

# NUMERICAL MODELING OF BRANCHING FOUNDATIONS

# Illa Beghine Soncin

Lucas Teotônio de Souza illa.beghine@engenharia.ufjf.br lucas.souza@coc.ufrj.br Graduate Program in Civil Engineering, Universidade Federal de Juiz de Fora Faculdade de Engenharia, Departamento de Estruturas, São Pedro, CEP 36036-900, Juiz de Fora/MG, Brazil COPPE, Civil Engineering Program, Universidade Federal do Rio de Janeiro Centro de Tecnologia–Bloco I–Sala I216, Ilha do Fundão, CEP 21945-970, Rio de Janeiro/RJ, Brazil Marcelo Miranda Barros marcelo.barros@ufjf.edu.br Department of structural Engineering, Universidade Federal de Juiz de Fora Faculdade de Engenharia, Departamento de Estruturas, São Pedro, CEP 36036-900, Juiz de

Fora/MG, Brazil

Abstract. Piles are foundation elements whose mechanism for transferring loads occurs, in many cases, by lateral friction. It is a fact that branched systems have large surface areas and tree roots use this fact to increase their ability to withstand requests on the trees, such as lateral wind loads. In this paper we present a branched structure model based on fractal geometry, used as an alternative solution for foundations, instead of a standard pile model. With three parameters it is possible to generate an infinity of classes of branched systems composed of elements in different quantities, lengths and thicknesses. The aim of this paper is to compare the performance of the branched against standard models from the point of view of support capacity, stresses and displacements. The model was simulated using the software PLAXIS 2D, which is based on the finite element method and it was considered elastoplastic constitutive model with Mohr-Coulomb failure criterion for the soil. The results evidence that a branched structure compared to a standard pile with same volume presents higher carrying capacity and lower maximum displacements. For example, for a single branching with a form of an inverted Y, the load capacity amounts to about three times the carrying capacity of a single pile, and can reach up to about four times in the case of two and three branching orders. Moreover, with only one branch it was verified a reduction of the maximum vertical displacement of the foundation, for a same load, in about 85% of the displacement of the conventional foundation, being able to reach about 90% for two and three order branches, showing a significant reduction of the displacement below the foundation. On the other hand, the displacements around the foundation increase since a branched structure distributes better (because of the higher surface area) the external solicitation to the ground, which may influence possible neighboring structures. Another characteristic of a branched foundation is that the highest stress occurs within the structure whereas in a pile foundation the immediately below soil deals with the highest stress. In addition, we show that the higher the branching angles the higher the load capacity.

Keywords: Root foundations, Fractal structures, Biomimicry.

# 1 Introdução

Os elementos de fundação são de fundamental importância para a segurança e o desempenho de estruturas em geral, uma vez que são responsáveis por transferir os esforços da superestrutura ao terreno (Velloso e Lopes [1]). Em um projeto de fundações, além dos requisitos de resistência e durabilidade, a otimização dos recursos empregados é uma das premissas básicas para a concepção do mesmo. Em função do tipo de obra e das características do substrato onde esta será implantada, faz-se a escolha da solução de fundação mais adequada. Portanto, trata-se de um problema de redução de custos de modo que a funcionalidade da infraestrutura da obra não seja comprometida. Em suma, trabalha-se com a otimização dos recursos disponíveis, por meio da busca pela melhor solução de fundação.

De acordo com Cintra e Aoki [2], no estudo da capacidade de carga de um elemento de fundação por estaca, em termos geotécnicos, ao aplicar uma carga vertical, de compressão, progressivamente aumentada, serão mobilizadas tensões resistentes por atrito lateral entre o solo e o fuste da estaca. Logo, quanto maior a área lateral, maior o contato na interface solo-estaca e maior a capacidade de carga da fundação.

Diversos problemas de otimização encontrados na prática de engenharia são solucionados via observação e reprodução de padrões de comportamento encontrados na natureza. A ramificação é um dos modos de crescimento mais comumente encontrados em sistemas naturais. Sistemas ramificados são onipresentes na natureza (Thompson [3]), (Randié [4]), (Fleury *et al.* [5]), (Harris [6]), sendo que alguns apresentam grandes áreas de superfície (Morris e Homann [7]), tais como o pulmão (Hasleton [8]) e o sistema cardiovascular (Murray [9]) em animais. No entanto, a árvore é um padrão essencial da natureza e esta é a razão pela qual o termo "ramificação" em si evoca o reino vegetal (Fleury *et al.* [5]).

