

TRANSIENT BOUNDARY ELEMENT FORMULATION APPLIED FOR CORROSION TIME INITIATION ASSESSMENT IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES SUBJECTED TO CHLORIDE INGRESS

Antonio Rodrigues Neto^a

Giovanni Pais Pellizzer^{a,b}

antonio.rodrigues.neto@usp.br

gpais@usp.br

Matheus Rocha^a

Edson Denner Leonel^a

rocha.matheus@usp.br

edleonel@sc.usp.br

^a *University of São Paulo, São Carlos School of Engineering, Department of Structural Engineering – Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-590, São Carlos - SP, Brazil.*

^b *Federal University of Mato Grosso do Sul, Faculty of Engineering, Architecture and Urbanism and Geography – Av. Costa e Silva, s/n, Cidade Universitária, 79070-900, Campo Grande - MS, Brazil.*

Abstract. The reinforcements' depassivation in reinforced concrete structures caused by chloride ingress occurs when the chloride concentration at the reinforcements' interface reaches the threshold content. The main transport mechanism of chlorides ions into concrete pores is the diffusion. Then, the realistic chloride diffusion modelling into concrete pores enables the accurate determination of the corrosion time initiation. This study presents a transient formulation based on the Boundary Element Method (BEM) applied for diffusion problems, which provides the accurate assessment of the corrosion time initiation. The diffusion fields evaluated by the BEM are utilized into a probabilistic framework, which determines probabilistic values for corrosion time initiation. Therefore, the uncertainties are properly quantified in this model by an approach based on simulation. Two applications are presented, which illustrate the accuracy and robustness of the proposed formulation when compared with classical analytical approaches.

Keywords: Chloride ingress, Boundary element method, Probabilistic modelling, Chloride diffusion

1 Introdução

Atualmente a vida útil e a durabilidade estrutural têm sido objetos de diversos estudos e investigações na área da engenharia. Por vida útil entende-se o período de tempo no qual o desempenho estrutural frente aos requisitos de serviço, segurança e robustez se mantém satisfatório, conforme previsto em projeto, sem ações imprevistas de manutenção ou reparo. Já a durabilidade pode ser definida como a capacidade de uma estrutura em resistir aos efeitos de processos de deterioração aos quais a mesma estará submetida ao longo de sua vida útil. O conhecimento/previsão do comportamento estrutural ao longo de toda a vida útil é altamente desejável, sendo possível assim garantir uma adequada segurança e otimizar os diversos custos envolvidos.

A maior parte das estruturas, ainda que tenham sido projetadas e executadas o mais próximo possível da perfeição, apresentarão, inevitavelmente, manifestações patológicas com o decorrer do tempo, o que afeta negativamente sua vida útil. Especificamente, nas estruturas em concreto armado (CA), os principais mecanismos de deterioração são: expansão por sulfatos, reação álcali-agregado, lixiviação e despassivação das armaduras por carbonatação ou ação de íons cloretos (COURARD et al. [1]; GONCALVES et al. [2]; BRU et al. [3]).

A corrosão da armadura em estruturas de CA ocorre através de reações químicas e/ou eletroquímicas. Nestas estruturas, as armaduras são protegidas contra tais reações pela camada apassivadora. Porém, efeitos da difusão de íons cloreto (Cl^-) no concreto diminuem sua efetividade. O modelo clássico do processo de deterioração associado a corrosão das armaduras estabelece dois períodos durante a vida útil de uma estrutura de concreto armado: iniciação e propagação (TUUTTI [4]). O período de iniciação é definido como o tempo transcorrido até que comece propriamente a corrosão das armaduras. Os íons cloreto podem difundir-se através dos micro poros do concreto e a corrosão tem início quando a concentração de cloretos na superfície das armaduras atinge o valor limite. Já o período de propagação é definido como o tempo transcorrido desde a despassivação das armaduras até o final da vida útil da estrutura. Neste período, a capacidade mecânica do aço é reduzida, assim como há uma redução da área de aço das seções transversais das barras devido à participação do metal nas reações químicas corrosivas. Os produtos resultantes destas reações químicas possuem um volume maior do que os componentes originais da reação, causando assim tensões internas que resultam em micro fissuras e, em estágios avançados, é possível ocorrer a fissuração longitudinal externa e o lascamento do concreto, conforme pode ser visto na Fig. 1.



Figura 1. Corrosão avançada das armaduras de um elemento de concreto armado

Diversos estudos apontam que, devido aos diversos mecanismos deletérios ocasionados pela corrosão, após o início do período de propagação a segurança estrutural decai num intervalo de tempo muito curto se comparado com a duração do período de iniciação (ENRIGHT e FRANGOPOL [5];

WEYERS [6]; VIDAL et al. [7]; EL HASSAN et al. [8]; DANG e FRANÇOIS [9]). Assim sendo, é de fundamental importância modelar adequadamente o processo de ingresso de íons cloreto no concreto para que assim seja possível estimar o tempo para que ocorra a despassivação das armaduras de aço.

A penetração de íons cloreto no concreto é um processo dinâmico e não-linear, incluindo diversos mecanismos de transporte como a difusão iônica, absorção capilar, permeação, etc. (KROPP [10]; CASCUDO [11]; NEVILLE [12]). Assim, considera-se que a difusão possua efeito dominante no processo de transporte de íons cloreto no concreto (MARTÓ [13]; VAL e STEWART [14]; ANN et al. [15]). Este fenômeno é modelado frequentemente utilizando-se a primeira e a segunda lei de Fick (MANGAT e MOLLOY [16]; VAL et al. [17]; AUDENAERT et al. [18]; GUZMÁN et al. [19]). A primeira é aplicável à difusão em estado estacionário. A segunda lei, que representa uma condição transiente, pode ser escrita em função do tempo de exposição aos cloretos. A segunda lei de difusão de Fick é aplicável a materiais homogêneos, isotrópicos e inertes e assume que as propriedades mecânicas no processo de difusão sejam iguais em todas as direções do espaço e se mantenham constantes ao longo do tempo (CRANK [20]). Além disso, algumas desvantagens de boa parte das soluções apresentadas para as equações diferenciais que descrevem as leis de Fick é que são soluções obtidas a partir de domínios semi infinitos e que possuem condições de contorno constantes ao longo do tempo.

Para o tratamento mais adequado dos problemas de difusão de cloretos, os métodos numéricos têm sido utilizados com sucesso recentemente. Sendo o Método dos Elementos Finitos (MEF) o mais comum para esta aplicação (WU e XIAO [21]; XIAO [22]; ZENG [23]; KHELIFA [24]; NA et al. [25]), o qual requer uma discretização de domínio, embora todas as ações e carregamentos, para este problema, sejam aplicadas somente nas fronteiras do domínio, i.e., no contorno. Além disso, esta abordagem requer um alto grau de discretização em ambos os domínios espacial e temporal, o que resulta em um alto custo computacional.

Alternativamente, o Método dos Elementos de Contorno (MEC) pode ser utilizado no problema de difusão. No MEC, as equações diferenciais que governam o problema são escritas na forma integral sobre o contorno do corpo. Assim, o método permite a redução da dimensionalidade da discretização espacial em uma ordem, sem a necessidade de uma malha de domínio. Consequentemente, os campos internos de difusão são determinados com precisão a partir das grandezas avaliadas no contorno [35], o que favorece a correta avaliação do tempo de iniciação da corrosão. Diversos trabalhos na literatura já fizeram uso do MEC para tratar este problema, evidenciando suas vantagens (BOKOTA e ISKIERKA [26]; TAGUTI [27]; YANG et al. [28]; CHEN e LEUNG [29]).

