

## **DIMENSIONAMENTO DE BARRAS DE MADEIRA TROPICAL SOLICITADAS A FLEXÃO COMPOSTA RETA UTILIZANDO A DENSIDADE BÁSICA**

**José Humberto Matias de Paula, MSc.**

*jhmatias2011@gmail.com*

*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.*

**Marco Aurélio Souza Bessa, DSc**

*bessamarco@yahoo.com.br*

*Centro Universitário de Brasília-UniCEUB, Brasília, Brasil.*

**Julio Eustaquio de Melo, PhD.**

*alej@unb.br*

*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.*

**José Manoel Morales Sánchez, PhD.**

*jmmorsanchez@gmail.com*

*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.*

**Camilla Silva Almeida de Oliveira, MEng.**

*almeidacs151@gmail.com*

*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.*

**Ágnis Gabrielle Kühn Rodrigues, BEng.**

*agniskuhl@gmail.com*

*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.*

**Resumo.** Este trabalho apresenta uma formulação matemática para o dimensionamento de barras de madeira tropical solicitadas a flexão composta utilizando a densidade básica. A concepção teórica proposta tem a densidade básica da madeira como variável independente para o dimensionamento de elementos estruturais solicitados a flexão composta reta. A formulação toma como referência as prescrições da norma brasileira NBR-7190/82. O dimensionamento utilizando a densidade básica pode ser adaptado para qualquer norma de projeto de estruturas de madeira, independentemente se o modelo de segurança é determinístico, ou probabilístico. A formulação matemática utiliza funções de resistência estimadas por um modelo de regressão linear simples amostral, construído a partir de banco de dados obtido de ensaios experimentais para caracterização de espécies de madeiras tropicais. O modelo de regressão linear estima propriedades físicas e mecânicas dessa amostra utilizando a densidade básica da madeira. O Banco de Dados é o resultado de um programa experimental consistente conduzido pelo Laboratório de Produtos Florestais do Ministério do Meio Ambiente, que nos últimos trinta anos estudou e caracterizou 259 espécies de madeira da Amazônia, tendo como referência as normas Pan-Americanas COPANT-Comisión Panamericana de Normas Técnicas. Foi elaborada análise da significância estatística das correlações entre propriedades físicas e mecânicas de espécies de madeira e a densidade básica. É possível concluir, a partir das análises de significância estatística e da discussão dos resultados, que a formulação proposta para dimensionamento de elementos de madeira tropical solicitados a flexão composta reta, utilizando a densidade básica, é matematicamente consistente.

**Palavras Chave:** Estruturas, Madeira, Densidade Básica, Dimensionamento, Compressão, Regressão Linear

## 1 Introdução

A utilização de um material como elemento estrutural e construtivo é, comumente, influenciado pelas tradições e padrões culturais de uma sociedade. Associado a esses padrões culturais há questões históricas relacionadas ao ensino de estruturas de aço e de madeira nas escolas de engenharia e arquitetura no Brasil.

No País, materiais como o concreto, o aço e a madeira têm histórias de desenvolvimento e uso diferentes entre si, desde o início do século passado. Já na primeira metade do Século XX se desenvolve uma escola de arquitetura moderna no Brasil, tendo como material estrutural o concreto armado e protendido em menor escala. Na década de 1940, com a inauguração da CSN - Cia Siderúrgica Nacional e mais tarde da sua fábrica de estruturas metálicas – a FEM – por um breve período há uma considerável utilização de estruturas de aço na construção de edifícios no Brasil, especialmente no Rio de Janeiro. No final da década de 1950 um fato que chama atenção é o uso do aço, como elemento estrutural, na construção de Brasília - a maior expressão da arquitetura moderna - mesmo tendo como material o concreto armado. Assim é que edifícios ícones dessa arquitetura moderna, como o Congresso Nacional e os Ministérios, foram construídos em estruturas de aço. Mas, utilizando-se material e produtos – perfis e chapas de aço - ainda importado dos Estados Unidos.

No que se refere ao uso da madeira como material estrutural, não houve nem por um breve período, o uso intensivo na construção de edifícios, em alguma região ou local do País. Por outro lado, enquanto que para o concreto armado, e especialmente para o aço, é possível utilizar os resultados de programas de pesquisas desenvolvidas no exterior (os aços estruturais tem características semelhantes em todo o mundo), a madeira tem outra realidade sob o ponto de vista técnico e tecnológico [1].

Na Europa existem pouco menos de vinte espécies de madeiras, enquanto que na Amazônia os botânicos estimam existir da ordem de três e quatro mil espécies [2] [3]. Portanto, para o uso de madeira tropical em estruturas, ou outra função mesmo que não estrutural, é preciso conhecer as suas propriedades físicas, mecânicas, além dos aspectos tecnológicos relativos ao seu comportamento. A realidade atual é que a grande maioria das espécies de madeira da Amazônia ainda não foi caracterizada, às vezes nem mesmo classificada, ou até identificada.

Nas universidades brasileiras de modo geral não existem linhas de pesquisa consolidadas para o estudo e uso de espécies de madeira da Amazônia. Assim, em virtude disso e aliado ao seu comportamento complexo como material, ainda não existe um meio técnico profissional expressivo, com formação e capacitação suficiente, que pudesse contribuir no desenvolvimento e uso da madeira.

Diante desse quadro a madeira como material de construção no Brasil ainda está relegado a uma forma quase empírica e tradicional. Hoje, tem o seu uso restrito a acessórios e obras provisórias, como escoramentos, formas em geral, postes, dormentes, estacas de fundações, dentre outros menos importantes. O uso da madeira de uma forma racional depende de amplos estudos para identificação, classificação e caracterização das espécies. Mas, existe uma diferença fundamental quando um programa de estudo envolve milhares de espécies, que é o caso brasileiro, ou quando envolve pouco menos de duas dezenas de espécies, como é a realidade da Europa.

No Brasil, um programa de pesquisa voltado para o desenvolvimento e uso da madeira, obrigatoriamente, tem que levar em consideração a existência de mais três mil espécies de madeira – o caso da floresta amazônica. Programas dessa natureza, especialmente em florestas tropicais, são difíceis e dispendiosos em virtude da necessidade de elaboração de inventários florestais, a coleta de espécimes e posterior caracterização e realização de ensaios em laboratório. Esses trabalhos de coleta, portanto, exigem planejamento, tempo, além da necessidade de dispendiosos recursos materiais, financeiros e pessoal técnico especializado. Diante dessa realidade um programa tradicional de estudos que possa contribuir no desenvolvimento do uso da madeira em nível nacional é, praticamente, inviável, especialmente considerando a situação da ciência e tecnologia no momento no Brasil [1].

