

COMPARAÇÃO TEÓRICO EXPERIMENTAL DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM E SEM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO

Fabiana da Rosa Sufiatti

Janicely Fatima Stresser

Paulo Rogerio Novak

fabisufiatti@hotmail.com

sjanicely@gmail.com

novak@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal Paraná – UTFPR

Via do Conhecimento, Km 1 CEP 85503-390, Pato Branco – Paraná - Brasil

Abstract. The constant progress of the civil construction provided by the increase of the resistance of materials and control of executive methods, has been designed and built increasingly slender structures and winning greater spans. However, these structures are more subject to vibrations and have a smaller capacity to dissipate energy. Therefore, it is necessary for a study to characterize mathematically external dynamic actions, analyzing the consequences of the fluctuations, for an assertive sizing of the components and connections of the structure. A technique developed to control unwanted vibrations is the use of Tuned Mass Dampers (TMD's), which can be of type mass spring or pendulum type. In this study, comparison between experimental data and theoretical calculations will be made for one degree of freedom system formed by a rod pivoted at one end and supported by a spring at another end. From the dynamic characteristics of the system, a TMD will be fixed to the structure for vibration control. The results demonstrated that the TMD controlled the vibration of the resonance system.

Keywords: Tuned Mass Damper, Damper, Vibration

1 Introdução

Com a evolução da construção civil proporcionada pelo desenvolvimento de novos materiais e controle de execução, vem sendo projetadas e construídas estruturas cada vez mais flexíveis, esbeltas e com maiores vãos. Devido a essa flexibilidade, essas estruturas geralmente sofrem vibrações excessivas, o que pode causar desconforto ou comprometer a segurança das mesmas [1].

Em estruturas muito altas e estreitas a ocorrência de carregamentos dinâmicos locais geram uma amplitude alta de deslocamento no topo da estrutura [2]. Que, por consequência, pode apresentar um deslocamento excessivo, levando a sérios riscos, não só no ponto de vista da segurança da estrutura e dos usuários, mas também de conforto ambiental [3].

Uma alternativa, com o intuito de controlar a estrutura e reduzir as vibrações, é a utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs). Que consistem em um sistema secundário adicionado a um sistema estrutural primário, podendo atuar em qualquer frequência, cuja vibração ou ruído irradiado se deseja controlar [4].

Lin [5] em seu estudo propôs um tipo de absorvedor de massa sintonizado para suprimir as respostas sísmicas contribuídas a partir dos modos de vibração de um edifício. Os resultados se mostraram válidos no controle da resposta da estrutura, quando a mesma é submetida a movimentações sísmicas.

Outros estudos realizados sobre absorvedores dinâmicos contribuíram para a otimização do controle de vibração nas estruturas. Xiang e Nishitani [6], propõe em seu trabalho um sistema de controle de vibrações do tipo pêndulo. Os resultados apresentaram efeito favorável para o controle sob diferentes condições de movimentação.

Mrabet et al [7] em seu estudo apresentou uma estratégia para determinar os parâmetros de controle de absorvedores dinâmicos de vibrações, sob excitação de diferentes abalos sísmicos. Comparando os resultados com dados da literatura, foi comprovado a eficácia da estratégia proposta.

Existem vários métodos de controle de vibrações em estruturas com absorvedores dinâmicos. Neste contexto, este estudo apresenta uma comparação entre dados experimentais e teóricos de um sistema barra mola pivotado em uma das extremidades e apoiada uma mola na outra a partir da inserção de um absorvedor dinâmico de vibração.

2 Metodologia

Com o objetivo de comparar teórico e experimentalmente a resposta de um sistema em vibração forçada amortecida do tipo barra mola com um grau de liberdade foi desenvolvido um modelo e, com este, dimensionado um absorvedor dinâmico de vibração.

O sistema analisado não possui amortecedor, porém no modelo foi inserido um amortecedor C_I posicionado a uma distância L_c do ponto de rotação para representar o amortecimento do sistema.