Ainda sobre o fenômeno da difusão de íons cloreto, é vastamente reportada na literatura sua alta aleatoriedade (ZHU et al. [30]; LIANG et al. [31]; ANN et al. [32]; ZHOU [33]; SHEKARCHI et al. [34]; FARMANI et al. [35]). Por isso, para a correta análise deste problema, é necessário introduzi-lo em um contexto probabilístico, fazendo uso das teorias de confiabilidade. Nesta conjuntura, vale mencionar também que a modelagem probabilística não é explicitamente incluída em muitos projetos de estruturas de CA. Embora seja possível observar na literatura avanços significativos em relação ao projeto, monitoramento e manutenção destas estruturas com base na confiabilidade (BIONDINI e FRANGOPOL [36]; ALIPOUR et al. [37]), estudos envolvendo uma análise robusta do problema de difusão não são facilmente encontrados.

Neste contexto, este trabalho propõe uma formulação baseada no MEC para a análise probabilística do tempo de iniciação da corrosão em estruturas de concreto ocasionado pelo processo de difusão de íons cloreto. Esta formulação se mostra robusta e precisa para a aplicação em problemas de diferentes geometrias e condições de contorno. A modelagem do processo de difusão considera condições transientes, o que possibilita uma análise mais geral de problemas. Para tal, uma integração temporal é realizada por meio de uma abordagem constante. O modelo baseado em MEC é bidimensional e capaz de simular fluxos de íons cloreto em quaisquer direções do plano. A aleatoriedade do problema é quantificada por meio do método de Simulação de Monte Carlo Direta (SMC). Esta abordagem é reconhecidamente apropriada para análises acopladas ao MEC, tendo em vista sua boa performance computacional em relação a outros métodos numéricos (TAGUTI [27]; YANG et al. [28]; CHEN e LEUNG [29]). A formulação proposta é validada por meio de exemplos numéricos, a partir da comparação com resultados disponíveis na literatura, como a análise por meio da lei de Fick.

2 Formulação do MEC

A equação de Poisson possui importantes aplicações em vários campos da ciência. Em problemas de engenharia, essa equação possibilita a modelagem de fenômenos relacionados a condutividade térmica, torção livre, condução de substâncias, entre outros. Essa equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$u_{,ii} + b_i = 0. \quad (1)$$

Onde u é o potencial e b representa o termo de domínio. Quando b é nulo, esta equação é conhecida como equação de Laplace.

A Eq. (1) é resolvida por meio da aplicação de condições de contorno como: condições essenciais no contorno Γ_1 (condições de Dirichlet) e condições naturais no contorno Γ_2 (condições de Neumann), segundo:

$$\begin{aligned} u(x) &= \bar{u}(x) & \text{em } \Gamma_1 \\ q(x) &= \bar{q}(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial \eta} & \text{em } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Sendo \bar{u} o valor de potencial prescrito e \bar{q} o valor prescrito de fluxo na direção normal ao contorno. Este fluxo é definido como a derivada direcional de u em relação ao vetor normal ao contorno (η), conforme ilustrado na Fig. 2.

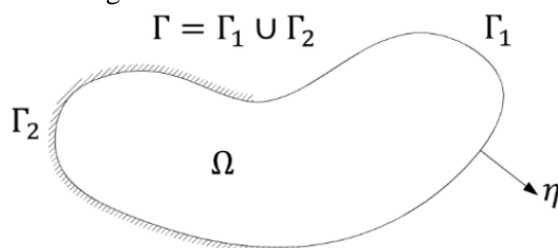


Figura 2. Domínio, contornos e vetor normal a um corpo qualquer

A Eq. (1) governa o problema de difusão permanente, i.e., independente do tempo. Para problemas transientes, a equação governante é conhecida como equação diferencial da difusão e pode ser escrita como:

$$\nabla^2 u(x, t) - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = 0. \quad (3)$$

Onde ∇^2 é o operador diferencial de segunda ordem (Laplaciano) e κ é um parâmetro conhecido como coeficiente de difusão, sendo que essa grandeza possui dimensão igual à $[L^2 T^{-1}]$, como por exemplo mm^2/ano . Como o problema é dependente do tempo, além das condições de contorno de Dirichlet e Neumann, condições iniciais de domínio no tempo $t = t_0$ devem ser prescritas:

$$u(x, t) = u_0(x, t_0) \text{ em } \Omega. \quad (4)$$

Neste trabalho, a Eq. (3) é utilizada para a modelagem de problemas de difusão transientes, onde o potencial representa a concentração de cloreto ao longo do tempo e o fluxo representa o fluxo de cloreto ao longo do tempo. Esta equação diferencial pode ser transformada em uma representação integral por meio da transformada de Laplace, diferenças finitas ou as soluções fundamentais transientes (WROBEL [35]).

Para obter uma abordagem de contorno, o teorema de Green deve ser utilizado sobre a Eq. (3), aplicando ainda integração por partes e o usual processo limite, para levar o ponto de análise para o contorno domínio Ω . Assim, a seguinte representação integral é obtida:

$$c(\xi)u(\xi, t_F) = \kappa \int_{t_0}^{t_F} \int_{\Gamma} \kappa u(\chi, t) u^*(\xi, \chi, t_F, t) d\Gamma(\chi) dt - \kappa \int_{t_0}^{t_F} \int_{\Gamma} u(\chi, t) q^*(\xi, \chi, t_F, t) d\Gamma(\chi) dt \quad (5)$$

Onde ξ se refere ao ponto fonte, χ representa o ponto campo, t_0 indica o tempo inicial da análise, t_F é o tempo de observação, u^* e q^* são as soluções fundamentais dependentes do tempo para potencial e fluxo, respectivamente, e c é o termo livre. O termo livre é igual a 1 para pontos fonte posicionados internamente ao domínio Ω e 0.5 quando posicionados sobre contornos suaves.

Para problemas bidimensionais, as soluções fundamentais transientes podem ser escritas da seguinte forma:

$$u^*(\xi, \chi, t_F, t) = \frac{1}{4\pi\kappa\tau} \exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa\tau}\right) \quad (6)$$

$$q^*(\xi, \chi, t_F, t) = \frac{r}{8\pi\kappa^2\tau^2} \frac{\partial r}{\partial \eta} \exp\left(-\frac{r^2}{4\kappa\tau}\right) \quad (7)$$

Onde $\tau = t_F - t$, r indica a distância entre o ponto fonte (ξ) e o ponto campo (χ) e a derivada $\partial r / \partial \eta = r_{,k} n_k$.

Para a resolução do problema de potencial transiente, integrações temporais e especiais precisam ser aplicadas, conforme observado na Eq. (5). As integrações espaciais são realizadas por meio da divisão do contorno Γ em partes finitas, denominadas elementos de contorno, sobre os quais geometria e campos de difusão são aproximados por funções polinomiais denominadas funções de forma. A integração das soluções fundamentais apresentadas na Eq. (6) e na Eq. (7) é realizada de forma numérica. É importante mencionar que estas expressões se tornam singulares quando o elemento integrado contém o ponto fonte (ξ). Nesta situação, o método de subtração de singularidade é utilizado, no qual um núcleo auxiliar com a mesma ordem de singularidade é subtraído e adicionado ao núcleo singular de integração. Tal procedimento leva à uma integração regular e a um novo núcleo singular, o qual possui solução analítica. Assim, a parte regular pode ser resolvida numericamente via quadratura de Gauss-Legendre e a parte analítica tem sua solução encontrada por meio do Valor Principal de Cauchy. Em sequência, a integração temporal é realizada por meio de uma aproximação constante, na qual cada passo de tempo é resolvido como um intervalo a partir de t_0 .

