

ASSESSMENT OF THE RELIABILITY OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS SUBJECTED TO BENDING AND COMPRESSION USING THE FORM METHOD

Fernanda Ferra Andrade Toledo
Denise Christie de Oliveira Capanema
Marcílio Sousa da Rocha Freitas

ffandrade15@yahoo.com.br

denise_capanema@hotmail.com

marcilio@ufop.edu.br

Universidade Federal de Ouro Preto

Escola de Minas, Campus Universitário Morro do Cruzeiro, s/nº, 35400-000, Ouro Preto - MG, Brasil.

André Luis Riqueira Brandão

andrriqueira@unifei.edu.br

Universidade Federal de Itajubá

Campus Itabira, Rua Irmã Ivone Drumond, 200, Distrito Industrial II, 35903-087, Itabira - MG, Brasil.

Abstract. The structural reliability consists to the analysis of the probability of limit state violation for a structural system during the useful life. This paper presents an analysis of reliability indexes for cold formed members subjected to bending and to the axial compression force, designed according to the Brazilian standard ABNT NBR 14762:2010 [1] and the North American standard AISI S100:2016 [2]. For this purpose, a database of experimental results of several authors was elaborated for the limit states in question and the strengths were obtained for each model tested, using ABNT NBR 14762:2010 [1]. The model errors, relation between the theoretical and the experimental values, were also evaluated, providing a statistical result, also called the professional coefficient. Then, it was obtained the reliability index (β) as a function of the resistance factor (γ) based on the First Order Reliability Method - FORM. The resistance factors were obtained to combinations of gravitational loads of the North American and Brazilian standards, beyond the relations between the live and dead loads, L_n/D_n , equals to 3 and 5. The results were compared to the target reliability index (β_0) usually employed in calibration of the main international standards and to the recommended values by Brazilian and North American standards, considering the similarity between both specifications for the limit states studied.

Keywords: Cold-formed steel, Reliability, FORM method.

1 Introdução

Os perfis formados a frio têm sido utilizados em diversos segmentos e representam uma solução vantajosa para diversos sistemas estruturais em aço, como resposta à rapidez e à economia exigidas pelo mercado, além do grande número de seções transversais obtidas, facilidade na montagem, obtenção de produções estruturais mais esbeltas e eficientes. A avaliação da confiabilidade tem exercido importante papel na engenharia estrutural, já que a busca por estruturas com melhor desempenho, menor custo e mínima chance de falha cresce cada vez mais.

A análise de confiabilidade tem como problema básico assegurar que a resistência seja maior que o efeito do carregamento, ou seja, $R > Q$, ao longo da vida útil da estrutura. Como resistência e carregamento são variáveis aleatórias, a análise da confiabilidade só é possível em termos probabilísticos $P(R > Q)$. Essa probabilidade indica a medida da confiabilidade do sistema e deve ser medida em termos de probabilidade de falha (P_f) ou índices de confiabilidade (β).

O objetivo deste trabalho é a análise de confiabilidade estrutural de barras submetidas à flexão (vigas) e à compressão (colunas) em perfis formados a frio, dimensionados de acordo com a ABNT NBR 14762:2010 [1]. O método FORM foi empregado na análise de confiabilidade e seus resultados foram comparados com o FOSM e Simulação de Monte Carlo. As variáveis de projeto são tratadas como aleatórias, com a modelagem de suas incertezas por meio de distribuições de probabilidade adequadas. Foram desenvolvidas rotinas computacionais com aplicação do Excel® para esta finalidade. Para a análise de confiabilidade, foi necessária a utilização de recursos computacionais, o software Minitab® 18 e o CUFSM 4.03® (Cornell University - Finite Strip Method).

2 Confiabilidade estrutural

A análise de confiabilidade estrutural é baseada na existência de uma função de falha ou função de estado limite $G(\mathbf{X})$, sendo que $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ representa o conjunto de variáveis aleatórias envolvidas na análise, ou seja, todas aquelas com alguma informação estatística ao seu respeito. A função de falha $G(\mathbf{X})$ deve ser definida de maneira que o limite $G(\mathbf{X})=0$ separe o domínio de falha ($G(\mathbf{X}) < 0$) e o domínio de segurança ($G(\mathbf{X}) > 0$).

Desta forma a confiabilidade estrutural deve buscar qual probabilidade dos acontecimentos de falhas, ou seja, qual a probabilidade da função de falha assumir valores pertencentes ao domínio de falha. Esta probabilidade é chamada de probabilidade de falha e é definida por:

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) < 0] \quad (1)$$

Sabendo-se que $f_x(\mathbf{X})$ representa a função densidade de probabilidade conjunta de todas as variáveis \mathbf{X} envolvidas na análise, a probabilidade de falha pode ser descrita pela integral:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_x(\mathbf{X}) dx \quad (2)$$

Portanto, a confiabilidade é definida como:

$$C = 1 - P_f \quad (3)$$

A integração da Eq. (1) pode ser ilustrada pela Fig. 1 para um caso de duas variáveis aleatórias. A figura mostra a função de densidade de probabilidade conjunta e suas curvas de nível projetadas da superfície de $f_x(\mathbf{X})$ no plano $X_1 X_2$. Todos os pontos contidos numa mesma curva de nível possuem o mesmo valor de $f_x(\mathbf{X})$, ou seja, a mesma densidade de probabilidade.

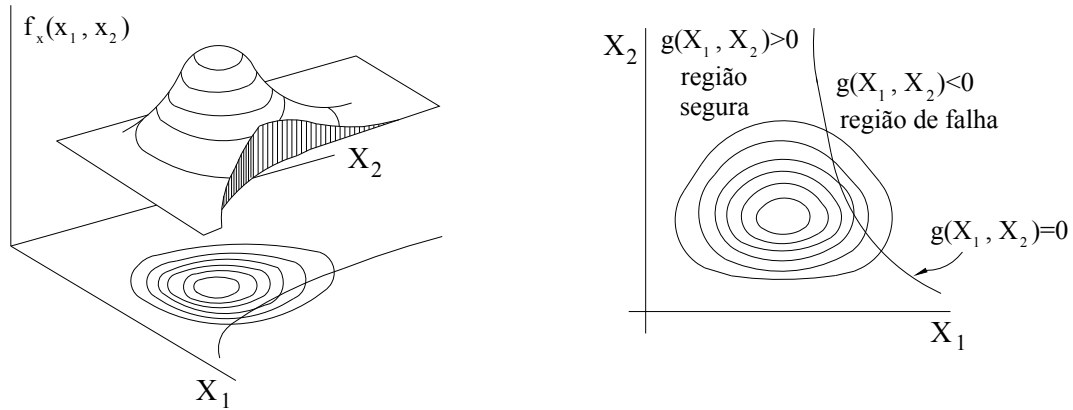


Figura 1. Integral de probabilidade de falha no espaço das variáveis básicas

Em uma análise estrutural, podemos definir a função de falha $G(\mathbf{X})$, como sendo:

$$G(\mathbf{X}) = Z = R - Q \quad (4)$$

onde, R e Q representam variáveis aleatórias da resistência e da solitação, respectivamente e Z representa a função de falha.

Admite-se que as funções densidade de probabilidade e funções densidade acumulada de R e Q sejam conhecidas. Desse modo, as probabilidades associadas aos eventos podem ser definidas:

$$P_f = P(R < Q) = P(G(\mathbf{X}) \leq 0) = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_x(\mathbf{X}) dx \quad (5)$$

Assumindo-se que R e Q são estatisticamente independentes, a probabilidade de falha pode ser representada como:

$$P_f = \int_0^{\infty} \int_0^q f_R(r) f_Q(q) dr dq = \int_0^{\infty} F_R(q) f_Q(q) dq \quad (6)$$

onde, $f_q(q)$ é a função densidade de probabilidade de variável Q e $F_R(q)$ é a função distribuição acumulada da variável R .

3 Métodos para análise de confiabilidade

O principal objetivo da confiabilidade estrutural é a avaliação da segurança das estruturas ou a probabilidade de que a estrutura não falhe em atender aos objetivos para os quais ela foi projetada durante a sua vida útil. Como a integração da equação é quase sempre inviável, tornou-se necessário facilitar os cálculos probabilísticos, com o desenvolvimento de métodos analíticos simplificados, que viabilizam o cálculo da probabilidade de falha, definida pela Eq. (2), evitando a integração numérica.

3.1 FORM (First Order Reliability Method)

O método FORM baseia-se na transformação das variáveis básicas X , sejam elas correlacionadas ou não, em variáveis estatisticamente independentes normais padrão U , chamadas variáveis reduzidas, bem como da função de falha que possa ser definida neste espaço das variáveis reduzidas. Existem várias formas para a se transformar as variáveis aleatórias X em aleatórias U normais padrão e estatisticamente independentes. A metodologia com maior uso de confiabilidade estrutural baseia-se na transformação de variáveis normais correlacionadas em variáveis normais estatisticamente

independentes. Esta transformação é conhecida como transformação de Nataf.