O resultado experimental do sistema mecânico foi comparado com o resultado do equacionamento teórico.

2.1 Modelo teórico do sistema sem absorvedor dinâmico de vibração

Para o sistema sem ADV, foi desenvolvido a resposta de um modelo em vibração forçada, posicionado na horizontal e submetido a um carregamento harmônico com frequência de excitação que coincide com a frequência natural do sistema, ou seja, em ressonância conforme apresentado na Figura 1.

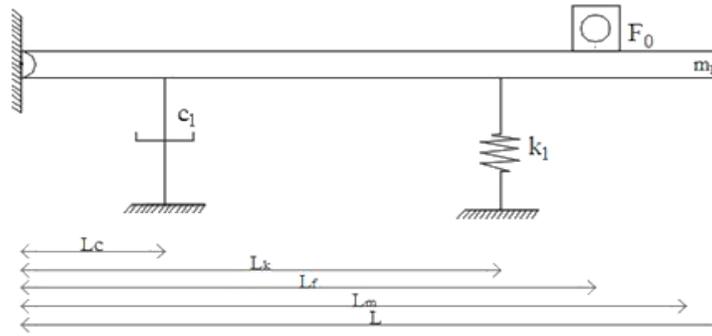


Figura 1: Sistema barra mola sob vibração forçada sem ADV

Fonte: Os Autores

A equação do movimento foi determinada aplicando a Segunda Lei de Newton, conforme Eq. (1)
1. A inércia do sistema I_0 é dada pela Eq. (2).

$$I_0 \ddot{\theta} + k_1 L_k^2 \theta + c_1 L_c^2 \dot{\theta} = F_0 L_f \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$I_0 = \frac{m_1 L^2}{3} + m_m L_m^2 + m_f L_f^2 \quad (2)$$

Onde:

θ = Deslocamento angular do corpo m_1

$\dot{\theta}$ = Velocidade angular do corpo m_1

$\ddot{\theta}$ = Aceleração do corpo m_1

m_1 = Massa da barra

m_m = Massa adicional

m_f = Massa do motor

L = Comprimento total da barra

L_c = Distância do amortecedor

L_m = Distância da massa adicional

L_k = Distância da mola

L_f = Distância da força aplicada

Para resolver a equação diferencial (1), propõe-se uma solução particular harmônica conforme a Eq. (3), com a derivada primeira e derivada segunda apresentadas nas Eq. (4) e Eq. (5), respectivamente. Substituindo as Equações (3) a (5) na Eq. (1), obtemos a Eq. (6). Onde as variáveis ω , t , c_1 e k_1 representam, nesta ordem, a frequência de excitação, o tempo, o amortecimento e a rigidez da mola.

$$\theta_p(t) = A_0 \cos(\omega t - \phi) \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_p(t) = -A_0 \omega \sin(\omega t - \phi) \quad (4)$$

$$\ddot{\theta}_p(t) = -A_0 \omega^2 \cos(\omega t - \phi) \quad (5)$$

$$A_0 [(k_1 L_k^2 - I_0 \omega^2) \cos(\omega t - \phi) - c_1 L_c^2 A_0 \omega \sin(\omega t - \phi)] = F_0 L_f \cos(\omega t) \quad (6)$$

Com as relações trigonométricas aplicadas na Eq. (6), igualando os coeficientes de cosseno e seno em ambos os lados da equação e sabendo que:

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \quad (7)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1 L_k^2}{I_0}} \quad (8)$$

$$C_c = \frac{2I_0 \omega_n}{L_c^2} \quad (9)$$

$$CL_c^2 = 2I_0 \omega \zeta \quad (10)$$

Obtemos A_0 e ϕ_1 , conforme as Equações (11) e (12), que são as constantes a se determinar e denotam a amplitude e o ângulo de fase da resposta, respectivamente. Onde, ζ é o fator de amortecimento, ω_n a frequência natural, assim como, C é o amortecimento e C_c a constante de amortecimento crítico.