Após a discretização em elementos de contorno, a expressão da Eq. (5) pode ser reescrita algebricamente com o uso das usuais matrizes H e G do MEC, levando à um sistema linear em função dos valores de potencial U e fluxo Q . Após a discretização temporal, a seguinte expressão algébrica é obtida:

$$H_{tf} U_{tf} = G_{tf} Q_{tf} + S_f \quad (8)$$

Sendo o vetor S_f de termos conhecidos, representando o efeito do histórico temporal da análise:

$$S_f = -\sum_{j=1}^{f-1} H_j U_j + \sum_{j=1}^{f-1} G_j Q_j \quad (9)$$

3 Confiabilidade

Para a análise probabilística do fenômeno de difusão em estruturas, o primeiro passo trata da identificação das incertezas associadas ao problema. Para cada grandeza física é associada uma variável aleatória (VA) com distribuição estatística conhecida, o que origina o vetor de VA's $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. Em seguida, definem-se os cenários indesejáveis da estrutura, i.e., os modos de falha. Cada modo de falha é representado por uma função de estado limite $G(\mathbf{X})$, a qual define o

domínio de segurança por $G(\mathbf{X}) > 0$ e o domínio de falha por $G(\mathbf{X}) < 0$.

A probabilidade de falha quantifica a propensão à violação de estados limites. A violação de um estado limite ocorre quando os valores assumidos pelas variáveis aleatórias encontram-se no domínio de falha. Esta grandeza pode ser obtida por meio da integração da função de densidade de probabilidade conjunta de \mathbf{X} sobre o domínio de falha [59]:

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) < 0] = \int \dots \int_{G(\mathbf{x}) < 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} . \quad (10)$$

Onde $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das VA's \mathbf{X} .

A resolução da integração apresentada na Eq. (10) não é praticável para muitos problemas de engenharia, incluindo aqueles tratados neste trabalho. Isto pois, a função $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ não é conhecida e/ou o domínio de falha não pode ser determinado explicitamente. Assim, o que se faz na prática é calcular essa integral múltipla por processos envolvendo técnicas de aproximação ou técnicas de simulação. Para este trabalho foi escolhido o método de Simulação de Monte Carlo (SMC) Direto. Sinteticamente, esta abordagem se baseia na simulação de diferentes cenários, onde cada qual é representado por uma amostra das VA's \mathbf{X} . Para cada simulação, as equações de estado limite são avaliadas sendo a ocorrência da falha analisada. Uma função indicadora $I[\mathbf{x}_j]$ é definida como igual a 1, caso haja falha ou 0, caso contrário. Dessa forma, ao adotar uma amostra de tamanho n_s , um estimador da probabilidade de falha pode ser avaliado, a partir da Eq. (10) como:

$$\hat{P}_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} I[\mathbf{x}_j] = \frac{n_f}{n_s} . \quad (11)$$

Onde n_t é o número total de falha dentre as n_s simulações.

É importante mencionar que o resultado desta técnica é fortemente dependente do número de simulações escolhidos. Pois, quando $n_s \rightarrow \infty$, o resultado da Eq. (11) tende ao valor exato de P_f . Entretanto, para cada simulação é necessário executar o modelo numérico para verificar as equações de estado limite, fazendo com que o tempo de processamento seja um fator limitante na análise. El Hami e Radi [39] sugere, considerando um grau de confiança de 95% e um erro conhecido de 20%, um número mínimo de simulações da ordem de 10^{n+2} a 10^{n+3} para probabilidades de falha esperadas de aproximadamente 10^{-n} .

Neste trabalho, a equação de estado limite do problema é escrita da seguinte maneira:

$$G(\mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) - S(\mathbf{X}) . \quad (12)$$

Na qual R indica valores limites para concentração do íon cloreto, i.e., a resistência do material contra a despassivação. S representa a concentração de cloreto encontrada nos pontos analisados, a qual é determinada por meio da formulação do MEC apresentada anteriormente neste trabalho.

Finalmente, pode-se ilustrar na Fig. 3 o procedimento seguido pela formulação apresentada neste trabalho para a análise probabilística do processo de difusão em estruturas de engenharia.

4 Aplicações

A formulação para a análise probabilística do processo de difusão proposta neste trabalho é utilizada na sequência em dois exemplos numéricos. O primeiro deles trata de uma comparação determinística entre as respostas obtidas pelo MEC e pela abordagem analítica da Lei de Fick. Esta aplicação ilustra as limitações de tal abordagem analítica em problemas mais gerais de difusão. O segundo exemplo apresenta a modelagem probabilística do processo de difusão para uma seção transversal retangular. As distribuições estatísticas das incertezas associadas ao problema são baseadas em diversas referências da literatura, destacando Val et al. [40] e Mcgee [41].

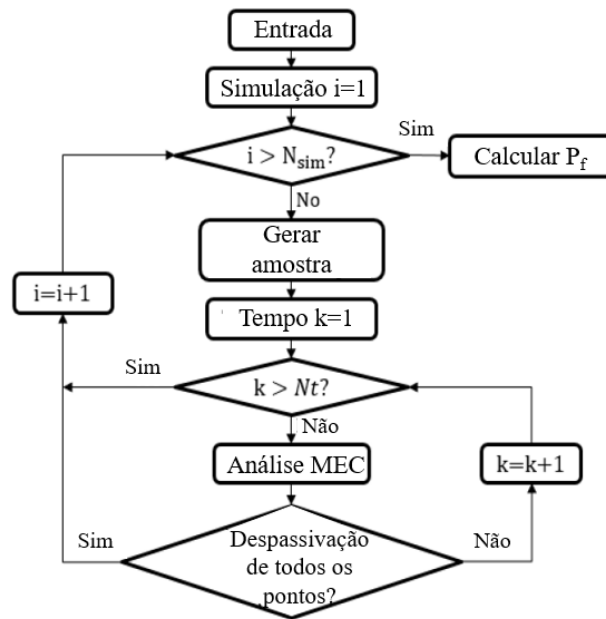


Figura 3. Fluxograma da abordagem proposta neste trabalho

4.1 Exemplo 1: Abordagem determinística

O primeiro exemplo deste estudo trata o processo de difusão de cloretos em um domínio retangular de concreto, com medidas 180 x 90mm. Uma barra de aço de 10mm de diâmetro é considerada como parte do domínio, de acordo com a Fig. 4. Assim, a concentração de cloretos ao longo do tempo na posição da barra é avaliada neste exemplo.

