

## STATIC NONLINEAR ANALYSIS OF VESSELS BERTHED AT DOLPHINS

**Arina van L. B. de Carvalho**

**Eduardo M. B. Campello**

**Kalil J. Skaf**

*arina.vlc@usp.br*

*campello@usp.br*

*kalil.skaf@egtengenharia.com.br*

*Dept. of Structural and Geotechnical Engineering, University of São Paulo*

*Av. Prof. Luciano Gualberto, 380, 05508-010, São Paulo - SP, Brasil*

**Abstract.** Vessel mooring systems consist of mooring lines, fenders and a fixed (harborage) structure. Their role is to ensure the operational safety of port terminals by restraining the vessel movements at berth during loading and unloading operations. This work presents partial results of an on-going research on the dynamic behavior of a vessel berthed at dolphins subjected to environmental oscillatory loadings. It is a case study of a VLCC (Very Large Crude Carrier) berthed at the Porto Central/ES, Brazil, subjected to wind and current forces. At first, a simplified static analysis, used in structural design's current practice, is made to estimate the maximum loads in the mooring lines. Then, a nonlinear static analysis with geometrical nonlinearities, caused by the slacking of the mooring lines and loss of contact between the vessel and the fenders, as well as physical nonlinearity due to the fenders' stiffness and buckling-column-type behavior, is performed. The analysis consists of balancing the resultant forces and moments applied to vessel by the environment against the reaction forces exerted by the mooring lines' stretching and the fenders' compression. As a result, we arrive at a system of nonlinear equations as a function of the vessel's displacements, which are then solved by a fully consistent Newton's numerical method. At last, the behavior of the mooring system with respect to the vessel's displacements is investigated in order to better understand the effects of the considered nonlinearities.

**Keywords:** Mooring lines, dolphins, fenders, vessels, nonlinear analysis

## 1 Introdução

A segurança operacional de um terminal portuário é garantida pela adequada limitação dos movimentos da embarcação atracada durante as operações de carga e descarga. Os principais responsáveis pela excitação da embarcação são as ações ambientais. As restrições aos deslocamentos se dão no plano horizontal, por meio dos cabos de amarração e defensas, e no plano vertical, por meio de forças gravitacionais. Os cabos de amarração são constituídos de aço ou fibras sintéticas e amarram o navio à estrutura de acostagem. Já as defensas são elastômeros que têm como papel reduzir a pressão da estrutura sobre o casco do navio e fornecer certa restrição ao movimento através de forças de atrito.

Na prática atual de projeto estrutural, as principais normatizações internacionais determinam os esforços de amarração (tração nos cabos e reação nas defensas) de maneira simplificada. Esta se caracteriza por uma análise estática linear do sistema de amarração em uma configuração fixa pré-determinada, que desacopla os movimentos da embarcação, não considera a rigidez relativa de seus elementos e não contempla a mudança de geometria do sistema.

O objetivo desta pesquisa (que está em desenvolvimento) é investigar esses esforços sob a ótica de uma análise dinâmica e não linear de estruturas discretas de amarração como os *dolphins*. Em um primeiro momento, busca-se construir modelos com hierarquia mais baixa a fim de se entender o comportamento global do sistema e validar os resultados que serão obtidos no futuro com modelos mais sofisticados. Nesse contexto, este trabalho apresenta a elaboração de um modelo estático não linear que considera não só a rigidez relativa dos cabos de amarração e a reação (não linear) das defensas elastoméricas, como também a mudança de geometria do sistema (e conseqüente alteração de sua rigidez) causada pela perda de contato entre o navio e as defensas e o afrouxamento dos cabos. Para efeito de comparação, serão utilizados os mesmos parâmetros em um cálculo simplificado conforme prescrito pela norma espanhola *Recomendaciones para Obras Marítimas (ROM 2.0-11)* [1]. Ao final, será possível comparar as abordagens adotadas e discutir as conseqüências das simplificações utilizadas na prática de projeto estrutural de obras costeiras.

O artigo está organizado em seis seções, sendo a primeira introdutória ao estudo. Na seção 2, apresenta-se o modelo linear conforme a norma espanhola acima mencionada. Na seção 3, explicita-se a formulação do modelo não linear desenvolvido. A seção 4 consiste na caracterização do estudo de caso. Na seção 5, os resultados obtidos em ambas as análises são apontados e discutidos. Finalmente, na seção 6, apresentamos nossas conclusões e considerações finais. Ao longo do texto, letras em itálico ( $a, b, \dots, A, B, \dots, \alpha, \beta, \dots$ ) representam grandezas escalares, enquanto letras em negrito-itálico ( $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \dots$ ) representam vetores e matrizes, conforme o contexto

## 2 Modelo linear

Os modelos analíticos estáticos baseiam-se em uma simplificação da natureza dinâmica das ações, na qual se estabelece o equilíbrio entre a componente quase-estática (valor médio) das ações ambientais e as ações restauradoras produzidas pelos cabos e defensas. Como explanado anteriormente, o sistema de amarração é responsável por restringir os movimentos horizontais de translação longitudinal e transversal ao eixo do navio (em inglês, *surge* e *sway*) e de rotação em torno do centro de gravidade (*yaw*). O modelo linear aqui utilizado segue as prescrições da norma espanhola *ROM 2.0-11* [1]. Neste, a distribuição dos esforços entre os cabos e defensas depende unicamente da geometria e propriedades constitutivas do arranjo adotado. Nesta abordagem, não há acoplamento entre os movimentos da embarcação e os deslocamentos horizontais de *surge*, *sway* e *yaw*, que são considerados independentes.

### 2.1 Cabos de amarração

Como dito acima, os esforços nas amarrações dependem essencialmente de sua geometria. Seja um cabo  $i$  com força normal  $Q_{m,i}$ . O incremento de seu esforço normal ( $\Delta Q_{m,i}$ ) pode ser escrito em termos de suas componentes longitudinal, transversal e vertical ( $\Delta Q_{m,i|L}$ ,  $\Delta Q_{m,i|T}$  e  $\Delta Q_{m,i|V}$ ) de acordo com as eqs. (1) a (3):

$$\Delta Q_{m,i|L} = \Delta Q_{m,i} \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}, \quad (1)$$

$$\Delta Q_{m,i|T} = \Delta Q_{m,i} \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}, \quad (2)$$

$$\Delta Q_{m,i|V} = \Delta Q_{m,i} \sin \beta_{m,i}, \quad (3)$$

onde  $\alpha_{m,i}$  é o ângulo da projeção do cabo  $i$  no plano horizontal com um eixo paralelo à estrutura de amarração e  $\beta_{m,i}$  o ângulo vertical entre o cabo  $i$  e a projeção horizontal, como ilustrado na Figura 1. O incremento de esforço pode ser escrito ainda em função do módulo de elasticidade ( $E_{m,i}$ ), da área da seção transversal ( $A_{m,i}$ ), do incremento de alongamento do cabo ( $\Delta l_{m,i}$ ) e de seu comprimento inicial ( $l_{m,i}$ ). O produto do módulo de elasticidade pela área é definido como coeficiente de rigidez ( $k_{m,i}$ ) do cabo:

$$\Delta Q_{m,i} = E_{m,i} A_{m,i} \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{m,i}} = k_{m,i} \frac{\Delta l_{m,i}}{l_{m,i}}. \quad (4)$$

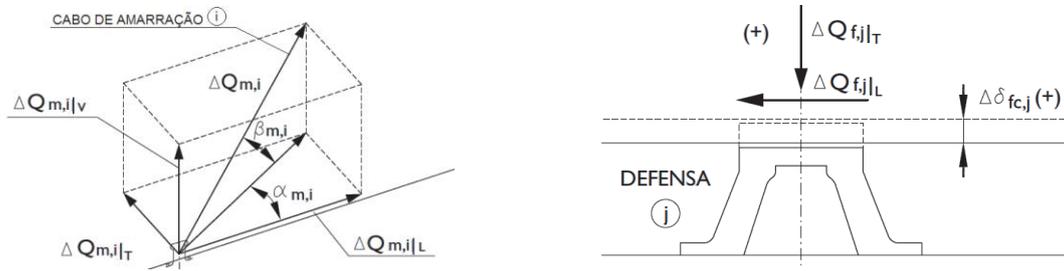


Figura 1: Decomposição das forças de amarração (esq.) e das forças na defesa - vista superior (dir.) Fonte: ROM 2.0 - 11 (adaptada)

## 2.2 Defensas

As reações das defensas dependem essencialmente da sua compressão. Seja uma defesa  $j$ ; sua reação pode ser decomposta em uma componente transversal à estrutura de amarração ( $\Delta Q_{f,j|T}$ ), função do seu módulo de elasticidade ( $E_{f,j}$ ) e de sua deformação nessa direção ( $\Delta \delta_{fc,j}$ ), e uma componente longitudinal, função dos parâmetros anteriores e do coeficiente de atrito ( $\mu_{f,j}$ ), como indicado na Figura 1 e pelas eqs. (5) e (6):

$$\Delta Q_{f,j|T} = E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j}, \quad (5)$$

$$\Delta Q_{m,j|L} = \mu_{f,j} \Delta Q_{f,j|T} = \mu_{f,j} E_{f,j} \Delta \delta_{fc,j}. \quad (6)$$

## 2.3 Equações de equilíbrio

O sistema embarcação-amarração-defensa-estrutura estará em equilíbrio estático quando as forças ambientais longitudinais, transversais e momentos ( $R_{famb|L}$ ,  $R_{famb|T}$ ,  $R_{famb|M}$ , admitidos conhecidos) se igualarem às forças restauradoras dos cabos e defensas. Ambas as resultantes são consideradas em relação ao centro de gravidade da embarcação. A distância horizontal entre o calço do cabo de amarração  $i$  e o plano vertical perpendicular ao eixo longitudinal que passa pelo centro de gravidade do navio é denominada  $a_{m,i}$ . A distância horizontal entre o eixo da defesa  $j$  e o mesmo plano é designada  $b_{f,j}$ . Dessa forma, as equações de equilíbrio podem ser escritas da seguinte forma:

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|L} + \sum_j \Delta Q_{f,j|L} = R_{famb|L}, \quad (7)$$

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|T} + \sum_j \Delta Q_{f,j|T} = R_{famb|T}, \quad (8)$$

$$\sum_i \Delta Q_{m,i|T} a_{m,i} + \sum_j \Delta Q_{f,j|T} b_{f,j} = R_{famb|M}. \quad (9)$$

As forças reativas produzidas pelos alongamentos dos cabos de amarração e pela compressão das defensas dependem dos deslocamentos longitudinal ( $\delta_x$ ) e transversal ( $\delta_y$ ) e da rotação em torno do eixo vertical que passa pelo centro de gravidade da embarcação ( $\delta_\theta$ ):

$$\Delta l_{m,i} = \hat{f}_i(\delta_x, \delta_y, \delta_\theta), \quad (10)$$

$$\Delta \delta_{f,c,j} = \hat{f}_j(\delta_x, \delta_y, \delta_\theta). \quad (11)$$

A solução do sistema de equações acima não é tão simples quanto parece, pois a determinação das Eq. (10) e (11) não é feita de maneira direta. Para facilitar a prática de projeto, a norma ROM 2.0-11 propõe algumas simplificações que serão detalhadas a seguir.