A descrição dos parâmetros que regem os processos de ramificação de raízes não é fácil, uma vez que há enorme dificuldade de observá-las no seu arranjo natural. No entanto, a geometria fractal oferece um meio para se estudar padrões de ramificação e estudos mostram que, de modo geral, o processo de ramificação de raízes é similar ao encontrado na superestrutura de árvores (Hallé [10]). O padrão normal de crescimento e desenvolvimento das raízes, para muitas espécies de plantas, é proporcional à altura da árvore (Hansen *et al.* [11]). Entretanto, as relações gerais de comprimento e diâmetro decrescente com o aumento do número de ramificações são comuns entre a grande parte das árvores, independentemente da idade e do tamanho (Hallé [10]). Assim, é possível fazer uma analogia entre a colaboração da área de superfície de raízes na estabilidade das árvores e a contribuição da área lateral na capacidade de suporte das estacas de fundação, em especial aquelas que estão assentes em solos (estacas de atrito), ou seja, não atingem o subsolo rochoso.

Este trabalho é fundamentado no problema da maximização da área de superfície em sistemas ramificados por meio de um modelo simples para os elementos, seguindo leis exponenciais, características de sistemas naturais, apresentado por Souza e Barros [12]. O modelo geométrico empregado é o da família de árvores auto-similares, ou seja, que evoluem em termos de proporções constantes pré-definidas entre ramos pais e filhos. A geometria proposta é composta de elementos de diferentes tamanhos organizados hierarquicamente, unidos de maneira que o elemento maior sustenta os elementos menores, que são maiores que outros e os sustentam. Quando todas as ordens vizinhas se relacionam da mesma maneira, estas são denominadas auto-similares (Barros e Bevilacqua [13]). Isto é, os parâmetros de crescimento/decrescimento são constantes para todas as ordens. Essas proporções ditam o tamanho e o diâmetro de cada ramo filho em relação ao seu pai, bem como a quantidade de filhos de cada pai.

Sabendo que a natureza abriga padrões de ramificação com diversas ordens e que estes são otimizados, são concebidas estruturas ramificadas com duas, três e quatro ordens, com volume igual ao de um modelo padrão de fundação por estaca não ramificada. Assim, compara-se a capacidade de carga, recalques, tensões e influência do ângulo de ramificação dos modelos avaliados neste estudo.

### 2 Metodologia

Para se conceber estruturas ramificadas, descreve-se brevemente o modelo geométrico fractal, tendo como base o modelo descrito por árvores auto-similares. Em seguida é apresentada a metodologia das simulações avaliadas no presente estudo.

#### 2.1 Descrição do modelo geométrico fractal

O padrão de ramificação proposto é baseado em árvores auto-similares, tal como definido em Souza e Barros [12]. Em resumo, o modelo é governado pelos seguintes parâmetros geométricos: quantidade de filhos *b* de cada ramo pai, proporções de comprimento  $\lambda$  e de diâmetro *d* entre os ramos pai e filho, que são constantes para toda árvore. Estas são as proporções de ramificação, comprimento e diâmetro, nessa ordem. Ressalta-se que, se  $\lambda$  é igual a *d*, diz-se que o sistema possui similaridade geométrica entre os elementos, isto é, embora os elementos de ordens diferentes possuam tamanhos diferentes, estes manterão o mesmo formato em todas as ordens.

Uma estrutura particular é definida determinando-se o número de ordens n do sistema. No presente trabalho, n assume os valores 1, 2, 3 e 4, caracterizando as situações sem ramificação, com duas, três e quatro ordens k, respectivamente. Sem perda de generalidade, admite-se que o diâmetro do primeiro elemento de ambas as estruturas seja igual ao da estaca de fundação (doravante modelo padrão),  $d_0$ , Fig. 1. Note-se que, à medida que a quantidade de ramificações cresce, diminui-se o alcance, ou seja, a profundidade atingida pelas fundações é menor.



Como a premissa básica é conceber estruturas ramificadas com o mesmo volume do modelo padrão, o comprimento do progenitor,  $\lambda_0$ , é dado por (Souza e Barros [12]):

$$\lambda_0 = L \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \left( \frac{\gamma}{d^2} \right)^k \right]^{-1} \tag{1}$$

onde L é o comprimento do modelo padrão e  $\gamma = b/\lambda$ . Os comprimentos e diâmetros das demais ordens são obtidos pelas equações 2 e 3.

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k / \lambda \tag{2}$$

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_k / \mathbf{d} \tag{3}$$

#### 2.2 Metodologia de simulação numérica

A fim de tornar possível a avaliação do comportamento dos modelos de fundação em estudo, optou-se pela utilização de uma análise numérica via Método dos Elementos Finitos (MEF), através da qual foi possível obter os resultados de interesse, como capacidade de carga e recalques nas fundações, levando ainda em consideração a interação entre o solo e a estrutura (Lee *et al.* [14]).

Para a realização da modelagem do problema, foi tomado como referência o modelo constitutivo de solo elastoplástico com critério de falha de Mohr-Coulomb, pois se trata de uma metodologia amplamente utilizada em conjunto com o método dos elementos finitos no estudo de fundações e Geotecnia. Desta forma foi utilizado o software PLAXIS 2D versão 8 como instrumento de modelagem das fundações avaliadas.