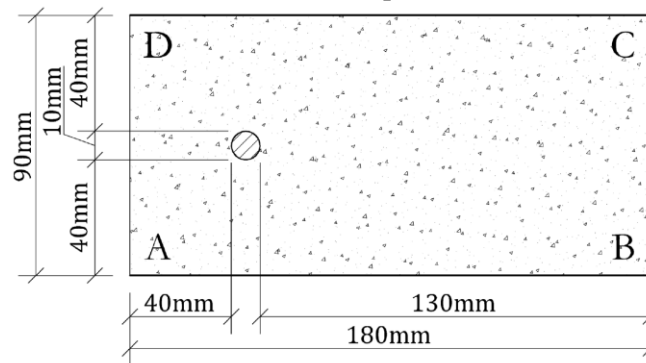


Figura 4. Geometria do exemplo 1

As respostas obtidas pelo MEC são comparadas com os resultados da segunda lei de Fick. A concentração de cloretos pela abordagem analítica ao longo do tempo é dada pela Eq. (13).

$$C(x, t) = C_s \operatorname{erfc} \left[\frac{x}{2\sqrt{k_0 t}} \right]. \quad (13)$$

Onde C_s indica a concentração de cloretos na superfície do corpo, $C(x, t)$ é a concentração de cloretos no ponto calculado ao longo do tempo, t representa o tempo, x é a distância do ponto analisado até a superfície do corpo, k_0 é o coeficiente de difusão e erfc é a função matemática de valor complementar da função erro de Gauss.

O coeficiente de difusão pode ser calculado a partir dos procedimentos propostos por Bentz [42].

Assim:

$$k_0 = 10^{-10+4,66w/c} . \quad (14)$$

Onde w/c é a relação água/cimento e k_0 é o coeficiente de difusão em cm^2/s . A relação água cimento é considerada 0,5 nesta análise. Com isso, o coeficiente de difusão é igual a $2,1379 \cdot 10^{-8} cm^2/s = 67,4228 mm^2/ano$, e constante ao longo do tempo.

Neste exemplo, são analisadas quatro condições de contorno para o domínio ilustrado na Fig. 4. Tais casos estão apresentados na Fig. 5.

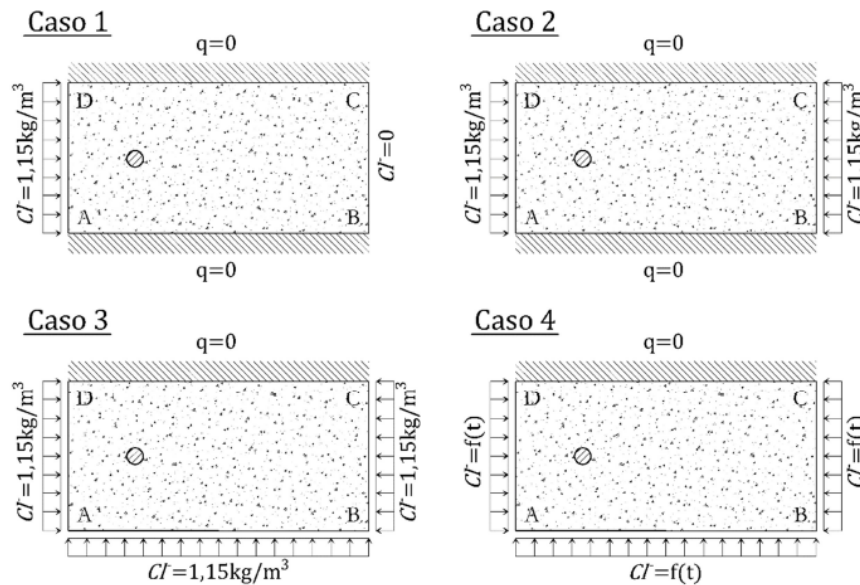


Figura 5. Condições de contorno do exemplo 1

O caso 1 representa fluxo puramente unidirecional, em que o fluxo de cloretos ocorre da face esquerda para a face direita. O caso 2 aborda o caso unidimensional misto, em que há fluxo da direita para a esquerda e da esquerda para a direita, simultaneamente. O fluxo bidirecional é analisado no caso 3. Destaca-se que as condições de contorno dos casos 1, 2 e 3 são admitidas constantes ao longo do tempo. Assim, o caso 4 é adicionado para tratar de condições de contorno dependentes do tempo. Dessa forma, é simulado o fluxo bidirecional, em que a concentração de cloretos com o passar do tempo varia de maneira sistemática, conforme a função apresentada na Fig. 6.

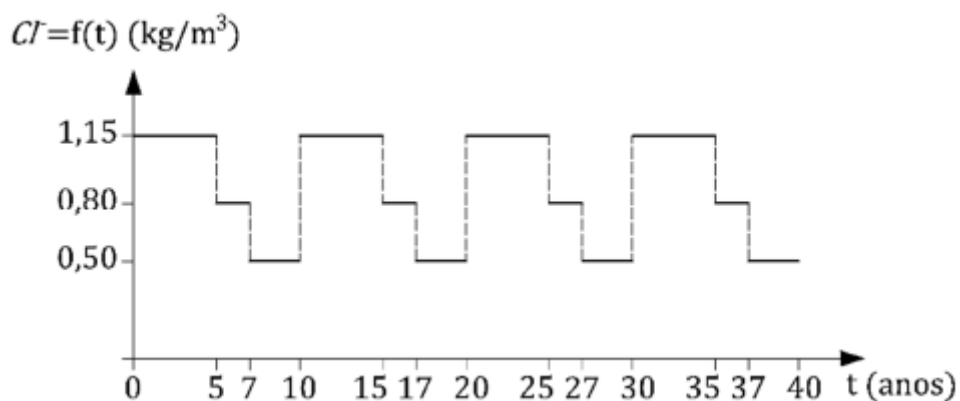


Figura 6. Condições de contorno dependentes do tempo para caso 4

É fundamental destacar que a abordagem analítica incorpora simplificações inerentes, como mencionado previamente. Por isso, apenas as condições de contorno do caso 1 cumprem os requisitos do modelo. Portanto, este exemplo explora as limitações da segunda lei de Fick e enfatiza a necessidade de estratégias mais gerais para resolver adequadamente este problema.

A malha utilizada nos modelos do MEC é composta por 54 elementos de contorno isoparamétricos de aproximação linear e descontínuos, com 108 pontos de colocação. Além disso, 40 passos de tempo foram utilizados para a integração temporal. Assume-se que o domínio possui $u = q = 0$ em $t = 0$.

Foram adotados pontos internos para determinar o comportamento da concentração de cloretos no decorrer do tempo, espaçados de 2 em 2 mm. Tais pontos são posicionados ao longo de uma linha virtual conectando os pontos médios dos contornos AD e BC. Desse modo, os pontos internos interceptam a barra de aço. Os perfis de concentração de cloretos determinados pelo MEC pela Lei de Fick são ilustrados na Fig. 7. Nesta figura, os resultados para as quatro condições de contorno são apresentados.