Outra etapa do método consiste na aproximação da superfície de falha $g(U)=0$, função que definida no espaço das variáveis reduzidas, por uma superfície linear (primeira ordem da expansão de Taylor) no ponto com a menor distância até a origem, identificado por $\mathbf{u}=(u_1, u_2, \dots, u_n)$. Esse é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas, ou seja, o ponto de maior densidade local de probabilidade. Um dos algoritmos mais usados para obtenção do ponto de projeto é o desenvolvido por Hasofer e Lind [3] e aprimorado por Rackwitz e Fiessier [4]. Este algoritmo é comumente denominado como HLRF.

A distância do ponto de projeto até a origem é chamado de índice de confiabilidade β . Logo, o índice de confiabilidade probabilidade pode ser mesurado pela norma do vetor \mathbf{u}^* , ou seja,

$$\beta = \|\mathbf{u}^*\| \quad (7)$$

onde $\|\cdot\|$ representa a norma (comprimento ou magnitude) de um vetor.

Sendo,

$$\mathbf{u}^* = -\beta \mathbf{a} \quad (8)$$

onde \mathbf{a} é o vetor unitário, normal à superfície de falha, no ponto do projeto.

Utilizando as propriedades da distribuição normal padrão, que a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (9)$$

onde $\Phi(\cdot)$ representa a distribuição cumulativa normal padrão.

A Fig. 2 representa esquematicamente o método FORM, para duas variáveis no espaço reduzido, com indicação do índice de confiabilidade β .

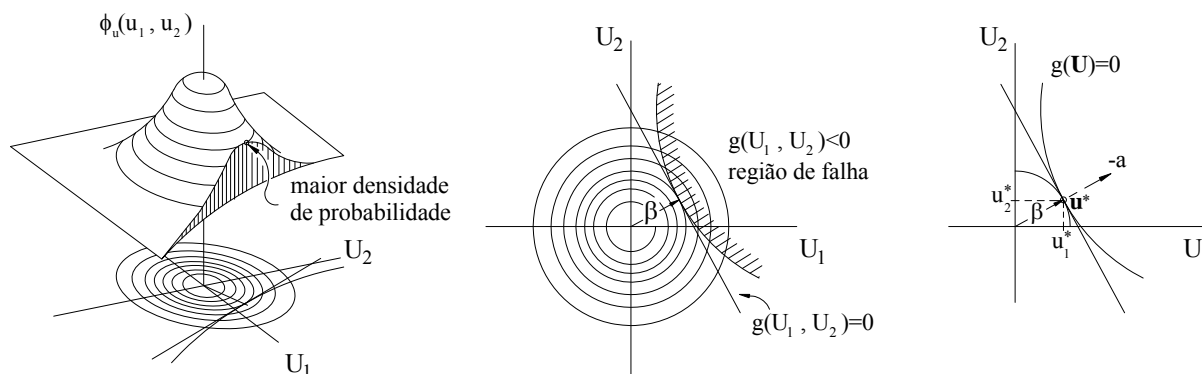


Figura 2. Representação gráfica do Método FORM

O método analítico FORM fornece, além da probabilidade de falha, medidas de sensibilidade, relevantes em análises de confiabilidade. Existem várias medidas de sensibilidade, como os fatores de importância (I), que indicam a importância relativa de cada variável i , e pode ser definido por:

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (10)$$

3.2 Simulação de Monte Carlo

A base da Simulação Monte Carlo é a geração de números aleatórios que atendam às funções de distribuição de probabilidade das variáveis básicas. De acordo com o método, para um conjunto

gerado de variáveis aleatórias, procede-se uma análise da estrutura e verifica-se o atendimento aos estados limites. Se a função de limite é violada, é computada falha da estrutura. O procedimento é repetido um grande número de vezes de modo que a frequência relativa de falhas ocorridas seja utilizada como probabilidade de falha (Freitas [5]).

A ideia do método é escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Considerando um conjunto de n variáveis aleatórias $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, cada uma delas completamente caracterizada pela sua respectiva função densidade de probabilidade marginal $f_{x_i}(X_i)$ e respectiva função de distribuição acumulada marginal $F_{x_i}(X_i)$, então a probabilidade de falha, associada a uma função de estado limite $g(X)$ que define uma região de falha, pode ser calculada por:

$$P_f = \int_{g(\mathbf{X}) \leq 0} f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{x} = \int I[g(\mathbf{X})] f_X(\mathbf{X}) d\mathbf{x} \quad (11)$$

onde, $f_X(\mathbf{X})$ é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, e $I[g(\mathbf{X})]$ é uma função indicadora definida por:

$$I[g(\mathbf{X})] = \begin{cases} 1 & \text{se } g(\mathbf{X}) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(\mathbf{X}) > 0 \end{cases} \quad (12)$$

Com o uso da função indicadora é possível calcular a integral da Eq. (11) sobre todo domínio e não só na região de falha. O resultado desta equação representa o valor esperado (valor médio) da função indicadora. Portanto, a probabilidade de falha pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{ns} \sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)] \quad (13)$$

onde, ns é o número de simulações, X_j é o j -ésimo vetor de amostras simulado contendo as n variáveis e $\sum_j^{ns} I[g(\mathbf{X}^j)]$ representa o somatório do número de simulações que caíram na região de falha (n_f). Desta forma, a Eq. (13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\hat{P}_f = \frac{n_f}{ns} \quad (14)$$

A precisão da estimativa de \hat{P}_f depende do número de simulações realizadas. No presente trabalho, o número de iterações realizadas foi 100000. Para uma pequena probabilidade de falha e/ou um pequeno número de simulações, o erro obtido pela estimativa \hat{P}_f não deve ser desprezado. A sua precisão pode ser avaliada através do coeficiente de variação da probabilidade de falha estimada. Desta forma, para uma melhor precisão de \hat{P}_f , o respectivo coeficiente de variação (V_{P_f}) definido na Eq. (15), pode ser usado com critério de parada de simulações.

$$V_{P_f} = \sqrt{\frac{(1 - \hat{P}_f)}{ns \hat{P}_f}} \quad (15)$$

Com o emprego da Eq. (14), o índice de confiabilidade β pode ser obtido pela expressão:

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - \hat{P}_f) \quad (16)$$

onde, Φ^{-1} é a inversa da função densidade probabilidade normal acumulada padrão.

3.3 FOSM (First Order Second Moment)

Das variáveis aleatórias escolhidas para a análise, o método FOSM utiliza os dois primeiros momentos (médias e variâncias). A informação da distribuição de probabilidade não é levada em consideração, apenas as médias, Q_m e R_m e os desvios-padrão, σ_Q e σ_R . Com estes dados, uma medida relativa de segurança pode ser obtida utilizando o índice de confiabilidade, β . A linearização da função de falha $g(X)$ é realizada pela aproximação de primeira ordem do desenvolvimento da série de Taylor, avaliada através da média das variáveis aleatórias, usando a média e a variância, ou seja, os momentos estatísticos de segunda ordem. As Eq. (17) e (18) foram obtidas admitindo-se que as variáveis aleatórias são independentes entre si e truncando a expansão em série de Taylor nos termos lineares.

$$\mu_{g(\mathbf{X})} \cong g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (17)$$

$$\sigma_{g(\mathbf{X})} \cong \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2} \quad (18)$$

A probabilidade de falha pode ser determinada através da Eq. (19).

$$P_f \cong \Phi \left(-\frac{\mu_g}{\sigma_g} \right) \quad (19)$$

O índice de confiabilidade β constitui uma medida relativa da segurança do projeto, sendo o mais confiável o que tiver o maior valor de β , quando se comparam dois ou mais projetos. É possível determinar as confiabilidades relativas de vários projetos mediante o esquema ilustrado na Figura 3.

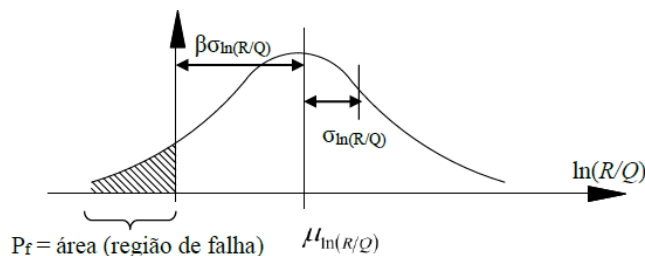


Figura 3. Definição do índice de confiabilidade β

Fonte: Adaptado da AISI S100:2016 [2].

A área abaixo da curva $\ln(R/Q) \leq 0$ é a probabilidade de se violar o estado-limite. Pela curva de distribuição para $\ln(R/Q)$ mostrada na Figura 3, observa-se que um estado-limite é atingido quando $\ln(R/Q) \leq 0$. No caso do presente estudo, o FOSM foi utilizado para comparar os resultados com os demais métodos de confiabilidade estrutural e com a norma americana.

4 Estatísticas da resistência e das ações

São informações estatísticas necessárias para a utilização do método FORM, a média R_m e o desvio-padrão da variável resistência σ_R , e o tipo de distribuição de probabilidade. A resistência de um elemento estrutural pode ser escrita pela Equação (20):

$$R = R_n(PMF) \quad (20)$$

onde,

R_n é a resistência nominal do elemento estrutural;

P é o erro do modelo;

M é o fator material;

F é o fator fabricação.