## 2.4 Método simplificado

Os métodos simplificados procuram estimar os máximos esforços nos elementos que compõem o sistema de amarração de maneira que os resultados obtidos estejam a favor da segurança. À vista disso, para cada configuração geométrica e de ações externas, a norma ROM 2.0-11 propõe um método diferente. O caso a ser analisado neste trabalho é o de uma embarcação atracada lateralmente em *dolphins* e submetida a ações externas horizontais cuja resultante atua no sentido de afastá-la da estrutura. Neste cenário, o Método 2 considera que apenas os cabos atuam como agentes restauradores do movimento, não havendo contribuição das defensas. Para a aplicação deste método, é necessário que todos os cabos tenham as mesmas propriedades geométricas e de resistência. O procedimento consiste em dividir os cabos em três grupos: (1) traveses e lançantes de proa, (2) traveses e lançantes de popa e (3) *springs*, como ilustrado na Figura 2.

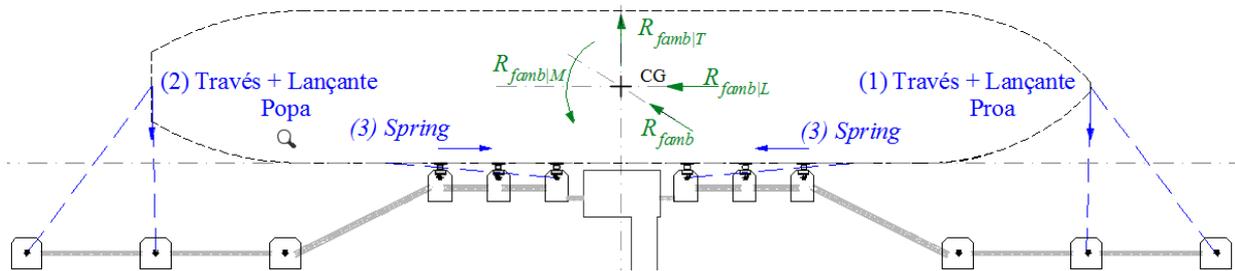


Figura 2: Simplificação permitida pela ROM 2.0-11 [1].

Cada grupo recebe o mesmo valor de incremento (ou decremento) de força, independentemente de seu comprimento, posição e inclinação. À vista disso, considera-se que os *springs* são responsáveis por resistir às forças longitudinais ao eixo da embarcação. Os demais cabos, lançantes e traveses de proa e popa, são responsáveis por resistir às forças transversais e momentos. Assim, utilizando a mesma notação adotada anteriormente, as equações de equilíbrio podem ser reescritas como:

$$\Delta Q_{m,spring} = \frac{\sum R_{famb|L}}{\sum_i (|\cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}|)}, \quad (12)$$

$$\Delta Q_{m,través/lançante} = \frac{\sum R_{famb|T}}{\sum_i (|\sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}|)} \pm \frac{\sum R_{famb|M}}{\sum_i (|a_{m,i} \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}|)}. \quad (13)$$

Neste método simplificado, consideram-se apenas os cabos (*springs*, lançantes e traveses) que não sofrem afrouxamento. Caso necessário, pode-se adotar uma pré-tensão inicial suficientemente grande para que os lançantes e traveses se mantenham tensionados. As Equações (12) e (13) fornecem os esforços de tração nos cabos em termos dos valores médios das ações ambientais reais. Como estas ações possuem caráter oscilatório, a norma espanhola recomenda a utilização de coeficientes de majoração que estimem seus valores máximos e mínimos. Tais coeficientes dependem das características da embarcação, das próprias ações, do sistema de amarração e da estrutura de acostagem.

De uma maneira geral, e na falta de informações específicas, a norma ROM 2.0-11 [1] recomenda adotar um coeficiente de majoração igual a 2,0.

### 3 Modelo não linear

A análise estática não linear do navio atracado em *dolphins* busca investigar a influência da rigidez relativa entre os cabos (com possível perda de rigidez causada por eventual afrouxamento), da natureza não linear da reação das defensas elastoméricas sobre a embarcação, e da mudança de geometria do sistema (com possível perda de contato entre a embarcação e as defensas). Nesta abordagem, as forças ambientais são estáticas e estimadas segundo seus valores médios (análogo à ROM 2.1-11 [1]). Estas ações deslocam o navio em movimentos de translação longitudinal, transversal e rotação em torno do eixo vertical passando por seu centro de gravidade. Estes movimentos tendem a alongar/afrouxar os cabos de amarração e comprimir/descomprimir as defensas. O equilíbrio se dá pelo balanceamento das forças externas ambientais e reativas dos cabos e defensas.

A metodologia empregada neste trabalho tem como base aquela proposta por Barros [2]. O autor analisa o navio como um objeto rígido e as defensas e os cabos de amarração como vetores orientados do navio à estrutura de amarração. Na medida em que a embarcação se desloca, há variação da magnitude e orientação dos vetores e, portanto, mudança de geometria do sistema, com alteração das reações de tração dos cabos e compressão das defensas. Como o navio está sujeito a forças ambientais, calculam-se os deslocamentos que resultam no equilíbrio estático do sistema. Como as equações de equilíbrio são por construção não lineares, utiliza-se aqui o método numérico de Newton-Raphson para sua solução. O equacionamento apresentado a seguir foi desenvolvido pelos autores.

Para a consideração da natureza não linear da defesa, tomou-se como base o trabalho desenvolvido por Antolloni *et al.* [3]. Através de um modelo de associação de molas e barras rígidas, os autores propuseram uma equação com parâmetros calibrados experimentalmente que reproduz com grande precisão as curvas *força x deformação* das defensas fornecidas nos catálogos de fabricantes.

#### 3.1 Navio

O navio é considerado como um sólido rígido representado por um conjunto de pontos no espaço, que definem a sua geometria. Deste conjunto são identificados os pontos de interesse, como os calços onde são amarrados os cabos, o centro de gravidade e os pontos que definem o trecho de contato com a defesa. As ações ambientais são aplicadas no centro de gravidade da embarcação. Como resultado, o navio sofre deslocamentos longitudinais, transversais e rotação em torno do eixo vertical ( $u_x, u_y, \theta$ ). Por ser um corpo rígido, é possível calcular e atualizar as coordenadas dos pontos de interesse com base nos deslocamentos do centro de gravidade, conforme explicitado a seguir.

#### 3.2 Cálculo dos deslocamentos

Considere um sistema de eixos coordenados com origem na estrutura de acostagem, alinhado ao centro de gravidade da embarcação. O eixo  $x$  é paralelo ao eixo longitudinal do navio, o eixo  $y$  é transversal (positivo no lado mar) e o eixo  $z$  é vertical. O centro de gravidade do navio em sua posição de referência é definido pelas coordenadas  $(x_{cg}^R, y_{cg}^R, z_{cg}^R)$ . As forças externas resultam em deslocamentos longitudinais, transversais e rotação do centro de gravidade  $(u_x, u_y, \theta)$ . A Figura 3 ilustra este cenário com deslocamentos exagerados para melhor visualização. Seja um ponto qualquer do navio na posição de referência de coordenadas  $(x_N^R, y_N^R, z_N^R)$ . Dados os deslocamentos do centro de gravidade acima citados, os deslocamentos resultantes deste ponto no plano horizontal são dados por:

$$u_{x,N} = u_x + (x_N^R - x_{cg}^R) \cos \theta - (y_N^R - y_{cg}^R) \sin \theta - (x_N^R - x_{cg}^R), \quad (14)$$

$$u_{y,N} = u_y + (x_N^R - x_{cg}^R) \sin \theta + (y_N^R - y_{cg}^R) \cos \theta - (y_N^R - y_{cg}^R). \quad (15)$$

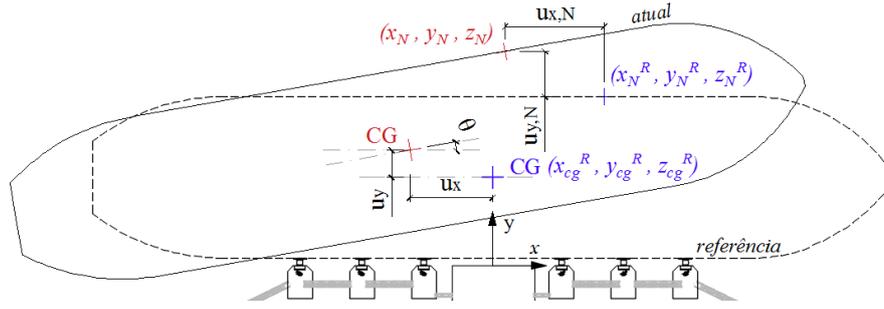


Figura 3: Definição dos deslocamentos do navio.