Uma proposta viável e alternativa a essa realidade é utilizar-se de o Banco de Dados de Espécies de Madeiras Tropicais que foram caracterizadas, nos últimos trinta anos, utilizando-se as Normas Pan-Americanas COPANT (Comisión Panamericana de Normas Técnicas). O Banco de Dados é o resultado de uma extensa pesquisa de caracterização demais de duzentos e cinquenta espécies, a partir de uma amostragem aleatória consistente, de árvores tropicais da Amazônia.

Este Programa, até a realização do trabalho desta tese, ainda não tinha as suas informações/resultados analisados e tratados integralmente, pela equipe de pesquisadores do

LPF/SFB/MMA (Serviço Florestal Brasileiro do Ministério do Meio Ambiente) mesmo estando concluído há quase uma década. Estes dados foram disponibilizados pelo LPF/SFB/MMA.

O que se sabia da literatura é que existe uma forte correlação entre algumas propriedades físicas e/ou mecânicas da madeira, com outras propriedades. Uma delas é a Densidade Básica da madeira. Portanto, o objetivo é a partir desse Banco de Dados construir uma formulação matemática que possa estimar as propriedades e outras características de espécies vegetais, mesmo aquelas que ainda foram caracterizadas, e que são importantes para o projeto estrutural. É possível não só estimar com precisão outras propriedades mecânicas e físicas para um grande número de novas espécies, mas, também, utilizar essa formulação matemática, para o dimensionamento de elementos estruturais de madeira, utilizando-se apenas da Densidade Básica, como variável independente. Essa formulação deve contribuir com o projeto, o desenvolvimento e o uso da madeira, inclusive para o ensino e formação e capacitação de um meio técnico.

A partir da amostra representada por esse banco de dados, foram obtidas funções de correlação, que podem estimar propriedades físicas e mecânicas da amostra, a partir da densidade básica da madeira. Além disso, a partir das funções de correlação foi desenvolvida uma formulação matemática, tendo como base NBR-7190/1982 [4], que possuem modelos de segurança determinístico. O presente trabalho propõe uma formulação matemática para o dimensionamento de estruturas de madeira utilizando a densidade básica como variável independente única.

## **2 O Sistema de Amostragem Aleatória Para Caracterização de Madeiras Tropicais da Amazônia**

O Laboratório de Produtos Florestais-LPF do MMA conduziu um extenso Programa Para Caracterização de Madeiras da Amazônia, nos últimos 30 anos. O programa caracterizou 278 diferentes espécies de madeira, seguindo um rigoroso sistema aleatório para seleção e coleta de material em campo [5]. Posteriormente foram realizados ensaios em laboratório com corpos de prova isentos de defeitos. O objetivo era obter resultados comparáveis e representativos de propriedades de espécies de madeiras tropicais. No caso de coleta de madeiras na Amazônia foi adotada uma metodologia específica considerando as condições peculiares da floresta tropical, adaptada a partir dos estudos de Noack (1970). O programa de pesquisa do LPF caracterizou espécies de madeiras selecionadas, especialmente pelas frequências de ocorrências, incluindo-se propriedades físicas e mecânicas, estudos de anatomia, química secagem, preservação e durabilidade natural. A metodologia compreende fases que envolvem recursos financeiros significativos, conforme a seguir, com as principais regiões de coleta na Amazônia, identificadas na Fig. 1, abaixo:

Fase 1: Escolha da região de coleta, que depende da existência de Inventário Florestal.

Fase 2: Montar infraestrutura com recursos humanos, materiais e de apoio na cidade mais próxima da região de coleta.

Fase 3: Identificar na região selecionada os pontos de coleta.

Fase 4: Executar a coleta das amostras segundo critérios de escolha aleatória preestabelecidos.

Fase 5: Transporte do material coletado para o laboratório do MMA, em Brasília.

Fase 6: Acondicionamento e climatização das amostras no laboratório.

Fase 7: Execução dos ensaios no laboratório.



Figura 1. Algumas regiões de coletas de espécies de árvores para o Programa de Caracterização de Espécies, conduzido nos últimos trinta anos pelo Laboratório de Produtos Florestais – LPF do Ministério de Meio Ambiente – MMA.

As madeiras disponíveis no mercado brasileiro para fabricação de estruturas são frequentemente utilizadas na condição verde. Isso porque a grande maioria dos fornecedores de madeira não dispõe de pátios de secagem adequados, nem processos de secagem artificial instalados. Dessa forma, mesmo diante dessa realidade do mercado, o programa de ensaios foi realizado para madeira verde e para madeira seca. Nesse último caso – madeira seca – os ensaios foram feitos para um teor de umidade de equilíbrio de 12%.

Um Programa de Amostragem para caracterização de espécies de madeira, especialmente na Amazônia, pressupõe a existência de um Inventário Florestal, conforme consta da Fase-1 da metodologia adaptada pelo LPF. O Inventário Florestal é o procedimento para se obter informações sobre as características quantitativas e qualitativas da floresta, além de outras características das áreas sobre as quais a floresta está se desenvolvendo. Um inventário florestal completo pode fornecer diversas informações, dentre elas:

- Estimativa de área.
- Descrição da topografia.
- Mapeamento da área.
- Descrição de acessos.
- Condições de transporte da madeira.
- Estimativa da quantidade e qualidade de diferentes espécies (ocorrência).
- Estimativa de crescimento (se o inventário for realizado mais de uma vez).

A elaboração de um Inventário Florestal é, em virtude das suas características, normalmente dispendiosa no que se refere ao tempo e demais recursos necessários para realização. Na Amazônia as dificuldades são ainda maiores por diversos fatores, como a inexistência, ou más condições de estradas, dificuldade de acesso na mata, condições e dimensões da floresta, dificuldade de identificação das espécies. Portanto, é preciso considerar nesse caso “um coeficiente amazônico” que afeta o tempo, as condições de acesso e custos, tornando o processo convencional de estudo e pesquisa quase inviável. Associado a isso é preciso considerar a necessidade de caracterização de milhares de novas espécies de árvores – da ordem de 3.000 (três mil) - além das 259 (duzentas e cinquenta e nove) já caracterizadas. No Programa inicial do LPF foram gastos quase trinta anos em pesquisas e recursos financeiros e humanos significativos. Portanto, é inviável, para não dizer impossível, a caracterização de milhares de novas espécies de madeira, em médio e longo prazos. Considerando-se o tempo gasto na pesquisa inicial de 278 espécies, para condições e recursos semelhantes, seriam necessários mais de dois séculos para caracterização das espécies restantes. Portanto, o método convencional é inviável sob o ponto de vista técnico e econômico. A pergunta que surge é: o que já foi feito (caracterização de 259 espécies) não

seria suficiente para atender a demanda quanto aos diferentes usos de madeira no Brasil? Levando-se em conta uma época de crise energética, extrema preocupação e pressão ambiental, pode-se afirmar que os estudos já realizados estão aquém das necessidades, sendo, portanto, insuficientes. A caracterização de um número expressivo de novas espécies pode significar, por exemplo, a preservação de determinadas exemplares que hoje correm risco de extinção, com o aumento de espécies estudadas e caracterizadas, como alternativa disponível para utilização. Além disso, é bastante provável que existam espécies ainda não estudadas, cuja viabilidade técnica, tecnológica e econômico-financeira, seja altamente vantajosa.