P , M e F são variáveis aleatórias adimensionais que refletem as hipóteses de cálculo (erro do modelo), incertezas do material e da geometria.

De acordo com Ravindra *et al.* [6], pela teoria probabilística de primeira ordem e assumindo que não há correlação entre M , F e P , o valor médio da resistência R_m e o desvio-padrão da variável R são apresentados pelas Equações (21) e (22).

$$R_m = R_n(P_m M_m F_m) \quad (21)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_M^2 + \sigma_F^2} \quad (22)$$

onde,

P_m é a relação média entre a resistência determinada experimentalmente e a resistência esperada para as propriedades do material e a seção transversal real das amostras ensaiadas;

M_m é a relação média entre a resistência mecânica real e o valor mínimo especificado;

F_m é a relação média entre a propriedade geométrica real da seção e o valor especificado (nominal);

σ_P é o desvio-padrão da relação entre os resultados experimental e calculado da resistência;

σ_M é o desvio-padrão que reflete incertezas das propriedades materiais;

σ_F é o desvio-padrão que reflete incertezas geométricas.

Os valores médios e os correspondentes desvios-padrão são os parâmetros estatísticos que definem a variabilidade da resistência.

Os dados estatísticos necessários para determinação de R_m e σ_R são P_m , M_m , F_m (valores médios), σ_P , σ_M e σ_F (desvios-padrão correspondentes), apresentados nas Equações (21) e (22). Os valores de P_m e σ_P podem ser determinados comparando-se os resultados experimentais e as resistências teóricas calculadas a partir de uma prescrição normativa.

4.1 Dados estatísticos do material e propriedades geométricas

Os dados estatísticos das variáveis M e F estão descritos na Tab. 1 e foram obtidos do item referente à análise de resultados da ABNT NBR 14762:2010 [1].

Tabela 1. Dados estatísticos para os estados-limite estudados

<i>Caso em análise</i>	M_m	V_M	F_m	V_F
Barras submetidas à Flexão Simples:				
Momento fletor: barras estáveis lateralmente	1,10	0,10	1,00	0,05
Flambagem lateral com torção	1,00	0,06	1,00	0,05
Barras submetidas à Compressão:				
	1,10	0,10	1,00	0,05

4.2 Variabilidade das ações e do coeficiente profissional (Erro do modelo)

Em relação aos índices de confiabilidade β , sabe-se que seus valores variam de forma significativa de acordo com os tipos de carregamento, tipos de materiais de construção e tipos de

elementos estruturais especificados em um projeto.

Grande parte das combinações de ações envolvendo ações gravitacionais é representada pela soma da ação permanente com a ação variável. As combinações de ações gravitacionais são importantes e governam os projetos em muitas situações práticas (Galambos *et al.* [7]). A Tab. 2 apresenta as propriedades adotadas para as ações consideradas, ações permanente e variável.

Tabela 2. Estatísticas das ações consideradas

Tipo de ação	D_m/D_n^*	L_m/L_n^*	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição de probabilidade
Permanente (D)	1,05	–	0,10	Normal
Variável (L)	–	1,00	0,25	Valores Extremos Tipo I

* Quociente do valor médio da ação pelo valor nominal da mesma

D_m = Valor médio da ação permanente

L_m = Valor médio da ação variável

D_n = Ação permanente nominal

L_n = Ação variável nominal

As ações devidas ao peso próprio apresentam pequena variabilidade ao longo da vida útil da estrutura. Em geral, assume-se para este tipo de ação uma distribuição normal, com média igual à ação nominal e um coeficiente de variação no intervalo de 0,05 a 0,10. Contudo, há indícios que as ações devidas ao peso próprio são subestimadas e uma média ligeiramente maior que o valor nominal da ação, 5%, seria apropriado segundo Melchers [8].

Além das incertezas inerentes às ações, o estudo da confiabilidade deve conter a incerteza do modelo relacionada à formulação do estado-limite pertinente.

A análise probabilística da resistência ou de outras propriedades dos elementos estruturais depende da descrição probabilística das propriedades componentes, como por exemplo, as dimensões da seção transversal e a resistência dos materiais. Como as propriedades são obtidas a partir de relações matemáticas, são esperadas diferenças entre os resultados teóricos e os experimentais. Esta diferença deve-se à variabilidade relativa às observações e técnicas experimentais. Segundo Melchers [8], outra razão da diferença é resultado de simplificações incorporadas pelo modelo matemático, que associa os parâmetros materiais e geométricos ao comportamento do elemento estrutural.

A variável aleatória coeficiente profissional (ou erro de modelo), P , é obtida considerando os valores médios da resistência dos materiais e desprezando os coeficientes de ponderação da resistência, por comparar resultados de ensaios e resultados teóricos de previsões normativas.

$$P = \frac{F_{exp}}{F_{teo}} \quad (23)$$

onde,

F_{exp} é a força resistente da ligação obtida experimentalmente;

F_{teo} é a força resistente da ligação obtida teoricamente por meio de cada especificação de projeto abordada.

4.3 Critérios de dimensionamento

A ABNT NBR 14762:2010 [1], baseada no método dos estados-limite, estabelece os requisitos mínimos para o dimensionamento estrutural destes perfis constituídos por chapas ou tiras de aço-carbono ou aço de baixa liga. A norma em questão prevê três métodos para dimensionamentos de barras: o Método da Largura Efetiva (MLE), o Método da Seção Efetiva (MSE) e o Método da Resistência Direta (MRD).

No caso de barras submetidas à flexão, a condição principal é que o momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) seja maior ou igual ao momento fletor solicitante de cálculo (M_{Sd}). O valor de cálculo do momento fletor resistente, M_{Rd} , deve ser tomado como o menor entre os valores calculados conforme estabelecido em norma:

- no início do escoamento da seção efetiva;
- no estado limite de flambagem lateral com torção;
- no estado limite de flambagem distorcional.

No caso de barras comprimidas, deve ser atendida a condição de que a força axial resistente de cálculo (N_{Rd}) seja maior ou igual à força axial solicitante de cálculo (N_{Sd}).

O dimensionamento de estruturas compostas por PFF requer alguns cuidados, pois seu comportamento estrutural apresenta certas particularidades em relação aos perfis laminados ou os soldados e às demais estruturas. Por sua baixa rigidez à torção, os perfis podem apresentar problemas de instabilidade e deformações excessivas, devido à sua alta relação largura-espessura das paredes que o compõem. Além dos fenômenos de flambagem global, os perfis de paredes esbeltas estão sujeitos a flambagem local e a flambagem distorcional.

A Fig. 4 ilustra os modos de flambagem que podem acontecer no perfil U_e .

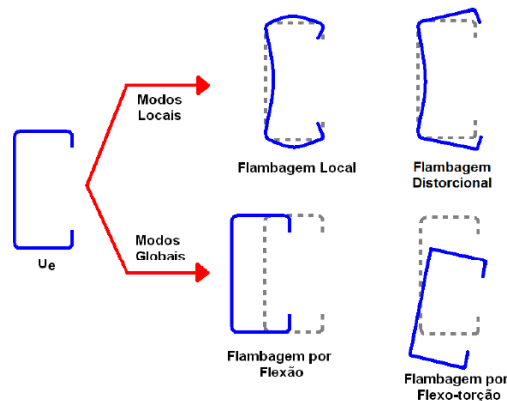


Figura 4. Modos de flambagem do perfil U_e submetido à força axial de compressão

5 Procedimentos de análise e resultados

5.1 Função de falha

De acordo com o modelo de estado limite utilizado pela norma ABNT NBR 14762:2010 [1], a resistência nominal (R_n) está relacionada com as ações nominais por meio da Eq. (24).

$$\frac{R_n}{\gamma} = c(\gamma_D D_n + \gamma_L L_n) \quad (24)$$

onde

γ é o coeficiente de ponderação da resistência,

γ_D e γ_L são os coeficientes de ponderação das ações permanente (*Dead load*) e variável (*Live load*);

D_n é a ação permanente nominal;

L_n é a ação variável nominal;

c é o coeficiente determinístico de transformação das ações em efeitos.

A Tabela 3 resume os dados das ações gravitacionais e dos índices de confiabilidade alvos (β_o), para LRFD (*Load and Resistance Factor Design*) e LSD (*Limit States Design*), utilizados como

parâmetros para análise de confiabilidade, que resultou na calibração da norma AISI S100:2016 [2]. A combinação de ações para o LSD, é a mesma adotada pela norma brasileira.

Tabela 3. Resumo dos dados de calibração do AISI S100:2016 [2]

	LRFD	LSD
$\gamma_D D_n + \gamma_L L_n$	$1.2D_n + 1.6L_n$	$1.25D_n + 1.5L_n$
L_n/D_n	5	3
β_o	2.5	3.0
P_f	$\approx 6 \times 10^{-3}$	$\approx 2 \times 10^{-4}$

Os métodos de confiabilidade FORM e Simulação Monte Carlo, requerem não apenas as médias e os desvios-padrão, como também as funções de distribuição de probabilidade. Para o emprego destes métodos, definiu-se a função de falha (ou função de desempenho) conforme a Eq. (25). Utilizando a equação de estado limite definida de acordo com normas de dimensionamento, a força resistente nominal e a relação D_n/L_n , foi possível reconstruir as variáveis R , D e L , com base nos seus valores nominais.

$$g(.) = R_n(MFP) - (D + L) \quad (25)$$

5.2 Banco de dados

As previsões de cálculo relativas aos estados-limites considerados neste trabalho estão presentes nas especificações brasileira e americana de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio.