Inicialmente, é necessário definir os materiais que irão constituir os modelos a serem simulados através do software, tanto o solo de assentamento da estrutura, quanto o material constituinte da fundação. Optou-se por se utilizar uma única camada de solo argiloso da própria biblioteca do PLAXIS, o "Lesson 2 – Clay", sob a condição não drenada. Já o material da estrutura de fundação adotado foi o concreto, com modelo constitutivo do tipo linear elástico e condição drenada, devido à baixa permeabilidade deste material em relação ao solo em seu entorno. As propriedades de ambos os materiais constituintes do modelo podem ser observadas na Tabela 1 e Tabela 2.

Γabela 1 – Propriedades do solo de fundação					
Parâmetro	Valor assumido				
$E_{ref}~(kN/m^2)$	1,00E+04				
$E_{oed}$ (kN/m <sup>2</sup> )	1,61E+04				
$G_{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	3003,7				
$\gamma_{unsat}$ (kN/m <sup>3</sup> )	16,00				
$\gamma_{sat}$ (kN/m <sup>3</sup> )	18.00				
$C_{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	5,000				
Ø (°)	25,00				
υ	0,35				

Parâmetro	Valor assumido
$E_{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	2,00E+07
$G_{ref}$ (kN/m <sup>2</sup> )	8,33E+06
$\gamma_{unsat}$ (kN/m <sup>3</sup> )	25,00
$\gamma_{sat}$ (kN/m <sup>3</sup> )	25,00
υ	0,20

Finalmente, é necessário determinar os parâmetros que governam a geometria das estruturas ramificadas a fim de conceber os modelos. A estrutura padrão escolhida possui dimensões L e  $d_0$  respectivamente iguais a 10,00 m e 0,50 m. Para definir uma estrutura ramificada específica, é necessário informar o ângulo de ramificação, ou seja, a inclinação de cada ramo filho em relação ao seu pai. Assim, inicialmente este ângulo foi adotado igual a 30° para todas as ordens. Obedecendo a condição de volume constante, foram adotados os parâmetros que governam o sistema e definidas as dimensões das estruturas com uma ramificação (n = 2), Tabela 3, duas ramificações (n = 3), Tabela 4, e três ramificações (n = 4), Tabela 5. Ressalta-se que foi considerada a condição de resistência mecânica, dada por  $\lambda_0 \neq 0$  (Souza e Barros [12]), e similaridade geométrica.

Tabela 3. Parâmetros do sistema e dimensões dos elementos para estrutura com uma ramificação.

Parâm	etros	Dimensões			
b	2	Ordem - k	Comp. (m)	Larg. (m)	
$\lambda = d$	1,26	0	2,00	0,40	
п	2	1	1,59	0,32	

Tabela 4. Parâmetros do sistema e dimensões dos elementos para estrutura com duas ramificações.

Parâı	netros	Dimensões				
b	2	Ordem - k	Larg. (m)			
λ	1,26	0	1,33	0,40		
d	1,26	1	1,06	0,32		
n	3	2	0,84	0,25		

Tabela 5. Parâmetros do sistema e dimensões dos elementos para estrutura com três ramificações.

Parâmetros		Dimensões			
Parametros		Ordem - k Comp. (m) Larg. (n		Larg. (m)	
b	2	0	1,00	0,40	
λ	1,26	1	0,79	0,32	
d	1,26	2	0,63	0,25	
n	4	3	0,50	0,20	

As geometrias foram inseridas por meio das coordenadas dos pontos que delimitam o domínio de solo e as estruturas. Nas regiões de ramificação, foram adotados patamares de 15 centímetros, isto é, suavizações na geometria, a fim de se minimizarem as concentrações de tensões nessas áreas. O aspecto geral da geometria dos modelos de fundação estudados é tal como apresentado na Figura 1, sendo as dimensões apresentadas nas tabelas 3 a 5.

Além disso, é necessário definir como se dá o comportamento do contato na interface soloestrutura, sabendo-se que este inclui mecanismos de transferência de carga tanto na direção normal quanto na tangencial, na interface entre o solo e a estrutura. A força normal é transferida quando a fundação e o solo estão sob a ação de um carregamento. O comportamento tangente pode variar de contato áspero, com nenhum deslizamento relativo entre o solo e a fundação, para contato liso, onde pode ocorrer deslizamento relativo entre os materiais. O contato entre estes dois casos ideais, é considerado pelo modelo de atrito de Mohr- Coulomb utilizado no PLAXIS.

Para representar a interação entre o solo e a fundação, o programa prescreve a utilização do parâmetro  $R_{inter}$ . Este fator consiste em uma redução do coeficiente de atrito  $\mu$ , dado por  $\mu = \tan \emptyset$ , sendo  $\emptyset$  o ângulo de atrito do solo. Para a realização do estudo em questão, foi adotado  $R_{inter} = 0,7$  (Souza, Soncin e Barros [15]), isto é, o coeficiente de atrito na interface solo-estaca equivale a 70% do coeficiente de atrito solo-solo.

