacidade mecânica das armaduras e a manifestação das tensões expansivas, a perda de aderência na interface aço/concreto é outro fator agravante. A formação dos produtos de corrosão e o desgaste superficial do aço afeta gradativamente a distribuição de tensões entre os meios, prejudicando sua aderência inicial (ROSENBERG et al., [8]; GONZALEZ et al., [9]). A Figura 1 apresenta a evolução do processo corrosivo induzido por íons cloretos, contemplando os estágios de iniciação e propagação da corrosão.

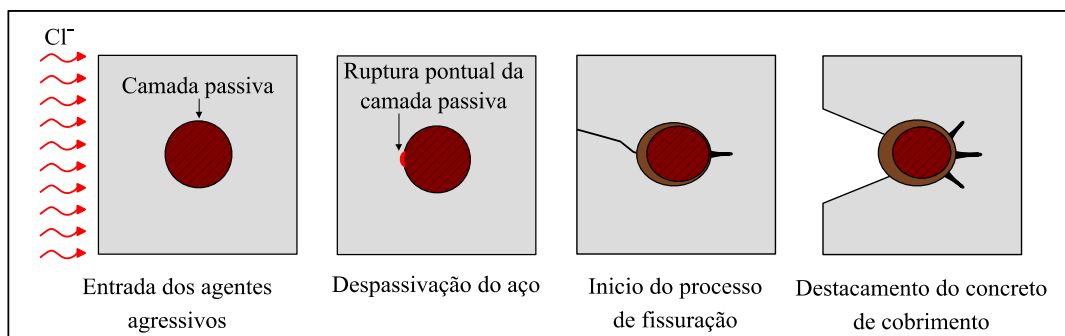


Figura 1. Evolução da corrosão por cloretos

O primeiro trabalho a considerar a presença das tensões expansivas atuantes no concreto de cobertura foi publicado por Bažant [10]. O autor empregou formulações advindas da teoria de cilindro de parede grossa para avaliar as tensões geradas pelos produtos de corrosão. Na ocasião o critério de falha estrutural assumido foi o surgimento da primeira fissura na superfície interna do cilindro. A descrição analítica do problema via teoria de cilindros de parede grossa também foi apresentada por Bhargava et al. [11], Zhao [12] e Maaddaay e Soudki [13].

Impulsionados pelo trabalho de Bažant, diversos pesquisadores conduziram estudos objetivando o desenvolvimento de modelos capazes de representar a fase de propagação da corrosão (LIU; WEYERS, [14]; MARTIN-PEREZ, [15]; PANTAZOPOULO; PAPOULIA, [16]; YUAN; JI, [17]; BALAFAS; BURGOYNE, [18]). Tais modelos foram propostos visando contribuir com a avaliação da vida útil das estruturas de concreto. Na literatura, alguns autores também empregaram a teoria da mecânica da fratura para representar o processo de propagação das fissuras geradas pela formação dos produtos de corrosão (CHEN; LEUNG, [19]; ZHANG; LING; GUAN, [20]; CHENG et al., [21]). A fissuração do concreto de cobertura é um dos parâmetros fundamentais no estudo da vida útil das estruturas sujeitas ao ataque de cloretos, uma vez que contribuem com o ingresso dos agentes agressivos (DE SCHUTTER, [22]; JI et al., [23]).

Neste contexto, os métodos numéricos assumiram papel de destaque nos centros de pesquisa, em especial, o Método dos Elementos Finitos. A incorporação de hipóteses, antes desconsideradas, auxiliou no desenvolvimento de modelos capazes de representar de forma mais realística as respostas do material, promovendo notáveis avanços nos estudos envolvendo o comportamento mecânico do concreto. Como alternativa ao MEF convencional, que emprega deslocamentos e giros como parâmetros nodais, surgiu o MEF em sua versão posicional, o qual adota posições e vetores generalizados como parâmetros nodais e considera naturalmente em sua formulação a não linearidade geométrica (BONET et al., [24]; CODA, [25]).

Na literatura, diversas técnicas são empregadas para a incorporação da rigidez das armaduras na matriz de concreto. Neste sentido, a técnica de embutimento demonstrou-se bastante eficiente na simulação de estruturas constituídas por materiais compósitos (VANALLI, [26]; SAMPAIO; PACCOLA; CODA, [27]; PACCOLA; PIEDADE NETO; CODA, [28]; PACCOLA; CODA, [29]). A principal motivação para a aplicação desta abordagem consiste na independência da geração das malhas do reforço associado ao fato de não haver a necessidade de incluir graus de liberdade adicionais ao problema.

O presente trabalho visa a modelagem do comportamento de estruturas de concreto armado frente à progressão da corrosão não uniforme induzidas por cloretos. A taxa de corrosão é estimada por meio de um modelo determinístico e a corrosão do aço avaliada por meio das leis de Faraday. A representação da redução da seção transversal das armaduras e a distribuição dos produtos de corrosão é realizada de acordo com o modelo semi elíptico proposto por Yuan e Ji [17]. Ressalta-se que a influência da perda de aderência entre os domínios não é considerada neste estudo. A modelagem numérica é realizada empregando o Método dos Elementos Finitos Posicional associado à técnica de embutimento para determinar os campos mecânicos do concreto armado. A não linearidade física do concreto é abordada via mecânica do dano, a fim de verificar a influência da corrosão na degradação mecânica do concreto de cobertura.

2 Modelagem numérica do concreto armado

Uma breve descrição das formulações implementadas para a simulação de estruturas de concreto armado é exposta neste item. O concreto armado é modelado por meio da associação do Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP) com a técnica de embutimento. O comportamento não linear físico do concreto é descrito pelo modelo de dano de Mazars. O código computacional foi desenvolvido em linguagem de programação Fortran, utilizando o ambiente de desenvolvimento integrado Microsoft Visual Studio em sua versão Community.

2.1 Modelagem de compósitos via MEFP

O modelo numérico desenvolvido baseia-se no Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP), proposto por Bonet et al. [24] e Coda [25]. Esta abordagem emprega posições e vetores generalizados como parâmetros nodais, ao contrário do método dos elementos finitos tradicional, que utiliza deslocamentos e giros. Sua formulação engloba naturalmente os efeitos provindos da não linearidade geométrica e utiliza uma descrição Lagrangiana total, em que o referencial adotado durante toda a análise corresponde à configuração indeformada do corpo. A fim de simular materiais compósitos, a incorporação do reforço no domínio é efetuada com o auxílio da técnica de embutimento. Assim, o equilíbrio é determinado por meio dos princípios energéticos, em que a minimização do funcional de energia mecânica é realizada em relação aos parâmetros nodais da matriz, conforme descrito na Eq. (1).

$$\delta\Pi = \left(\frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{U}_r}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{K}_m}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{K}_r}{\partial \vec{Y}_m} \right) \cdot \vec{\delta Y}_m = 0, \quad (1)$$

em que $\delta\Pi$ refere-se à variação da energia mecânica total, \mathcal{U}_m corresponde à parcela de energia de deformação desenvolvida na matriz cimentícia, \mathcal{U}_r representa a energia de deformação do reforço, \mathcal{P} é a energia potencial das forças externas, \mathcal{K}_m e \mathcal{K}_r referem-se respectivamente às parcelas de energia cinética da matriz e do reforço, \vec{Y}_m corresponde aos parâmetros nodais da matriz e $\vec{\delta Y}_m$ representa uma variação dos parâmetros nodais, a qual pode ser tomada como arbitrária. Desconsiderando os efeitos das forças inerciais, pode-se escrever a Eq. (2).

$$\frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{U}_r}{\partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \vec{Y}_m} = \vec{F}_m^{int}(\vec{Y}_m) + \vec{F}_r^{int}(\vec{Y}_r(\vec{Y}_m)) - \vec{F}^{ext} = \vec{0}, \quad (2)$$

em que \vec{F}_m^{int} corresponde às forças internas desenvolvidas na matriz, \vec{F}_r^{int} representa a contribuição das forças internas do reforço e \vec{F}^{ext} é o vetor de forças externas aplicadas na matriz.

A solução do sistema de equações não lineares apresentado na expressão anterior é determinada mediante o emprego do método iterativo incremental de Newton-Raphson. Efetuando uma expansão em série de Taylor e desconsiderando os termos de ordem quadrático ou superior escreve-se a Eq. (3).

$$\mathbf{H} \cdot \Delta \vec{Y} = - \left(\vec{F}_m^{int} + \vec{F}_r^{int} - \vec{F}^{ext} \right), \quad (3)$$

em que o vetor $\Delta \vec{Y}$ representa a correção dos parâmetros nodais e \mathbf{H} é a Hessiana ou matriz de rigidez tangente do problema, em que, para forças externas conservativas, se resume na segunda derivada da energia de deformação em relação aos parâmetros nodais, conforme revela a Eq. (4).

$$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 \mathcal{U}_m}{\partial \vec{Y}_m \otimes \partial \vec{Y}_m} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}_r}{\partial \vec{Y}_m \otimes \partial \vec{Y}_m}. \quad (4)$$

Nota-se, nas equações (1) a (4), que os termos estão escritos em função das posições nodais da matriz, o que provê a imersão dos elementos de reforço por embutimento. Desta forma, a configuração de equilíbrio é encontrada a partir de uma posição tentativa, a qual é inicialmente tomada como sendo a posição inicial ($\vec{Y}_{ten}^0 = \vec{X}$). A solução tentativa é melhorada por meio do vetor de correção ($\vec{Y} = \vec{Y}^0 + \Delta \vec{Y}$), originando uma nova iteração. Este processo é repetido até ocorrer a convergência dos resultados, a qual é satisfeita quando $|\Delta \vec{Y}|/|\vec{X}|$ for menor que um determinado parâmetro de tolerância previamente estabelecido.