Admite-se que as rotações são pequenas se comparadas às dimensões do navio, tal que  $\cos \theta \cong 1$  e  $\sin \theta \cong \theta$ . Dessa forma, as equações acima podem ser simplificadas por:

$$u_{x,N} = u_x - (y_N^R - y_{cg}^R)\theta, \quad (16)$$

$$u_{y,N} = u_y + (x_N^R - x_{cg}^R)\theta. \quad (17)$$

As coordenadas do ponto qualquer do navio na configuração atual são:

$$x_N = x_N^R + u_{x,N} = x_N^R + u_x - (y_N^R - y_{cg}^R)\theta, \quad (18)$$

$$y_N = y_N^R + u_{y,N} = y_N^R + u_y + (x_N^R - x_{cg}^R)\theta. \quad (19)$$

### 3.3 Cabos de amarração

Os cabos de amarração são representados por vetores que conectam os calços do navio  $(x_{Nc}, y_{Nc}, z_{Nc})$  aos cabeços situados na estrutura de acostagem  $(x_B, y_B, z_B)$ , como indicado na Eq. (20). Esses vetores têm sua geometria constantemente atualizada em função dos deslocamentos do centro de gravidade do navio, de acordo com as Eq. (18) e (19). O comprimento dos cabos e os versores que caracterizam a sua orientação são explicitados, respectivamente, nas Eq. (21) e (22).

$$\mathbf{V}_m = \{x_B - x_{Nc}, y_B - y_{Nc}, z_B - z_{Nc}\}, \quad (20)$$

$$\ell_m = \|\mathbf{V}_m\| = \sqrt{(x_B - x_{Nc})^2 + (y_B - y_{Nc})^2 + (z_B - z_{Nc})^2}, \quad (21)$$

$$\mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{V}_m}{\|\mathbf{V}_m\|} = \{v_{mx}, v_{my}, v_{mz}\}. \quad (22)$$

A rigidez dos cabos varia com o seu alongamento. Como será visto adiante, dependendo do material utilizado, a mesma pode ser considerada linear. Seja  $A$  a área da seção transversal de um cabo,  $E$  o seu módulo de elasticidade e  $\ell_0$  o seu comprimento inicial. A força de tração ( $t_m$ ) para cada cabo é calculada de acordo com a Lei de Hooke:

$$t_m = \frac{EA}{\ell_0} (\ell_m - \ell_0) = \frac{EA}{\ell_0} \Delta\ell. \quad (23)$$

Caso haja alongamento dos cabos,  $\Delta\ell > 0$ , e a tração é definida pela Eq. (23). Caso haja afrouxamento,  $\Delta\ell < 0$ , e a força axial é admitida igual a zero. O vetor que caracteriza essa a força é dado por:

$$\mathbf{t}_m = t_m \mathbf{v}_m = t_m \{v_{mx}, v_{my}, v_{mz}\}. \quad (24)$$

O cabo tracionado provoca um momento no centro de gravidade da embarcação. Define-se o braço de alavanca deste momento como sendo o vetor orientado do centro de gravidade do navio ao calço em que o cabo está amarrado. O momento pode ser calculado pelo produto vetorial entre o braço ( $\mathbf{b}_m$ ) e a força de tração dos cabos ( $\mathbf{t}_m$ ). Dado que o modelo só considera rotações do navio em torno do eixo

vertical, e logo os deslocamentos correspondentes se dão no plano horizontal, só interessa a componente do momento em relação ao eixo  $z$  ( $m_{mz}$ ). A mesma pode ser obtida pelo produto escalar do momento com o vetor unitário  $\hat{\mathbf{k}} = \{0, 0, 1\}$

$$\mathbf{b}_m = \{x_{Nc} - x_{cg}, y_{Nc} - y_{cg}, z_{Nc} - z_{cg}\}, \quad (25)$$

$$\mathbf{m}_m = \mathbf{b}_m \times \mathbf{t}_m, \quad (26)$$

$$m_{mz} = \mathbf{m}_m \cdot \hat{\mathbf{k}}. \quad (27)$$

Os cabos utilizados nesta análise são de fibras sintéticas de HMPE (*High-Modulus Polyethylene – “Dyneema”*). Segundo Gaythwaite [4], este material tem sido cada vez mais utilizado pela indústria naval por possuir alta resistência (da mesma ordem de grandeza que o aço) e a vantagem de leveza e fluabilidade. A carga de ruptura (*Minimum Breaking Load – MBL*) ocorre para um alongamento último ( $\varepsilon_u$ ) de cerca de 2,2% considerando um cabo em uso. Para este material, a rigidez pode ser considerada linear com o alongamento, como ilustrado na Figura 4 e estimado pela Eq. (28):

$$\frac{MBL}{A} = E \varepsilon_u \rightarrow EA = \frac{MBL}{\varepsilon_u}. \quad (28)$$

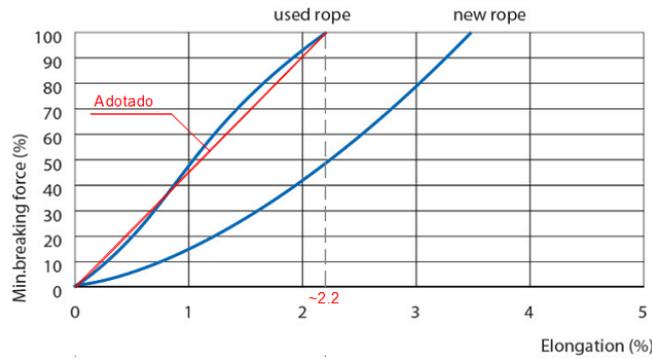


Figura 4: Curva força  $\times$  deformação do cabo de HMPE (“Dyneema”) adotado. Fonte: *Lankhorst Ropes*

Será aplicada uma pré-tensão ( $t_0$ ) de 5% da *MBL* a fim de minimizar o afrouxamento das amarras e reduzir a movimentação da embarcação atracada. O comprimento inicial do cabo nesta situação é estimado pela Lei de Hooke:

$$\frac{t_0}{A} = E \frac{(\ell_m - \ell_0)}{\ell_0} \rightarrow \ell_0 = \frac{\ell_m}{1 + t_0/EA} = \frac{\ell_m}{1 + t_0 \varepsilon_u / MBL}. \quad (29)$$

### 3.4 Defensas

As defensas são equipamentos fixos à estrutura de acostagem com coordenadas definidas por  $(x_F, y_F, z_F)$ . Calcula-se a posição de um ponto no casco do navio  $(x_{Nf}, y_{Nf}, z_{Nf})$  que possui a mesma coordenada longitudinal da defesa ( $x_{Nf} = x_F$ ) através da interpolação linear dos pontos que compõem o contorno do navio. Assim, através da distância entre as coordenadas  $y$  desses pontos, é possível estimar a deformação da defesa ou a eventual perda de contato entre o navio e a defesa. De modo a simplificar essa estimativa, fixa-se o eixo coordenado  $y$  com a origem na estrutura. Sabendo que a defesa é composta por um painel rígido e uma unidade elastomérica, tem-se altura total do conjunto  $h_f$  e altura do elastômero  $h_e$ , como indicado pela Figura 5(a). Define-se a deformação da defesa ( $\delta$ ) por:

$$\text{Se } y_{Nf} < h_f \rightarrow \delta = \frac{(h_f - y_{Nf})}{h_e}, \quad (30)$$

$$\text{Se } y_{Nf} \geq h_f \rightarrow \delta = 0. \quad (31)$$

O comportamento não linear da defesa é estimado de acordo com o trabalho desenvolvido por

Antolloni *et al.* [3]. Para uma defesa do tipo *SCK Cell Fenders* da fabricante *Trelleborg*, com reação máxima  $r_{max}$ , a reação ( $r_f$ ) em função da deformação ( $\delta$ ) em kN é dada por:

$$r_f = \left[ 2.6 \delta + 27248 (0.37 - \delta) \left( 1 - \frac{50}{\sqrt{2500 + 4\delta(0.74 - \delta)}} \right) \right] r_{max}. \quad (32)$$

A Figura 5(b) ilustra a curva *Reação x Deformação* dada pela Eq.(32). O atrito entre a embarcação e o painel é desprezado neste trabalho, devido à sua dificuldade de modelagem (esta simplificação será removida em trabalhos futuros dos autores). Essa simplificação tende a aumentar o tensionamento dos cabos, uma vez que esses são os únicos responsáveis por restringir os movimentos longitudinais. A reação da defesa é então representada por um vetor perpendicular à estrutura de acostagem, de acordo com a Eq. (33):

$$\mathbf{r}_f = \{ 0, r_f, 0 \}. \quad (33)$$

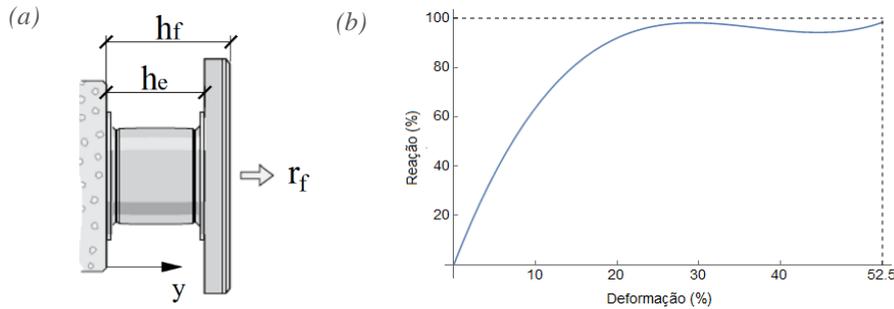


Figura 5: (a) Geometria e (b) Curva *Reação x Deformação* da defesa tipo *SCK-Cell Fender*. Fonte (a) *Trelleborg* (adaptada) e (b) Autora.

A excentricidade do ponto de aplicação da reação da defesa em relação ao centro de gravidade do navio provoca um momento neste último. Define-se o braço de alavanca deste momento como sendo o vetor orientado do centro de gravidade do navio ao ponto de contato entre a defesa e o navio. O momento ( $\mathbf{m}_f$ ) pode ser calculado pelo produto vetorial entre o braço ( $\mathbf{b}_f$ ) e a reação da defesa ( $\mathbf{r}_f$ ). Dado que o modelo só considera rotações do navio em torno do eixo vertical, e logo os deslocamentos correspondentes se dão no plano horizontal, só interessa a componente do momento em relação ao eixo  $z$  ( $m_{fz}$ ). A mesma pode ser obtida pelo produto escalar do momento com o vetor unitário  $\hat{\mathbf{k}} = \{0, 0, 1\}$ . As equações abaixo explicitam esses cálculos:

$$\mathbf{b}_f = \{ x_{Nf} - x_{cg}, y_{Nf} - y_{cg}, z_{Nf} - z_{cg} \}, \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_f = \mathbf{b}_f \times \mathbf{r}_f, \quad (35)$$

$$m_{fz} = \mathbf{m}_f \cdot \hat{\mathbf{k}}. \quad (36)$$

### 3.5 Equações de equilíbrio

O equilíbrio estático do sistema estará garantido quando a somatória das forças e momentos externos (devidos às ações ambientais) aplicados no centro de gravidade do navio for igual às forças e momentos reativos produzidos pelos alongamentos dos cabos e compressão das defensas. Para um sistema com  $j$  cabos,  $k$  defensas e com forças externas nas direções  $x$ ,  $y$  e momento externo dados por  $f_{sx}$ ,  $f_{sy}$  e  $m_s$ , tem-se:

$$\hat{f}_x(u_x, u_y, \theta) = \sum_{i=1}^j t_{m,i} v_{mx,i} + f_{sx} = 0, \quad (37)$$

$$\hat{f}_y(u_x, u_y, \theta) = \sum_{i=1}^j t_{m,i} v_{my,i} + \sum_{i=1}^k r_{f,i} + f_{sy} = 0, \quad (38)$$

$$\widehat{f}_\theta(u_x, u_y, \theta) = \sum_{i=1}^j m_{mz,i} + \sum_{i=1}^k m_{fz,i} + m_s = 0. \quad (39)$$