Após a definição da interface entre o solo e a estrutura, são definidas as condições de contorno nas fronteiras que delimitam o espaço de solo adotado como base para o modelo. As condições adotadas permitem o deslizamento relativo na vertical (paredes laterais) e consideram engaste na base.

A malha considerada nos modelos em questão, ilustrada na Fig. 2, utiliza elementos triangulares para a delimitação dos pontos de análise, sendo selecionada a opção "Very Fine" (muito fina), para que seja empregado o máximo refinamento permitido, visando maior precisão nas soluções.



Figura 2. Malha de elementos triangulares, gerada através do programa.

Para a determinação da capacidade de carga das fundações foram criados estágios de carregamento, visando um aumento gradativo da carga atuante. O primeiro estágio, denominado "fase inicial", corresponde à análise de deslocamentos, tensões e deformações, dependentes apenas do peso próprio da estrutura, levando em consideração a posição do nível d'água (N.A). Neste trabalho, o nível d'água foi considerado coincidente com a superfície do terreno, pois, desta forma, representa-se a pior situação para a verificação da capacidade de carga da estrutura, uma vez que as tensões efetivas no solo são minoradas.

Nas fases posteriores foram inseridos carregamentos distribuídos no topo da estrutura, e a carga aplicada foi incrementada gradativamente até que a simulação acusasse o rompimento do solo. O acréscimo de carga adotado entre uma fase e a imediatamente posterior a esta foi de 5 kN/m<sup>2</sup>, obtendose assim uma precisão de 5 kN/m<sup>2</sup> para o valor do carregamento que deflagrou o término da análise e determinou a capacidade de suporte. Sob a ação da carga de suporte, foram monitorados os deslocamentos no topo das estruturas e as tensões atuantes no sistema solo-estrutura.

# 3 Resultados e discussões

#### 3.1 Comparação entre os modelos convencional e ramificado

A primeira análise realizada consiste no comparativo entre o modelo convencional de estaca e o modelo de fundação com uma ramificação, a fim de se verificar se o modelo ramificado de fato se apresenta mais eficiente sob o ponto de vista da capacidade de suporte do solo. Sendo assim, foram concebidas as geometrias para ambos os modelos. Como supracitado, as dimensões da estaca padrão (n = 1) são iguais a 10,0m de comprimento e 0,50m de largura, enquanto os parâmetros e dimensões do modelo com uma ramificação são apresentados na Tabela 3.

Inicialmente foi realizada a simulação do modelo de estaca sem ramificações. Tal como foi descrito anteriormente, a fundação foi carregada gradativamente até que o programa acusasse a ruptura do sistema. O modelo apresentou uma capacidade de suporte de 805 kN/m<sup>2</sup>. A carga provocou um deslocamento de 115,81 mm para baixo no topo da fundação e uma tensão máxima de 428,59 kN/m<sup>2</sup>, localizada na porção de solo imediatamente abaixo da base da estaca. Os deslocamentos totais e as tensões devidas a este carregamento podem ser observados na Figura 3 e na Figura 4, respectivamente.



Figura 3. Deslocamentos totais no modelo sem ramificações após a aplicação do carregamento de 805  $kN/m^2$ .



Figura 4. Tensões totais no modelo sem ramificações após a aplicação do carregamento de 805 kN/m<sup>2</sup>.

Em seguida, foi realizada a simulação do modelo com uma ramificação. Inicialmente aplicou-se na fundação a carga de ruptura do modelo cilíndrico padrão (805 kN/m<sup>2</sup>), para se observar o comportamento da fundação e realizar um comparativo entre seus deslocamentos e tensões atuantes com relação ao modelo sem ramificações.

O modelo ramificado não apenas suportou a carga aplicada, como também apresentou significativa redução no deslocamento vertical do topo da fundação, passando a ser de 16,82 mm para baixo. Com relação às tensões atuantes no modelo, foi possível observar uma tensão máxima de 7180,0 kN/m<sup>2</sup>, desta vez, localizada na própria estrutura, nas regiões mais angulosas da fundação. Este resultado era previsto, uma vez que pontos angulosos nas geometrias de estruturas em geral são pontos comuns de concentração de tensões.

Em seguida, foram introduzidos novos estágios de carregamento no modelo, incrementando-se a carga vertical gradativamente até a ruptura do solo. Foi obtida uma capacidade de suporte de 2705 kN/m<sup>2</sup>, cerca de 3,4 vezes a capacidade da estaca convencional. O deslocamento máximo observado no topo da estrutura foi de 312,05 mm para baixo, e a máxima tensão obtida foi de 50380 kN/m<sup>2</sup>,

novamente verificada na estrutura, nas regiões mais angulosas da fundação. A Figura 5 e Figura 6 mostram os deslocamentos e as tensões totais no modelo equivalentes à carga de ruptura.



Figura 5. Deslocamentos totais no modelo com uma ramificação após a aplicação do carregamento de  $2705 \text{ kN/m^2}$ .