Por se tratar de uma análise geometricamente exata, a medida de deformação não linear empregada é a deformação de Green-Lagrange. Como consequência da aplicação desta medida de deformação, devido ao princípio de conjugado energético, a tensão resultante é a de Piola-Kirchhoff de segunda espécie. Com relação a lei constitutiva, foi utilizada a lei de Saint-Venant-Kirchhoff, a qual associa linearmente a medida de deformação de Green com o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff.

Neste trabalho o concreto foi modelado com o emprego de elementos finitos triangulares bidimensionais com ordem de aproximação cúbica e 10 nós. Para a simulação das armaduras adotou-se aproximação linear considerando elementos bidimensionais de chapa com 3 nós.

Maiores detalhes referente à formulação posicional do método dos elementos finitos podem ser consultados em Coda [30]. Também recomenda-se os textos de Paccola, Piedade Neto e Coda [28] e Paccola e Coda [29] com relação à descrição da modelagem de sólidos reforçados com fibras e partículas, respectivamente.

2.2 Não linearidade física do concreto

A não linearidade física do concreto é considerada por meio dos conceitos da teoria da mecânica do dano, a qual é fundamentada nos princípios da mecânica do contínuo e da termodinâmica dos processos irreversíveis. Portanto, a evolução do processo de degradação mecânica do concreto é atribuída à progressão da microfissuração ocasionada pelas tensões de tração, tendo em vista a baixa resistência do concreto a tais solicitações.

Neste trabalho é implementado o modelo de dano escalar proposto por Mazars [31]. Apesar de ser considerado um modelo simplificado, o mesmo é muito difundido e aceito no meio científico, representando de forma adequada os processos mecânicos de degradação contínua do material. Este modelo possui o seguinte conjunto de premissas:

- As deformações permanentes advindas de uma possível situação de descarregamento são totalmente desprezadas;
- O dano ocorre somente por deformações que provocam alongamentos, ou seja, é necessário a existência de ao menos uma deformação positiva no tensor de deformações principais;
- O modelo de dano penaliza a rigidez do material igualmente em todas as direções, caracterizando-o como um modelo de dano isotrópico. Deste modo, a degradação material é representada por uma variável escalar de dano D ;
- A variável de dano pode assumir qualquer valor real no intervalo fechado de 0 a 1, em que $D = 0$ representa o estado de integridade material, enquanto que $D = 1$ corresponde à degradação total do elemento representativo de volume;
- A evolução da danificação ocorre sempre que for excedida uma determinada deformação equivalente. Devido ao fato de o critério de danificação ser escrito em termos das deformações, a aplicação de modelos de dano permite a determinação do trecho referente ao amolecimento (*softening*).

O modelo de dano de Mazars é caracterizado por assumir uma variável destinada a mensurar o estado de alongamento em um ponto do contínuo. Tal variável é denominada de deformação equivalente (ε_{eq}), a qual armazena a deformação permanente desenvolvida em função da evolução do estado de tensão. A deformação equivalente corresponde à norma euclidiana das deformações de alongamento do tensor de deformações principais, de acordo com a Eq. (5).

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{(\varepsilon_1)_+^2 + (\varepsilon_2)_+^2 + (\varepsilon_3)_+^2}, \quad (5)$$

em que as variáveis $(\varepsilon_i)_+$ referem-se às componentes positivas do tensor de deformações principais.

A partir da deformação equivalente, é possível escrever o critério de danificação material, o qual é expresso conforme a Eq. (6).

$$f(\varepsilon_{eq}, D) = \varepsilon_{eq} - \varepsilon_{lim}(D) \leq 0. \quad (6)$$

O parâmetro ε_{lim} representa a máxima deformação do histórico de deformações durante a fase de carregamento, definida como deformação limite. No início da análise, a deformação limite assume o valor da deformação correspondente à máxima tensão de tração de um ensaio de tração uniaxial do concreto (ε_{d0}). Com isto, a evolução do dano ocorre somente quando a ε_{lim} for superada pela deformação equivalente. Ressalta-se que, para deformações moderadas, a medida de deformação linear de engenharia, utilizada na mensuração de ε_{d0} , se confunde com a deformação de Green, dispensando a necessidade de efetuar uma correlação entre as diferentes medidas de deformação.

A lei de evolução é escrita em termos das taxas de variação temporal das deformações, conforme expresso nas Eq. (7) e Eq. (8), que são equivalentes às condições de complementariedade e consistência estabelecidas na teoria da plasticidade, ou seja, $\dot{D} \cdot f = 0$ e $\dot{D} \cdot \dot{f} = 0$.

$$\dot{D} = 0 \text{ se } f < 0 \text{ ou } f = 0 \text{ e } \dot{f} < 0, \quad (7)$$

$$\dot{D} = F\left(\varepsilon_{eq}, \dot{\varepsilon}_{eq+}\right) \text{ se } f = 0 \text{ e } \dot{f} = 0. \quad (8)$$

Na Eq. (8), $F(\varepsilon_{eq}, \dot{\varepsilon}_{eq+})$ é uma função contínua e positiva da deformação equivalente, definida em função de parâmetros numéricos intrínsecos do modelo de dano. Particularizando para os casos de tração e compressão uniaxial, considerando uma sollicitação monotonicamente crescente, pode-se escrever de maneira explícita as variáveis de dano D_T e D_C , como mostra as Eq. (9) e Eq. (10).

$$D_T = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_T)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_T}{e^{B_T(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})}}, \quad (9)$$

$$D_C = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_C)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_C}{e^{B_C(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{d0})}}, \quad (10)$$

em que A_T , A_C , B_T e B_C correspondem aos parâmetros internos do modelo de dano. As variáveis D_T e D_C são definidas para os casos de carregamentos monoaxiais. No entanto é possível estender a aplicação para o caso multiaxial por meio de uma combinação linear entre seus valores, dando origem a uma única variável de dano, conforme apresentada na Eq. (11).

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C, \quad (11)$$

em que os coeficientes α_T e α_C são calculados empregando as Eq. (12) e Eq. (13), propostas por Perego [32].

$$\alpha_T = \frac{\sum_i (\varepsilon_{Ti})_+}{\varepsilon_V^+}, \quad (12)$$

$$\alpha_C = \frac{\sum_i (\varepsilon_{Ci})_+}{\varepsilon_V^+}, \quad (13)$$

em que ε_V representa a deformação volumétrica de alongamento, dada pela Eq. (14).

$$\varepsilon_V^+ = \sum_i (\varepsilon_{Ti})_+ + \sum_i (\varepsilon_{Ci})_+. \quad (14)$$

O valor da variável de dano pode ser aplicado diretamente no tensor constitutivo elástico inicial do material (\mathbb{C}), objetivando penalizar uniformemente as propriedades elásticas. Assim, as tensões efetivas são determinadas de acordo com a Eq. (15).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}(1 - D) : \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (15)$$

De acordo com Felix [33], a expansão gerada pelos produtos de corrosão pode provocar o alívio das tensões em determinadas porções do material, fazendo com que algumas regiões do concreto passem do estado de compressão para o de tração. Logo, foi incorporado ao modelo de dano de Mazars a fase de descarregamento considerando as deformações permanentes, o qual ocorre de acordo com o módulo de elasticidade inicial.

3 Modelagem da corrosão não uniforme de estruturas de concreto armado

Com o objetivo de modelar os efeitos deletério gerados pela progressão da corrosão em função do tempo, é apresentado os modelos determinísticos incorporados ao modelo numérico empregado na

determinação dos campos mecânicos de estruturas de concreto armado, o qual foi apresentado anteriormente. Com isto, introduz-se inicialmente o modelo de corrosão empregado e em seguida apresenta-se os detalhes da implementação computacional referente ao acoplamento numérico.

3.1 Modelo implementado

A corrosão devido ao ataque de íons cloretos promove a formação não uniforme de produtos de corrosão ao redor da armadura, os quais imprimem, por consequência, tensões expansivas não uniformes no concreto. A modelagem do efeito expansivo pode ser consistentemente avaliada mediante a determinação da área de aço corroída. Para representar o fenômeno, neste trabalho é incorporado o modelo proposto por Yuan e Ji [17], fundamentado em análises experimentais. Os autores observaram a distribuição da camada dos produtos de corrosão ao longo do perímetro das armaduras. Este modelo pressupõe que a corrosão afeta apenas a metade da circunferência do aço mais próxima do cobrimento, ou seja, mais propensa a entrada dos agentes agressivos. A seção íntegra das armaduras assume o formato de uma semi elipse. A Figura 2 apresenta a área corroída de aço de acordo como o modelo proposto por Yuan e Ji [17].