Foram utilizados os dados de ensaios de diversos autores, com tipologias U simples e U enrijecido (U_e), resumidos nas Tab. 4 e 5. As seções estão sujeitas aos efeitos de flambagem global, local ou distorcional e estão representadas na Fig. 5. Os coeficientes de ponderação da resistência e as resistências teóricas foram obtidos com o emprego dos métodos disponíveis na ABNT NBR 14762:2010 [1]: o Método da Largura Efetiva (MLE), o Método da Seção Efetiva (MSE) e o Método da Resistência Direta (MRD) para as vigas e colunas do banco de dados. Os itens da norma brasileira relativos aos estados-limites em questão são: 9.7 para compressão e 9.8 para flexão.

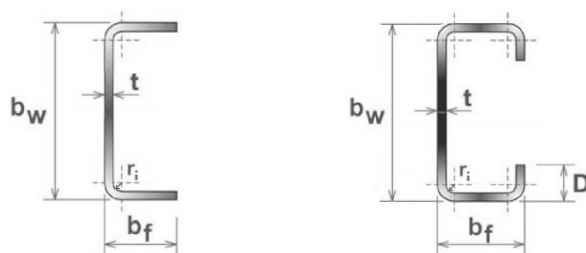


Figura 5. Seções transversais das amostras

O MRD é baseado nas propriedades geométricas da seção bruta e na análise geral de estabilidade elástica que permite identificar todos os modos de flambagem e seus esforços críticos. Este método está descrito no anexo C da ABNT NBR 14762:2010 [1] e substitui os anteriores. Nele, para a análise da estabilidade dos perfis, é necessário utilizar um recurso computacional, o CUFSM 4.03[®] no presente trabalho, programa que utiliza o Método das Faixas Finitas e foi desenvolvido por Schafer, da Universidade de Cornell.

Além dos dados reunidos, foram utilizados, também, os resultados teóricos baseados nas propriedades geométricas e do material dos modelos ensaiados, para avaliação do erro do modelo, fornecendo um resultado estatístico, o coeficiente profissional.

Os parâmetros estatísticos do erro do modelo, P_m e σ_p , foram empregados com o método de

confiabilidade de primeira ordem (FORM) e os índices de confiabilidade calculados são apresentados em tabelas para duas combinações de ações, (1) $1,2D_n+1,6L_n$ e (2) $1,25D_n+1,5L_n$, e duas relações (L_n/D_n) de 3 e 5. (Toledo *et al.* [9]). Portanto, será dada atenção especial aos índices de confiabilidade calculados conforme as combinações (1) e (2):

$$\begin{aligned} \text{Combinação (1)} &\rightarrow \text{LRFD: } 1,2D_n+1,6L_n, (L_n / D_n) = 5, \beta_0=2,5 \text{ e } P_f \approx 6 \times 10^{-3} \\ \text{Combinação (2)} &\rightarrow \text{LSD: } 1,25D_n+1,5L_n, (L_n / D_n) = 3, \beta_0=3,0 \text{ e } P_f \approx 2 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Os coeficientes de ponderação das ações γ_D e γ_L foram adotados de acordo as combinações de ações (1) e (2). Fixando-se um valor para a resistência nominal (R_n) é possível reconstruir os valores nominais da ação permanente (D_n) e ação variável (L_n).

Tabela 4. Grupos de dados experimentais de barras submetidas à flexão simples

Referência	Tipo de Seção	Quantidade
Javaroni [10]	U, U_e	60
Yu e Schafer [11]	U_e	24
Yu e Schafer [12]	U_e	30
Javaroni e Gonçalves [13]	U_e	48
Young e Hancock [14]	U	9
		171

Tabela 5. Grupos de dados experimentais de barras submetidas à compressão centrada

Referência	Tipo de Seção	Quantidade
Chodraui [15]	U, U_e	16
Moldovan [16]	U_e	29
Moldovan [16]	U	15
Moldovan [16]	U	19
Young e Rasmussen [17]	U_e	12
Young e Rasmussen [18]	U	14
Batista [19]	U_e	12
Dat [20]	U_e	43
Desmond <i>et al.</i> [21]	U_e	7
Loughlan [22]	U_e	13
Miller e Pekoz [23]	U_e	20
Miller e Pekoz [23]	U_e	24
Mulligan [24]	U_e	36
Pu <i>et al.</i> [25]	U_e	6
Thomasson [26]	U_e	14
Young e Hancock [27]	U_e	42
		322

5.3 Erro do modelo

O erro do modelo é representado pela relação entre os valores teórico e experimental da resistência, fornecendo um resultado estatístico, chamado de coeficiente profissional P . Esse coeficiente é uma variável aleatória que caracteriza a variabilidade da resistência da barra, proveniente das incertezas do modelo adotado.

Foram calculados os valores da média μ e do desvio-padrão σ e ajustou-se a melhor distribuição de frequência utilizando-se o *software* MINITAB®18. Nas Figuras 6 e 7 são apresentados os histogramas da variável P com o melhor ajuste para os métodos correspondentes para os dados estudados. Tanto para as vigas como para as colunas, a distribuição que apresentou melhor ajuste foi a

lognormal.

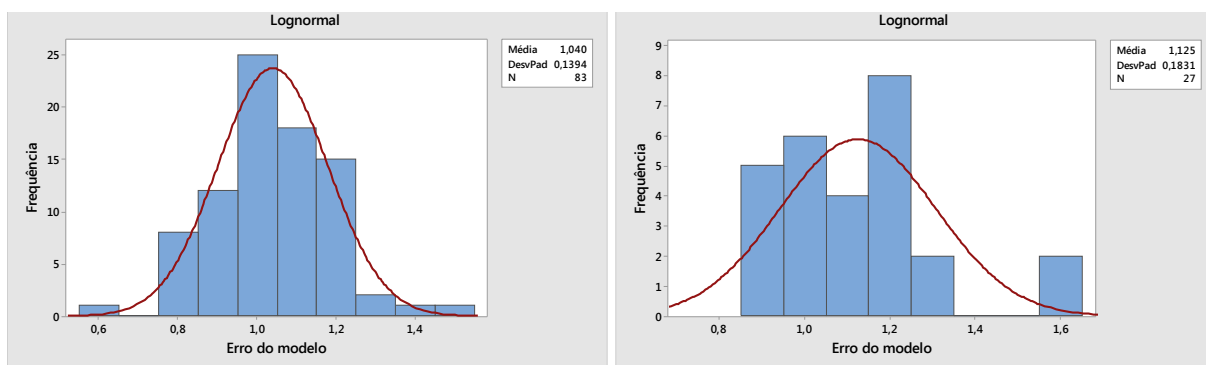


Figura 6. Distribuição de probabilidade correspondente às vigas – MRD e MSE

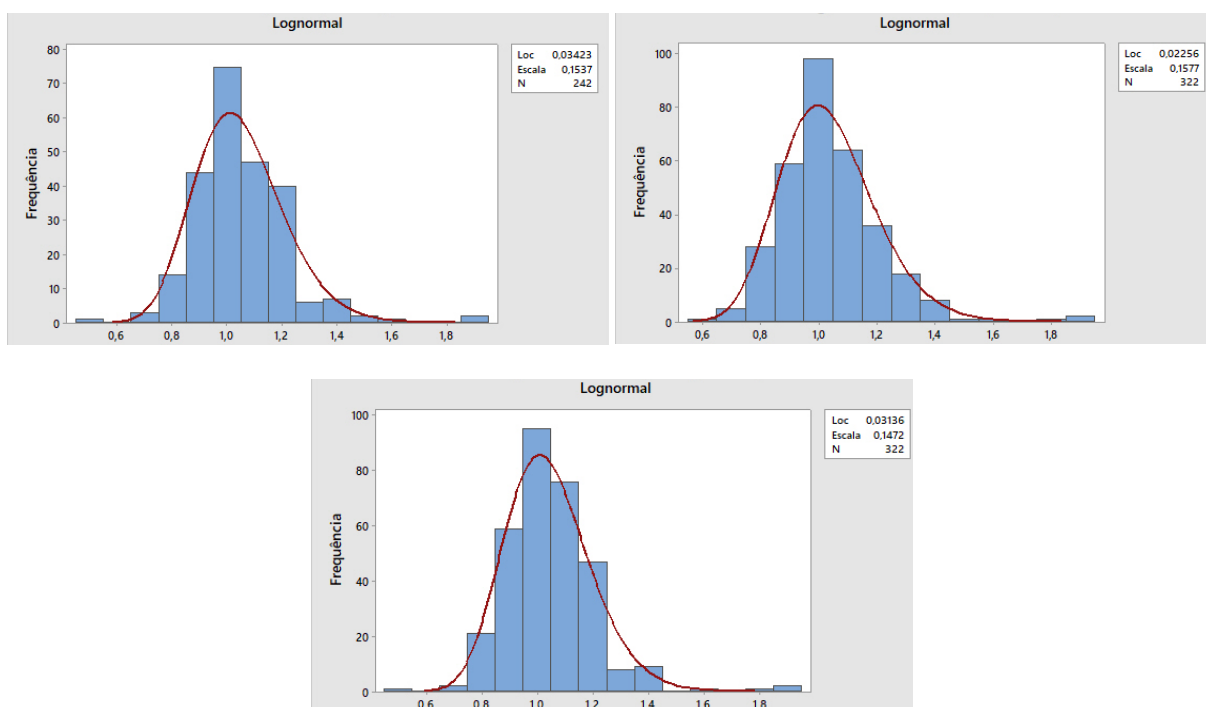


Figura 7. Distribuição de probabilidade correspondente às colunas – MSE, MLE e MRD