Figura 6. Tensões totais no modelo com uma ramificação após a aplicação do carregamento de 2705  $$\rm kN/m^2$.$ 

Os resultados apresentados mostram que, com apenas uma ramificação, obtém-se um aumento significativo da capacidade de suporte do solo, além de uma redução considerável nos recalques, dando indícios acerca da eficiência do sistema ramificado.

#### 3.2 Influência do número de ramificações

A etapa seguinte consiste em avaliar a eficiência gerada pelo acréscimo de ramificações na fundação. Para tanto, são analisados os modelos gerados com duas e com três ramificações, cujas dimensões são apresentadas, respectivamente, na Tabela 4 e Tabela 5. Para o modelo com duas ramificações, novamente foi simulada a carga de ruptura do modelo padrão, de onde foram extraídos os deslocamentos e tensões correspondentes. Além disso, o carregamento foi incrementado tal como anteriormente descrito até que se determinasse a capacidade de carga do solo.

Para a carga de 805 kN/m<sup>2</sup> observou-se um deslocamento equivalente de 15,35 mm para baixo do topo da fundação, ainda menor que o apresentado pelo modelo com uma ramificação, sendo um indício de que quanto maior é o número de ramificações adotado, menores serão os deslocamentos verticais resultantes. Além disso, o modelo apresentou uma tensão máxima de 3610 kN/m<sup>2</sup> na estrutura de fundação, mostrando uma redução de quase 50% quando comparado ao modelo com apenas uma ramificação.

A capacidade de carga obtida para o modelo em estudo foi de 3010 kN/m<sup>2</sup>, cerca de 10% a mais que a do modelo com uma ramificação. Para tal carregamento, foi possível observar um deslocamento máximo de 252,46 mm para baixo no topo da estrutura (Figura 7), e uma tensão máxima equivalente de 38580 kN/m<sup>2</sup>, novamente verificada nas regiões mais angulosas da estrutura.



Figura 7. Deslocamentos totais no modelo com duas ramificações após a aplicação do carregamento de 3010 kN/m<sup>2</sup>.

O mesmo procedimento foi realizado com o modelo com três ramificações. Para a carga de 805 kN/m<sup>2</sup>, obteve-se um deslocamento máximo equivalente de 13,45 mm para baixo, novamente sendo constatada uma redução nos deslocamentos quando comparado ao modelo anterior. A tensão máxima observada foi de 2960 kN/m<sup>2</sup>, apresentando uma redução de cerca de 18% com relação ao modelo com duas ramificações.

A capacidade de carga obtida na simulação do modelo foi de 2855 kN/m<sup>2</sup>, 5% a menos que o valor determinado para o modelo duas vezes ramificado. Para tal carregamento, foi obtido um deslocamento equivalente máximo de 155,46 mm para baixo (Figura 8), e uma tensão máxima na estrutura de 20010 kN/m<sup>2</sup>.



Figura 8. Deslocamentos totais no modelo com três ramificações após a aplicação do carregamento de  $2855 \text{ kN/m^2}$ .

### 3.3 Comparativo entre os resultados obtidos para o modelo convencional e modelos ramificados

Para melhor visualização do comportamento dos modelos, realizou-se um comparativo entre os resultados obtidos. Primeiramente relaciona-se a capacidade de suporte e os deslocamentos equivalentes de cada modelo, bem como um comparativo percentual entre as cargas máximas suportadas por cada uma das fundações, o que pode ser observado na Tabela 6.

Tabela 6. Capacidades de carga e deslocamentos dos modelos avaliados.							
Modelo de fundação	Capacidade de carga (kN/m <sup>2</sup> )	Dif. (%)	Dif. (%) Desloc. Vertical no topo da fundação (mm)				
Estaca padrão	805	-	115,81	-			
Uma ramificação	2705	+236,02	312,05	+169,45			
Duas ramificações	3010	+11,28	252,46	-19,10			
Três ramificações	2855	-5,15	155,46	-38,42			

A Figura 9 mostra o gráfico elaborado para se observar a variação da capacidade de suporte do solo em função do número de ramificações da estrutura de fundação.



Figura 9. Capacidade de carga em função do número de ramificações.

Os resultados apresentados confirmam o aumento da capacidade de carga ocasionado pela ramificação das estruturas de fundação. Para o modelo com 2 ramificações, a carga de ruptura chega a cerca de 3,7 vezes o valor apresentado pela fundação em estaca, mostrando a eficiência gerada pela maximização da área de superfície. Entretanto, pode-se observar que o modelo com três ramificações obteve capacidade de suporte inferior ao modelo duas vezes ramificado, o que pode indicar que exista um número de ramificações a partir do qual o aumento deste não seja mais proveitoso e também viável tecnicamente.

Na sequência, são avaliados os deslocamentos e as tensões nos modelos para o carregamento de  $805 \text{ kN/m^2}$ , seguido por um comparativo percentual entre o deslocamento máximo observado nas estruturas de fundação, como mostrado na Tabela 7.