A variabilidade nas propriedades mecânicas e físicas, obtidas pelo programa experimental conduzido pelo LPF não é grande, em virtude do rigoroso sistema aleatório adotado para seleção e coleta de material em campo [5]. Isso apesar de a madeira ser um material de origem botânica. Nesse sentido, é de se esperar que a madeira apresente diferenças em relação as suas propriedades físicas e de resistência. As variações na sua composição e estrutura orgânica se refletem em diferenças significativas nas propriedades entre espécies distintas, entre árvores de uma mesma espécie e também dentro de uma mesma árvore. Para algumas propriedades esta variabilidade tende a ser maior do que para outras. Como as propriedades de resistência (propriedades mecânicas) de uma mesma espécie tendem para uma distribuição normal, a variabilidade é medida através do coeficiente de variação. As análises estatísticas da amostra representada pelas espécies de madeira do banco de dados do LPF, mostram que os coeficientes de variação médio de algumas propriedades de madeiras da Amazônia brasileira, são da ordem de 16%, para madeira verde e da ordem 15% para madeira seca (teor de umidade de 12%). Esses valores foram obtidos em ensaios normalizados com corpo-de-prova sem defeitos (da ordem de 2.000 para cada propriedade), distribuídos por mais de 250 espécies em média. O número de corpos de prova variou de 2 a 22, por propriedade e por espécie. Os coeficientes de variação são os valores médios de todos os coeficientes de variação obtidos por propriedade. Para efeito de caracterização é importante que o sistema de amostragem leve em consideração toda esta variabilidade, para se conseguir uma representatividade significativa de uma determinada espécie de madeira. Após a realização dos ensaios determinou-se o valor médio, o desvio padrão e o coeficiente de variação para cada propriedade. Quando algum resultado apresentava valor muito discrepante ou atípico, acima ou abaixo da média, fazia-se uma inspeção no corpo de prova, para verificar a existência de possíveis defeitos que podiam ter influência no resultado do ensaio. Como a metodologia de ensaio é para corpos de prova isentos de defeitos, aqueles, eventualmente com defeitos, foram descartados. Uma das causas de maior variabilidade é o corpo de prova ter sido sorteado do cerne ou do alburno. Estas informações constavam na ficha de ensaio.

O que se propõe inicialmente é a partir do Banco de Dados das 259 espécies caracterizadas, determinar *Funções de Correlação* entre uma propriedade e demais propriedades físicas e/ou mecânicas. O que se pretende então é recorrer a um modelo matemático-estatístico e através de recursos computacionais, se determinar funções de correlação entre propriedades da madeira. A seguir descreve-se sobre a determinação dessas funções de correlação, especialmente tendo a Densidade Básica como variável independente.

### **3 Funções de Correlação Entre a Densidade Básica e Propriedades Mecânicas e Físicas da Madeira na Condição Verde e Seca**

As funções de correlação entre a Densidade Básica- $D_b$ , utilizada como variável independente, e outras Propriedades Mecânicas e Físicas de Madeiras (PMFM) da Amazônia, foram obtidas pela utilização do modelo estatístico matemático implantado no software comercial Excel da Microsoft e no software comercial Statistical Analysis System – SAS (SAS Institute INC., 1993). Análises de regressão e avaliação de suposições estatísticas foram elaboradas com utilização da amostra que compõe o Banco de Dados de PMFM, procedente do programa de caracterização conduzido pelo LPF, composto por 278 espécies de madeiras da Amazônia. O modelo estatístico matemático do software SAS permite identificar e corrigir eventuais imperfeições, ou violações, estatísticas dos dados da amostra, como: indicação do modelo de função mais adequado e identificação e exclusão de outliers (valores discrepantes). Nos itens seguintes são apresentadas as correlações obtidas entre a densidade básica e propriedades mecânicas importantes para o uso e o projeto de elementos de madeira, obtendo-se funções de resistência para: tensão de compressão na flexão, compressão uniforme axial, cisalhamento na flexão,

efeito de cargas localizadas e módulo de elasticidade. O estudo detalhado para obtenção das funções de correlação, procedimentos para análise de regressão e suposição estatística, encontra-se em [1] e [6].

### 3.1 Funções de Correlação Para Densidade Básica x Tensão Resistente Nominal de Compressão na Flexão – Madeira Verde e Seca - MOR

Esse é o caso de elementos estruturais submetidos à flexão simples, correspondentes a um estado de tensões gradientes na flexão. Esta propriedade é usada para dimensionamento de peças fletidas, arqueamento de peças, além de permitir a comparação entre espécies.

a) Para a Madeira Verde – MOR

$$F_{bv} = 165,958D_b - 21,509 \quad (1)$$

Onde:

$F_{bv}$  : Tensão resistente nominal de compressão na flexão para madeira verde (MPa)

$D_b$  : Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ ).

b) Para a Madeira Seca – MOR (12% de Umidade)

$$F_{bs} = 213,1156D_b - 15,094 \quad (2)$$

Onde:

$F_{bs}$  = Tensão resistente nominal de compressão na flexão para madeira seca (12% de Umidade) (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ )

### 3.2 Funções de Correlação Densidade Básica x Tensão Resistente Nominal de Compressão Axial Para Madeira Verde e Seca - CPA

Esta propriedade é usada para verificação da resistência de barras uniformemente comprimidas axialmente, tais como pilares, barras de treliças e verificação do estado de tensões em ligações, além de permitir a comparação entre espécies. A Fig. 2 exibe a dispersão dos dados e as linhas de tendência para funções ajustadas para modelos lineares, potência e polinomial de grau 2, para compressão axial paralela às fibras, tendo a densidade básica como variável independente.

a) Para a Madeira Verde - CPA

$$F_{cv} = 82,732D_b - 11,886 \quad (3)$$

Onde:

$F_{cv}$  = Tensão resistente nominal de compressão axial para madeira verde (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ )

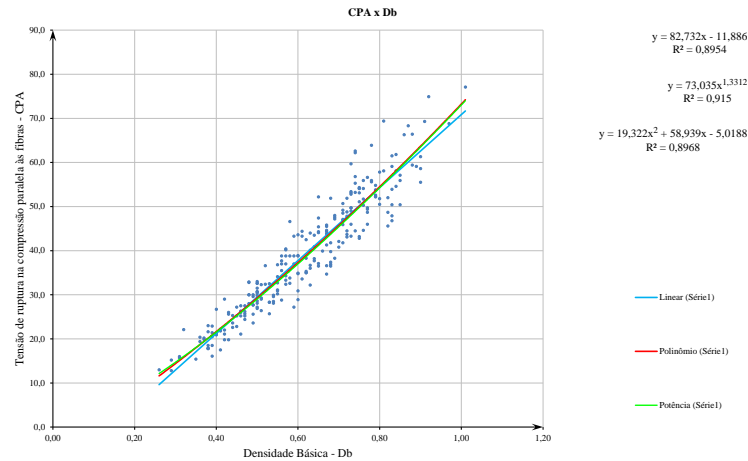


Figura 2. Dispersão dos dados e linhas de tendência de funções ajustadas para resistência a compressão axial paralela às fibras (CPA), para madeira verde em função da densidade básica ( $D_b$ )

b) Para a Madeira Seca – CPA (Teor de Umidade de 2%)

$$F_{CS} = 105,717D_b - 2,362 \quad (4)$$

Onde:

$F_{CS}$  = Tensão resistente nominal de compressão axial para madeira seca (12% de Umidade) (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

### 3.3 Funções de Correlação Densidade Básica x Tensão Resistente Nominal de Cisalhamento Para Madeira Verde e Seca - CIS

Essa propriedade é usada para verificação da resistência ao esforço cortante em barras fletidas, para a verificação do estado de tensões em ligações, além de permitir a comparação entre espécies diferentes de madeira.

a) Para a Madeira Verde - CIS

$$F_{VV} = 16,546D_b - 0,4988 \quad (5)$$

Onde:

$F_{VV}$  = Tensão resistente nominal de cisalhamento paralelo às fibras, para a madeira verde (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ).

b) Para a Madeira Seca – CIS (12% de Umidade)

$$F_{VS} = 21,397D_b - 0,4360 \quad (6)$$

Onde:

$F_{VS}$  = Tensão resistente nominal ao cisalhamento paralelo às fibras, para a madeira seca (12% de Umidade) (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

### 3.4 Funções de Correlação Para Densidade Básica x Tensão Resistente Nominal Para Compressão Perpendicular às Fibras – Madeira Verde e Seca – CPE

Essa propriedade é usada para verificação do efeito de cargas localizadas, que normalmente ocorrem em

apoio de vigas, treliças, e dormentes em linhas férreas. A análise do efeito de cargas localizadas em regiões de aplicação de cargas de valor elevado, em áreas reduzidas, é uma análise complexa, porque envolve uma distribuição de tensões não uniforme sob a carga aplicada e as regiões adjacentes. É uma propriedade mecânica também utilizada para a comparação entre espécies.

a) Para a Madeira Verde - CPE

$$F_{nv} = 23,195D_b - 7,1481 \quad (7)$$

Onde:

$F_{nv}$  = Tensão resistente nominal de compressão perpendicular às fibras para a madeira verde (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ )

b) Para a Madeira Seca - CPE (12% de Umidade)

$$F_{ns} = 27,007D_b - 6,512 \quad (8)$$

Onde:

$F_{ns}$  = Tensão resistente nominal de compressão perpendicular às fibras madeira seca (12% de Umidade) (MPa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ )

### 3.5 Funções de Correlação Densidade Básica x Módulo de Elasticidade à Flexão – Madeira Verde e Seca - MOE

O Módulo de Elasticidade à Flexão na fase elástica linear, determinado com ensaio à flexão, com carga concentrada central, é mais adequado porque considera os efeitos de deformação por tensões de cisalhamento e tensões normais de flexão na seção transversal. A Fig. 3 exibe a dispersão dos dados e as linhas de tendência de funções ajustadas para modelos lineares, potência e polinomial de grau 2, para o módulo de elasticidade para madeira verde, tendo a densidade básica como variável independente.

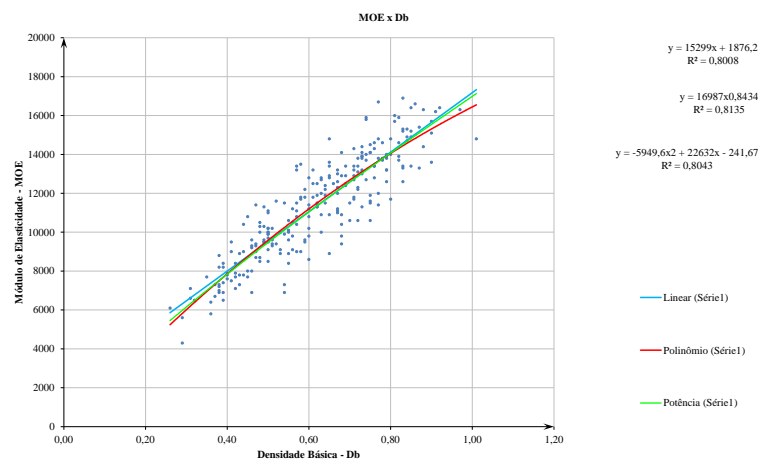


Figura 3. Dispersão dos dados e linhas de tendência de funções ajustadas para o módulo de elasticidade para madeira verde (MOE) em função da densidade básica ( $D_b$ )

a) Módulo de Elasticidade Para a Madeira Verde - MOE

$$E_v = 15.298,55D_b + 1.876,20 \quad (9)$$

Onde:



$E_v$  = Módulo de Elasticidade à Flexão para madeira verde (MPa).

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ ).

b) Módulo de Elasticidade Para a Madeira Seca – MOE (12% de Umidade)

$$E_s = 16.198,93D_b + 3.119,85 \quad (10)$$

Onde:

$E_s$  = Módulo de Elasticidade à Flexão para madeira seca (12% de Umidade) (Mpa)

$D_b$  = Densidade Básica da madeira ( $\text{g/cm}^3$ )

#### 4 Dimensionamento de Elementos de Madeira Tropical Submetidos a Flexão Composta Reta Utilizando a Densidade Básica

Modelos de curvas de resistência para peças de concreto armado, aço e madeira para diferentes formas de seções e estados limites últimos, geralmente, são representadas por funções de interação entre esforços, conforme abaixo:

$$R_n = \phi(P_1, P_2, \dots, f_{ck}) \quad (11)$$

$$R_n = \phi(P_1, P_2, \dots, F_y) \quad (12)$$

$$R_n = \phi(P_1; P_2; \beta F_{lv}^b; m) \quad (13)$$

Nos modelos  $R_n$  é uma função que expressa a resistência nominal,  $P_1, \dots, P_n$  são resultantes de tensões, características geométricas da seção, ou do elemento estrutural e o  $f_{ck}$  e  $F_y$  são propriedades mecânicas do concreto e do aço, obtidas por ensaios, geralmente simples. Para elementos de madeira  $\beta$  é um fator de conformidade do material, ou seus produtos,  $F_{lv}^b$  é a tensão resistente ao estado limite último considerado e  $m$  é um fator relativo às condições de uso da peça, ou edificação. Os ensaios de compressão de corpos de provas cilíndricos de concreto para determinação do  $f_{ck}$  é relativamente fácil de ser realizado. O ensaio de tração com corpos de prova de chapas de aço é simples de ser realizado e de ser compreendido. Todas as considerações e critérios de projeto de elementos de estruturas de aço advêm do ensaio de tração simples. Além disso, para o aço praticamente todos os estados limites relacionados à segurança de barras à Tração, Compressão, Flexão, Flexo-Compressão e Flexo-Tração tem seus modelos de resistência relacionados diretamente ao limite de escoamento ( $F_y$ ). Além disso, o problema da determinação da resistência de peças de aço é mais simples que na madeira, pelo comportamento isotrópico do aço como material. O que já não ocorre para a madeira que tem um comportamento ortotrópico – as propriedades mecânicas não variam em uma mesma direção, mas variam de uma direção para a outra. Além da influência do teor de umidade nessa resistência. Dessa forma, os modelos de resistência de peças de madeira partem de tensões de comparação para as diferentes direções das tensões. Assim, é preciso determinar tensões limites de comparação para resistência à compressão paralela às fibras, tração paralela às fibras, compressão perpendicular às fibras, compressão para tensões gradientes na flexão, tensão de cisalhamento na flexão. Além disso, essas resistências são diferentes para madeira verde e seca, o mesmo ocorrendo com o módulo de elasticidade ( $E_v$  e  $E_s$ ), que também depende da duração da madeira carregamento (deformação lenta da madeira). Isso torna os ensaios de caracterização das espécies de madeira difíceis, complexos e, conseqüentemente, caros e dispendiosos. A discussão nos itens antecedentes deixa isso bastante evidente.

O projeto de estruturas de madeira torna-se, por essa razão, complexo e trabalhoso em virtude

dos aspectos tecnológicos do material, seus produtos e condições do mercado brasileiro que só dispõe de madeira verde na grande maioria das situações. O que se propõe aqui é simplificar o processo, mantendo a precisão do modelo tradicional previstos nas normas para projeto de elementos e estruturas de madeira. Para os elementos de aço as funções resistência são quase que linearmente dependentes do limite de escoamento ( $F_y$ ). Para a madeira a variável que foi utilizada para determinação de funções de resistência é a Densidade Básica –  $D_b$ . Essa propriedade apresenta, conforme discutido anteriormente, forte correlação com outras propriedades mecânicas do material, podendo ser utilizada nos modelos e curvas de resistência com precisão, mantendo a simplicidade das formulações similares ao dimensionamento de elementos e estruturas de aço. Nas referências [1] [6] e [7], encontram-se as formulações matemáticas utilizando a densidade básica, para verificação de elementos de madeira submetidos à tração axial, compressão axial, flexão simples, flexão composta reta (apresentado neste artigo), cisalhamento, efeito de cargas localizadas e ligações.

As hipóteses básicas consideradas neste item para o estudo de barras submetidas à flexão composta reta são tratadas abaixo, para madeira em condição verde e seca (teor de umidade de 12%). A NBR 7190/82 [4], para verificação da segurança na flexão composta reta, utiliza os conceitos da mecânica clássica e o princípio de Saint Venant superpondo as tensões de compressão na flexão e a tensão uniforme de compressão axial. A flexão composta reta (flexotração e flexocompressão) ocorre em estruturas de madeira, geralmente, nas seguintes situações:

- Barras com momentos fletores aplicados nas extremidades, em somente uma das extremidades. Esse é, geralmente, o caso de barras de treliça com excentricidades, ou pilares de galpões, respectivamente. Também é o caso de estacas de fundação em madeira.
- Barras com cargas excêntricas, portanto não passando pelo centro de gravidade da seção transversal. Esses são os casos de pilares de galpões, ou residências que recebem cargas excêntricas de vigas de piso.
- Barras com imperfeições iniciais provocadas, geralmente, pelo processo de secagem, quando as barras podem empenar, curvar ou torcer. Os códigos, comumente, adotam para o desvio no alinhamento axial da peça, medido na metade da distância entre os apoios, valores da ordem de  $e_a = l_0/300$ , independente das dimensões da seção transversal, para peças de madeira serrada ou roliça.

As hipóteses básicas consideradas são:

- Para peças submetidas à flexão composta reta as verificações devem ser feitas de acordo com a teoria da elasticidade clássica
- As barras à flexão composta estão submetidas a momentos fletores e forças axiais em relação a somente um dos eixos principais de inércia, portanto flexão composta reta
- O plano de aplicação das cargas passa pelo centro de cisalhamento da seção transversal, estando a viga restringida à rotação nos apoios e pontos de aplicação de cargas concentradas
- Barra retilínea sem imperfeições iniciais
- Barra prismática o que significa que a viga tem seção constante ao longo do seu eixo longitudinal
- As cargas são aplicadas lentamente de modo que possam ser consideradas estáticas, ou quase estáticas
- Madeira na condição seca e verde.

#### 4.1 Condições de Segurança na Flexão Composta Reta

A tensão de flexão composta na borda mais comprimida, ou tracionada, é dada a partir da mecânica clássica, por:

$$f_{fc} = \frac{N_c}{A} + \frac{M \cdot y_c}{I}$$

$$f_{ft} = \frac{N_t}{A} + \frac{M \cdot y_t}{I}$$

Onde:

$f_{fc}$  : Tensão solicitante de flexocompressão (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$f_{ft}$  : Tensão solicitante de flexotração (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$N_c$  : Valor da força normal axial de compressão (Kgf)

$N_t$  : Valor da força normal axial de tração (Kgf)

$A$  : Área da seção transversal (cm<sup>2</sup>)

$M$  : Momento fletor solicitante em relação a um eixo principal de inércia (cm. Kgf)

$I$  : Momento de inércia da seção (cm<sup>4</sup>)

$y_c$  : Distância da parte comprimida da seção em relação à linha neutra (cm)

$y_t$  : Altura da parte tracionada da seção em relação à linha neutra (cm)

A tensão solicitante da flexão composta ( $f_{fc}$ ) na borda comprimida não deverá ultrapassar um valor intermediário entre a tensão característica de compressão paralela às fibras ( $f_{c0,k}$ ) e a compressão a flexão simples ( $f_{m,k}$ ). Para considerar os efeitos combinados do momento fletor e o esforço normal de compressão axial, estabelece-se uma excentricidade fictícia ( $e$ ), determinada pela razão entre momento fletor atuante e esforço normal (NBR 7190, 1982):

$$e = \frac{|M|}{|N|}$$

Define-se também a razão entre a tensão nominal solicitante da flexão simples e a tensão nominal de solicitação da flexão composta, como abaixo:

$$\varepsilon = \frac{\text{Tensão na Flexão simples}}{\text{Tensão na Flexão composta}} = \frac{\sigma_{Mx}}{\sigma_{Nc} + \sigma_{Mx}} = \frac{\frac{M_{x,S}}{W_x}}{\frac{N_{c,S}}{A} + \frac{M_{x,S}}{W_x}}$$

$$\varepsilon = \frac{\frac{|M_{x,S}|}{W_x}}{\frac{|N_{c,S}|}{A} + \frac{|M_{x,S}|}{W_x}}$$