$$A_0 = \frac{F_0 L_f}{I_0 \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega_n \omega)^2}} \quad (11)$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{2\zeta \omega_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2}\right) \quad (12)$$

O fator de amortecimento ζ , pode ser determinado através do Decremento Logarítmico, dado pela Eq. (13), em que x_1 e x_{m+1} denotam as amplitudes inicial e final, separadas por m períodos.

$$\delta = \frac{1}{m} \ln\left(\frac{x_1}{x_{m+1}}\right) \quad (13)$$

Conhecido δ , fator de amortecimento é dado por:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (14)$$

2.2 Modelo teórico do sistema com absorvedor dinâmico de vibração

Com o objetivo de controlar a vibração quando o sistema entrar em ressonância, um absorvedor dinâmico foi sintonizado, modelado conforme apresentado na Figura 2, com uma rigidez k_2 e massa m_2 ajustadas para que sua frequência natural fosse aproximada a frequência natural do sistema sem ADV.

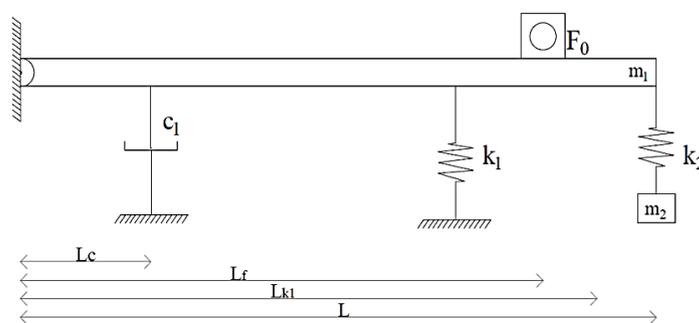


Figura 2: Modelagem do sistema barra mola com ADV

Fonte: Os Autores

Obteve-se as equações do movimento representadas pelas Equações (15) e (16), através da Segunda Lei de Newton. Onde x_2 , k_2 e m_2 representam o deslocamento, a rigidez e a massa do ADV, respectivamente.

$$I_0\ddot{\theta} + cL_c^2\dot{\theta} + (k_1L_k^2 + k_2L)\theta - k_2Lx_2 = F_0L_f\text{sen}(\omega t) \quad (15)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2x_2 - k_2L\theta = 0 \quad (16)$$

Para resolver o sistema composto pelas Equações (15) e (16) propõe-se uma solução particular harmônica conforme as Equações (17) e (18), em que A_0 , B_0 e ϕ_2 são as constantes a se determinar e denotam a amplitude e o ângulo de fase da resposta, respectivamente.

$$x_p(t) = A_0\cos(\omega t - \phi_2) \quad (17)$$

$$\theta_p(t) = B_0\cos(\omega t - \phi_2) \quad (18)$$

Resolvendo os equacionamentos trigonometricamente e igualando os coeficientes de cosseno e seno, obtemos:

$$A_0 = \frac{k_2LB_0}{(k_2 - m_2\omega^2)} \quad (19)$$

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (20)$$

$$B_1 = \frac{B_2}{2\omega\zeta I_0\omega_n} \left(k_1L_1^2 + k_2L^2 - I_0\omega^2 - \frac{k_2L^2}{(k_2 - m_2\omega^2)} \right) \quad (21)$$

$$B_2 = \frac{F_0L_f}{\frac{1}{2\zeta I_0\omega_n\omega} \left(k_1L_1^2 + k_2L^2 - I_0\omega^2 - \frac{k_2L^2}{(k_2 - m_2\omega^2)} \right) + 2\zeta I_0\omega_n\omega} \quad (22)$$

$$\phi_2 = \arctg\left(\frac{B_2}{B_1}\right) \quad (23)$$

Admitindo-se uma haste com massa desprezível, seção transversal uniforme e uma massa pontual m_2 , o sistema do ADV foi modelado como uma viga em balanço com uma carga concentrada na extremidade livre, como mostra a Figura 3 [8].