Tabela 7. Deslocamentos e tensões para a carga de 805 kN/m <sup>2</sup> .						
Modelo de fundação	Desloc. Vertical no topo da fundação (mm)	Dif. (%)	Tensão máxima no modelo (kN/m <sup>2</sup> )			
Estaca padrão	115,81	-	- 428,59 (solo)			
Uma ramificação	16,82	+236,02	7180,00 (estrutura)			
Duas ramificações	15,35	+11,28	3610,00 (estrutura)			
Três ramificações	13,45	-5,15	2960,00 (estrutura)			

Ao contrário da estrutura de fundação convencional, as fundações ramificadas apresentam uma maior solicitação na própria estrutura e não no solo onde as mesmas encontram-se assentadas. Entretanto, à medida que se aumenta o número de ramificações, as tensões máximas são minimizadas, podendo se alcançar uma redução de cerca de 2,5 vezes na última estrutura simulada quando comparada ao modelo com apenas uma ramificação.

Os resultados da Tabela 7 mostram que as estruturas ramificadas apresentam deslocamentos verticais significativamente menores que o obtido no modelo convencional de fundação, entretanto, a redução não é expressivamente significativa quando se comparam os resultados das três estruturas ramificadas. Vale destacar ainda que a propagação dos deslocamentos na direção horizontal é mais significativa à medida que se aumenta o número de ramificações da estrutura, o que deve ser avaliado com mais profundidade, visto que tal fenômeno pode causar interferências em estruturas vizinhas.

### 3.4 Influência do ângulo de ramificação

O ângulo de ramificação ( $\alpha$ ) é um parâmetro que não foi aplicado na dedução do modelo geométrico para as fundações ramificadas. Entretanto, é importante verificar, sob o ponto de vista físico, qual a sua influência sobre os resultados a serem obtidos para os modelos avaliados, a fim de se observar se existem correlações entre tal ângulo e capacidade de carga, deslocamentos e tensões. Partindo desta premissa, foram gerados novos modelos de fundação ramificada, mantendo-se os parâmetros de geração da geometria do modelo, *b*, *d* e  $\lambda$ , assim como a estaca base padrão, de diâmetro de 0,5 metros e comprimento de 10 metros, consequentemente, as dimensões das fundações serão as mesmas dos modelos anteriores. A única variável, neste caso, foi o ângulo formado entre os ramos das ordens ramificadas dos modelos com uma, duas e três ramificações que, inicialmente foi alterado para 20° e, posteriormente, para 40°. Os modelos geométricos das fundações em estudos são apresentados na Figura 10, Figura 11 e Figura 12.



Figura 10. Modelos de fundação com uma ramificação e ângulos de ramificação de 20° e 40°, respectivamente.



Figura 11. Modelos de fundação com duas ramificações e ângulos de ramificação de 20° e 40°, respectivamente.



Figura 12. Modelos de fundação com três ramificações e ângulos de ramificação de 20° e 40°, respectivamente.

A primeira avaliação realizada foi a do comportamento da estrutura dada a aplicação da carga de 805 kN/m<sup>2</sup>, que levou a ruptura do modelo padrão de fundação. O objetivo neste caso é avaliar se, para um mesmo carregamento, ocorrem variações nos resultados em termos de deslocamentos e tensões, quando comparados aos resultados observados no modelo com 30° de ângulo de ramificação. Após a realização das simulações, foi constatado que tal parâmetro não apresenta influência significativa sobre os deslocamentos verticais das estruturas, visto que, para os três modelos de fundações ramificação não atingiram valores superiores a 7%, como mostrado na Tabela 8. Já as tensões mostraram-se crescentes à medida que o ângulo de ramificação foi aumentado, conforme pode ser observado na Figura 13.

		3		<b>j</b>		
Ângulo de	Uma ramificação		Duas ramificações		Três ramificações	
ramificação	Deslocamentos	Diferenças	Declocamentos	Diferenças	Declocamentos	Diferenças
(°)	(mm)	percentuais	(mm)	percentuais	(mm)	percentuais
	(IIIII)	(%)	(IIIII)	(%)	(IIIII)	(%)
20	17,91	-	15,17	-	14,32	-
30	16,82	-6,09	15,35	+1,19	13,45	-6,08
40	16,09	-4,34	16,38	+6,71	13,46	+0,07

Tabela 8. Deslocamentos em função do ângulo de ramificação para a carga de 805 kN/m<sup>2</sup>.



Figura 13. Tensões para a carga de 805 kN/m<sup>2</sup> em função do ângulo de ramificação.

Em seguida, a carga vertical no topo da estrutura foi incrementada até a ruptura do solo. Sendo possível a obtenção das capacidades de carga e os recalques associados a tais carregamentos. Os resultados obtidos para as duas variações angulares acima citadas, bem como um comparativo destes em relação aos dos modelos com ângulo de 30°, já avaliados anteriormente, são apresentados na Tabela 9 e Figura 14.