5.4 Índice de confiabilidade (β) e Coeficientes de ponderação da resistência (γ)

Na Tabela 6 são apresentados os índices de confiabilidade e as probabilidades de falha das barras submetidas à flexão por método. Para a combinação 1 quase a totalidade teve boa aproximação com o índice de confiabilidade alvo $\beta_0 = 2,5$. Da mesma forma que o grupo anterior, na combinação 2 todos os métodos resultaram num índice de confiabilidade menor que o valor alvo $\beta_0 = 3,0$, para $L_n/D_n = 3$. Além disso, observou-se que os índices de confiabilidade calculados pelo método FOSM são ligeiramente superiores em relação aos calculados pelo método FORM, enquanto os métodos FORM e SMC forneceram resultados praticamente idênticos. O mesmo tipo de comportamento foi observado para as barras submetidas à compressão e pode ser visto na tabela 7.

Com o auxílio do *software* Excel®, foi empregado o método FORM para obtenção das probabilidades de falha, P_f , e dos índices de confiabilidade, β , em função dos coeficientes de ponderação da resistência. Nesta planilha, também foram empregados os métodos FOSM e SMC.

Tabela 6. Estatísticas do coeficiente profissional e índice de confiabilidade para as barras submetidas à flexão

Método	Parâmetros Estatísticos	Índice de Confiabilidade (β)	$1,2.D_n + 1,6.L_n$		$1,25.D_n + 1,5.L_n$	
			$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$
MRD	N 83	β_{FOSM}	2,39	2,43	2,21	2,27
	P_m 1,040	β_{FORM}	2,36	2,38	2,19	2,24
	V_P 0,134	β_{SMC}	2,34	2,38	2,17	2,22
MSE	N 27	β_{FOSM}	2,54	2,58	2,36	2,42
	P_m 1,125	β_{FORM}	2,49	2,52	2,34	2,38
	V_P 0,163	β_{SMC}	2,49	2,50	2,32	2,36

Tabela 7. Estatísticas do coeficiente profissional e índice de confiabilidade para as barras submetidas à compressão

Método	Parâmetros Estatísticos	Índice de Confiabilidade (β)	$1,2.D_n + 1,6.L_n$		$1,25.D_n + 1,5.L_n$	
			$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$
MSE	N 242	β_{FOSM}	2,62	2,66	2,44	2,50
	P_m 1,047	β_{FORM}	2,56	2,59	2,40	2,45
	V_P 0,161	β_{SMC}	2,55	2,56	2,38	2,42
MLE	N 322	β_{FOSM}	2,53	2,57	2,36	2,41
	P_m 1,036	β_{FORM}	2,49	2,51	2,33	2,37
	V_P 0,165	β_{SMC}	2,48	2,49	2,31	2,35
MRD	N 322	β_{FOSM}	2,64	2,68	2,46	2,52
	P_m 1,043	β_{FORM}	2,57	2,61	2,42	2,47
	V_P 0,155	β_{SMC}	2,56	2,59	2,38	2,46

As Figuras 8 e 9 apresentam os índices de confiabilidade β em função da razão de carregamento (L_n/D_n) para as vigas. Para as situações em que a razão de carregamento (L_n/D_n) está entre 1 e 3, os valores de β decaem de forma mais acentuada que no trecho restante, mantendo-se quase constante. O mesmo tipo de comportamento foi observado para as vigas, que pode ser observado nos gráficos das figuras 10 a 12.

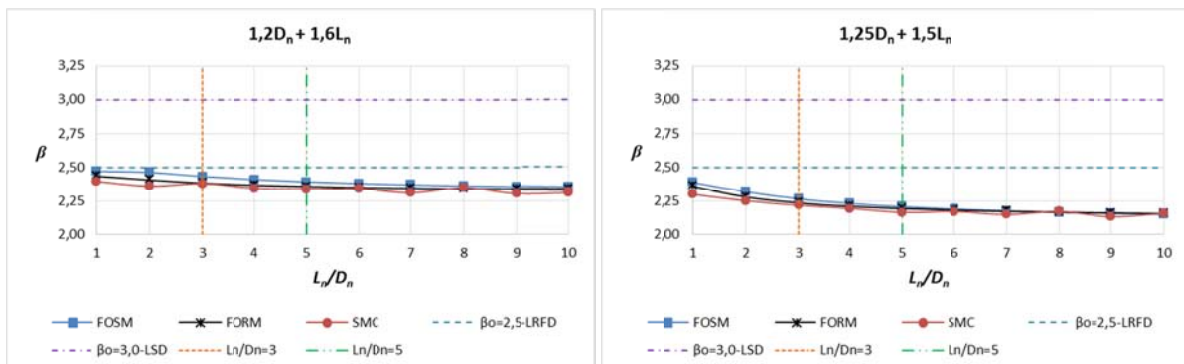


Figura 8. Índice de confiabilidade obtido para todos os dados com o MRD (Barras submetidas à flexão)

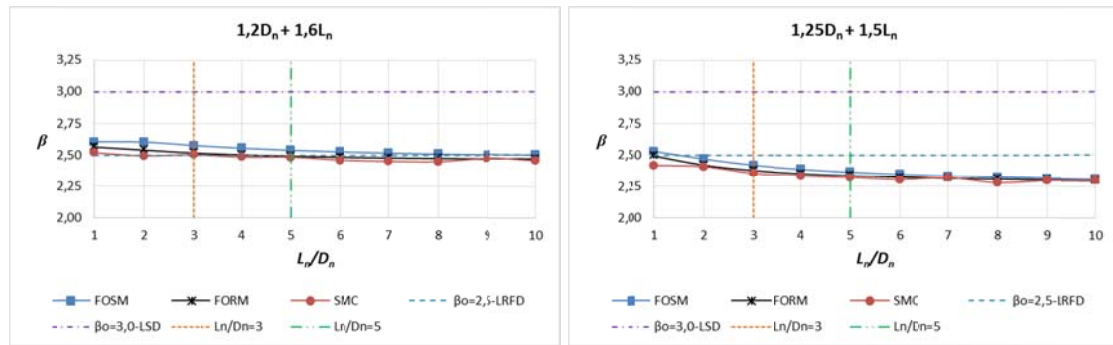


Figura 9. Índice de confiabilidade obtido para todos os dados com o MSE (Barras submetidas à flexão)

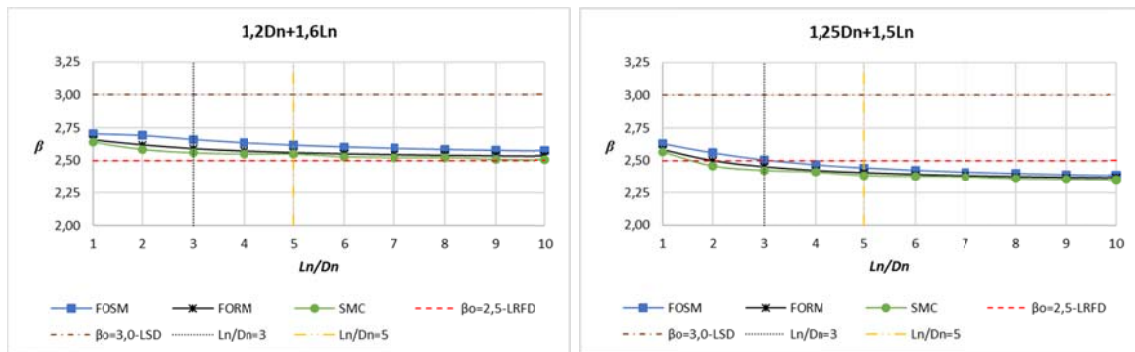


Figura 10. Índice de confiabilidade obtido para todos os dados com o MSE (Barras submetidas à compressão)