### 3.6 Método de Newton

O sistema de equações acima é constituído por três equações de equilíbrio nas incógnitas  $u_x$ ,  $u_y$  e  $\theta$ . Por tratar-se de um sistema não linear, no caso geral a sua solução só pode ser obtida por meio de métodos numéricos. Neste trabalho, será utilizado o Método de Newton. Seja  $\mathbf{R}$  uma função vetorial (ou vetor generalizado) que agrupa as forças e momentos desbalanceados, conforme abaixo:

$$\mathbf{R}(u_x, u_y, \theta) = \begin{bmatrix} \widehat{f}_x(u_x, u_y, \theta) \\ \widehat{f}_y(u_x, u_y, \theta) \\ \widehat{f}_\theta(u_x, u_y, \theta) \end{bmatrix} = 0. \quad (40)$$

A solução do sistema é o vetor  $(u_x, u_y, \theta)$  que zera a função  $\mathbf{R}$ . O método de Newton consiste em aproximar a função não linear  $\mathbf{R}$  por uma função localmente linear em torno de um ponto conhecido. Seja um ponto qualquer da função dado pela Eq. (41), e um ponto conhecido dado pela Eq.(42). A expansão de  $\mathbf{R}$  em série de Taylor em torno do ponto conhecido é dada pela Eq. (43).

$$\mathbf{u} = \{u_x, u_y, \theta\}, \quad (41)$$

$$\mathbf{u}_0 = \{u_{x0}, u_{y0}, \theta_0\}, \quad (42)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{R}(\mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}^2} \right|_{\mathbf{u}_0} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) + \dots \quad (43)$$

Truncando a série de Taylor nos termos de primeira ordem, definindo a matriz de rigidez tangente conforme apresentado pela Eq.(44), definindo o vetor  $\boldsymbol{\delta}$  conforme a Eq.(45) e igualando a função  $\mathbf{R}(\mathbf{u})$  a zero, chega-se à Eq. (46):

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{u}_0) = \left. \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}_0}, \quad (44)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0, \quad (45)$$

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{u}_0) \boldsymbol{\delta} = -\mathbf{R}(\mathbf{u}_0). \quad (46)$$

O sistema não linear (40) se transforma então no sistema linear da Eq. (46), cuja incógnita é o vetor  $\boldsymbol{\delta}$ . Calculando-se a matriz de rigidez tangente e a função  $\mathbf{R}$  em um ponto conhecido  $\mathbf{u}_0$ , obtém-se  $\boldsymbol{\delta}$ . Em seguida, obtém-se o valor do vetor  $\mathbf{u}$  através da Eq. (45). Como se trata de um método aproximado, deve-se verificar se o  $\mathbf{u}$  assim obtido de fato zera o vetor  $\mathbf{R}$ , isto é, se o método *convergiu para a solução*. Adotam-se aqui como critérios de convergência o resíduo normalizado e a máxima diferença de deslocamento entre duas soluções (i.e., iterações) consecutivas, devendo esses serem menores do que uma tolerância ( $\varepsilon$ ) imposta. Neste trabalho, adotou-se  $\varepsilon = 10^{-6}$

$$\frac{\mathbf{R}}{\|\mathbf{R}(\mathbf{u}_0)\|} \leq \varepsilon, \quad (47)$$

$$\max(\boldsymbol{\delta}) \leq \varepsilon. \quad (48)$$

O Método de Newton apresenta bons resultados desde que a estimativa inicial ( $\mathbf{u}_0$ ) esteja suficientemente próxima da solução buscada. Como no caso geral isso não é simples de se conseguir, optou-se aqui por um procedimento incremental, onde o carregamento externo é na verdade aplicado em pequenos incrementos, sendo que em cada incremento a estimativa inicial é a solução obtida no incremento anterior, tal que a solução buscada não esteja muito distante da estimativa adotada. Partindo da configuração inicial do sistema, aplicou-se o carregamento externo em incrementos da ordem de 1/20 de seu valor total. Desta maneira, para cada incremento o método é repetido, até a sua convergência segundo os critérios das Eqs. (47) e (48).

## 4 Estudo de caso

### 4.1 Apresentação do caso

As análises estáticas linear e não linear serão feitas em um estudo de caso no Porto Central. Localizado no Espírito Santo (Brasil), trata-se de um projeto em desenvolvimento de um complexo industrial portuário multipropósito, contendo desde terminais de contêineres e carga geral até terminais de minério de ferro, gás e óleo.



Figura 6: Layout do projeto do Terminal Multipropósito Porto Central. Fonte: Porto Central.

Nesse contexto, será analisado o terminal de transferência de óleo. Composto por *dolphins* de amarração e atracação e, contando com uma profundidade de 25,0m, o terminal é capaz de atracar navios petroleiros de grande porte do tipo VLCC (*Very Large Crude Carrier*), que será o objeto de estudo. Os dados a respeito do navio em plena carga encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1: Dados geométricos do navio em estudo

Very Large Crude Carrier – 250000 DWT					
Deslocamento	335000	tf	Proj. Área Véllica Long.	4565	m <sup>2</sup>
Comprimento Total	363	m	Proj. Área Véllica Transv.	1275	m <sup>2</sup>
Comprimento entre Perp.	356	m	Proj. Área Submersa Long.	6829	m <sup>2</sup>
Boca	59	m	Proj. Área Submersa Transv.	1132	m <sup>2</sup>
Pontal	32	m	Área Superficial Submersa Long.	36027	m <sup>2</sup>
Calado Máximo	21.1	m	Área Superficial Submersa Transv.	23494	m <sup>2</sup>

A estrutura é composta por seis *dolphins* de atracação (que também possuem cabeços para a amarração dos *springs*) e seis *dolphins* de amarração, afastados de 35m em relação à frente de atracação (delimitada pelos painéis das defensas não comprimidas). A origem do eixo coordenado encontra-se no eixo de simetria da estrutura, alinhado ao centro de gravidade do navio. A geometria do arranjo estrutural encontra-se ilustrada na Figura 7 e detalhada na Tabela 2.

Tabela 2: Dados geométricos da estrutura

Cota nível dos <i>dolphins</i>	+5.50	m	Altura total defesa	2.75	m
Cota nível do cabeço	+6.00	m	Altura defesa (elastômero)	2.25	m
Cota nível da defesa	+4.00	m	Espaçamento <i>dolphin</i> amarração	50.00	m
Profundidade da água	25.00	m	Espaçamento <i>dolphin</i> atracação	22.50	m

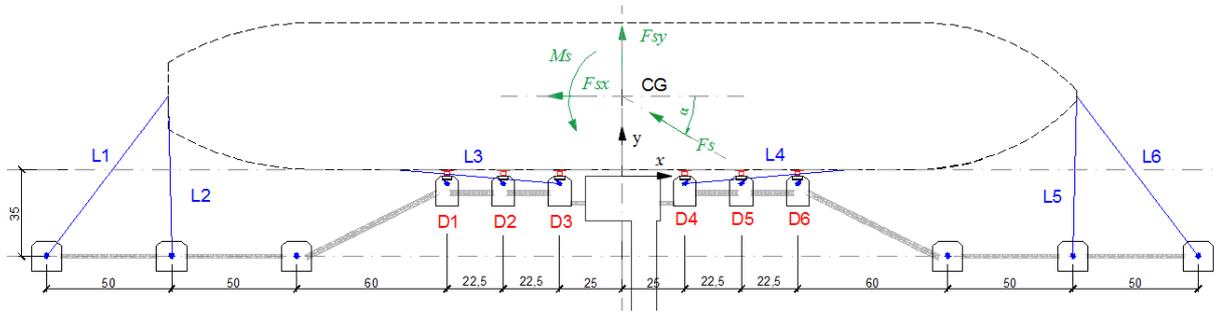


Figura 7: Geometria dos dolphins e navio em estudo. Fonte: Autores.

A defesa foi calculada para o navio em estudo sendo escolhida a defesa do tipo *SCK Cell Fender* da fabricante *Trelleborg*. O modelo adotado foi *SCK 2250 – E3.2* com reação máxima de 3720 kN e máxima energia absorvida de 3675 kNm. O arranjo de cabos ilustrado na Figura 7 foi concebido de maneira a seguir as recomendações da norma espanhola ROM 2.0-11[1]: adotou-se um arranjo simétrico, com ângulos verticais menores que  $25^\circ$  e o menor número de cabos possíveis, sendo dois lançantes, dois travéses e dois *springs*. Os lançantes formam um ângulo de  $45 \pm 15^\circ$  com um eixo paralelo à frente de atracação passando pelo cabeço. Já os travéses formam um ângulo de  $90 \pm 15^\circ$  com esse mesmo eixo e os *springs* devem ser o mais paralelo possível ao eixo, formando um ângulo de no máximo  $10^\circ$ . Apesar de segundo Gaythwaite [4] navios petroleiros do tipo *VLCC* usualmente utilizarem de 16 a 18 cabos, optou-se por adotar o menor arranjo possível mesmo que resulte em cabos de grande diâmetro, apenas a título de investigação dos modelos. A especificação do diâmetro e resistência do cabo será feita adiante, após o dimensionamento estático linear. Tendo como base o arranjo de amarração adotado na Figura 7 e as informações da Tabela 2, levantou-se as coordenadas dos calços de amarração do navio, cabeços e defensas que serão utilizados nas análises linear e não linear, conforme indicado na Tabela 3 e Tabela 4. As coordenadas dos cabeços estão identificadas pelo índice B, dos calços pelo índice Nc;  $\alpha$  é o ângulo do cabo em relação ao eixo  $x$  e  $\beta$  o ângulo vertical, conforme ilustrado na Figura 1. Por fim, as coordenadas das defensas possuem o índice Nf.