Onde:

$\varepsilon$ : Excentricidade relativa à tensão de compressão na flexão e a tensão na flexão composta

$\sigma_{Nc} = \frac{N_{c,S}}{A}$ : Valor da tensão solicitante de compressão

$\sigma_{Mx} = \frac{M_{x,S}}{W_x}$ : Tensão solicitante à compressão na flexão segundo o eixo-x

$W_x = \frac{I_x}{y_c}$ : Módulo resistente elástico de compressão segundo o eixo-x (cm<sup>3</sup>)

$I_x$ : Momento de inércia em relação ao eixo-x ( $\frac{bh^3}{12}$  seção retangular;  $\frac{\pi d^4}{64}$  seção circular) (cm<sup>4</sup>)

$|N_{c,S}|$  : Valor absoluto da força solicitante de compressão axial

$|M_{x,S}|$  : Valor absoluto do momento fletor solicitante em relação ao eixo-x (cm. Kgf)

$A$  : Área bruta da seção transversal

$y_c$  : Distância da parte comprimida da seção em relação à linha neutra (cm)

Nas edificações residenciais e galpões os pilares de madeira são utilizados na forma quadrada ou circular, especialmente por opções de arquitetura e disponibilidade de produtos no mercado. Assim, a flexão composta reta ocorre na maioria das vezes nessas condições, a Equação 4.68 pode ser

simplificada. Para seções retangulares e circulares, vem:

Para seção circular de diâmetro  $d$  e flexão em torno do eixo principal de inércia, vem:

$$\varepsilon = \frac{6e}{6e + h} \quad \text{Para seção retangular}$$

$$\varepsilon = \frac{8e}{8e + D} \quad \text{Para seção retangular}$$

Onde:

$e = \frac{|M|}{|N|}$  excentricidade fictícia na direção perpendicular ao eixo de flexão

$h$  = altura da seção transversal da peça, na direção perpendicular ao eixo de flexão

$D$  = diâmetro da seção transversal circular.

Definindo-se também a esbeltez da peça ( $\lambda$ ), como abaixo, vem:

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

Onde:

$\lambda$  = índice de esbeltez real da peça

$L_0$  = comprimento efetivo de flambagem

$i$  = raio de giração da seção

$I$  = momento de inércia

$A$  = área da seção transversal.

Assim, as curvas de interação normal-fletor, são:

a) Para Barras com  $0 < \lambda < 40$  (Barra Curta)

O intervalo para barras curtas apresentado em função da esbeltez real  $\lambda$ , pode ser dado em função da esbeltez reduzida  $\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$ . Assim, para a esbeltez reduzida o intervalo passa a ser:  $0 < \bar{\lambda} \leq 40/\alpha$  (veja-se o item 4.2).

A tensão admissível na flexão composta  $F_{fca}$  é dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, após algumas manipulações algébricas a partir da função de resistência para barras curtas, proposta pela antiga NBR-7190/82:

$$F_{fca} = \phi_c \rho CPA(1 - \varepsilon) + \phi_b MOR \varepsilon$$

A Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** mostra que tensão para a flexão composta é formada por uma componente de tensão proveniente do esforço axial ( $CPA$ ), sem flambagem, e uma parcela proveniente do esforço de compressão na flexão ( $MOR$ ). Deste modo, para madeira na condição seca (umidade a 12%), a partir das funções de correlação a partir da densidade básica levando a Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, vem:

$$CPA = 1065,973D_b - 30,689$$

$$MOR = 2102,506D_b - 132,091$$

$$F_{fca} = \phi_c \rho (1065,973D_b - 30,689)(1 - \varepsilon) + \phi_b (2102,506D_b - 132,091)\varepsilon$$

Para barra curta não há necessidade de se considerar a flambagem, já que a ruína se dará por esmagamento a compressão axial paralela às fibras. Portanto, para esse caso  $\rho = 1,0$  (veja item 4.2), a Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** pode tomar a forma abaixo, dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, assumindo-se a função  $\rho$  igual a unidade (sem flambagem). Ou:

$$F_{fca} = \phi_c (2102,506D_b - 132,091)(1 - \varepsilon) + \phi_b (2102,506D_b - 132,091)\varepsilon$$

Onde:

$F_{fca}$  = tensão admissível na flexão composta (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\rho = 1,0$  é a função adimensional de resistência nominal crítica a compressão axial. Conforme visto no item 4.2, sobre barras comprimidas axialmente, para peças curtas não se considera a flambagem, o que significa tomar  $\rho$  igual à unidade

$\varepsilon$  = excentricidade relativa à tensão de compressão na flexão simples e a tensão na flexão composta, dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$CPA$  = tensão resistente nominal de compressão axial (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$MOR$  = tensão resistente nominal de compressão na flexão (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\phi_b = 0,15$  fator de ponderação da resistência a compressão na flexão

$\phi_c = 0,20$  fator de ponderação da resistência a compressão axial

$D_b$  = densidade básica da madeira (g/cm<sup>3</sup>).

$\lambda$  = esbeltez real da peça

$\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$  esbeltez reduzida (veja-se item 4.2, barras comprimidas axialmente)

$\alpha = \pi \cdot \sqrt{\frac{16,047,54D_b + 3229,17}{106,5973D_b - 3,0689}}$ , para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

b) Para Barras com  $40 \leq \lambda \leq \lambda_0$  (Barra Intermediária)

O intervalo para barras intermediárias deste item, pode ser dado em função da esbeltez reduzida (ou fictícia)  $\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$ . Assim, corresponde a  $\frac{40}{\alpha} \leq \bar{\lambda} \leq 1,369$  (veja-se o item 4.2). A tensão admissível na flexão composta  $F_{fca}$ , para barras intermediárias, é dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, segundo a antiga NBR-7190/82. Após algumas manipulações algébricas a partir da função de resistência para barras curtas, chega-se às equações abaixo para madeira na condição seca:

$$F_{fca} = \phi_c \rho CPA (1 - \varepsilon) + \phi_b MOR \varepsilon$$

Na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**  $\rho$  é a função adimensional que leva em conta a instabilidade que deve ser considerada para barra de esbeltez intermediária. Assim, para  $CPA$  e  $MOR$  para madeira na condição verde, definidos pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e as considerações do item 4.2 (barras comprimidas axialmente), vem:

$$F_{fca} = \phi_c \rho (1065,97D_b - 30,69)(1 - \varepsilon) + \phi_b (2102,51D_b - 132,09)\varepsilon$$

Onde:

$F_{fca}$  = tensão admissível na flexão composta (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\rho = 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{\alpha \bar{\lambda} - 40}{1,369\alpha - 40} \right)$  é a função adimensional de resistência nominal crítica a compressão axial (veja-se item 4.2, sobre barras comprimidas axialmente)

$\varepsilon$  = excentricidade relativa á tensão de compressão na flexão simples e a tensão na flexão composta, dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$CPA$  = tensão resistente nominal de compressão axial (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$MOR$  = tensão resistente nominal de compressão na flexão (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\phi_b = 0,15$  fator de ponderação da resistência a compressão na flexão

$\phi_c = 0,20$  fator de ponderação da resistência a compressão axial

$D_b$  = densidade básica da madeira (g/cm<sup>3</sup>).