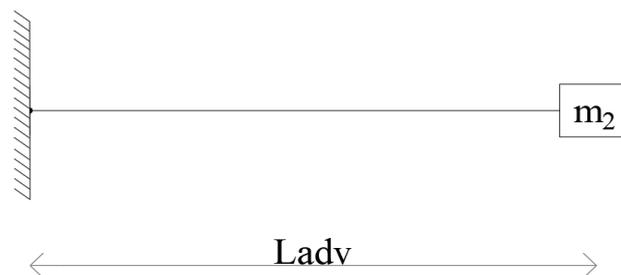


Figura 3: Modelo do ADV

Fonte: Os Autores

A deflexão transversal da viga, Δy , devido à carga P é dada pela Eq. (24) [8]:

$$\Delta y = \frac{PL_{adv}^3}{3EI} \quad (24)$$

Sendo a rigidez a relação entre P e Δy , k_2 foi calculada através da Eq. (25) [8]:

$$k_2 = \frac{3EI}{L_{adv}^3} \quad (25)$$

Onde:

E = Módulo de elasticidade do material da haste

I = Momento de inércia da haste em relação ao seu centro de gravidade

L_{Adv} = Comprimento da haste

A massa m_2 foi determinada com critério de não alterar significativamente a frequência natural do sistema sem ADV. O comprimento da haste foi determinado através das Equações (26) e (27).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (26)$$

$$L_{Adv} = \sqrt[3]{\frac{3EI}{\omega_n^2 m_2}} \quad (27)$$

2.3 Modelo experimental

O sistema mecânico é composto por uma barra metálica rígida com uma extremidade fixa em um apoio rotulado suspenso por uma mola a uma distância L_k , da extremidade rotulada como mostra a Figura 4. As propriedades físicas e geométricas, utilizadas no sistema são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Propriedades do sistema barra mola

m_1	2.54 kg
m_2	0.006990157 kg
k_1	14907.93056 N/m
L	0.73 m
L_c	0.15 m
L_k	0.50 m
L_f	0.60 m
L_m	0.70 m
E	70.00 GPa
I_0	0.453609266
I_b	1.03680×10^{-12}
F_0	1.00 N
ζ	0.001834214358

Para o sistema, foi determinado a frequência natural e ajustada a frequência de excitação próxima da frequência natural. Um inversor de frequência, composto por um motor posicionado a uma distância L_f do ponto de rotação, foi utilizado para o ajuste da frequência de excitação.



Figura 4: Sistema mecânico sem o ADV
Fonte: Os Autores

Na estrutura, um absorvedor dinâmico, representado por uma haste de alumínio com uma massa fixada na ponta, foi instalado na extremidade livre da barra, como mostra a Figura 5, com o objetivo de controlar a vibração do sistema em ressonância.