Tabela 3: Coordenadas dos cabeços e calços do navio onde estão amarrados os cabos

Cabo	Tipo	$X_B$ (m)	$Y_B$ (m)	$Z_B$ (m)	$X_{Nc}$ (m)	$Y_{Nc}$ (m)	$Z_{Nc}$ (m)	$\alpha$ ( $^\circ$ )	$\beta$ ( $^\circ$ )
L1	Lançante	-230.00	-32.25	6.00	-181.50	32.25	10.90	53.06	3.5
L2	Través	-180.00	-32.25	6.00	-181.50	32.25	10.90	-88.67	4.3
L3	Spring	-25.00	-3.00	6.00	-90.75	2.75	10.90	-5.00	4.2
L4	Spring	25.00	-3.00	6.00	90.75	2.75	10.90	5.00	4.2
L5	Través	180.00	-32.25	6.00	181.50	32.25	10.90	88.67	4.3
L6	Lançante	230.00	-32.25	6.00	181.50	32.25	10.90	-53.06	3.5

Tabela 4: Coordenada das defensas na estrutura de acostagem

Defensa	D1	D2	D3	D4	D5	D6
$X_{Nf}$ (m)	-70.0	-47.5	-25.0	25.0	47.5	70.0
$Y_{Nf}$ (m)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$Z_{Nf}$ (m)	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0

## 4.2 Ações ambientais

As ações ambientais de vento e corrente foram estimadas segundo os critérios recomendados pela OCIMF [5] para navios petroleiros do tipo *VLCC* em abrigo de ondas. Em relação ao vento, adota-se uma velocidade de rajada de 30s a 10m de altura de 31 m/s (60 nós) com ângulo de incidência em qualquer direção. Este valor deve ser somado a uma corrente de velocidade de 1,54 m/s (3 nós) a  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do navio. Para ângulos de  $10^\circ$  ou  $170^\circ$  deve-se adotar uma

velocidade de corrente de 1,03 m/s (2 nós) e para ângulo de 90° 0,5 m/s (0,75 nós).

### Ações de vento

O cálculo das ações de vento teve como parâmetros de entrada as recomendações da OCIMF [5] explanadas anteriormente. O procedimento de cálculo adotado foi o recomendado pela Tabela 4.6.59 da ROM 2.0-11 [1]. Para tal, variou-se o ângulo de incidência ( $\alpha_v$ ) de 0° a 180° com incrementos de 30° e utilizou-se os dados geométricos do navio encontrados na Tabela 1. Os resultados encontram-se listados na Tabela 5. Os coeficientes adimensionais  $C_{DV,L}$  e  $C_{DV,T}$  correspondem aos coeficientes de arrasto nas direções longitudinal e transversal respectivamente, e o  $K_{v,e}$  corresponde ao coeficiente de excentricidade. Tais valores são fornecidos pela ROM 2.0-11 [1]. O parâmetro  $\phi$  corresponde ao ângulo da resultante do vento, que depende do ângulo de incidência e da geometria do navio. Por fim, a resultante da força de arrasto de vento é indicada por  $R_v$  e suas componentes na direção longitudinal, transversal e momento por  $F_{v,L}$ ,  $F_{v,T}$  e  $M_{CG,v}$  respectivamente. O valor adotado para o peso específico do ar foi de 1,23 kg/m<sup>3</sup>.

Tabela 5: Cálculo das forças solicitantes de vento

$\alpha_v$ (°)	$C_{DV,L}$	$C_{DV,T}$	$\phi$ (°)	$K_{v,e}$	$R_v$ (kN)	$F_{v,L}$ (kN)	$F_{v,T}$ (kN)	$M_{CG,v}$ (kNm)
0	0.9	1.0	0.0	0.00	0.0	678.2	678.2	0.0
30	0.9	1.0	64.2	-0.10	64.2	1430.2	622.8	1287.5
60	0.9	1.0	80.8	-0.12	80.8	2346.5	373.6	2316.6
90	0.9	1.0	90.0	-0.16	90.0	2698.0	0.0	2698.0
120	0.7	1.0	-80.8	-0.27	-80.8	-2306.2	-367.1	2276.8
150	0.7	1.0	-64.2	-0.37	-64.2	-1293.6	-563.3	1164.5
180	0.7	1.0	0.0	0.00	0.0	-527.5	-527.5	0.0

### Ações de corrente

O cálculo das ações de corrente teve como parâmetros de entrada as recomendações da OCIMF [5] explanadas anteriormente. Foram utilizados os procedimentos de cálculo para os esforços de pressão e de atrito recomendados pelas Tabelas 4.6.60 e 4.6.61 da ROM 2.0-11 [1]. Para tal, variou-se o ângulo de incidência ( $\alpha_c$ ) de 0°, 10°, 90°, 170° e 180° e utilizou-se os dados geométricos do navio encontrados na Tabela 1. Como a relação profundidade/calado é de 1,20, os coeficientes adimensionais de arrasto nas direções longitudinal e transversal são 0,9 e 5,5 respectivamente. O parâmetro  $K_{c,e}$  corresponde ao coeficiente de excentricidade e o parâmetro  $\phi$  corresponde ao ângulo da resultante de pressão, que depende do ângulo de incidência e da geometria do navio. Por fim, a resultante da força de pressão de corrente é indicada por  $R_{c,p}$  e suas componentes na direção longitudinal, transversal e momento por  $F_{Cpres,L}$ ,  $F_{Cpres,T}$  e  $M_{CG,Cpres}$  respectivamente. O valor adotado para o peso específico da água foi de 1025 kg/m<sup>3</sup>. A Tabela 6 apresenta os valores obtidos.

Tabela 6: Cálculo das forças solicitantes de pressão de corrente

$\alpha_c$ (°)	$V_c$ (m/s)	$K_{c,e}$	$\phi$ (°)	$R_{c,p}$ (kN)	$F_{Cpres,L}$ (kN)	$F_{Cpres,T}$ (kN)	$M_{CG,Cpres}$ (kNm)
0	1.54	0.00	0.0	1243.7	1243.7	0.0	0.0
10	1.03	0.17	46.8	1436.3	983.8	1046.5	64576.5
90	0.50	0.00	90.0	4812.3	0.0	4812.3	0.0
170	1.03	-0.17	-46.8	-1436.3	-983.8	1046.5	-64576.5
180	1.54	0.00	0.0	-1243.7	-1243.7	0.0	0.0

As componentes da resultante da força de atrito de corrente nas direções longitudinal e transversal são indicadas por  $F_{Cat,L}$  e  $F_{Cat,T}$  respectivamente. A Tabela 7 apresenta os valores obtidos.

Tabela 7: Cálculo das forças solicitantes de atrito de corrente

$\alpha_c$ (°)	$V_c$ (m/s)	$\phi$ (°)	$F_{Cat,L}$ (kN)	$F_{Cat,T}$ (kN)
<b>0</b>	1.54	0.0	72.84	0.0
<b>10</b>	1.03	2.7	33.18	0.7
<b>90</b>	0.50	90.0	0.00	2.3
<b>170</b>	1.03	2.7	-33.18	0.7
<b>180</b>	1.54	0.0	-72.84	0.0

### Ações resultantes

As ações de vento e corrente foram combinadas e os valores extremos para forças longitudinais ocorrem em ângulos de incidência de vento de 0° e para forças transversais em ângulo de 90°. Os resultados máximos são apresentados variando-se estes ângulos de vento e os ângulos de corrente, conforme indicado na Tabela 8, onde  $F_{sx}$  é a componente da resultante na direção  $x$ ,  $F_{sy}$  é a componente na direção  $y$  e  $M_s$  o momento.

Tabela 8: Resultantes críticas das ações de vento e corrente

$\alpha_c$ (°)	$F_{sx}$ (kN)	$F_{sy}$ (kN)	$M_s$ (kNm)	$F_{sx}$ (kN)	$F_{sy}$ (kN)	$M_s$ (kNm)
	$\alpha_v = 0^\circ$			$\alpha_v = 90^\circ$		
0	1994.7	0.0	0.0	1316.5	2698	-156698.9
10	1695.1	1047.1	64576.5	1016.9	3745.1	-92122.3
90	678.2	4814.6	0.0	0.0	7512.6	-156698.9
170	-338.7	1047.1	-64576.5	-1016.9	3745.1	-221275.4
180	-638.3	0.0	0.0	-1316.5	2698	-156698.9

## 5 Resultados e discussão

### 5.1 Análise linear

As trações nos cabos foram calculadas de acordo com o Método 2 da norma espanhola ROM 2.0-11 [1] explicitado no Item 2.4 para as forças externas extremas calculadas na Tabela 8. É interessante ressaltar que as velocidades de vento e corrente utilizadas no cálculo das ações são valores médios. Para levar em conta o caráter oscilatório dessas ações e identificar as máximas trações, as mesmas foram majoradas no cálculo dos esforços nos cabos. Como não há informações específicas acerca do coeficiente de majoração, adotou-se o valor recomendado pela norma espanhola de  $\gamma_D = 2,0$ . Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 9, sendo os máximos identificados em azul.

Tabela 9: Esforços de tração nos cabos para as ações extremas (em kN)

$\alpha_v$ (°)	$\alpha_c$ (°)	L1	L2	L3	L4	L5	L6
<b>0</b>	0	0.0	0.0	<b>4015.6</b>	0.0	0.0	0.0
	10	385.2	385.2	3412.6	0.0	781.7	781.7
	90	2682.7	2682.7	1365.3	0.0	2682.7	2682.7
	170	781.7	781.7	0.0	682.0	385.2	385.2
	180	0.0	0.0	0.0	1285.0	0.0	0.0
<b>90</b>	0	1984.4	1984.4	2650.3	0.0	1022.3	1022.3
	10	2369.6	2369.6	2047.3	0.0	1804.0	1804.0
	90	<b>4667.2</b>	<b>4667.2</b>	0.0	0.0	3705.0	3705.0
	170	2766.1	2766.1	0.0	2047.3	1407.5	1407.5
	180	1984.4	1984.4	0.0	2650.3	1022.3	1022.3

A partir dos dados da Tabela 9 tem-se que o máximo esforço de tração é de 4667,2 kN. Esse valor é chamado de carga de trabalho (*Safe Working Load – SWL*). De acordo com a OCIMF [5], a esse valor deve ser aplicado um fator de segurança (FS) para que se determine a resistência do cabo, ou seja, sua carga de ruptura (*Minimum Breaking Load – MBL*). O fator de segurança depende do material utilizado, sendo recomendado para fibras sintéticas FS = 2,0. Portanto, para este estudo é necessário um cabo com uma carga de ruptura igual ou maior do que 9335kN. Adota-se um cabo do tipo *Lanko® Force* da fabricante *Lankhorst Ropes* de 116mm de diâmetro, que corresponde a um *MBL* = 9551kN. A partir desses dados, é possível definir o produto de rigidez através da Eq. (24). Como dito anteriormente, navios petroleiros do tipo *VLCC* usualmente utilizam de 16 a 18 cabos, o que implica em diâmetros menores e mais fáceis de manusear. Entretanto optou-se por adotar o menor arranjo possível a título de investigação dos modelos.