T 1 1 0 0	. 1 1 1		c ~	1 ^ 1	1 '0' ~
Tabela 9 ( a	nacidade de	carga em	tuncao	do angulo	de ramificação
	ipaciaade ac	carga cin	Tunçao	uo anguio	uc rannicação

Ângulo de	Uma ramificação		Duas ramificações		Três ramificações	
ramificação	Capacidade	Diferenças	Capacidade	Diferenças	Capacidade	Diferenças
(°)	de carga	percentuais	de carga	percentuais	de carga	percentuais
()	(kN/m²)	(%)	(kN/m²)	(%)	(kN/m²)	(%)
20	2205	-	2520	-	2560	-
30	2705	+22,68	3010	+19,44	2855	+11,52
40	3010	+11,28	3205	+6,48	2905	+1,75



Figura 14. Capacidade de carga em função do ângulo de ramificação.

Pode-se perceber que a variação do ângulo de ramificação afeta a capacidade de carga das fundações de maneira direta, à medida que se aumenta o ângulo de abertura dos ramos da estrutura, obtém-se um aumento na carga de ruptura do modelo. Porém, é possível observar que quanto maior é o número de ramificações presentes na fundação, menor é o aumento da capacidade de carga, obtido como consequência do aumento do ângulo de ramificação. Além disso, os resultados apresentados também podem ser indício de que há um limite de aumento de capacidade de carga devido ao aumento do ângulo de ramificação, visto que o acréscimo percentual de carga de ruptura dos modelos com 30° quando comparados aos modelos com 20° é significativamente maior que o acréscimo gerado nos modelos com 40° quando comparados com os com 30°. Tal padrão se repete para os três modelos de fundação ramificada que foram simulados.

### 4 Conclusões

A partir dos resultados obtidos é possível concluir que as fundações ramificadas são, de fato, eficientes com relação à capacidade de suporte e redução de recalques. Observa-se que, ramificando a fundação apenas uma vez é possível obter resultados significativamente superiores aos de uma fundação por estaca padrão, podendo ser alcançada uma capacidade de carga de 3,5 vezes acima do valor obtido para o modelo convencional. Para o modelo duas vezes ramificado, a carga necessária para levar o solo à ruptura atingiu um valor da ordem de 4 vezes o valor obtido para a fundação por estaca de igual volume, e os deslocamentos verticais para um mesmo carregamento foram reduzidos em cerca de 8 vezes.

Entretanto, para a fundação com três ramificações, observou-se uma redução da capacidade de suporte quando comparada à obtida para o modelo duas vezes ramificado. Tal resultado pode ser um forte indicativo de que exista um número ótimo de ramificações a partir do qual o aumento do número de ramificações (n) não seja mais vantajoso, pois a capacidade de carga deverá alcançar um máximo para determinado n e, a partir de então, mesmo com o acréscimo de ordens, esse valor tenderá a decair.

Outro aspecto significativo com relação às fundações ramificadas é o de que as solicitações em termos de tensões atuantes são mais expressivas na própria estrutura de fundação, ao contrário das fundações convencionais, em que as maiores tensões são verificadas no solo de fundação, nas regiões imediatamente abaixo da base da estrutura. Logo, pode-se dizer que se trata de uma vantagem das fundações ramificadas, visto que o controle executivo das estruturas a serem construídas é muito maior do que o controle e conhecimento sobre o solo de assentamento das estruturas.

Observou-se que as fundações ramificadas geram efeitos na massa de solo adjacente, significativamente maiores do que as fundações por estaca convencionais, sendo que a propagação dos

deslocamentos foi mais expressiva com o aumento do número de ramificações da fundação. Este fato é de significativa relevância, uma vez que tal propagação pode causar interferências em estruturas vizinhas.

O comparativo realizado entre as fundações ramificadas com diferentes ângulos de ramificação mostrou que, quanto maior o ângulo das aberturas das ramificações, maiores foram as capacidades de carga obtidas, porém, as diferenças percentuais entre estas foram mais expressivas para o modelo com uma ramificação, seguido pelo modelo com duas e, por fim, o modelo com três ramificações. Este resultado pode ser um indicativo de que quanto mais ramificada é a estrutura de fundação, menor é a influência do ângulo de ramificação sobre a capacidade de suporte da mesma. Entretanto, é necessário realizar uma avaliação mais completa a respeito, simulando ângulos de ramificação maiores, para que seja possível verificar se existe um ângulo limite, a partir do qual a capacidade tenda a decair, assim como foi constatado para o número de ramificações adotado.

Com relação aos deslocamentos verticais sofridos pela estrutura devidos a um mesmo carregamento aplicado, não foram observadas mudanças significativas devido à variação no ângulo de ramificação da estrutura, visto que as diferenças percentuais nos resultados não ultrapassaram 7% para todos os ângulos simulados.