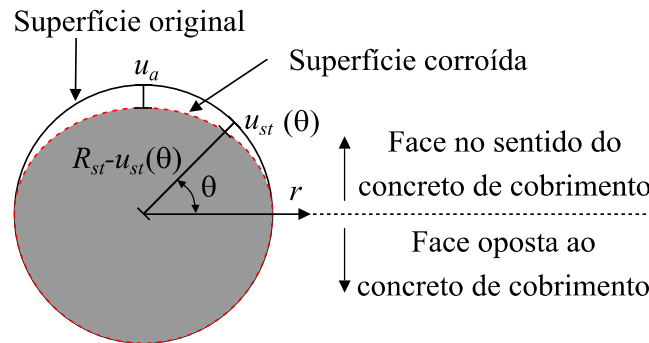


Figura 2. Configuração da seção transversal corroída

A redução do raio da barra de aço u_{st} é determinada por meio da Eq. (16), considerando o ângulo θ variando entre 0° a 180° .

$$u_{st}(\theta) = R_{st} - \frac{R_{st} \cdot (R_{st} - u_a)}{\sqrt{(R_{st} - u_a)^2 \cdot \cos^2 \theta + R_{st}^2 \cdot \sin^2 \theta}}, \quad (16)$$

em que R_{st} corresponde ao raio da armadura e u_a equivale à máxima espessura corroída.

Para a determinação da máxima espessura da camada de aço corroída, recorre-se às leis de Faraday propostas em 1894. Tais leis buscam descrever os processos relacionados às reações eletrolíticas, estabelecendo relações entre as massas das substâncias produzidas nos eletrodos e as quantidades de energia gastas. Assim a redução do raio da armadura pode ser estimada de forma aproximada pela Eq. (17) (CAO; CHEUNG, [5]; CHENG et al., [21], OŽBOLT; ORŠANIĆ; BALABANIĆ, [34]).

$$u_{st}(\theta, t_p) = \frac{\int_{t_i}^{t_p} i_{corr}(\theta, t_p) dt \cdot A}{Z_{Fe} \cdot F \cdot \rho_{st}}, \quad (17)$$

em que i_{corr} representa a densidade da corrente de corrosão ($\mu A/cm^2$), θ refere-se ao ângulo de corrosão em relação ao centro da armadura, t_p é o tempo de propagação da corrosão, dado em segundos, $A = 55,85 \text{ g/mol}$ corresponde à massa atômica do aço corroído, $Z_{Fe} = 2$ indica a valência da reação anódica, $F = 96485 \text{ C/mol}$ refere-se à constante de Faraday e $\rho_{st} = 7800000 \text{ g/m}^3$ é a densidade do aço.

Operacionalizando apenas as constantes presentes na Eq. (17), verifica-se que uma densidade de corrente unitária ($1 \mu A/cm^2$) acarreta uma redução de $11,5413 \mu m/ano$ (ou $0,0115413 \text{ mm/ano}$) do raio da armadura no ponto da superfície analisada. Este modelo é capaz de representar satisfatoriamente a

configuração da seção transversal corroída, no entanto apresenta como dificuldade a determinação da densidade da corrente de corrosão. Basicamente a Eq. (17) assume que cada ponto da superfície do aço está sujeito à uma determinada corrente de corrosão, a qual é função do ângulo e do tempo de iniciação. Com isto, a obtenção da corrente de corrosão torna-se demasiadamente complexa, sendo necessária introduzir outras abordagens, como as formulações exploradas por Cao e Cheung [5], fundamentadas nos princípios eletroquímicos.

No presente trabalho a densidade da corrente de corrosão é estimada por meio do modelo empírico proposto por Vu e Stewart [35]. Por não considerar o ângulo em relação ao centro da barra, seu valor é tomado como sendo o máximo atuante nas armaduras, correspondendo ao ponto da superfície do aço mais próximo do meio externo, ou seja, com um ângulo equivalente à $\theta = 90^\circ$ (ver Fig. 2). O modelo assume como fator limitante a disponibilidade de oxigênio na superfície do aço. Sua aplicação também é facilitada devido à existência de apenas dois parâmetros, a relação água/cimento e o cobrimento. Entretanto, sua formulação é baseada na consideração de uma umidade relativa próxima à 75% e temperatura ambiente na faixa de 20°C. Neste modelo a corrente de corrosão decresce exponencialmente com o tempo, ou seja, a corrosão é mais acelerada no início do processo, o que representa coerentemente a taxa de corrosão por cloretos. O cálculo da corrente de corrosão é efetuado conforme a Eq. (18).

$$i_{corr}(t_p) = \left[\frac{37,8 \cdot (1 - w/c)^{-1,64}}{x_c} \right] \cdot 0,85 \cdot t_p^{-0,29}, \quad (18)$$

em que w/c é a relação água/cimento e x_c é a espessura do concreto de cobrimento (mm). Ressalte-se que, para esta equação, o valor de t_p é expresso em anos. Integrando a densidade da corrente de corrosão em relação ao tempo obtém-se a Eq. (19).

$$\int_{t_i}^{t_p} i_{corr}(90^\circ, t_p) dt_p = \left[\frac{37,8 \cdot (1 - w/c)^{-1,64}}{x_c} \right] \cdot 1,19718 \cdot t_p^{0,71}, \quad (19)$$

Desta forma, aplicando a lei de Faraday (Eq. (17)), é possível determinar a máxima espessura da camada de aço corroída, correspondente à u_a . Com isto, a configuração da seção transversal da armadura corroída pode ser determinada empregando o modelo de Yuan e Ji [17] (Eq. (16)). Para avaliar a distribuição das tensões expansivas, pode-se correlacionar a perda de massa do aço com a geração dos produtos da corrosão. Alguns autores expõem que a taxa de expansão volumétrica n dos produtos de corrosão encontra-se entre 2 a 6 vezes o volume original do aço corroído (DU; JIN, [36]; VOŘECHOVSKÁ; VOŘECHOVSKÝ, [37]). Para este estudo adota-se $n = 3,0$, em concordância com Cheng et al. [21]. A esquematização da distribuição dos produtos de corrosão em função da área de aço corroída é revelada na Fig. 3.

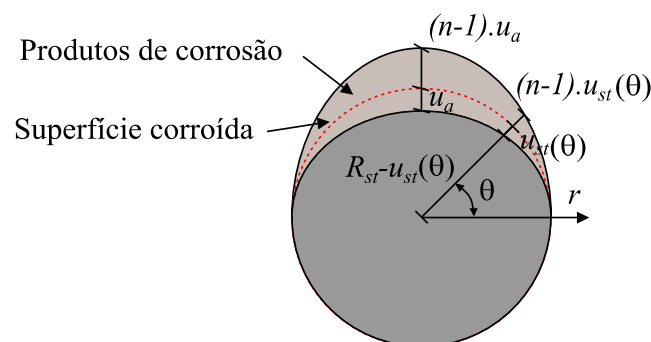


Figura 3. Distribuição dos produtos de corrosão

O deslocamento imposto no concreto de interface, devido à expansão dos produtos de corrosão em função do ângulo, é dado pela Eq. (20).

$$u_r(\theta) = (n - 1) \cdot u_{st}. \quad (20)$$

3.2 Acoplamento da corrosão ao modelo mecânico

Para considerar o problema de corrosão, as armaduras são modeladas como partículas, empregando elementos finitos de chapa. O modelo de corrosão é acoplado ao programa de elementos finitos por meio da imposição de deformações nas armaduras, a fim de representar a formação da camada dos produtos de corrosão. Assim, a transferência de esforços ocorre naturalmente para o concreto, uma vez que as partículas se encontram perfeitamente aderidas à matriz. Este comportamento é garantido pela técnica de embutimento utilizada, sendo a aderência contemplada por meio dos nós do reforço. Para isto realiza-se a decomposição aditiva do tensor de deformações de Green, conforme a Eq. (21), a qual é possível devido ao desenvolvimento de deformações moderadas.

$$E_{ij} = E_{ij}^0 - E_{ij}^r, \quad (21)$$

em que E_{ij} é o tensor de deformação de Green das partículas, E_{ij}^0 são as deformações elásticas iniciais e E_{ij}^r equivale às deformações induzidas pelos produtos de corrosão. A determinação de E_{ij}^r é realizada decompondo as deformações radiais calculadas para cada ponto de integração das partículas nas direções dos eixos globais do sistema referencial adotado. As deformações radiais E_r são obtidas segundo a Eq. (22).

$$E_r = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(R_{st} + u_r(\theta))^2 - R_{st}^2}{R_{st}^2} \right]. \quad (22)$$

A redução da área de seção transversal das armaduras é considerada com a ponderação do módulo de elasticidade longitudinal original. O processo de homogeneização da seção é expresso na Eq. (23).

$$\mathbb{E}_{eq} = \frac{\mathbb{E}_{st} \cdot (2 \cdot R_{st} - u_a) + \mathbb{E}_r \cdot n \cdot u_a}{(2 \cdot R_{st} - u_a + n \cdot u_a)}, \quad (23)$$

em que \mathbb{E}_{eq} corresponde ao módulo de elasticidade equivalente, \mathbb{E}_{st} representa o módulo de elasticidade do aço, \mathbb{E}_r refere-se ao módulo de elasticidade dos produtos de corrosão, admitido como 0,15 GPa, de acordo com Felix [33], e as demais referências simbólicas apresentam os mesmos significados expostos anteriormente.