## 5.2 Análise não linear

Nesta etapa utilizou-se a formulação desenvolvida no Item 3, que foi implementada no programa *Mathematica*. Os dados acerca da geometria, sistema de coordenadas, materiais, entre outros, encontram-se no Item 4. Em um primeiro instante, a fim de analisar o sistema em relação a sua posição de equilíbrio, considera-se que não há forças ambientais externas agindo sobre o navio. Portanto, o mesmo encontra-se na posição ilustrada na Figura 7. As coordenadas de seu centro de gravidade são (0,00, 32,25, -6,90). É importante ressaltar que a coordenada em *z* não é relevante uma vez que o foco do modelo é os deslocamentos horizontais.

### Pré-tensão

Os cabos de amarração são pré-tensionados a uma força de 5% *MBL*, o que corresponde a 477,6kN para a presente análise. Esta pré-tensão tende a aproximar a embarcação da estrutura, comprimindo as defensas. Devido à simetria da disposição dos cabos e defensas, a pré-tensão provocará deslocamentos apenas na direção perpendicular à estrutura, não havendo deslocamento longitudinal ou rotação. Dessa forma, a resultante da soma das reações das defensas deve ser igual à resultante da soma da componente na direção *y* e de tração dos cabos. Entretanto, tal movimentação causa uma pequena alteração na geometria das amarras, que por sua vez altera a componente na direção *y* e o equilíbrio. Portanto, o deslocamento final do navio será tal que resulte em reações das defensas iguais às componentes transversais da pré-tensão dos cabos. Trata-se de um processo iterativo, cujo critério de parada adotado foi a diferença de deslocamentos entre duas iterações ser menor do que  $10^{-6}$ . Após a pré-tensão, o estado de equilíbrio do sistema se altera. Dessa forma, todas as análises realizadas nos próximos itens decorrem do estado inicial descrito pelas Tabela 10 e Tabela 11.

Tabela 10: Reações dos cabos e das defensas no navio após a pré-tensão

Elemento	R (kN)	R <sub>x</sub> (kN)	R <sub>y</sub> (kN)	R <sub>z</sub> (kN)	M <sub>RZ</sub> (kNm)
Cabo 1	477.6	-286.5	-380.9	-28.9	69139.9
Cabo 2	477.6	11.1	-476.0	-36.2	86402.9
Cabo 3	477.6	474.4	-41.3	-35.4	17747.1
Cabo 4	477.6	-474.4	-41.3	-35.4	-17747.1
Cabo 5	477.6	-11.1	-476.0	-36.2	-86402.9
Cabo 6	477.6	286.5	-380.9	-28.9	-69139.9
Defensa 1	299.4	0.0	299.4	0.0	-20960.8
Defensa 2	299.4	0.0	299.4	0.0	-14223.4
Defensa 3	299.4	0.0	299.4	0.0	-7486.0
Defensa 4	299.4	0.0	299.4	0.0	7486.0
Defensa 5	299.4	0.0	299.4	0.0	14223.4
Defensa 6	299.4	0.0	299.4	0.0	20960.8
Σ	–	0.0	0.0	–	0.0

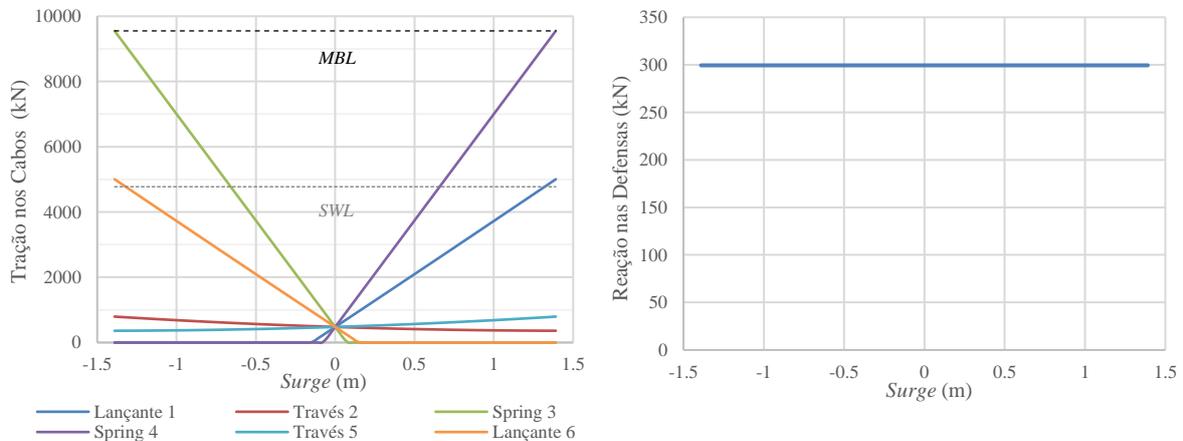
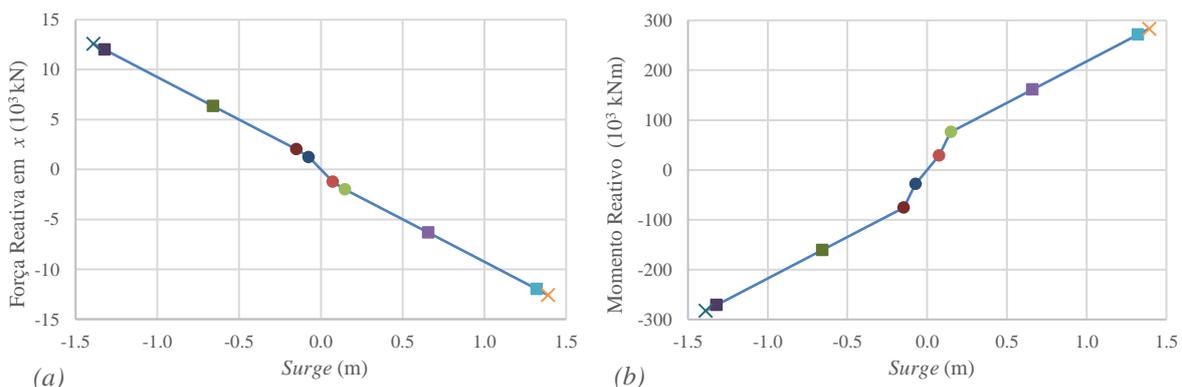
Tabela 11: Posição do centro de gravidade do navio após a pré-tensão

$X_{CG}$ (m)	$Y_{CG}$ (m)	$Z_{CG}$ (m)
0.000	32.228	-6.900

A Tabela 10 indica as reações provenientes dos cabos tensionados e das defensas comprimidas ( $R$ ) após a pré-tensão, bem como suas projeções nos eixos coordenados  $x$ ,  $y$  e  $z$  ( $R_x$ ,  $R_y$  e  $R_z$ ) e os momentos que essas forças geram em torno do eixo  $z$  ( $M_{Rz}$ ). É interessante notar que a somatória dos esforços no plano horizontal é igual a zero, o que comprova o equilíbrio do sistema. Já a Tabela 11 indica a posição de equilíbrio do centro de gravidade do navio após a pré-tensão.

### Gráficos deslocamento $x$ forças reativas

Um dos principais objetivos deste estudo é analisar o comportamento do sistema de amarração em relação aos deslocamentos do navio. Para tal, investigou-se a influência dos mesmos separadamente. Mantendo-se dois graus de liberdade iguais a zero, foi imposta uma variação no terceiro de modo a observar a resposta do sistema (reações no navio) e as implicações das não linearidades implementadas. Essa variação foi imposta partindo-se do equilíbrio após a pré-tensão (Item anterior) até o rompimento do primeiro cabo (tração igual ao  $MBL$ ) ou compressão máxima da defesa (deformação de 52,5%). Primeiramente, analisou-se o movimento na direção  $x$  (*surge*), mantendo-se  $y = \theta = 0$ . A Figura 8 ilustra a tração nos cabos e reação nas defensas. Como esperado, observa-se que os cabos mais influentes são os *springs* e os lançantes. Ao mesmo tempo que são mais solicitados em uma direção, são os que sofrem afrouxamento na outra. Os traveses mantêm-se tracionados em todo o campo analisado, sofrendo pouca alteração. Como não foi considerado o atrito entre defensas e navio, as mesmas mantêm a compressão imposta na pré-tensão e não influenciam a resposta do sistema. A Figura 9 mostra a reação total e o momento resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas sobre o navio com a variação do deslocamento longitudinal. A força está decomposta nas direções  $x$  e  $y$ . Nota-se que a não linearidade da resposta se dá pelo afrouxamento dos *springs* e lançantes.

Figura 8: Tração nos cabos (esq.) e reação nas defensas (dir.) com a variação do *surge* ( $y = \theta = 0$ )

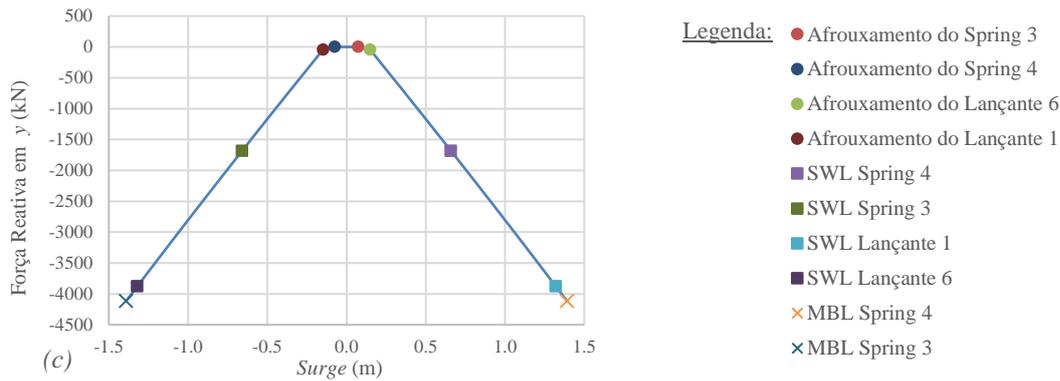


Figura 9: Componente em  $x$  (a) e em  $y$  (c) das reações e momento resultantes (b) no  $cg$  do navio com a variação do  $surge$  ( $y = \theta = 0$ )

Em um segundo momento analisou-se o deslocamento na direção  $y$  ( $sway$ ), mantendo-se  $x = \theta = 0$ . A Figura 10 ilustra a tração nos cabos e reação nas defensas com a variação do  $sway$ .