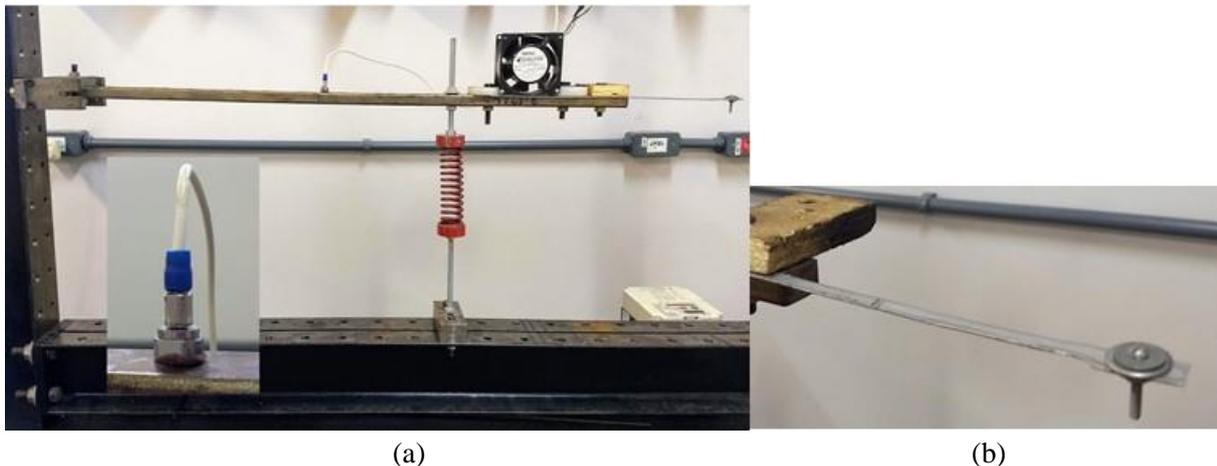


Figura 5: a) Sistema mecânico com ADV; b) ADV modelado como haste de alumínio com massa na ponta
Fonte: Os Autores

A resposta de vibração foi medida através de um acelerômetro colocado a uma distância de 0.32m, conectado na posição normal à estrutura, de modo que apenas as acelerações perpendiculares à superfície da estrutura foram medidas.

A aquisição de dados foi realizada por um analisador de vibração, com frequência de 0 a 200 Hz. Os dados foram obtidos utilizando um inversor de frequência, responsável pelo ajuste da frequência de excitação e a leitura. O processamento de dados foi realizado com o programa dbFA Suite.

3 Resultados e Discussões

A frequência natural do sistema, calculada teoricamente foi de 12.2065 Hz e medida experimentalmente foi de 12.891 Hz.

O comprimento da haste calculado através da Eq. (27) foi de 16.81cm. Experimentalmente o comprimento do ADV que controlou a vibração do sistema em ressonância foi de 13.60 cm. Essa diferença ocorreu porque no modelo teórico foi considerado um ADV do tipo pêndulo invertido, desconsiderando a massa da haste, porém experimentalmente ela influenciou no sistema, pois em relação a massa concentrada na ponta ela não pôde ser desconsiderada.

Na Figura 6 são apresentados os resultados experimentais no domínio da frequência, que mostram a redução de amplitude com uma magnitude de 10.9 dB ocasionada pela inserção do ADV. Pode-se observar também que o pico da frequência com ADV ficou um pouco deslocado em relação a curva sem ADV. Isso ocorreu devido a inércia do motor ser muito pequena em relação ao sistema e dessa forma não conseguir manter a frequência de rotação no sistema em ressonância, que começou a vibrar na mesma frequência do ADV.

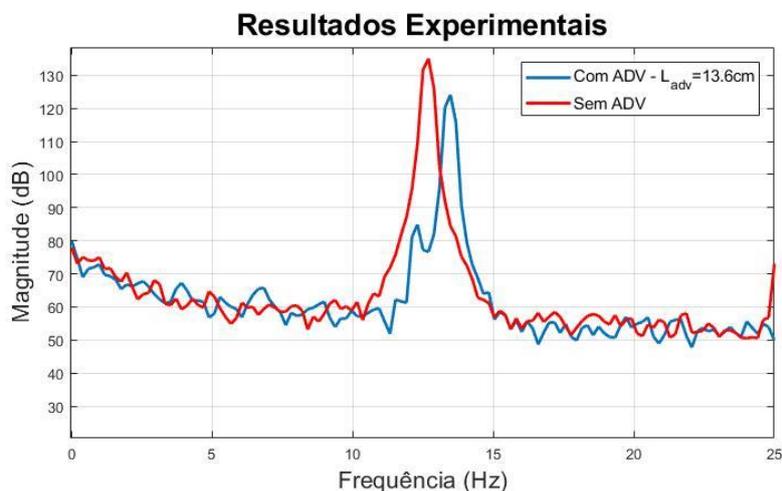


Figura 6: Resultados experimentais - com e sem ADV
Fonte: Os Autores

Com a inserção do ADV, a redução a amplitude foi de 5.28 dB, como apresentado na Figura 7 que contém os resultados numéricos.