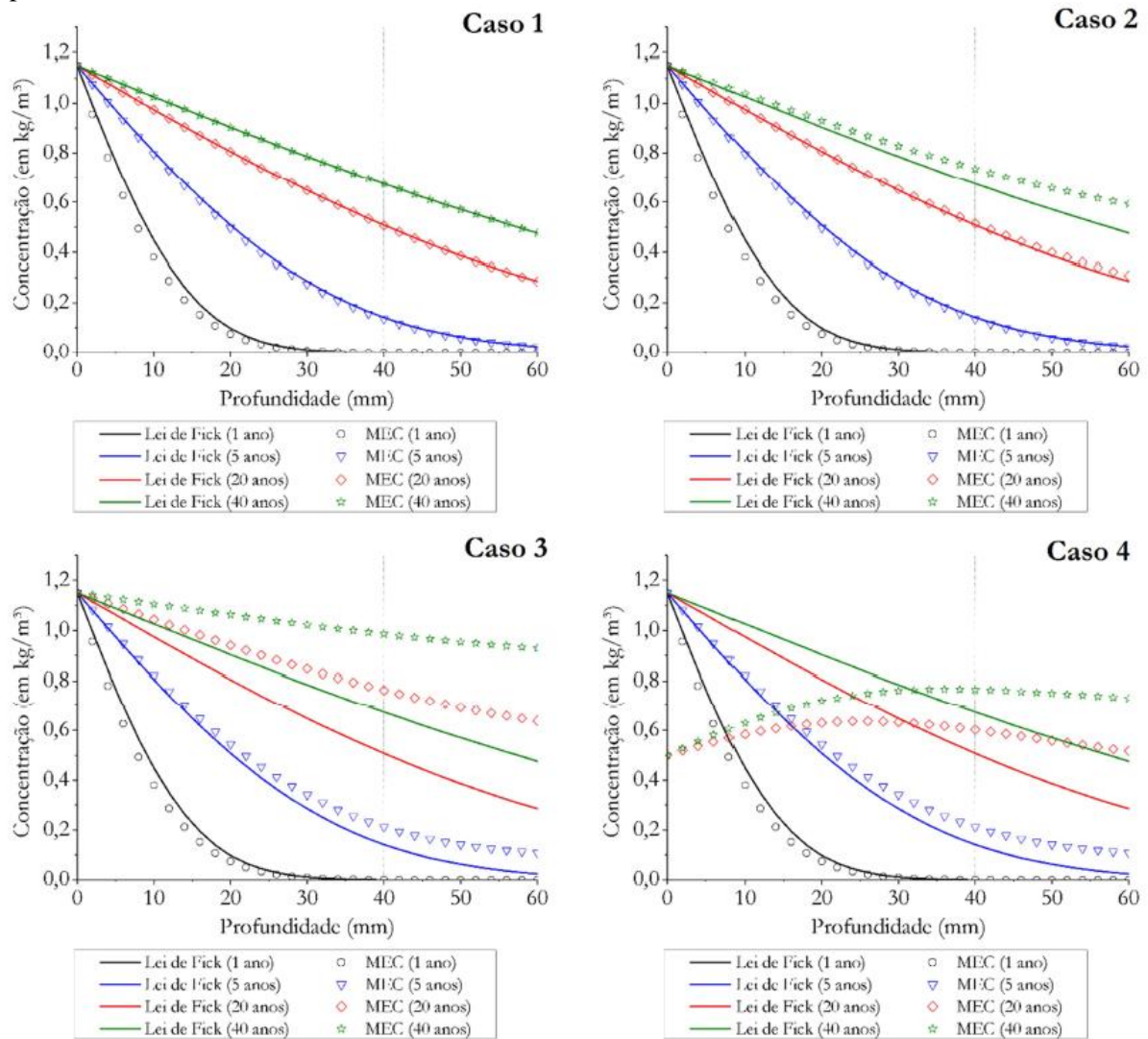


Figura 7. Evolução do perfil de cloretos ao longo do tempo para as quatro condições de contorno

A evolução da concentração de cloretos com o passar do tempo também é analisada para a posição da barra de aço, isto é, profundidade de 40mm, conforme a Fig. 8.

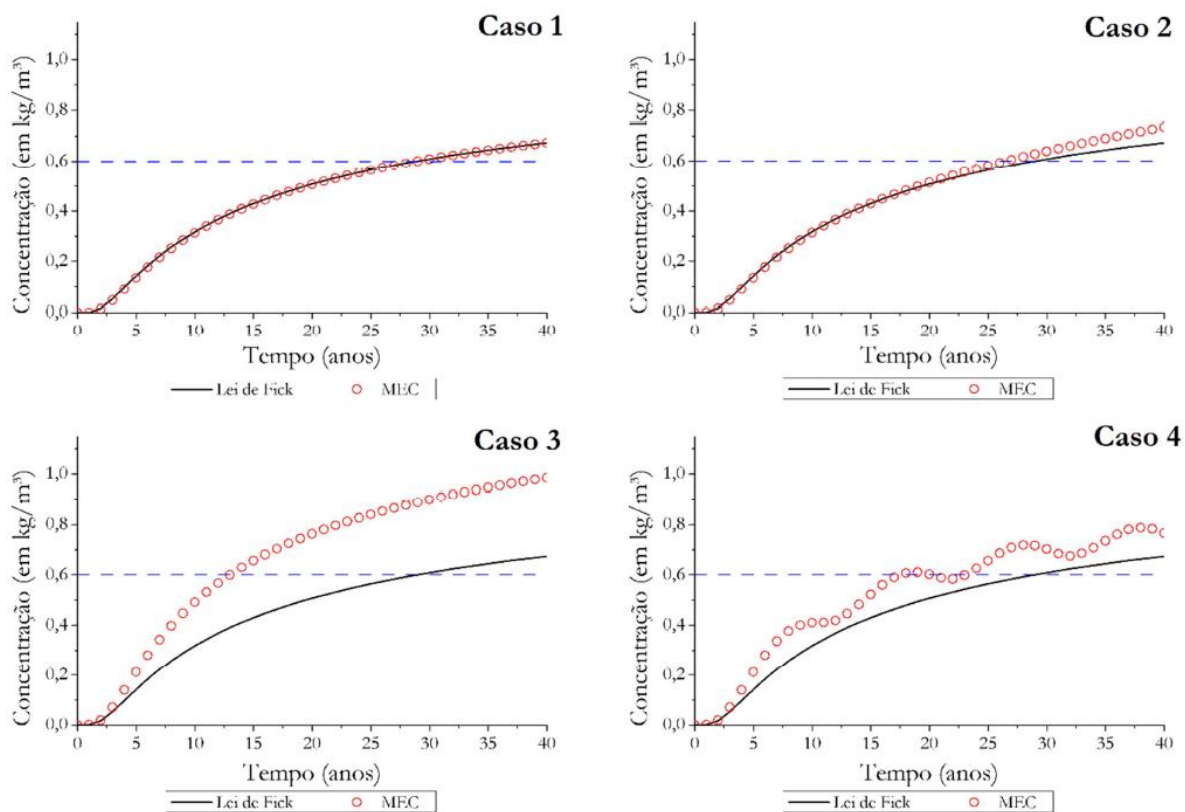


Figura 8. Concentração versus tempo para uma profundidade fixa de 40mm

É observada excelente conformidade entre as respostas numéricas e analíticas para o caso 1. Este comportamento já era esperado, uma vez que as hipóteses da segunda lei de Fick são satisfeitas neste caso. As diferenças nas respostas para os anos 5, 20 e 40 são, respectivamente, 5,31%, 0,32% e 0,07%. Além disso, assumindo a concentração limite de $0,6\text{kg}/\text{m}^3$, as duas abordagens levam ao mesmo tempo para início de corrosão, 29 anos.

O caso 2 apresenta comportamento semelhante quando o tempo decorrido é curto. Assim, boa concordância é observada até 5 anos. No entanto, diferenças significativas ocorrem com o passar dos anos, apesar da difusão simulada ser essencialmente unidimensional. Essas diferenças ocorrem devido ao fluxo simulado ser bidirecional, o que não é adequadamente representado pela abordagem analítica. É necessário enfatizar que a influência de difusão bidirecional é evidente no caso 3, uma vez que tal caso considera o fluxo bidimensional. No último caso, grandes diferenças são percebidas mesmo nas primeiras idades. Além disso, a concentração de cloretos evolui mais rápido com o avanço do tempo, em comparação com os casos unidimensionais. O tempo para iniciação da corrosão é 26 anos e 13 anos, para os casos 2 e 3, respectivamente. Portanto, em comparação com o caso 1, são observadas reduções de 10% e 55%.