4 Exemplos Numéricos

Com o intuito de validar a implementação do modelo numérico, dois exemplos são tratados neste trabalho. O primeiro busca analisar a consistência dos resultados perante os dados presentes na literatura, no que se refere à modelagem das tensões expansivas na seção transversal de elementos de concreto armado. No segundo exemplo o estudo é expandido para o caso de uma viga, a fim de analisar os efeitos deletérios da ação dos íons cloretos ao longo do tempo.

4.1 Validação do modelo de corrosão não uniforme: análise de seção transversal

Este exemplo busca retratar o ensaio experimental realizado por Ji et al. [38], visando validar a implementação numérica do modelo de corrosão não uniforme de Yuan e Ji [17]. Com o intuito de avaliar os efeitos gerados pela corrosão induzida por cloretos, Ji et al. [38] conduziram estudos experimentais em corpos de prova de concreto armado. Os corpos de prova foram confinados em um ambiente artificial com elevada concentração de íons cloretos para acelerar o processo de iniciação da corrosão. Após a despassivação das armaduras os mesmos foram expostos às condições externas, em que o período de propagação é avaliado em circunstâncias ambientais naturais. Este exemplo também foi estudado numericamente por Cao e Cheung [5], que abordaram o processo de formação e acúmulo dos produtos de corrosão por meio de análises eletroquímicas.

Os corpos de prova moldados apresentavam como dimensões 15x7x20 centímetros, representando

respectivamente a largura, altura e comprimento. Duas barras de aço com 1,2 cm de diâmetros foram imersas no concreto, com um cobrimento equivalente à 1,5 cm. Ressalta-se que apenas uma barra era suscetível ao fenômeno da corrosão, tendo em vista que a outra era constituída por um aço inoxidável. O concreto utilizado apresentava um fator água/cimento de 0,60. A Figura 4 apresenta a geometria dos corpos prova, destacando o posicionamento das armaduras.

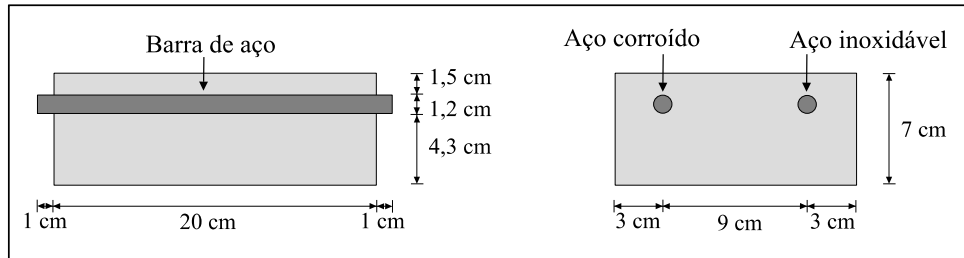


Figura 4. Configuração geométrica dos corpos de prova do ensaio experimental

Para a simulação do problema assume-se a mesma configuração estática adotada por Cao e Cheung [5]. Os detalhes do esquema estático e da malha de elementos finitos são apresentados na Fig. 5. A discretização da matriz de concreto foi realizada por 1281 elementos finitos triangulares com aproximação cúbica, resultando em uma malha composta por 5899 nós. Para armadura adotou-se 1408 elementos finitos triangulares com aproximação linear, totalizando 749 nós. Adotou-se uma espessura equivalente ao diâmetro da armadura, representando o comprimento médio do pite.

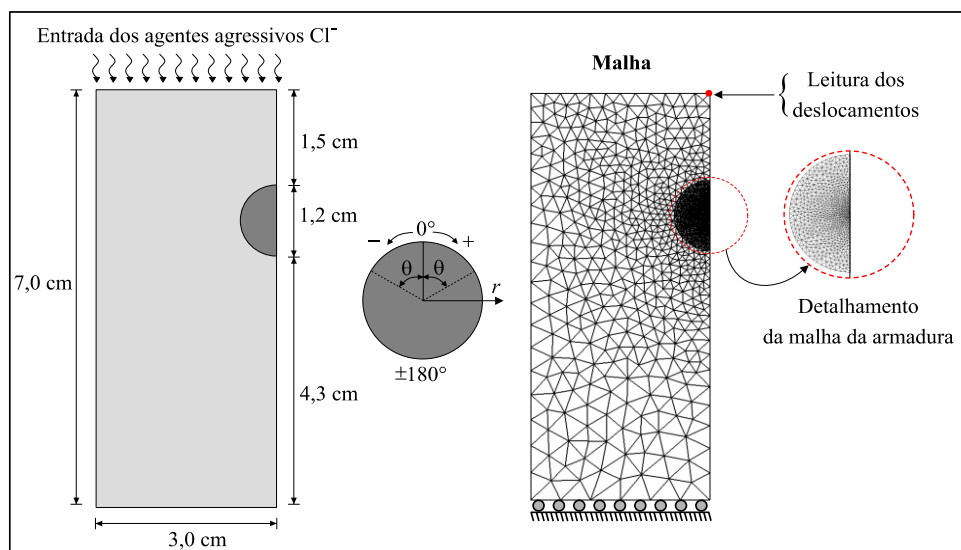


Figura 5. Geometria e malha de elementos finitos

O concreto empregado possui resistência à compressão de $f_{ck} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$, semelhante ao utilizado por Proença [39] em sua análise numérica de vigas de concreto armado através do modelo de dano de Mazars. Portanto os parâmetros de dano adotados são equivalentes aos estabelecidos no trabalho de Proença [39], que para um concreto com módulo de elasticidade longitudinal de $E_c = 2470 \text{ kN/cm}^2$ assumem os valores estabelecidos na Tabela 1. O coeficiente de Poisson adotado para concreto equivale à $\nu_c = 0,20$. O módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson adotados para o aço correspondem respectivamente à $E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_s = 0,00$.

Tabela 1. Parâmetros de dano

ϵ_{i0}	A_T	B_T	A_C	B_C
0,000067	0,995	8000	1,130	1643,5

A simulação numérica buscou analisar os efeitos expansivos no concreto gerados pela corrosão das armaduras em um período de 5 meses, a fim de comparar os resultados com as observações experimentais. Dois modelos foram avaliados, um desconsiderando o dano, assumindo comportamento elástico linear durante todo o processo, e o outro considerando a danificação material. Em ambas a análise foi efetuada com 100 passos de tempo.

A Figura 6 revela a evolução do processo de degradação material com o tempo de corrosão. O mapeamento da variável de dano é mostrado para 12, 30 e 150 dias. Ressalta-se que, para efeitos de pós-processamento, a variável de dano calculada originalmente nos pontos de integração é extrapolada para os nós dos elementos empregando a técnica dos mínimos quadrados.

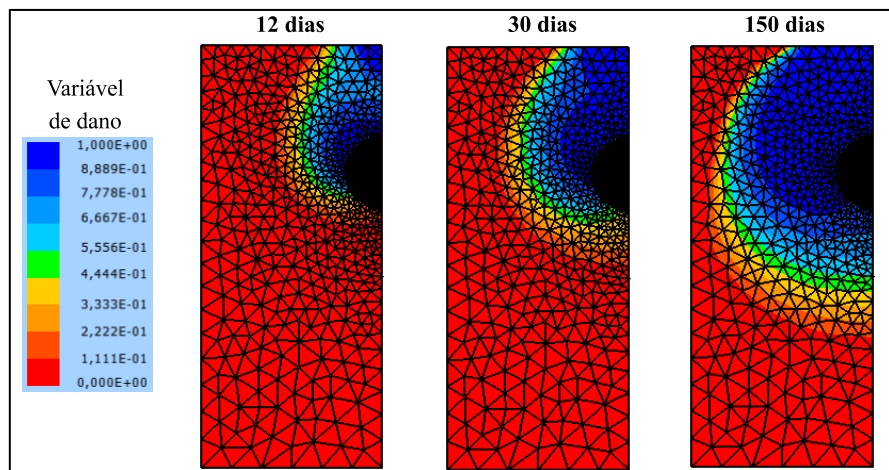


Figura 6. Evolução da variável escalar de dano

Observa-se que a propagação das pseudofissuras possui início em $\theta = \pm 45^\circ$, partindo da armadura. Após um certo tempo a região superior começa a se degradar, indicando a formação de uma fissura vertical partindo do concreto de cobertura e direcionando-se à armadura. Tal comportamento pode ser observado no trabalho de Nguyen et al. [40], conforme a Fig. 7, que simulou experimentalmente o processo de corrosão uniforme com corrente de corrosão acelerada e constante ao longo do tempo. Nota-se que com a progressão da corrosão surge um padrão de fissura na parte oposta ao concreto de cobertura. Este comportamento não é observado nos resultados numéricos obtidos, uma vez que o modelo empregado desconsidera a corrosão do aço na face oposta ao cobrimento, devido à baixa taxa de corrosão.