$\lambda$  = esbeltez real da peça

$\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$  esbeltez reduzida (veja-se item 4.2, barras comprimidas axialmente)

$\alpha = \pi \cdot \sqrt{\frac{16,047,54D_b + 3229,17}{106,597D_b - 3,069}}$ , para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3\pi(16,047,54D_b + 3229,17)}{8\phi_c(106,597D_b - 3,069)}} = 1,369\alpha$  para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2), esbeltez limite que separa o trecho da flambagem inelástica da flambagem elástica de Euler.

Na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, nota-se que  $\rho$  é obtido mediante a normalização da função de resistência a compressão axial a partir da tensão de ruína a compressão paralela às fibras ( $CPA$ ) e a esbeltez de instabilidade elástica de Euler (Euler, 1744), correspondente à essa mesma tensão  $CPA$ . Para maior clareza, veja a seção 3.3.2, deste trabalho. Evidenciando novamente que a tensão admissível para a flexão composta possui uma parcela que se relaciona com a tensão devido à solicitação axial ( $CPA$ ) e uma parcela que se relaciona com o momento fletor, portanto da tensão de compressão na flexão  $MOR$ .

c) Para peças com  $\lambda_0 < \lambda \leq 140$

O intervalo para barras esbeltas definido acima em função da esbeltez real  $\lambda$ , pode ser dado em função da esbeltez reduzida  $\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$ . Assim, para a esbeltez reduzida o intervalo passa a ser:  $1,369 < \bar{\lambda} \leq 140/\alpha$  (veja-se o item 4.2).

A tensão admissível na flexão composta  $F_{fca}$  segundo a antiga norma NBR-7190/82 é dada por um parâmetro  $\varepsilon_0$ , definido pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, abaixo:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^2$$

Seguindo o item 4.2 deste trabalho, sobre o dimensionamento de barras comprimidas axialmente,  $\lambda_0 = 1,369\alpha$  e  $\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$ . Assim,  $\varepsilon_0$  pode ser definido a partir  $\alpha$ ,  $\lambda$  e  $\bar{\lambda}$ . Ou:

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{15\alpha^2}{8\lambda^2}$$

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{15}{8\bar{\lambda}^2}$$

Assim, seguindo as prescrições da antiga NBR-7191/82, vem:

1) Se  $\varepsilon \leq \varepsilon_0$

Para esse caso a NBR-7191/82 recomenda verificar a barra como barra esbelta e solicitada somente à tensão axial de instabilidade elástica de Euler. Portanto, além das características geométricas da seção transversal, do comprimento da barra e as condições de contorno representada pelos apoios, a tensão de flexão composta  $F_{fca}$  dependerá, principalmente, do módulo de elasticidade da madeira. A condição da madeira – estado verde ou seca (umidade de 12%) – não tem grande interferência na capacidade de carga da barra, como é possível observar pelas equações, seguintes. Assim, para madeira verde  $CPA = 1057,17D_b - 23,62$ , vem:

$$F_{fca} = \phi_c \rho CPA$$

$$F_{fca} = \phi_c \rho (1065,97D_b - 30,69)$$

A partir de manipulações algébricas na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, com mudanças de variáveis, a tensão da flexão composta  $F_{fca}$  pode ser estimada a partir da variável esbeltez real da barra  $\lambda$ , ou a partir da variável esbeltez reduzida  $\bar{\lambda}$ . A rigor as funções são as mesmas, ficando a opção de escolha para avaliação da tensão na flexão composta, em função de  $\rho$ ,  $\lambda$ , ou  $\bar{\lambda}$ , a critério do projetista. Mas, todas em função da densidade básica como propriedade física da espécie de madeira em uso.

$$F_{fca} = 12,5\phi_c \frac{(1065,977D_b - 30,69)}{\bar{\lambda}^2}$$

Assim:

$$F_{fca} = 12,5\phi_c \frac{\pi^2(16.047,54D_b + 3229,17)}{\lambda^2}$$

Onde:

$F_{fca}$  = tensão admissível na flexão composta (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\rho = \frac{1,25}{\bar{\lambda}^2}$  é a função adimensional de resistência nominal crítica a compressão axial para barra esbelta (veja-se item 9.2, sobre barras comprimidas axialmente)

$\varepsilon$  = excentricidade relativa à tensão de compressão na flexão simples e a tensão na flexão composta, dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, Equação, ou

Equação

$CPA$  = tensão resistente nominal de compressão axial (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\phi_c = 0,20$  fator de ponderação da resistência a compressão axial

$D_b$  = densidade básica da madeira (g/cm<sup>3</sup>).

$\lambda$  = esbeltez real da peça

$\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$  esbeltez reduzida (veja-se item 4.2, barras comprimidas axialmente)

$\alpha = \pi \cdot \sqrt{\frac{16.047,54D_b + 3229,17}{106,597D_b - 3,069}}$ , para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3\pi(16.047,54D_b + 3229,17)}{8\phi_c(106,597D_b - 3,069)}}$  = 1,369 $\alpha$  para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

## 2) Se $\varepsilon > \varepsilon_0$

Para esse caso a NBR-7191/82 recomenda verificar a tensão na borda não deve ultrapassar a tensão na flexão composta  $F_{fca}$ , resultado da interação da tensão nominal resistente a compressão axial na direção das fibras ( $CPA$ ) e a tensão resistente nominal de compressão na flexão ( $MOR$ ), dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.** A NBR-7190/82 não considera, para esse caso, a

verificação de instabilidade (flambagem), mas fatora tanto a tensão resistente nominal de compressão axial ( $CPA$ ), quanto a tensão resistente nominal de compressão na flexão ( $MOR$ ), da grandeza  $(\varepsilon - \varepsilon_0)$ . Nesse caso como  $F_{cr} = CPA$ , logo a  $\rho = 1,0$  (sem flambagem). Assim:

$$F_{fca} = \frac{2}{3}\phi_c\rho F_{cr} + (\phi_b MOR - \frac{2}{3}\phi_c F_{cr})(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

Assim, vem da Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**:

$$F_{fca} = \frac{2}{3}\phi_c\rho(1065,97D_b - 30,69)[1 - (\varepsilon - \varepsilon_0)] + \phi_b(2102,51D_b - 132,09)(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