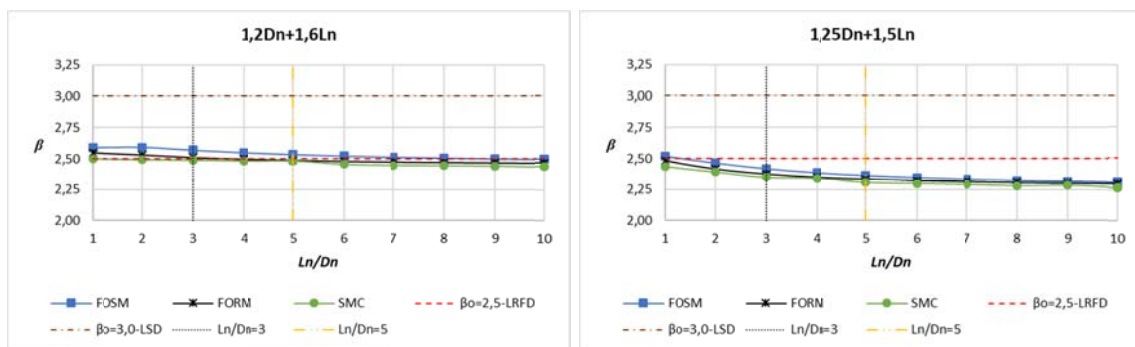


Figura 11. Índice de confiabilidade obtido para todos os dados com o MLE (Barras submetidas à compressão)

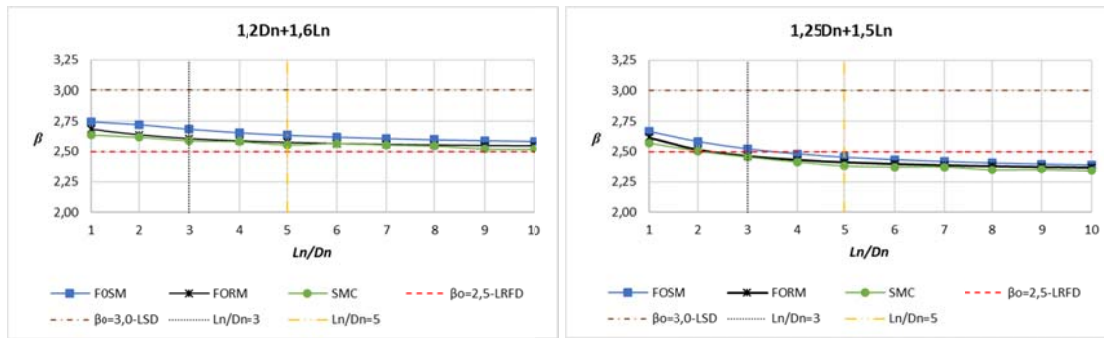


Figura 12. Índice de confiabilidade obtido para todos os dados com o MRD (Barras submetidas à compressão)

Utilizando apenas o método FORM, curvas de β em função da relação L_n/D_n foram plotadas para os coeficientes de ponderação da resistência γ variando de 1,10 a 1,30, com o propósito de se verificar a curva que melhor se ajusta ao nível de segurança requerido, ou seja, $\beta_o = 2,5$, e que atenda a todos os métodos de dimensionamento.

As Figuras 13 e 14 apresentam gráficos de variação dos coeficientes de ponderação da resistência com o erro do modelo para as vigas, pelos métodos MSE e MRD. Para a combinação (1) verificou-se que a curva adequada corresponde ao coeficiente de ponderação da resistência γ de 1,15 para o MRD, acima do recomendado pela norma ($\gamma = 1,10$) e o mesmo recomendado pela norma para o MSE. Para a combinação (2), exige um γ igual a 1,20 para a manutenção do mesmo nível de segurança.

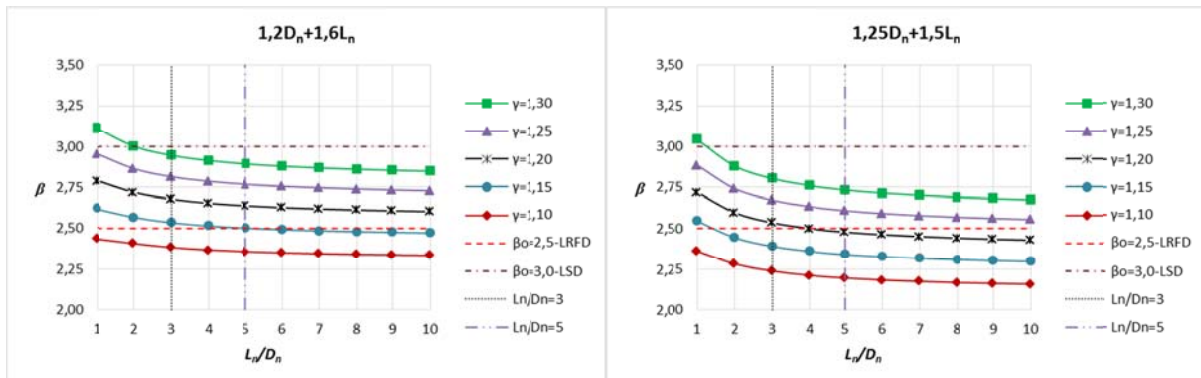


Figura 13. Variação dos coeficientes de ponderação da resistência para o MRD (Barras submetidas à flexão)

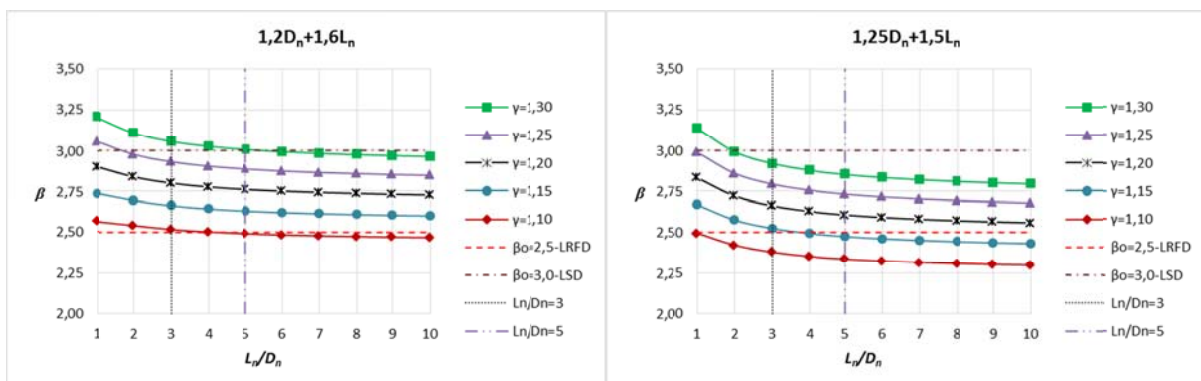


Figura 14. Variação dos coeficientes de ponderação da resistência para o MSE (Barras submetidas à flexão)

submetidas à flexão)

As Figuras 15 a 17 apresentam gráficos de variação dos coeficientes de ponderação da resistência com o erro do modelo para as colunas, pelos métodos MSE, MLE e MRD. Para a combinação (1) verificou-se que a curva adequada corresponde ao coeficiente de ponderação da resistência γ de 1,20, ou seja, o coeficiente recomendado pela norma. Para a combinação (2), exige um γ igual a 1,25 para a manutenção do mesmo nível de segurança.

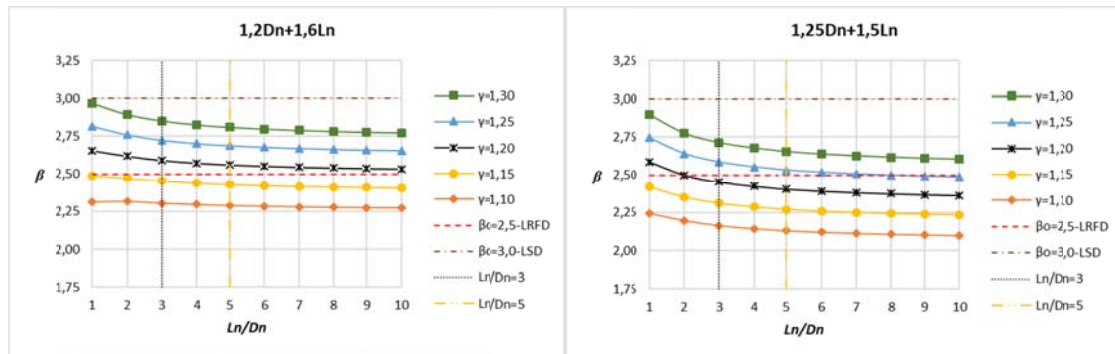


Figura 15. Variação dos coeficientes de ponderação da resistência para o MSE (Barras submetidas à compressão)

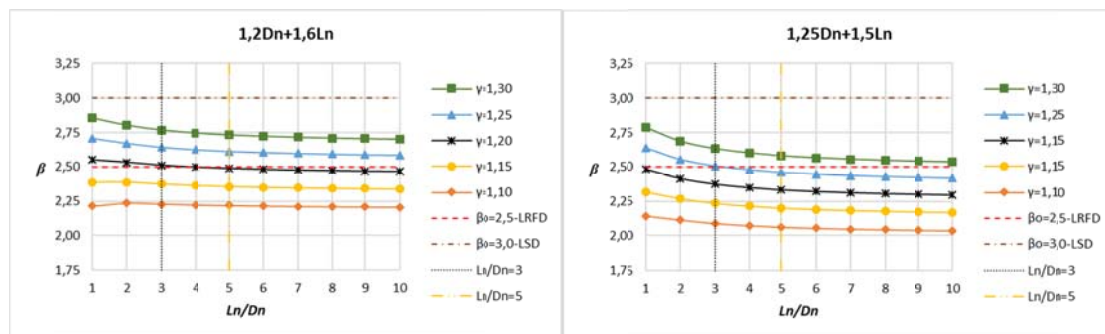


Figura 16. Variação dos coeficientes de ponderação da resistência para o MLE (Barras submetidas à compressão)