Figura 7. Comparação dos resultados: Força em função dos deslocamentos no meio do vão
Fonte: Nguyen et al. (2007)

Na Fig. 8 são apresentadas as curvas referentes à expansão imposta no concreto em função do ângulo, considerando a matriz danificada e não danificada. Os resultados obtidos são comparados com os auferidos experimentalmente por Ji et al. [38] e numericamente por Cao e Cheung [5]. Também é mostrado os valores analíticos, determinados considerando o modelo de semi-élipse de Yuan e Ji [17], empregando como parâmetro o máximo valor da espessura dos produtos de corrosão obtido experimentalmente. Os resultados obtidos apresentaram concordância com os valores provenientes da literatura. A consideração do dano elevou em 12,43 % o valor da máxima espessura da camada dos produtos de corrosão, e conseqüentemente dos deslocamentos do concreto. Nota-se que a incorporação do modelo de dano promoveu maior aderência dos resultados aos valores de referência.

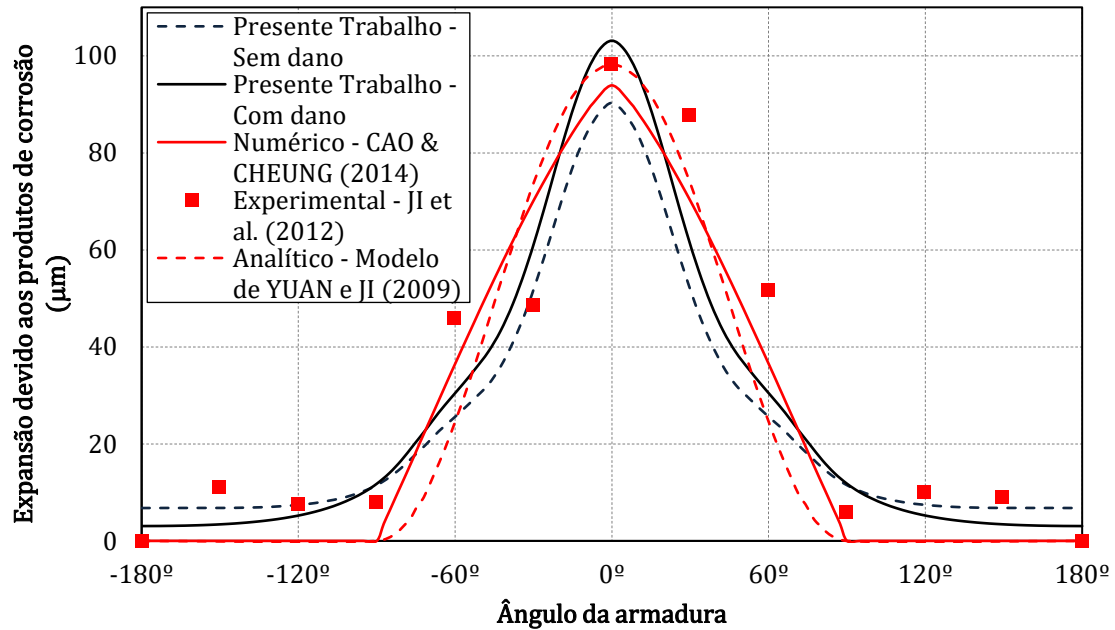


Figura 8. Expansão no concreto em função do ângulo de corrosão do aço

A Figura 9 apresenta os deslocamentos medidos na face superior da seção transversal (Ver Fig. 5) em função do tempo. Nota-se que no início do processo a taxa de crescimento dos deslocamentos foi maior, fato que pode ser atribuído ao modelo adotado para a corrente de corrosão sob condições naturais, que apresenta comportamento exponencial com valores mais elevados nos períodos iniciais. Pode-se também observar, quando comparando as duas curvas, que os resultados até o tempo de 0,70 meses foram aproximadamente iguais, apenas a partir deste ponto o concreto começa efetivamente a perder rigidez devido ao processo de microfissuração. No final da análise, o dano promoveu um aumento de 10,94 % nos deslocamentos auferidos.

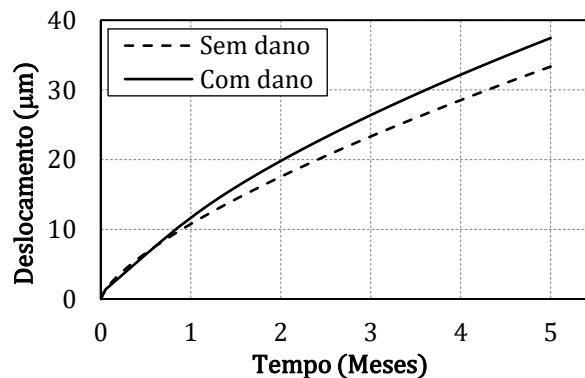


Figura 9. Deslocamentos da face superior em função da corrosão

Mediante as discussões expostas neste exemplo, pode-se concluir que o modelo de dano de Mazars representou de forma coerente a degradação mecânica do concreto em função da evolução do processo de corrosão não uniforme, decorrente da entrada de íons cloretos. Além da capacidade de analisar o comportamento não linear do concreto durante o processo corrosivo, o modelo é capaz de representar os locais onde ocorrerão as fissuras. Esta identificação é possível devido à localização do dano, no entanto é necessário avaliar a corrosão no início da fase de propagação.

Nota-se que, para ângulos inferiores a -90° e superiores a 90° , houve a presença das tensões expansivas no concreto. Este fato está associado à movimentação da partícula devido à imposição das deformações, em que apesar de ser imposta apenas na metade da armadura voltada para o concreto de cobertura, surge como reações, tensões internas no entorno da face oposta. Também é possível

verificar que, na face oposta ao cobrimento, o modelo considerando o dano resultou em valores menores de deslocamentos, sendo justificável pelo concreto de cobrimento oferecer menor resistência à expansão, reduzindo a reação mecânica na face oposta.

4.2 Modelagem da corrosão por pites em viga de concreto armado

Este exemplo visa demonstrar a potencialidade do código validado na análise do comportamento mecânico de uma viga de concreto armado sujeita à corrosão por íons cloretos. Ressalta-se que é avaliado apenas a aplicação do modelo numérico desenvolvido na fase de propagação do processo corrosivo, assumindo o início simultâneo da corrosão em todas as armaduras. As propriedades geométricas da viga são apresentadas na Fig. 10. Ressalta-se que a mesma foi dimensionada segundo a ABNT NBR 6118 [41].

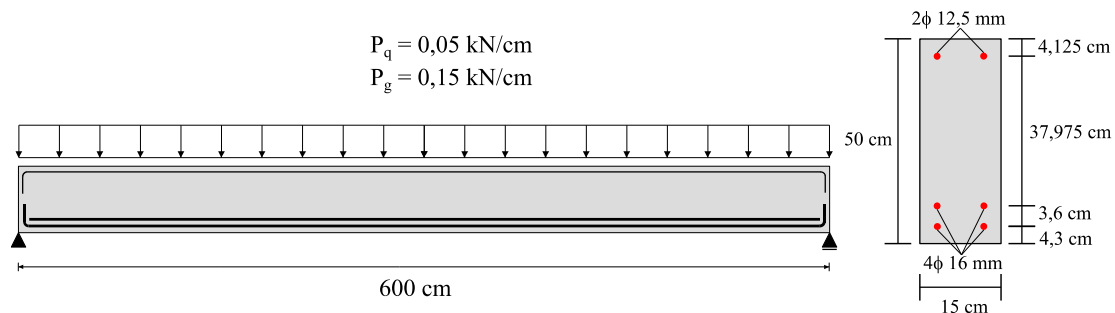


Figura 10. Propriedades geométricas e condições de carregamento da viga

Com relação às propriedades dos materiais, foi utilizado um concreto com $f_{ck} = 2,0 \text{ kN/cm}^2$, fator água/cimento de $w/c = 0,50$, módulo de elasticidade de $E_c = 2554,5 \text{ kN/cm}^2$ e coeficiente de Poisson $\nu_c = 0,20$, e para as armaduras considerou-se $E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$ e $\nu_s = 0,00$. A modelagem numérica da matriz de concreto foi efetuada empregando 2400 elementos finitos triangulares com ordem de aproximação cúbica, formando uma malha composta por 11191 nós. Para as armaduras utilizou-se 9840 elementos finitos bidimensionais triangulares com aproximação linear, totalizando 7389. A Figura 11 apresenta o detalhamento da malha de elementos finitos adotada, bem com o posicionamento dos extensômetros para efetuar a leitura dos deslocamentos.