Feitas as análises dos resultados obtidos, cabe ainda realizar algumas considerações a respeito de aspectos futuros a serem avaliados com relação às fundações ramificadas. O primeiro destes aspectos, e talvez o de maior relevância, é o fato de que as análises realizadas foram simuladas em um software de modelagem bidimensional que considera que as estruturas introduzidas possuem profundidade unitária. Porém, o modelo geométrico de fundação descrito foi obtido via análise tridimensional, considerando-se como base uma geometria composta por elementos cilíndricos. Logo, as cargas de ruptura, os deslocamentos e tensões no solo são válidos em termos de análises relativas, mas não absolutas. Portanto, para uma avaliação mais exata do mesmo, seria necessária a utilização de um programa de modelagem tridimensional, como o PLAXIS 3D, por exemplo, o que deve ser estudado futuramente, a fim de se obter uma comprovação dos resultados obtidos.

Além disso, cabe ainda realizar um dos estudos mais relevantes com relação a esse modelo de fundação, a viabilidade executiva do mesmo. É fato que, embora sejam fundações eficientes sob o ponto de vista de capacidade de carga e redução de deslocamentos, as fundações ramificadas constituem-se de estruturas de difícil execução, sendo necessário um estudo a respeito de maneiras de se tornar viável sua execução.

Atualmente, a Indústria do Petróleo utiliza o chamado método de "Perfuração Direcional", para a escavação de poços petrolíferos. Este termo faz referência a um conjunto de métodos e ferramentas utilizadas para tornar possível a perfuração de poços com ângulos e direções específicas até determinado alvo (Bandeira e Silva [16]). Logo, pode-se perceber que, com as tecnologias atuais, já é possível realizar escavações segundo ângulos específicos, tal como se faz necessário no caso das fundações ramificadas.

O estudo das fundações ramificadas é, ainda, recente, e existem ainda lacunas a serem preenchidas sobre variáveis que influenciam seu funcionamento e execução. Entretanto, tais modelos de fundação possuem grande potencial ainda a ser explorado, tanto no campo teórico, como no prático.

# Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) pela concessão das bolsas de Iniciação Científica e à CAPES pela bolsa de pós-graduação em engenharia civil que protagonizaram a obtenção dos resultados aqui discorridos.

# Referências

[1] Velloso, D. A. e Lopes, F. R., Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas, Vol. Único, Oficina de textos, São Paulo, SP, 568 p., 2010.

[2] Cintra, J. C. A.; Aoki. Fundações por estacas: projeto geotécnico, São Paulo: Oficina de textos, 2010.

[3] Thompson, D'A. W., "On Growth and Form", Cambridge University Press, 1, 50-155, 1917.

[4] Randié, M., "On Characterization of Molecular Branching", Journal of the American Chemical Society, 99: 23, 6609-6615, 1975.

[5] Fleury, V., Gouyet, J.F., Leonetti, M. Branching in Nature: dynamics and morphogenesis of branching structures from cell to river networks, Springer, 2001.

[6] Harris, T.E. The theory of branching processes, Courier Corporation, 2002.

[7] Morris, C.E., Homann, U., "Cell Surface Area Regulation and Membrane Tension", Journal of Membrane Biology, 179, 79-102, 2001.

[8] Hasleton, P.S., "The internal surface area of the adult human lung", Journal of Anatomy, 112:3, 391-400, 1972.

[9] Murray, C. D., "The physiological principle of minimum work: I. the vascular system and the cost of blood", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 12, 207-214, 1926.

[10] Hallé, F., "Arquitectura de los Árboles", Bol. Soc. Argent. Bot. 45 (3-4), 405-418, 2010.

[11] Hansen, P., Thisse J., Hanjoul, P., "Simple plant location under uniform delivered pricing", 6:2, 94-103, 1981.

[12] Souza, L.T. e Barros, M. M. Maximização da Área de Superfície em Sistemas Ramificados, Anais do XII Simpósio de Mecânica Computacional, Vol. 1, p. 632-639, 2016.

[13] Barros, M.M., Bevilacqua, L. Elastic fractal trees: a correspondence among geometry, stress, resilience and material quantity, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 37, No. 5, pp. 1479-1483, 2015.

[14] Lee C. J., Bolton M. D., e Al-tabbaa A. Numerical modelling of group effects on the distribution of dragloads in pile foundations", Geotechnique, Vol. 52:5, p. 325–335, 2002.

[15] Souza, L.T., Soncin, I. B. e Barros, M. M. Estruturas Ramificadas como Solução Alternativa para Fundações, XIX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, COBRAMSEG – ABMS, Salvador, Bahia, 2018.

[16] Bandeira, F. B. B. e Silva, G. V. M., Perfuração direcional de poços de petróleo – métodos de deflexão e acompanhamento direcional, I Congresso Nacional de Engenharia de Petróleo, Gás Natural e Biocombustível, 2015.