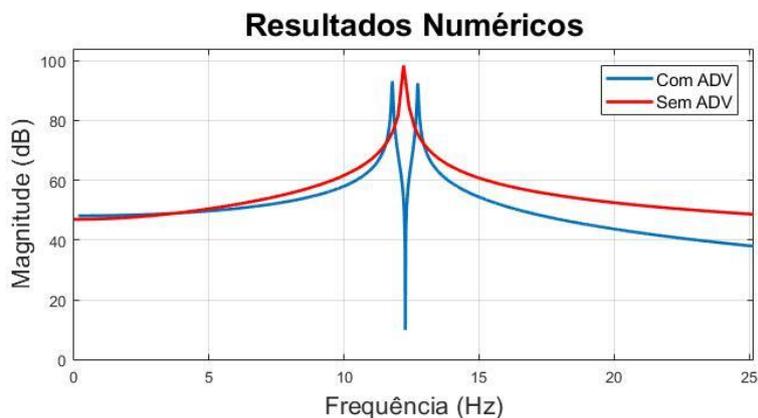


Figura 7: Resultados numéricos - com e sem ADV
Fonte: Os Autores

Na Figura 8 são apresentados os resultados numéricos da amplitude de deslocamento com e sem ADV. Analisando as duas curvas pode-se perceber a diminuição da amplitude com a inserção do ADV, mostrando que, numericamente, o ADV foi capaz de controlar a vibração do sistema.

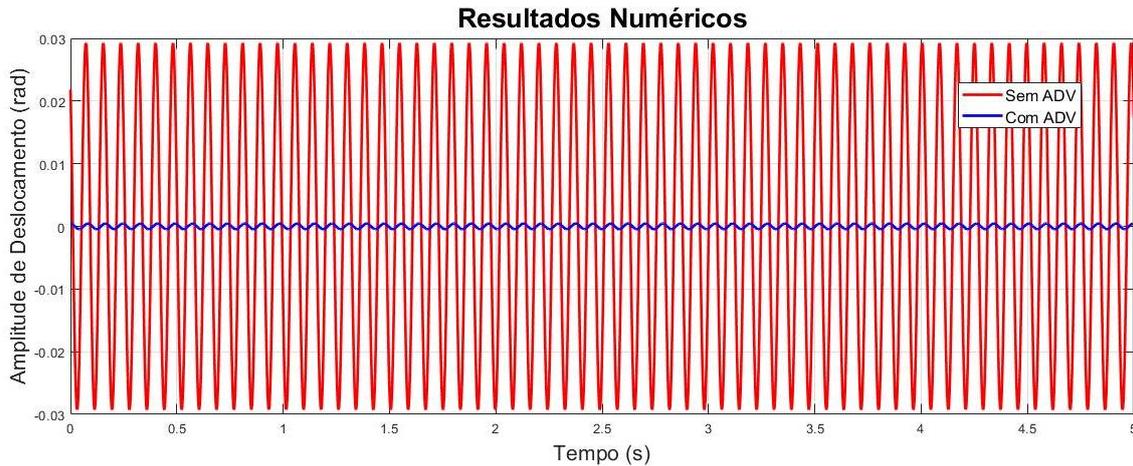


Figura 8: Resultados numéricos - Amplitude de deslocamento
Fonte: Os Autores

A Figura 9 apresenta os resultados experimentais da amplitude de aceleração. Como pode-se perceber a amplitude também diminuiu quando o ADV foi inserido, demonstrando que ele foi capaz de controlar a vibração do sistema mecânico real.

Resultado numérico e experimental sem ADV apresentaram o fenômeno do batimento (Figura 8 e Figura 9) o que significa que a frequência de excitação está muito próxima da frequência natural do sistema.