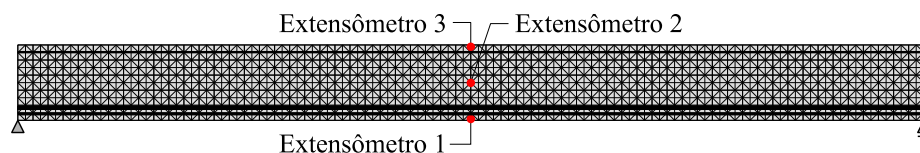


Figura 11. Malha de elementos finitos da viga

O modelo empregado na simulação da corrosão da seção transversal das armaduras foi adaptado para contemplar a corrosão por pites que ocorre longitudinalmente nas barras de aço. Para isto, foi adotado um comprimento de pite equivalente ao diâmetro das armaduras, assumindo um perfil de distribuição dos produtos de corrosão ao longo do comprimento igual a distribuição em função do ângulo da corrosão da seção transversal. A Figura 12 busca retratar a redução da área da seção transversal e a formação dos produtos de corrosão no perímetro equivalente ao comprimento do pite, na face da armadura voltada para o concreto de cobrimento.

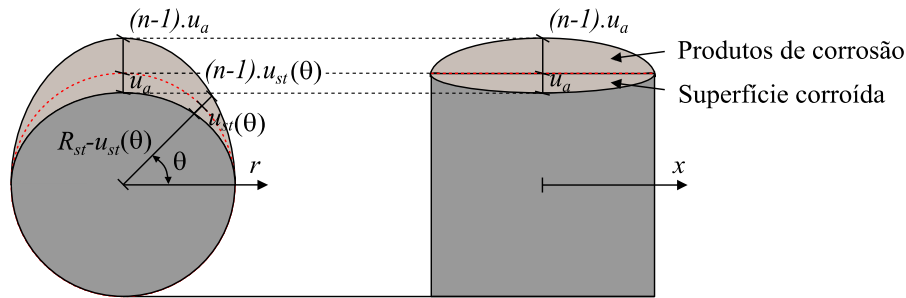


Figura 12. Características geométricas do pite

Para as análises foram consideradas duas situações, corrosão em todas as armaduras e corrosão apenas na armadura inferior. Os pites foram gerados em número aleatório, respeitando a quantidade máxima para cada uma das armaduras, L/ϕ , em que L corresponde ao comprimento da armadura e ϕ é o diâmetro da armadura, equivalente ao comprimento do pite. Para o caso da corrosão em todas as armaduras, foram gerados 489 pites, com 135 na primeira armadura inferior, referente a mais externa, 172 na segunda armadura inferior e 182 na armadura superior. A fim de comparação, a análise da corrosão atuando somente na armadura inferior foi realizada com a mesma distribuição, totalizando 304 pites. Ressalta-se que os pites foram incluídos em posições arbitrárias das armaduras.

Inicialmente foram conduzidas simulações numéricas com o concreto no regime elástico linear. Neste caso o carregamento foi efetuado em 10 passos de carga. Para a simulação do processo corrosivo, considerou-se um intervalo de tempo de 5 anos em que a análise incremental foi efetuada por meio de 50 passos de tempo. As Figuras 13 e 14 apresentam os deslocamentos decorrentes da corrosão ao longo do tempo. Na Fig. 13 são expostos os resultados referentes à corrosão em ambas armaduras e a Fig. 14 mostra os deslocamentos obtidos para o modelo com a corrosão atuando somente na armadura inferior.

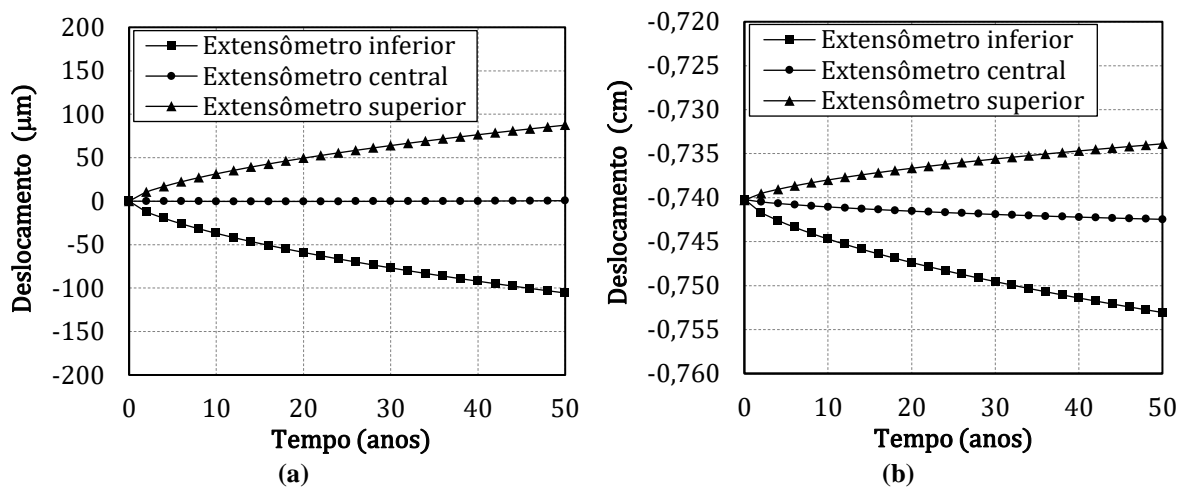


Figura 13. Deslocamentos obtidos na análise linear para a corrosão em ambas armaduras: (a) Sem carregamento; (b) com carregamento

Os resultados mostram que a expansão devido aos produtos de corrosão ocorre na direção do concreto de cobertura, evidenciando a correta implementação do modelo. Pode-se observar que o modelo com a corrosão atuando apenas na armadura inferior provoca pequena influência nos deslocamentos na face superior da viga.

A consideração da não linearidade física do concreto foi efetuada por meio do modelo de dano escalar de Mazars, com os mesmos parâmetros empregados no exemplo anterior. O carregamento foi realizado com 20 passos de carga e a corrosão imposta por 50 passos de tempo. A Figura 15 mostra o mapeamento da variável de dano para o modelo com a corrosão em todas as armaduras.

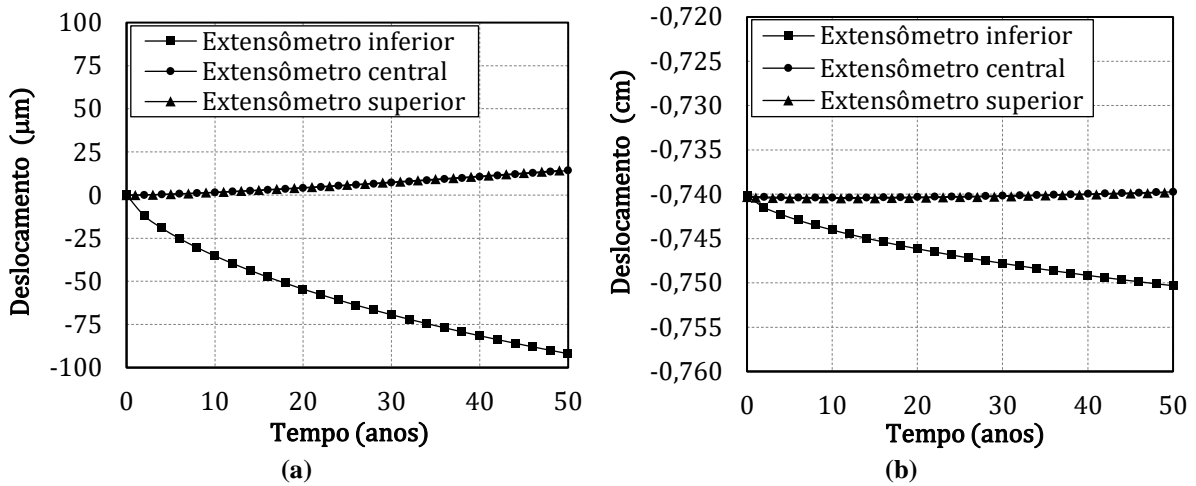


Figura 14. Deslocamentos obtidos na análise linear para a corrosão na armadura inferior: (a) Sem carregamento; (b) com carregamento

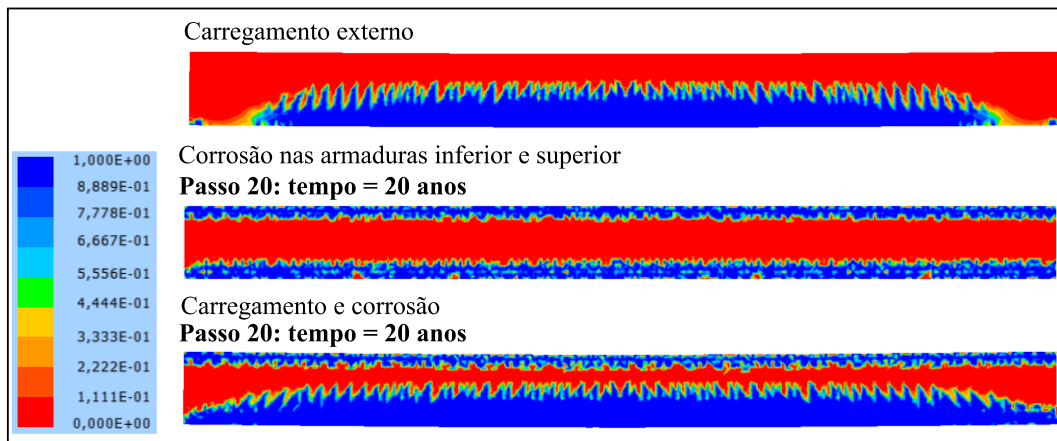


Figura 15. Mapeamento da variável de dano para a corrosão em todas as armaduras

Na Fig. 16 apresenta-se a curva referente aos deslocamentos resultantes em função do carregamento aplicado.