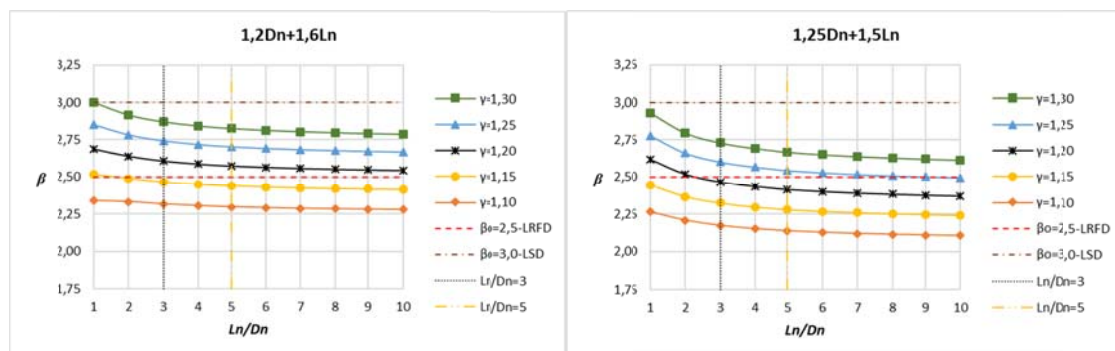


Figura 17. Variação dos coeficientes de ponderação da resistência para o MRD (Barras submetidas à compressão)

5.5 Fatores de importância

Os resultados obtidos mostram que a incerteza da ação variável (L) possui maior relevância na análise de confiabilidade realizada. A importante contribuição da incerteza da ação variável (L) para obtenção dos índices de confiabilidade se justifica por sua alta variabilidade. Além disso, a variável é representada por uma distribuição de valores extremos (Gumbel), que tem uma das caudas com maior área, quando comparado com a distribuição normal da variável ação permanente (D), que teve a menor contribuição em relação às outras variáveis. A contribuição da incerteza do erro de modelo é predominante entre as variáveis que se relacionam com a parcela da resistência.

Os gráficos 18 a 22 apresentam as medidas de sensibilidade para as variáveis aleatórias calculadas para as vigas e colunas em perfis U e U_e do banco de dados.

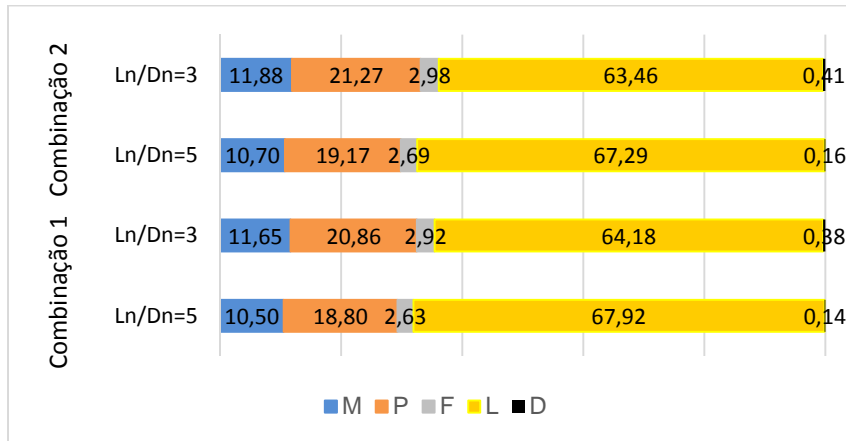


Figura 18. Fatores de importância de cada variável do problema para todos os dados com o MRD (Vigas)

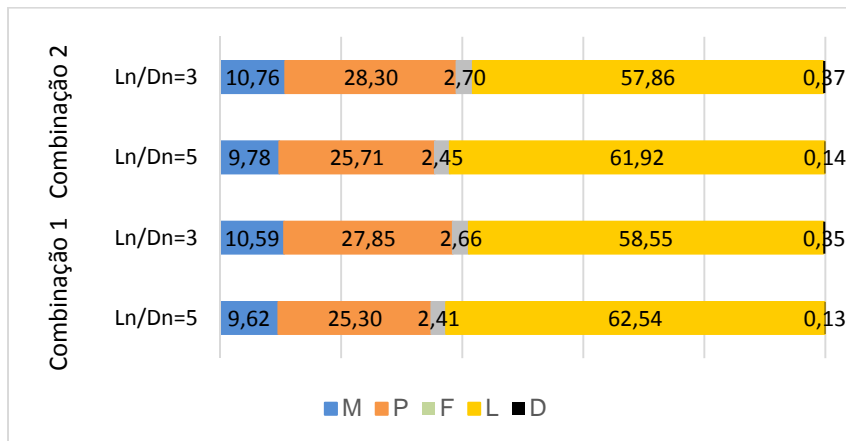


Figura 19. Fatores de importância de cada variável do problema para todos os dados com o MSE (Vigas)

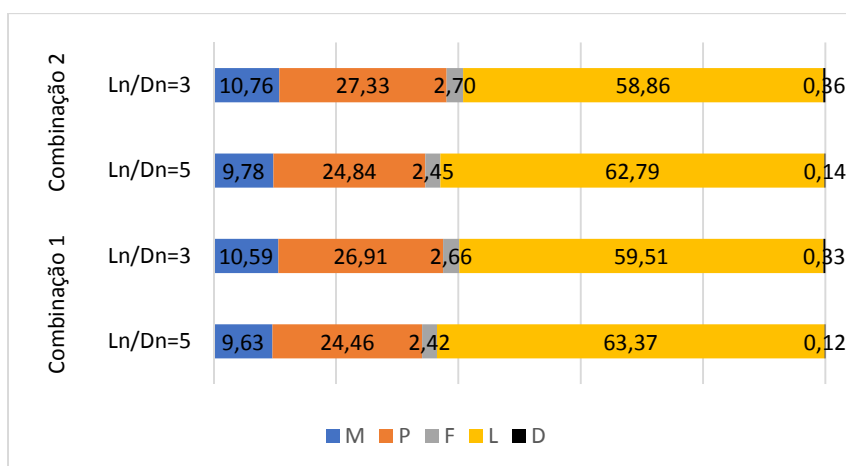


Figura 20. Fatores de importância de cada variável do problema para todos os dados com o MSE (Colunas)

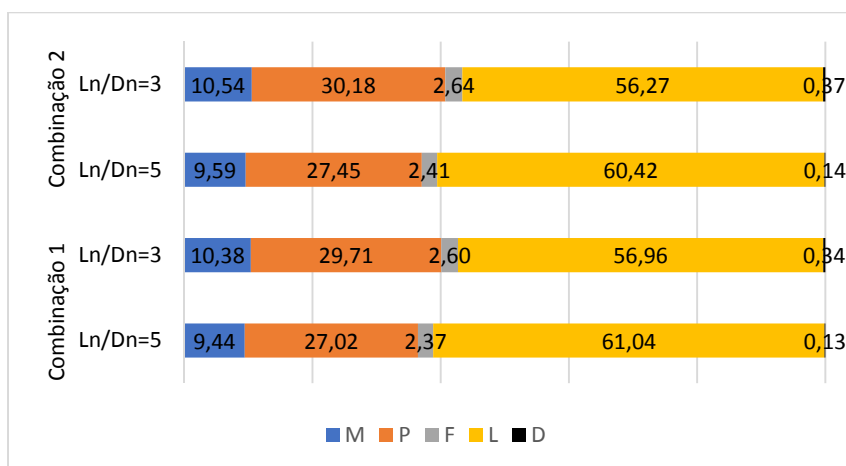


Figura 21. Fatores de importância de cada variável do problema para todos os dados com o MLE (Colunas)

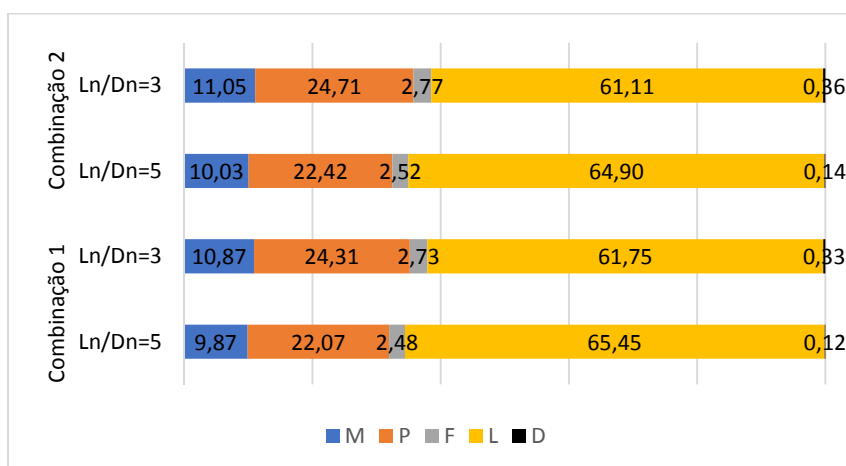


Figura 22. Fatores de importância de cada variável do problema para todos os dados com o MRD (Colunas)

6 Conclusões

Foram analisadas as probabilidades de falha para as combinações de ações (1) $1,2D_n+1,6L_n$ e (2), $1,25D_n+1,5L_n$. Em todos os casos analisados a combinação (2) não apresentou resultados satisfatórios de segurança em relação a $\beta_o = 3,0$ (AISI – LSD [2]).