Por fim, o caso 4 apresenta significativas diferenças entre o modelo numérico e o modelo analítico. Neste caso, a concentração de cloretos na superfície do corpo varia com o tempo. Como esperado, as respostas numéricas são capazes de representar o comportamento dependente do tempo. Contudo, este comportamento não é representado adequadamente pela abordagem analítica. Isso deriva do fato de a segunda lei de Fick assumir condições de contorno estacionárias, o que não é observado em diversos problemas práticos da engenharia. O tempo para iniciação da corrosão determinado pelo MEC é de 18 anos, 38% menor que o caso 1.

Assim, o exemplo 1 demonstra as limitações da segunda lei de Fick na simulação do mecanismo de difusão de cloretos. Particularmente, as limitações associadas a condições de contorno dependentes do tempo e fluxos multidirecionais devem ser enfatizadas. Nesses casos, as hipóteses da abordagem de Fick são violadas e a estratégia analítica não representa adequadamente o fenômeno físico. Destaca-se que os casos 2, 3 e 4 abordam problemas práticos de difusão, em que fluxos multidirecionais são analisados e há o comportamento dependente do tempo da concentração de cloretos na superfície.

Nesses casos, diferenças significativas no perfil de concentração de cloretos no decorrer do tempo são observadas. Portanto, baseado nos resultados obtidos, é enfatizado que a segunda lei de Fick deve ser utilizada de maneira criteriosa. Além disso, suas limitações precisam ser avaliadas para modelos adequados de difusão.

4.2 Exemplo 2: Modelagem probabilística

Neste exemplo, é efetuada a modelagem difuso-probabilística do exemplo 1. Assim, a geometria e condições de contorno apresentadas anteriormente são consideradas. Contudo, as variáveis do problema são consideradas aleatórias e as incertezas são quantificadas a partir do tempo de iniciação da corrosão. A função de estado limite utilizada nesta análise é apresentada na Eq. (15).

$$G = t_c(X) - t_{SL} \quad (15)$$

Em que t_c indica o tempo de iniciação da corrosão, função das variáveis aleatórias X . t_{SL} é o tempo de vida útil esperado da estrutura. Assim, valores positivos na Eq. (15) indicam segurança. Nesta análise, t_c é calculado tanto pelo MEC quanto pela segunda Lei de Fick. Além disso, a probabilidade de falha é calculada pelo SMC. Com isso, busca-se verificar se grandes diferenças no comportamento difusivo também são observadas, como visto no exemplo 1, em termos de probabilidade de falha.

Neste exemplo, três variáveis aleatórias são consideradas. A distribuição estatística de cada uma delas, assim como suas propriedades, é descrita na Tabela 1. A média para concentração de cloretos na superfície do caso 4 varia com o tempo, conforme a Fig. 6. Todas as variáveis aleatórias são consideradas como independentes.

Tabela 1. Distribuição estatística para exemplo 2

Parâmetro	Tipo de Distribuição	Média	C.V.
Concentração limite de cloretos C_{lim}	Uniforme	0,60 kg/m ³	0,1443
Coefficiente de difusão κ_0	Lognormal	67,7228 mm ² /ano	0,5
Concentração de cloretos no contorno C_0	Lognormal	1,15 kg/m ³ (agressividade moderada)	0,5

O modelo do MEC é composto por uma malha de 54 elementos de contorno isoparamétricos de aproximação linear e descontínuos, que levou ao uso de 108 pontos de colocação. Para a integração numérica, são considerados 40 passos de tempo. Além disso, assume-se que $u = q = 0$ em $t = 0$. A probabilidade de falha foi calculada ao longo da linha analisada pelo exemplo anterior. Para cada um desses pontos internos, 10.000 simulações executadas para a SMC. É importante mencionar que o número de amostras escolhido foi suficiente para atingir a convergência do modelo probabilístico.

As evoluções das probabilidades de despassivação para as diferentes profundidades são apresentadas na Fig. 9. Nesta figura, as quatro condições de contorno apresentadas no exemplo anterior são utilizadas. Além disso, a evolução da probabilidade de falha com o passar do tempo para valores de profundidade fixos é apresentada na Fig. 10.