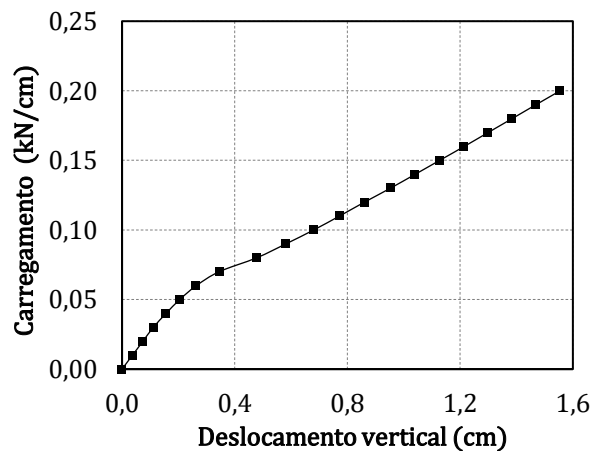


Figura 16. Deslocamentos obtidos no extensômetro inferior em função do carregamento aplicado

Os deslocamentos obtidos em função do tempo são expostos na Fig. 17, considerando ou não a presença do carregamento externo.

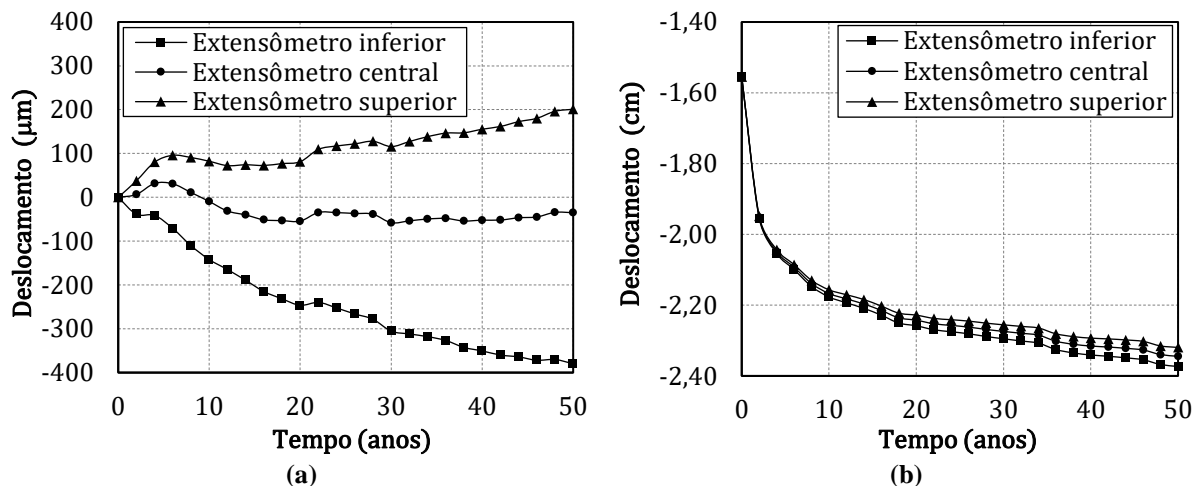


Figura 17. Resultados considerando o modelo de dano de Mazars para a corrosão em todas as armaduras: (a) Sem carregamento; (b) com carregamento

Por meio da Fig. 18 é possível visualizar a degradação mecânica do concreto para o modelo considerando somente a propagação da corrosão na armadura inferior.

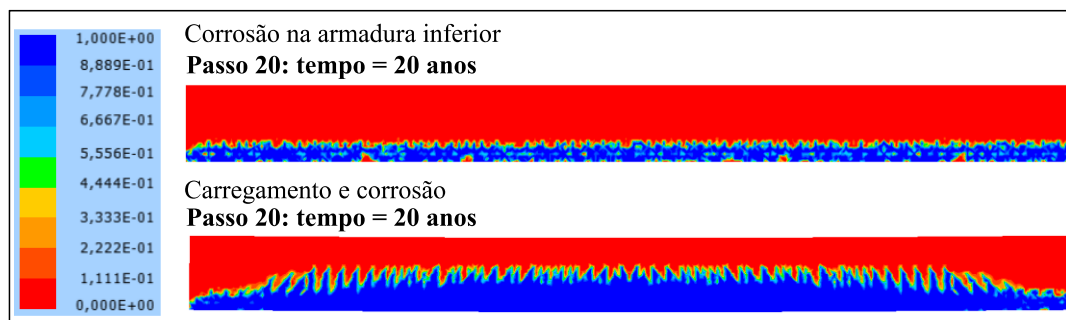


Figura 18. Resultados considerando o modelo de dano de Mazars

Os deslocamentos resultantes em função do tempo são expostos na Fig. 19. Destaca-se que os extensômetros central e superior apresentaram valores muito próximos, demonstrando que a expansão ocorre integralmente no sentido do concreto de cobertura.

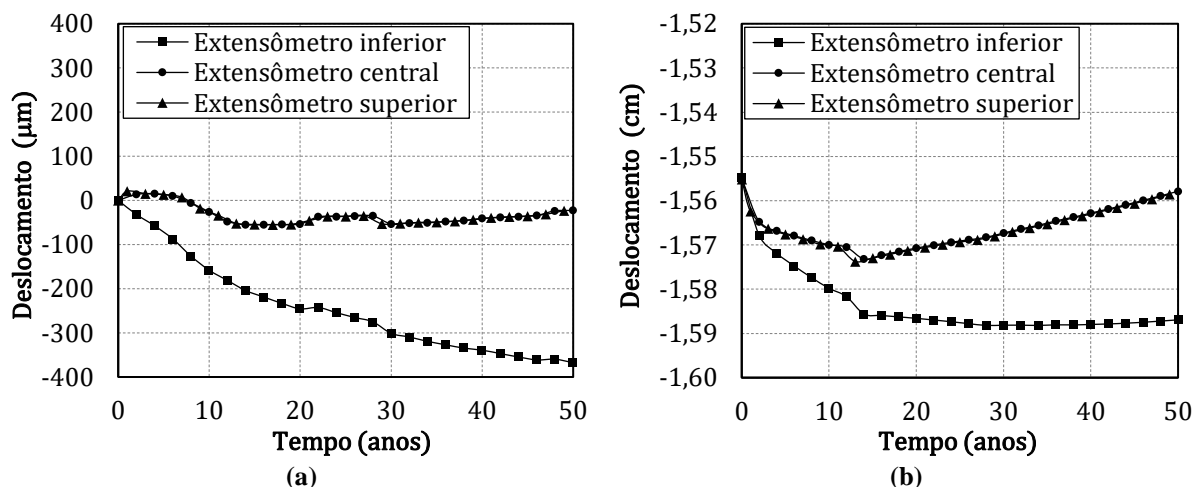


Figura 19. Resultados considerando o modelo de dano de Mazars para a corrosão na armadura inferior: (a) Sem carregamento; (b) com carregamento

Os resultados demonstram que a corrosão nas armaduras superiores caracteriza-se no cenário mais nocivo à viga de concreto armado. A expansão dos produtos de corrosão tende a degradar o concreto comprimido, reduzindo a rigidez à flexão do elemento estrutural. Tal comportamento somente é observado com a incorporação do modelo de dano, evidenciando a necessidade da consideração da não linearidade física do concreto.

5 Conclusões

A partir dos resultados obtidos, verifica-se que o modelo de corrosão não uniforme acoplado ao modelo mecânico baseado no Método dos Elementos Finitos Posicional foi capaz de representar consistentemente a evolução do processo corrosivo. A incorporação do modelo de dano de Mazars possibilitou uma avaliação mais realística dos efeitos deletérios provocados pela corrosão não uniforme.

A análise dos resultados das simulações permite inferir as seguintes conclusões:

- A técnica de imposição das tensões expansivas por meio da decomposição aditiva do tensor de deformações de Green apresentou bons resultados na simulação da corrosão.
- Por meio da localização da degradação mecânica, é possível verificar a direção da propagação das fissuras provocadas pelas tensões expansivas na interface aço/concreto, geradas pela formação dos produtos de corrosão.
- A corrosão da armadura superior de vigas de concreto armado acarreta na danificação do concreto comprimido, uma vez que é empregado um modelo de dano isotrópico, resultando na perda de rigidez à flexão, comprometendo a segurança e integridade estrutural, seja do ponto de vista dos Estados Limites de Serviços quanto dos Estados Limites Últimos.
- A introdução de pites aleatórios ao longo das armaduras se mostrou uma alternativa interessante para representação da corrosão não uniforme devido ao ingresso dos íons cloretos.