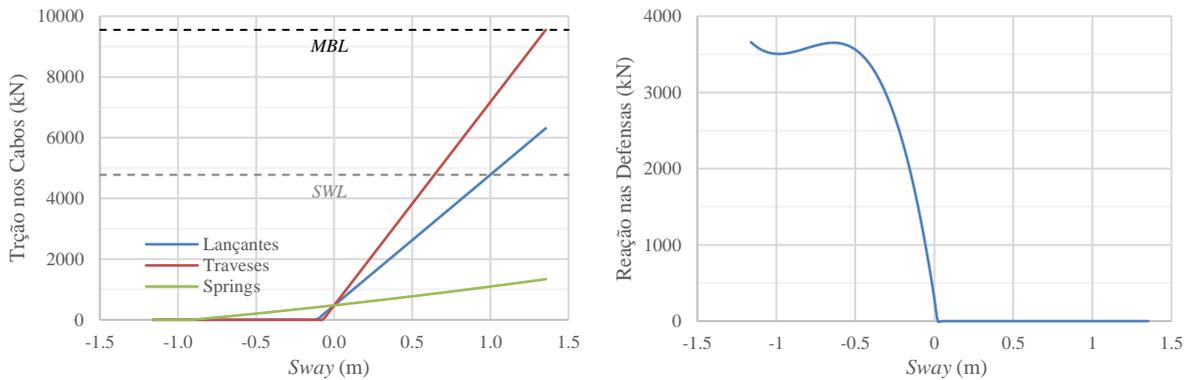


Figura 10: Tração nos cabos (esq.) e reação nas defensas (dir.) com a variação do  $sway$  ( $x = \theta = 0$ )

Devido à simetria do arranjo de amarração, os lançantes, traveses e *springs* têm o mesmo comportamento em relação aos deslocamentos transversais. Como esperado, observa-se que os traveses e lançantes têm a maior influência na restrição dos movimentos de afastamento do navio, sendo que dentre esses dois os traveses são os que absorvem mais carga e logo são os primeiros cabos a romper. É possível também observar uma pequena contribuição dos *springs*. No movimento de aproximação do navio, todos os cabos são afrouxados e as defensas são responsáveis por sua restrição. Em razão da simetria do sistema, a componente na direção  $x$  da reação total e o momento resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas sobre o navio são iguais a zero e não variam com o  $sway$ . A Figura 11 mostra a resposta da componente na direção  $y$ .

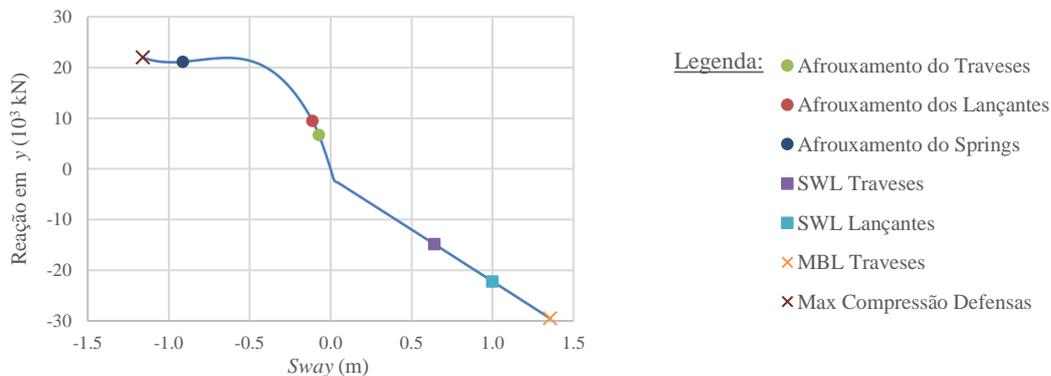


Figura 11: Componente em  $y$  das reações totais resultantes no  $cg$  do navio com a variação do  $sway$  ( $x = \theta = 0$ )

Da Figura 11 observa-se que, para deslocamentos negativos, fica evidente a influência da natureza não linear da defesa na resposta do sistema. Para deslocamentos positivos, nota-se uma mudança brusca do comportamento da resposta devido a perda de contato entre a embarcação e a defesa. Por causa da pré-tensão, essa alteração está ligeiramente deslocada da origem.

Por fim, analisou-se a rotação (*yaw*), mantendo-se  $x = y = 0$ . A Figura 12 ilustra a tração nos cabos e reação das defensas com a variação do *yaw*.

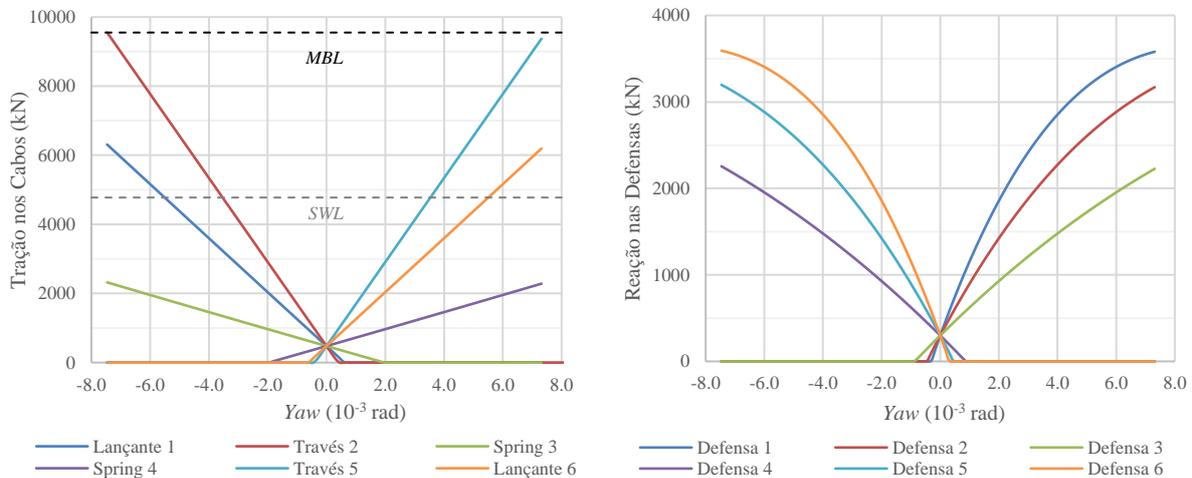


Figura 12: Tração nos cabos (esq.) e reação nas defensas (dir.) com a variação do *yaw* ( $x = y = 0$ )

Da Figura 12 observa-se que todos os elementos contribuem para a restrição do *yaw*. Em relação aos cabos, os traveses possuem maior contribuição, sendo os primeiros a romper, seguidos pelos lançantes e então *springs*. Em relação às defensas, a contribuição é proporcional à distância do centro de gravidade do navio. Destaca-se que essa contribuição depende da orientação da rotação, pois os traveses e lançantes afrouxam antes que os *springs* e as defensas mais distantes são as primeiras a perderem o contato com a embarcação. A Figura 13 esboça o comportamento das componentes da reação e momento resultantes do tensionamento dos cabos e compressão das defensas sobre o navio com a variação do *yaw*. Devido à simetria observada, os mesmos encontram-se melhor detalhados na Figura 14.

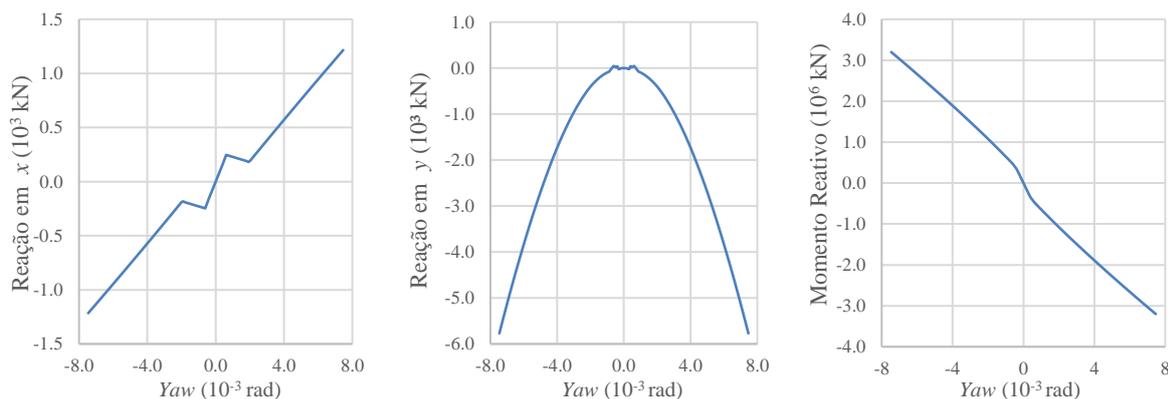


Figura 13: Componente em  $x$  (esq.) e em  $y$  (cent.) das reações e momento resultantes (dir.) no cg do navio com a variação do *yaw* ( $x = y = 0$ )

Da Figura 14 pode-se observar que a não linearidade da componente da reação na direção  $x$  se dá pelo afrouxamento dos lançantes e *springs*. O afrouxamento dos demais cabos e a descompressão da defesa não perturbam a linearidade desta resposta. Em relação ao momento reativo, há uma leve mudança de rigidez observada ainda para pequenas rotações, que pode ser explicada pela descompressão das defensas e afrouxamento do traves e lançante.