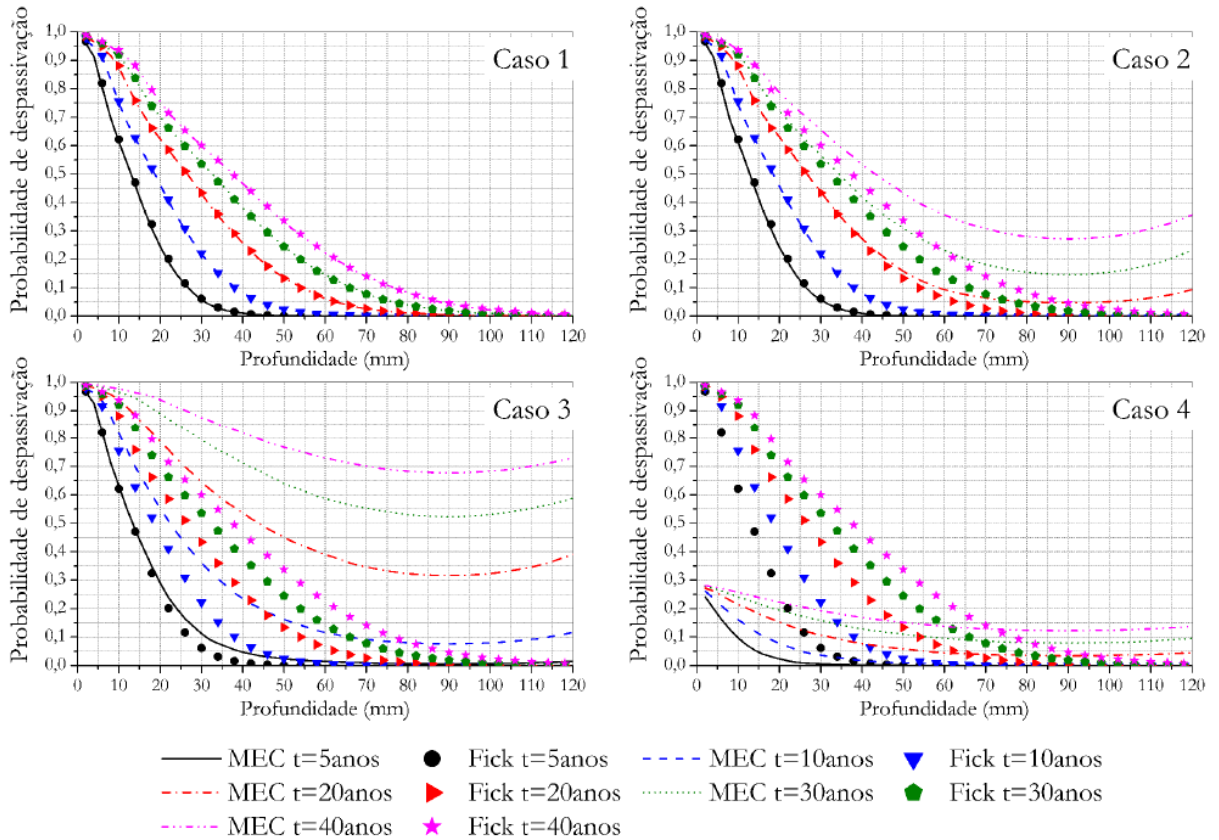


Figura 9. Evolução da probabilidade de despassivação pelo tempo

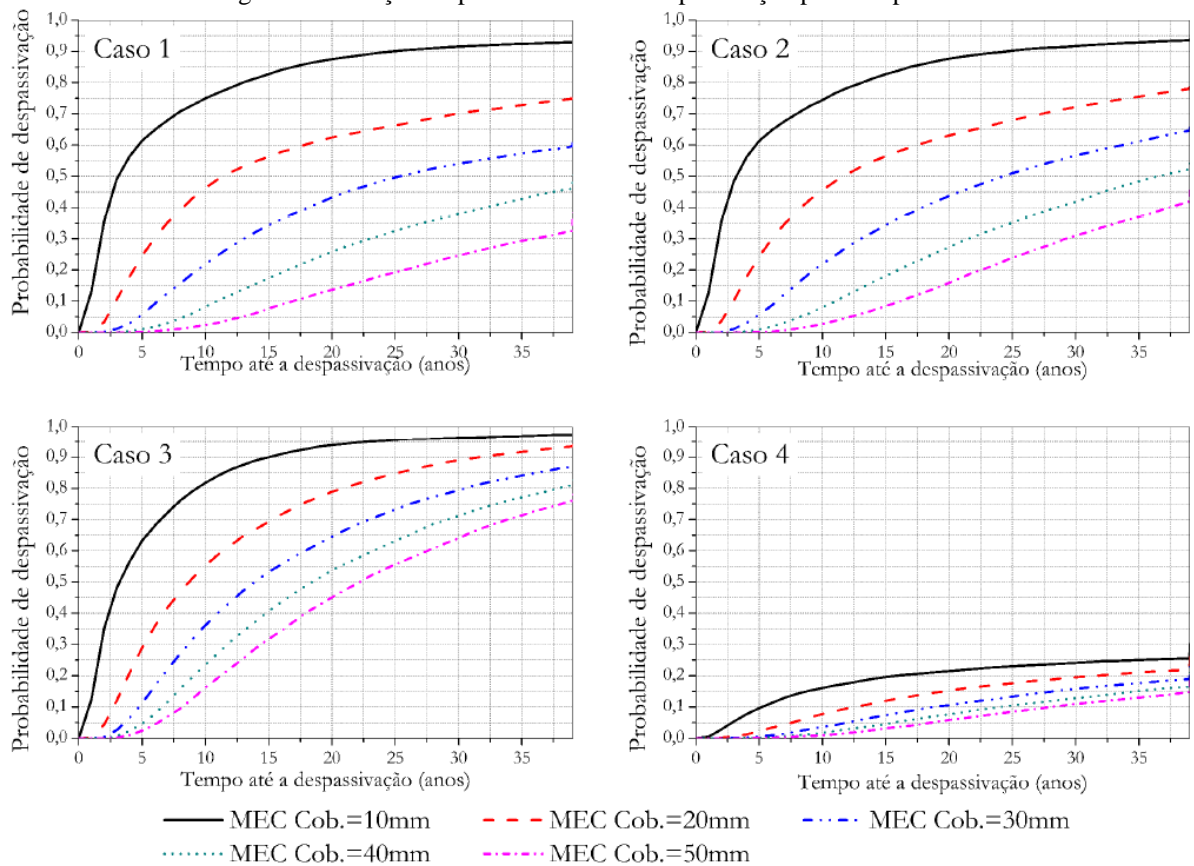


Figura 10. Evolução da probabilidade de despassivação pelo tempo

É constatada uma excelente conformidade entre os resultados probabilísticos obtidos pelo MEC e pela segunda lei de Fick para o caso 1. Este comportamento já era esperado porque o fluxo de cloretos é essencialmente unidirecional neste caso. No entanto, diferenças significativas são observadas para os outros casos. Assim, a probabilidade de falha é significativamente dependente da condição de fluxos multidirecionais, e também das condições de contorno dependentes do tempo. Essa conclusão destaca novamente as limitações da abordagem de Fick na simulação de casos em que o ingresso de cloretos é complexo. Além disso, demonstra-se que abordagens numéricas são necessárias para representar adequadamente este complexo problema de engenharia.

É importante mencionar que, em todos os casos, a probabilidade de despassivação cresce mais rapidamente para pequenas profundidades, conforme esperado. A concentração de cloretos cresce rapidamente nessas posições devido à proximidade com os cloretos da superfície. Assim, valores adequados de revestimento das armaduras devem ser utilizados no projeto estrutural, para garantir a durabilidade desejada.

5 Conclusões

Foi apresentada neste trabalho uma formulação para a análise probabilística do tempo de iniciação do processo de corrosão em estruturas de concreto baseado na difusão de íons cloreto. O processo de difusão foi modelado numericamente pelo MEC para problemas bidimensionais transientes. A quantificação das incertezas foi realizada por meio da SMC, obtendo como resposta a confiabilidade do projeto. O acoplamento entre modelagens robustas para problemas de difusão, como a utilizada neste trabalho, com abordagens probabilísticas é pouco abordado na literatura e demonstrou um aspecto original do presente trabalho.

O primeiro exemplo numérico apresentado demonstrou a aplicação da formulação proposta para um problema determinístico, validando sua resposta com a solução analítica da Lei de Fick. Além disso, limitações significativas desta solução analítica foram evidenciadas na análise de problemas mais complexos, mesmo que tal abordagem seja usualmente utilizada na engenharia. O segundo exemplo apresentou a consideração de incertezas associadas ao problema de difusão. Assim, foi possível observar a evolução da probabilidade de falha na estrutura analisada. Este exemplo evidenciou a importância da análise probabilística em problemas como este. Técnicas de otimização baseada em confiabilidade podem ainda ser aplicadas à formulação proposta, caracterizando uma significativa evolução na metodologia de análise e projeto de estruturas de concreto sujeitas à corrosão por difusão de íons cloreto.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela FAPESP, projeto de pesquisa nº 2018/20253-4, sem o qual este trabalho não poderia ter sido realizado.

Referências

- [1] Courard, L.; Gillard, A.; Darimont, A.; Bleus, J.M.; Paquet, P. Pathologies of concrete in Saint-Vincent Neo-Byzantine Church and Pauchot reinforced artificial stone. *Construction and Building Materials*. v. 34, 201-210, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.02.070>
- [2] Goncalves, J.R.A.; Boluk, Y.; Bindiganavile, V. Crack growth resistance in fibre reinforced alkali-activated fly ash concrete exposed to extreme temperatures. *Material and Structures*, v. 51:42, 2018. <https://doi.org/10.1617/s11527-018-1163-6>
- [3] Bru, D.; González, A.; Baeza, F.J.; Ivorra, S. Seismic behavior of 1960's RC buildings exposed to marine environment. *Engineering Failure Analysis*. v.90, 324-340, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2018.02.011>