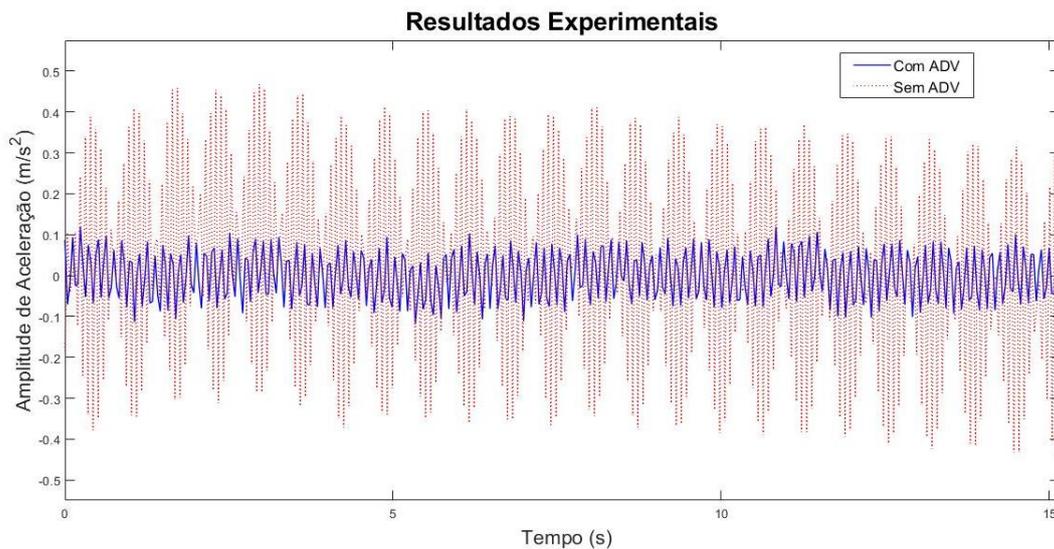


Figura 9: Resultados experimentais
Fonte: Os Autores

4 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo analisar teórica e experimentalmente a inserção de um ADV em um sistema barra mola pivotado em uma das extremidades e apoiada em uma mola na outra. Através dos parâmetros do sistema o ADV foi dimensionado e inserido na estrutura.

Os resultados teóricos e experimentais foram satisfatórios, pois a amplitude diminuiu com a inserção do ADV, demonstrando que o modelo inserido na estrutura foi capaz de controlar a vibração em situação de ressonância.

O modelo teórico utilizado para calcular a rigidez do ADV precisa ser refinado, pois ele não representou o modelo experimental. Os resultados demonstraram que a massa da haste de alumínio não

pode ser desprezada, pois ela influenciou no controle da vibração, resultando em um comprimento experimental menor que o comprimento calculado teoricamente.

5 Referências

- [1] Bernardes Junior, P. L.; Morais, M. V. G.; Avila, S. M. Inverted pendulum damper modelo parameters for vibration control in tal buildings. Submitted article to the 24th ABCM – Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, *International Congress of Mechanical Engineering, COBEM – 2017-1612*. December, 3-8, 2017, Curitiba, PR, Brazil.
- [2] Lourenco, R. Model, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper. Thesis presented to the University of Waterloo for the degree of Master of Applied Science in Mechanical Engineering. Waterloo, Ontario, Canadá, 2011.
- [3] Beneveli, S. M. A.; Gonçalves, P. B. Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios. Rio de Janeiro, 2002. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
- [4] Holanda, R.V. et al. Attenuation of sound radiation in concrete structure through the reduction of mechanical vibration. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 11, n. 1, p. 95-114, 2018.
- [5] Lin, J.L. Top-story mass dampers for seismic control of the first triplet of vibration modes of two-way asymmetric-plan buildings. *Journal of Vibration and Control*, v. 23, n. 18, p. 2962-2976, 2017.
- [6] Xiang, P.; Nishitani, A. Structural vibration control with the implementation of a pendulum-type nontraditional tuned mass damper system. *Journal of Vibration and Control*, v. 23, n. 19, p. 3128-3146, 2017.
- [7] Mrabet, E. et al. A new reliability based optimization of tuned mass damper parameters using energy approach. *Journal of Vibration and Control*, v. 24, n. 1, p. 153-170, 2018.
- [8] Rao, S. S. *Vibrações Mecânicas*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 420 p. Vol. 4. Revisor Técnico José Juliano de Lima Junior.