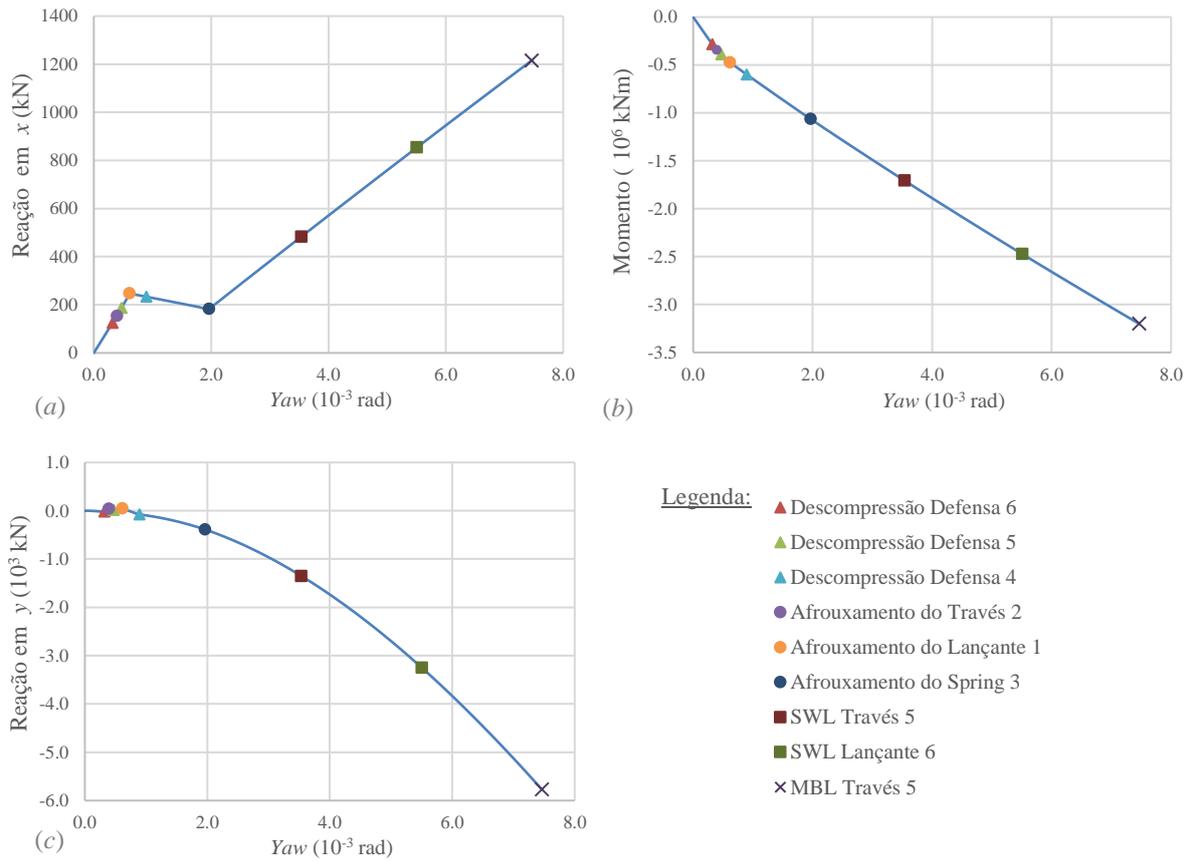


Figura 14: Detalhe do comportamento das componentes em  $x$  (a) e em  $y$  (c) das reações e momento resultantes (b) no  $cg$  do navio com a variação do yaw ( $x = y = 0$ )

Já a componente da reação na direção  $y$ , apresenta grande não linearidade mesmo para rotações menores que  $0,001$  rad, como indica em detalhe a Figura 15. Tanto as descompressões das defensas quanto os afrouxamentos dos traveses são fontes deste comportamento.

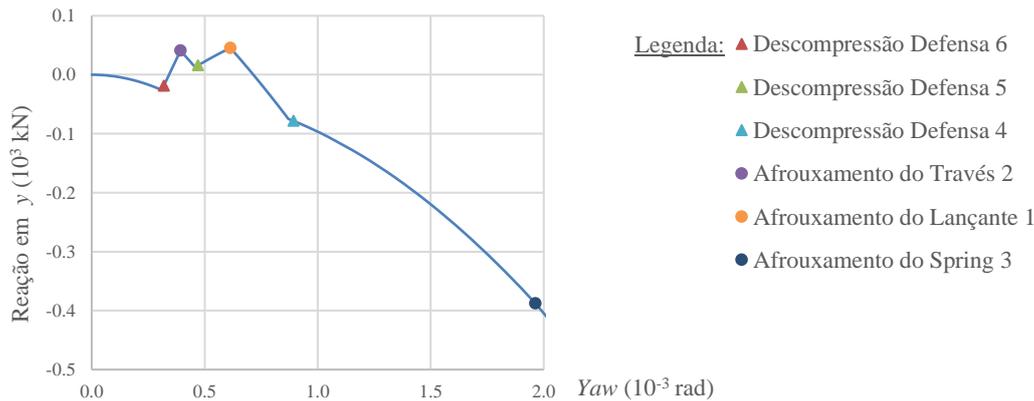


Figura 15: Momento resultante no  $cg$  vs variação do yaw para  $\theta$  menor que  $0,002$  rad ( $x = y = 0$ )

### Esforços de amarração

Os máximos esforços de tração nos cabos para as ações extremas da Tabela 8 encontram-se na Tabela 12. Os maiores valores que ocorrem nos traveses/lançantes e nos *springs* estão destacados em azul.

Tabela 12: Máximas trações nos cabos para as máximas ações solicitantes – Análise Não Linear

$\alpha_c$ (°)	Tmax (kN) Cabo		Tmax (kN) Cabo	
	$\alpha_v = 0^\circ$		$\alpha_v = 90^\circ$	
0	2957.4	Spring L3	2461.7	Través L2
10	2468.4	Spring L3	2828.7	Través L2
90	3123.6	Través L2	5389.7	Través L2
170	818.2	Través L2	3048.8	Través L2
180	1005.3	Spring L4	1939.6	Spring L4

Nota-se que, de forma análoga a análise linear, os maiores esforços nos *springs* ocorrem para vento e corrente incidentes a  $0^\circ$  e os maiores esforços nos traveses e lançantes ocorrem quando ambos incidem a  $90^\circ$ . As Tabelas Tabela 13 e Tabela 14 detalham a distribuição dos esforços para esses casos segundo a análise não linear e linear, respectivamente.

Tabela 13: Distribuição dos esforços nos cabos para os esforços máximos – Análise Não Linear

$\alpha_v$ (°)	$\alpha_c$ (°)	L1	L2	L3	L4	L5	L6
0	0	0.0	669.4	2957.4	0.0	205.4	1550.5
90	90	3595.7	5389.7	1048.9	686.1	4265.1	2940.2

Tabela 14: Distribuição dos esforços nos cabos para os esforços máximos – Análise Linear

$\alpha_v$ (°)	$\alpha_c$ (°)	L1	L2	L3	L4	L5	L6
0	0	0.0	0.0	4015.6	0.0	0.0	0.0
90	90	4667.2	4667.2	0.0	0.0	3705.0	3705.0

Os resultados aqui obtidos são coerentes aos encontrados por Barros [2]. Ao analisar os esforços para vento e corrente incidentes a  $0^\circ$ , nota-se que os obtidos pela análise linear são cerca de 35,8% maiores do que os da não linear. Tal discrepância pode ser atribuída à simplificação permitida pelo Método 2 da ROM 2.0-11. Ao assumir que os *springs* são os únicos responsáveis por resistir aos esforços longitudinais, despreza-se a contribuição dos demais cabos. Da Tabela 14, nota-se que a contribuição do lançante é significativa (cerca de 50% dos *springs*) e até os traveses contribuem. Vale lembrar que ambas as análises não consideram o atrito entre a embarcação e a defesa, o que tenderia a reduzir ainda mais essa tração. Em relação aos esforços para vento e corrente a  $90^\circ$ , o oposto ocorre. O esforço máximo obtido na análise não linear é cerca de 13,4% maior que o da análise linear. Tal diferença se dá pelo fato de que a simplificação proposta pela norma espanhola não leva em conta a rigidez relativa entre os cabos, provocada pelos seus diferentes comprimentos. Da Tabela 14, observa-se que os traveses recebem cerca de 50% de carga a mais que os lançantes. Outra observação a ser feita é que a tração máxima da análise não linear possui um fator de segurança  $FS=1,77$  em relação ao *MBL* do cabo escolhido, sendo menor do que o recomendado pela OCIMF [5]. É interessante ressaltar que as simplificações permitidas pela norma espanhola servem apenas para uma primeira estimativa de esforços, sendo indicado uma análise mais completa para o projeto estrutural.

## 6 Conclusões

Uma análise linear simplificada de um navio atracado em *dolphins* é uma maneira rápida e prática de estimar os esforços máximos nos cabos de amarração. As simplificações consideram que apenas os *springs* são responsáveis por resistir às ações longitudinais enquanto os traveses e lançantes resistem igualmente às ações transversais e momentos. A análise não linear, por sua vez, indica que os lançantes possuem contribuição significativa na restrição dos deslocamentos longitudinais (*surge*) que chegam a até 50% do valor dos *springs*. Em relação aos deslocamentos transversais (*sway*) e rotações (*yaw*), a rigidez relativa entre os lançantes e traveses faz com que a distribuição de esforços entre ambos seja desigual. Os traveses podem receber até 50% a mais de carga que os lançantes. Tais resultados observados estão compatíveis com a literatura consultada. O estudo da relação dos esforços reativos

com os deslocamentos no plano horizontal através de uma análise não linear mostra que o afrouxamento dos cabos perturba a resposta pontualmente, sendo mais evidente para o *surge* e o *yaw*. Já a defesa possui maior influência no *sway*. Sua natureza não linear afeta diretamente a resposta do sistema para movimentos de aproximação. Já a perda de contato resulta em uma mudança brusca de geometria e rigidez nos movimentos de afastamento. Como dito na introdução, o presente trabalho apresentou resultados parciais de uma pesquisa que está em desenvolvimento. Uma formulação não linear dinâmica do problema de amarração deverá ser apresentada pelos autores oportunamente.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à EGT Engenharia, que motivou este trabalho e cedeu parte dos dados utilizados nos exemplos. O segundo autor agradece também o apoio financeiro do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), referente aos projetos 309748/2015-1 e 307368/2018.

## Referências

- [1] Recomendaciones para Obras Marítimas. ROM 2.0-11: Recomendaciones para el proyecto y ejecución en Obras de Atraque y Amarre. Gobierno de España, Puertos del Estado, Junho 2012.
- [2] P. W. F. Barros. Dinâmica de Navios Atracados em Bacias Portuárias. Dissertação mestrado, University of São Paulo, 2018.
- [3] G. Antolloni, S. Carbonari, F. Gara, C. Lorenzoni and A. Mancinelli. Simple Physical Models to Simulate the Behavior of Buckling-Type Marine Fenders. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 143(1):04016014, 2017.
- [4] J. W. Gaythwaite. Design of Marine Facilities for the Berthing, Mooring, and Repair of Vessels. 2nd ed. Virginia, USA: ASCE Press, 2004. 564 p.
- [5] Oil Companies International Marine Forum (OCIMF). Mooring Equipment Guidelines 3rd ed (MEG3). Witherby Seamanship Int. Livingston, UK, 2008.