- [4] Tuutti, K. Corrosion of steel in concrete Swedish. Cement and concrete research institute Stockholm, 460 p.,1982.
- [5] Enright, M.P.; Frangopol, D.M. Probabilistic analysis of resistance degradation of reinforced concrete bridge beams under corrosion. *Engineering Structures*, v.20, n.11, p.960-971, 1998.
- [6] Weyers, R.E. Corrosion service life model. In: Silva-Araya W.P., de Rincon O.T., O'Neill L.P., editors. *Repair and rehabilitation of reinforced concrete structures: the state of the art*. Reston, VA: American Society of Civil Engineers,105 p., 1998.
- [7] Vidal, T.; Castel, A.; François, R. Corrosion process and structural performance of a 17 year old reinforced concrete beam stored in chloride environment. *Cement and Concrete Research*, v.37, p.1551-1561, 2007.
- [8] El Hassan, J.; Bressolette, P.; Chateaufneuf, A.; El Tawil, K. Reliability based assessment of the effect of climatic conditions on the corrosion of RC structures subject to chloride ingress. *Engineering Structures*,v.32, p. 3279-3287, 2010.
- [9] Dang, V.H.; François, R. Influence of long-term corrosion in chloride environment on mechanical behaviour of RC beam. *Engineering Structures*, v.48, p.558-568, 2013.
- [10] Kropp J. Chlorides in concrete. In: *Performance criteria for concrete durability*. RILEM report 12: E&FN SPON, p.138-164, 1995.
- [11] Cascudo, O. O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas. São Paulo: Pini; Goiania: Editora UFMG, 1997.
- [12] Neville, M. *Properties of Concrete*. Pearson Education, 5 ed., 2011.
- [13] Martõ, B. A study of the effect of chloride binding on service life predictions. *Cement and Concrete Research*, v.30, n.8, p.1215-1223, 2000.
- [14] Val, D.V.; Stewart, M.G. LifecCycle cost analysis of reinforced concrete structures in marine environments. *Structural Safety*, v.25, n.4, p.343-362, 2003.
- [15] Ann, K.Y.; Ahn, J.H.; Ryou, J.S. The importance of chloride content at the concrete surface in assessing the time to corrosion of steel in concrete structures. *Construction and Building Materials*, n.23, p. 239-245, 2009.
- [16] Mangat, P.S.; Molloy, B.T. Prediction of long term chloride concentration in concrete. *Materials and Structures*, v.27, p.338-346, 1994.
- [17] Val, D.V., Chernin, L., Stewart, M.G. Experimental and numerical investigation of corrosion-induced cover cracking in reinforced concrete structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.135, p.376-385, 2009.
- [18] Audenaert, K.; Yuan, Q.; De Schutter; G. On the time dependency of the chloride migration coefficient in concrete. *Construction and Building Materials*, v.24, p.396-402, 2010.
- [19] Guzmán, S., Gálvez, J.C., Sancho, J.M. Cover cracking of reinforced concrete due to rebar corrosion induced by chloride penetration. *Cement and Concrete Research*, v.41, p.893-902, 2011.
- [20] Crank, J. *The mathematics of diffusion*, 2 ed., Oxford (London): Clarendon Press, 414 p., 1975.
- [21] Wu, Y.; Xiao, J. The Multiscale Spectral Stochastic Finite Element Method for Chloride Diffusion in Recycled Aggregate Concrete. *International Journal of Computational Methods*. v. 15, No. 1, 2018. <https://doi.org/10.1142/S0219876217500785>
- [22] Xiao, J.; Ying, J.; Shen, L. FEM simulation of chloride diffusion in modeled recycled aggregate concrete, *Construction Building Materials*. v.29, 12-23, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.08.073>
- [23] Zeng, Y. Modeling of chloride diffusion in hetero-structured concretes by finite element method. *Cement & Concrete Composites*. v.29, 559-565, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2007.04.003>
- [24] Khelifa, M-R. New Computational Model Based on Finite Element Method to Quantify Damage Evolution Due to External Sulfate Attack on Self-Compacting Concretes. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. v.28, 260-272, 2013. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.2012.00793.x>
- [25] Na, O.; Cai, X-C.; Xi, Y. Corrosion Prediction with Parallel Finite Element Modeling for Coupled Hygro-Chemo Transport into Concrete under Chloride-Rich Environment. *Materials*. v.10, 350, 2017. <https://doi.org/10.3390/ma10040350>
- [26] Bokota, A.; Iskierka, S. An analysis of the diffusion-convection problem by the boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Element*, v.15, p.267-275, 1995.

- [27] Taguti, Y. Método dos elementos de contorno na resolução do problema de segunda ordem em placas delgadas. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 190 p., 2010.
- [28] Yang, L.F.; Chen, Z.; Gao, Q.; Ju, J.W. Compensation length of two-dimensional chloride diffusion in concrete using a boundary element model. *Acta Mechanica*, v.224, p.123-137, 2013.
- [29] Chen, E.; Leung, C.K. Finite element modeling of concrete cover cracking due to non-uniform steel corrosion, *Engineering Fracture Mechanics*, v.134, p.61-78, 2015.
- [30] Zhu, Q.; Jiang, L.; Chen, Y.; Xu, J.; Mo, L. Effect of chloride salt type on chloride binding behavior of concrete. *Construction and Building Materials*. v. 37, 512-527, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.07.079>
- [31] Liang, M.-T.; Huang, R.; Jheng, H.-Y. Revisited to the relationship between the free and total chloride diffusivity in concrete. *Journal of Marine Science and Technology*, v. 18, 442–448, 2010.
- [32] Ann, K.Y.; Ahn, J.H.; Ryou, J.S. The importance of chloride content at the concrete surface in assessing the time to corrosion of steel in concrete structures. *Construction and Building Materials*, v.23, 239-245, 2009. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2007.12.014>
- [33] Zhou, S. Analytical Model for Square Root Increase of Surface Chloride Concentration and Decrease of Chloride Diffusivity. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 28, 04015181, 2016. doi: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0001483.
- [34] Shekarchi, M.; Bonakdar, A.; Bakhshi, M.; Mirdamadi, A.; Mobasher, B. Transport properties in metakaolin blended concrete. *Construction and Building Materials*, v. 24, 2217-2223, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.04.035>
- [35] Farmani, F.; Bonakdarpour, B.; Ramezaniapour, A.A. pH reduction through amendment of cement mortar with silica fume enhances its biological treatment using bacterial carbonate precipitation. *Materials and Structures*, v. 48, 3205–3215, 2015. <https://doi.org/10.1617/s11527-014-0391-7>
- [36] Biondini, F.; Frangopol, D.M. Probabilistic limit analysis and lifetime prediction of concrete structures. *Structure and Infrastructure Engineering*, v.4, 399-412, 2008. <https://doi.org/10.1080/15732470701270157>
- [37] Alipour, A.; Shafei, B.; Shinozuka, M. S. Capacity loss evaluation of reinforced concrete bridges located in extreme chloride-laden environments. *Structure and Infrastructure Engineering*, v.9, 8-27, 2013. <https://doi.org/10.1080/15732479.2010.525243>
- [38] Wrobel, L.C. The boundary element method. Applications in thermos-fluids and acoustics, 1. John Wiley & Sons; 2002.
- [39] El Hami A.; Radi B. Uncertainty and Optimization in structural mechanics, ISTE Ltd, UK, John Wiley & Sons, USA, 2013.
- [40] Val, D.V.; Chernin, L.; Stewart, M.G. Experimental and numerical investigation of corrosion-induced cover cracking in reinforced concrete structures. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, v.135, 2009, p. 376–385.
- [41] Mcgee, R. Modelling of durability performance of tasmanian bridges. In: Melchers RE, Stewart MG, editors. ICASP8 applications of statistics and probability in civil engineering, v.1, p.297-306, 1999.
- [42] Bentz, D.P.; Clifton, J.R.; Snyder, K.A. Predicting service life of chloride-exposed reinforced concrete. *Concrete International*, v.18(12), p.42-47, 1996.