Comparando-se os valores dos índices fornecidos pelos três métodos aplicados, o método FORM e a Simulação de Monte Carlo forneceram valores bem próximos, confirmando a precisão do método FORM. No FORM, toda a informação estatística a respeito das variáveis aleatórias do problema é utilizada, ou seja, além da média e desvio padrão, é usada a distribuição de probabilidade bem como os coeficientes de correlação. Vale destacar que ainda se faz uma aproximação linear da função de falha do domínio de integração na equação. Além disso, o FORM não apresenta problemas de convergência para as funções de estado-limite, sendo bastante eficiente para problemas com poucas variáveis aleatórias, como o presente estudo. Já a Simulação de Monte Carlo (SMC) é uma técnica que pode ser utilizada para gerar resultados numericamente sem a necessidade de realizar a simulação física do fenômeno, e assim, validar os resultados obtidos por meio dos métodos analíticos. Embora o método FOSM tenha sido utilizado nas análises de confiabilidade estrutural de perfis formados a frio da norma AISI S100:2016 [2], o método FORM pode ser considerado suficiente para o presente estudo, não só pela precisão dos resultados mas, pelos fatores descritos acima.

Para a obtenção das estatísticas do erro do modelo, foram obtidos os índices de confiabilidade, para as combinações de ações (1) e (2), numa primeira análise empregou-se o coeficiente de ponderação da resistência γ de 1,20 para compressão e 1,1 para flexão. Os resultados obtidos com a combinação (1) apresentaram-se bem ajustados ao índice de confiabilidade alvo de 2,5, sobretudo com o método FOSM, que apresenta valores um pouco superiores ao FORM. Este resultado era esperado, tendo em vista que a calibração do AISI-LRFD [2] foi realizada com o método FOSM, sendo utilizada a combinação (1). Por outro lado, com a combinação (2) utilizada para calibração do AISI-LSD [2] os resultados, ficaram inferiores ao alvo de 3,0.

Apesar de a combinação (2) ser a mesma da ABNT NBR 14762:2010 [1], o nível de segurança não é o mesmo da norma AISI S100:2016 [2]. Entretanto, os resultados mostram que o nível de segurança da norma brasileira está mais próximo do formato LRFD da norma americana, o que é justificado pela aproximação entre os coeficientes de ponderação da resistência destas normas, $\gamma \cong (\phi\text{LRFD})^{-1}$. Desta forma, tratando-se da norma brasileira é coerente comparar os índices de confiabilidade, com o alvo de 2,5, e não 3,0. Ressalta-se ainda que a própria norma brasileira menciona o alvo de 2,5 na seção 11: Dimensionamento com base em ensaios.

Em outra etapa deste estudo, desta vez utilizando apenas o método FORM, curvas de β em função da relação (L_n/D_n) foram plotadas para os coeficientes de ponderação da resistência (γ) variando de 1,10 a 1,30, para verificação da curva que melhor se ajusta ao nível de segurança requerido, ou seja, $\beta_o = 2,5$. No caso das barras sujeitas à compressão, pode-se observar que o coeficiente de ponderação da resistência γ não foi satisfatório para combinação (2) em relação ao coeficiente de ponderação da resistência $\gamma=1,20$ da ABNT NBR 14762:2010 [1].

Agradecimentos

Nossos agradecimentos à UFOP, CAPES, FAPEMIG e FUNDAÇÃO GORCEIX pelo auxílio financeiro a este projeto, que possibilitou a participação no XL CILAMCE.

Referências

- [1] A. B.N. T, *NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio – Procedimento*, Rio de Janeiro: ABNT, 2010.
- [2] A. N. S. I, *AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE S100: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structures Members*, Washington: DC, 2016.

- [3] A. HASOFER e N. LIND, *Exact and invariant second moment code format*, vol. 100, Journal of the engineering mechanics division: ASCE, 1974, pp. 111-121.
- [4] R. RACKWITZ e B. FIESSLER, *Structural reliability under random load sequences*, Comput. struct, 1978, pp. 484-494.
- [5] A. M. S. FREITAS, *Análise do comportamento e da resistência de estruturas metálicas treliçadas sujeitas a interação entre modos de flambagem*, Rio de Janeiro: Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 1996.
- [6] C. A. CORNELL, T. V. GALAMBOS e M. K. RAVINDRA, *Wind and Snow load factors for use in LRFD*, vol. 104, Journal Of The Structural Division: ASCE, 1978, pp. 1443-1457.
- [7] T. GALAMBOS, B. ELLINGWOOD, J. MACGREGOR e C. CORNELL, *Probability-based load criteria: assessment of current design practice*, vol. 108, USA: Journal of the Structural Division, 1982, pp. 959-977.
- [8] R. E. MELCHERS, *Structural Reliability Analysis and Prediction*, Australia: John Wiley & Sons, 1999.
- [9] F. F. A. TOLEDO; M. S. R. FREITAS; A. L. R. BRANDÃO, *Avaliação da confiabilidade de barras de perfis formados a frio submetidas à flexão simples com o emprego do método FORM*, Vitória/ES: UFES- XIII SIMMEC Simpósio de Mecânica Computacional, 2018.
- [10] C. E. JAVARONI, *Estruturas de aço: Dimensionamento de Perfis Formados a Frio*, Rio de Janeiro: Brasil, 2015.
- [11] C. YU e B. W. SCHAFER, *Local Buckling Tests on Cold-Formed Steel Beams*, Journal of structural engineering: ASCE, 2003, pp. 1596-1606.
- [12] C. YU e B. W. SCHAFER, *Distortional Buckling Tests on Cold-Formed Steel Beams*, Journal of structural engineering: ASCE, 2006, pp. 515-528.
- [13] C. E. JAVARONI e R. M. GONÇALVES, *Distortional Buckling of Simple Lipped Channel in Bending*, Orlando: 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2006.
- [14] B. YOUNG e G. J. HANCOCK, *Section moment capacity of cold-formed unlipped channels*, Advances in Steel Structures, 1999, pp. 349-356.
- [15] G. M. B. CHODRAUI, *Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão*, São Paulo: Tese (Doutorado) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2006.
- [16] A. MOLDOVAN, *Compression tests on cold-formed steel columns with monosymmetrical section*, vol. 20, Thin-Walled Structures, 1994, pp. 241-252.
- [17] B. YOUNG e K. J. R. RASMUSSEN, *Design of lipped channel columns*, ASCE Journal of structural engineering, 1998a, pp. 140-148124.
- [18] B. YOUNG e K. J. R. RASMUSSEN, *Tests of fixed-ended plain channel columns*, vol. 124, ASCE Journal of Structural Engineering, 1998b, pp. 131-139.
- [19] E. BATISTA, *Étude de la stabilité des profils parois minces et section ouverte de types U et C*, Collection des publications de la Faculté des Sciences Appliquées es no. 119, University of Liege, 1989.
- [20] D. T. DAT, *The strength of cold-formed steel columns.*, Ithaca, NY: Cornell University, Department of Structural Engineering Report No, 1980.
- [21] T. P. DESMOND, T. PEKÖZ e G. WINTER, *Edge stiffeners for thin-walled members.*, vol. 107, ASCE Journal of Structural Division, 1981, pp. 329-353.
- [22] J. LOUGHLAN, *Mode interaction in lipped channel columns under concentric or eccentric loading*, University of Strathclyde, Glasgow. Ph.D. Thesis, 1979.
- [23] T. H. MILLER e T. PEKÖZ, *Unstiffened strip approach for perforated wall studs*, vol. 120, ASCE Journal of Structural Engineering, 1994, pp. 410-421.
- [24] G. MULLIGAN, *The influence of local buckling on the structural behavior of singly-symmetric cold-formed steel columns*, Ithaca, NY: Ph. D. Thesis, Cornell University, 1983.
- [25] Y. PU, M. H. R. GODLEY, R. G. BEALE e H. H. LAU, *Prediction of ultimate capacity of perforated lipped channels*, vol. 125, ASCE Journal of Structural Engineering, 1999, pp. 510-514.
- [26] P. O. THOMASSON, *Thin-walled C-shaped panels in axial compression*. Swedish Council for Building Research, Report: ISSN-91-540-2820-5, 1978.
- [27] B. YOUNG e G. J. HANCOCK, *Compression tests of channels with inclined simple edge stiffeners*, vol. 129, ASCE Journal of Structural Engineering, 2003, pp. 1403-1411.