Por fim, os resultados apontam a eficiência e potencialidade do modelo proposto, evidenciando a aplicabilidade da ferramenta numérica desenvolvida na simulação da progressão da corrosão não uniforme, devido ao ataque dos cloretos, em estruturas de concreto armado, contribuindo com os estudos referentes à área de mecânica computacional aplicada na simulação de estruturas de concreto.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (CNPq 133981/2018-5) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) (CAPES 88882.328884/2019-01) pelo fomento oferecido à pesquisa.

Referências

- [1] RAUPACH, M. Models for the propagation phase of reinforcement corrosion – an overview. *Materials and Corrosion*, v. 57, n. 8, p. 605-613, 2006.
- [2] MEIRA, G. R. Corrosão de armaduras em estruturas de concreto: fundamentos, diagnóstico e prevenção. João Pessoa: Editora IFPB, 2017. 130 p. ISBN 9788563406620.
- [3] RIBEIRO, D. V.; SALES, A.; TUTIKIAN, B. F.; SOUZA, C. A. C.; ALMEIDA, F. C. R.; CUNHA, M. P. T.; LOURENÇO, M. Z.; CASCUDO, O.; HELENE, P. R. L. Corrosão e degradação em estruturas de concreto: Teoria, controle e técnicas de análise e intervenção. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2018. 370 p. ISBN 9788535274875.
- [4] DUPRAT, F. Reliability of RC beams under chloride-ingress. *Construction and Buildings Materials*, v.21, n.8, p.1605-1616, 2007.
- [5] CAO, C.; CHEUNG, M. M. S. Non-uniform rust expansion for chloride-induced pitting corrosion in RC structures. *Construction and Building Materials*, v. 51, p. 75-81, 2014.
- [6] CASCUDO, O. O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas. [S.l.]: Pini, 1997. ISBN 9788572660801.

- [7] GENTIL, V. Corrosão. 6. ed. Rio de Janeiro: Editora LCT, 2011. 376 p. ISBN 9788521618041.
- [8] ROSENBERG, A.; GRACE, W. R.; HANSON, C. M.; ANDRADE, C. Mechanisms of corrosion of steel in concrete. *Materials Science of Concrete*, v. 1, p. 285-316, 1989.
- [9] GONZÁLEZ, J. A.; FELIÚ, S.; RODRIGUEZ, P.; RAMÍREZ, E.; ALONSO, C.; ANDRADE, C. Some questions on the corrosion of steel in concrete - Part I: when, how and how much steel corrodes. *Materials and Structures*. Vol 29, January-February, p.40-46, 1996.
- [10] BAZANT, Z.P. Physical model for steel corrosion in sea structures - applications. *J. Struct. Div., ASCE* 105 (6), p. 1155-1166, 1979.
- [11] BHARGAVA, K.; GHOSH, A. K.; MORI, Y.; RAMANUJAM, S. Analytical model for time to cover cracking in RC structures due to rebar corrosion. *Nuclear Engineering and Design*, Elsevier, v. 236, n. 11, p. 1123-1139, 2006.
- [12] ZHAO, Y.; DONG, J.; WU, Y.; JIN, W. Corrosion-induced concrete cracking model considering corrosion product-filled paste at the concrete/steel interface. *Construction and Building Materials*, Elsevier, v. 116, p. 273-280, 2016.
- [13] MAADDAAY, T. E.; SOUDKI, K. A model for prediction of time from corrosion initiation to corrosion cracking. *Cement and Concrete Composites*, v. 29, n. 3, p. 168-175, 2007.
- [14] LIU, Y.; WEYERS, R. E. Modeling the time-to-corrosion cracking in chloride contaminated reinforced concrete structures. *Materials Journal*, v. 95, n. 6, p. 675-680, 1998.
- [15] MARTIN-PEREZ, B. Service life modelling of RC highway structures exposed to chlorides. Ph.D. thesis, Univ. of Toronto, Toronto, 1999.
- [16] PANTAZOPOULOU, S. J.; PAPOULIA, K. D. Modeling cover-cracking due to reinforcement corrosion in rc structures. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 127, n. 4, p. 342-351, 2001.
- [17] YUAN, Y.; JI, Y. Modeling corroded section configuration of steel bar in concrete structure. *Construction and Building Materials*, Elsevier, v. 23, n. 6, p. 2461-2466, 2009.
- [18] BALAFAS, I.; BURGOYNE, C. J. Modeling the structural effects of rust in concrete cover. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 137, n. 3, p. 175-185, 2010.
- [19] CHEN E.; LEUNG C. K. Y. A coupled diffusion-mechanical model with boundary element method to predict concrete cover cracking due to steel corrosion. *Corrosion Science*, v. 126, p. 180-96, 2017.
- [20] ZHANG, J.; LING, X.; GUAN, Z. Finite element modeling of concrete cover crack propagation due to non-uniform corrosion of reinforcement. *Construction and Building Materials*, v. 132, p. 487-499, 2017.
- [21] CHENG, X.; SU, Q.; MA, F.; LIU, X.; LIANG, X. Investigation on crack propagation of concrete cover induced by non-uniform corrosion of multiple rebars. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 201, p. 366-384, 2018.
- [22] DE SCHUTTER, G. Quantification of the influence of cracks in concrete structures on carbonation and chloride penetration. *Magazine of Concrete Research*, v. 51, n. 6, p. 427-435, 1999.
- [23] JI, Y.; HU, Y.; ZHANG, L.; BAO, Z. Laboratory studies on influence of transverse cracking on chloride-induced corrosion rate in concrete. *Cement and Concrete Composites*, v. 69, p. 28-37, 2016.
- [24] BONET, J.; WOOD, R. D.; MAHANEY, J.; HEYWOOD, P. Finite element analysis of air supported membrane structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. v. 190, n. 5, p. 579-595, 2000.
- [25] CODA, H. B. Análise não linear geométrica de sólidos e estruturas: Uma formulação posicional baseada no MEF. 2003. 168 p. Tese (Tese para concurso de professor titular) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- [26] VANALLI, L. O MEC e o MEF aplicados à análise de problemas viscoplásticos em meios anisotrópicos e compostos. 2004. 194 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.
- [27] SAMPAIO, M. S. M.; PACCOLA, R. R.; CODA, H. B. Fully adherent fiber-matrix FEM formulation for geometrically nonlinear 2D solid analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 66, p. 12-25, 2013.
- [28] PACCOLA, R. R.; PIEDADE NETO, D.; CODA, H. B. Geometrical non-linear analysis of fiber reinforced elastic solids considering debonding. *Composite Structures*, Elsevier, v. 133, p. 343-357, 2015.

- [29] PACCOLA, R. R.; CODA, H. B. A direct fem approach for particulate reinforced elastic solids. *Composite Structures*, Elsevier, v. 141, p. 282-291, 2016.
- [30] CODA, H. B. *O Método dos Elementos Finitos Posicional: Sólidos e Estruturas - Não Linearidade Geométrica e Dinâmica*. [S.l.]: São Carlos: EESC/USP, 2018. 284 p. ISBN 978-85-8023-068-0.
- [31] MAZARS, J. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. 1984. Tese (Doutorado) — Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris, 1984.
- [32] PEREGO, M. "Danneggiamento Dei Materiali Lapidei: Leggi Constitutive, Analisis per Elementi Finiti ed Applicazioni", Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, 1989.
- [33] FELIX, E. F. *Modelagem da Deformação do Concreto Armado Devido à Formação dos Produtos de Corrosão*. 2018. 162 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.
- [34] OŽBOLT, J.; ORŠANIĆ, F.; BALABANIĆ, G. Modeling damage in concrete caused by corrosion of reinforcement: coupled 3D FE model. *International Journal of Fracture*, v. 178, n. 1-2, p. 233-244, 2012.
- [35] VU, K. A. T.; STEWART, M. G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. *Structural Safety*, v. 22, n. 4, p. 313-333, 2000.
- [36] DU, X.; JIN, L. Meso-scale numerical investigation on cracking of cover concrete induced by corrosion of reinforcing steel. *Engineering Failure Analysis*, Elsevier, v. 39, p. 21–33, 2014.
- [37] VOŘECHOVSKÁ, D.; VOŘECHOVSKÝ, M. Analytical and numerical approaches to modelling of reinforcement corrosion in concrete. *Transactions of the VŠB–Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series.*, v. 14, n. 1, p. 20-30, 2014.
- [38] JI, Y. S.; ZHANG, B. Y.; ZHANG, L. L.; MA, H. R.; ZENG, P. Propagation of the corrosion layer and model of corrosion distribution on steel reinforcing bar in concrete. *Zhongguo Kuangye Daxue Xuebao (Journal of China University of Mining & Technology)*, v. 41, n. 3, p. 355-360, 2012.
- [39] PROENÇA, S. B. Simulação numérica do comportamento de elementos estruturais em concreto e argamassa armada pelo emprego de um modelo de dano. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, v. 8, n. 4, p. 351–360, 1992.
- [40] NGUYEN, Q. T.; CARÉ, S.; MILLARD, A.; BERTHAUD, Y. Analyse de la fissuration du béton armé en corrosion accélérée. *Comptes Rendus Mécanique*, v. 335, n. 2, p. 99–104, 2007.
- [41] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2014.