A partir de manipulações algébricas na Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, com mudanças de variáveis, a tensão da flexão composta  $F_{fca}$  pode ser estimada a partir da variável esbeltez real da barra  $\lambda$ , ou a partir da variável esbeltez reduzida  $\bar{\lambda}$ . Da mesma forma que na seção anterior, funções são as mesmas, ficando a opção de escolha para avaliação da tensão na flexão composta, em função de  $\rho$ ,  $\lambda$ , ou  $\bar{\lambda}$ , a critério do projetista. Mas, todas em função da densidade básica como propriedade física da espécie de madeira em uso. Assim:

$$F_{fca} = \frac{2}{3}\phi_c\rho(1065,973D_b - 30,689)\left[1 - \left(\varepsilon + \frac{15}{8\lambda^2} - 1\right)\right] + \phi_b(2102,51D_b - 132,09)\left(\varepsilon + \frac{15}{8\lambda^2} - 1\right)$$

$$F_{fca} = \frac{2}{3}\phi_c\rho(1065,973D_b - 30,689)\left[1 - \left(\varepsilon + \frac{15\alpha^2}{8\lambda^2} - 1\right)\right] + \phi_b(2102,51D_b - 132,09)\left(\varepsilon + \frac{15\alpha^2}{8\lambda^2} - 1\right)$$

Onde:

$F_{fca}$  = tensão admissível na flexão composta (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\rho = 1,0$  é a função adimensional de resistência nominal crítica a compressão axial para barra esbelta (veja-se item 4.2, sobre barras comprimidas axialmente)

$\varepsilon$  = excentricidade relativa à tensão de compressão na flexão simples e a tensão na flexão composta, dada pela Equação **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

$CPA$  = tensão resistente nominal de compressão axial para madeira seca (umidade a 12%) (Kgf/cm<sup>2</sup>)

$\phi_c = 0,20$  fator de ponderação da resistência a compressão axial

$\phi_b = 0,15$  fator de ponderação da resistência a compressão na flexão

$D_b$  = densidade básica da madeira (g/cm<sup>3</sup>).

$\lambda$  = esbeltez real da peça

$\bar{\lambda} = \lambda/\alpha$  esbeltez reduzida (veja-se item 9.2, barras comprimidas axialmente)

$\alpha = \pi \cdot \sqrt{\frac{16,047,54D_b + 3229,17}{106,597D_b - 3,069}}$ , para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

$\lambda_0 = \sqrt{\frac{3\pi(16,047,54D_b + 3229,17)}{8\phi_c(106,597D_b - 3,069)}} = 1,369\alpha$  para madeira seca (umidade a 12%) (veja-se item 4.2)

## 5 Comparação de resultados pelo programa experimental e utilizando a densidade básica propriedades mecânicas e resistência de elementos flexão composta reta

O Estudo consiste em determinar as tensões admissíveis a flexocompressão de uma peça de madeira com seção retangular de dimensões 16x16, com os seguintes dados:



### 5.1 Peça intermediária (mediamente esbelta) $\lambda = 52$ , $\ell_e = 240$ cm, excentricidade = 9,83 cm e

#### Carga normal = 100 kN

Serão analisados os resíduos obtidos pelo modelo matemático estatístico proposto e comparados com os valores obtidos pelos estudos experimentais realizados pelo LPF-MMA. Os estudos serão realizados utilizando todas as espécies (madeira de baixa, média e alta densidade básica). Utilizando-se a densidade básica e o método tradicional a partir dos resultados de estudos experimentais, é possível determinar o esforço normal máximo admissível para madeira verde e seca. Pela regressão linear obtidas no Capítulo 3 é possível determinar os resíduos entre os valores estimados e os valores observados da amostra.

#### a) Análise Madeira Seca

A Figura 5.2 mostra os resíduos padronizados em relação a densidade básica  $D_b$ .

A nuvem de pontos plotados no diagrama de dispersão apresenta um comportamento aleatório, não indicando tendências, ou padrões. Analisando-se o gráfico de resíduos, verifica-se que apenas 1 espécime (condição seca) da amostra (espécies de árvores), correspondendo a 5,24% do espaço amostral analisado, possuem valores fora do intervalo de confiança (95% ou  $\pm 1,96\sigma$ ). A distribuição dos resíduos é relativamente simétrica em relação ao desvio padrão nulo, ao longo da densidade básica.

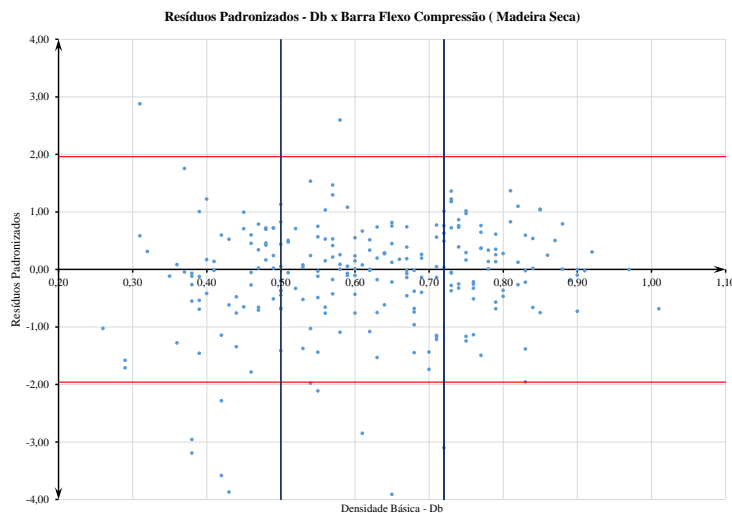


Figura **Erro! Nenhum texto com o estilo especificado foi encontrado no documento..1** – Diagrama de Dispersão  $D_b$  x Tensão Admissível máxima (Resíduos Padronizados Madeira seca)Peça intermediária

A distribuição dos valores dos resíduos resulta em 50,0% acima e 50,0% abaixo da linha correspondente ao desvio padrão nulo. Isso indica aparentemente uma distribuição uniforme e simétrica da amostra. Observa-se que apenas 11 espécimes estão abaixo de  $-1,96\sigma$ , ou seja apenas ou 4,49% das espécies estariam fora desse critérios de confiabilidade e segurança estrutural. Usualmente no Brasil para elementos estruturais são utilizadas apenas madeiras de alta densidade, observa-se que no diagrama de dispersão na região de espécies de alta densidade de todos valores obtidos nenhum apresenta valor abaixo de  $-1,96\sigma$  demonstrando assim a consistência estatística do modelo apresentado.

#### b) Análise Madeira Verde

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.**7 mostra os resíduos padronizados em relação a densidade básica  $D_b$ . A nuvem de pontos plotados no diagrama de dispersão apresenta um comportamento aleatório, não indicando tendências, ou padrões. Analisando-se o gráfico de resíduos, verifica-se que apenas 13 espécimes (condição seca) da amostra (espécies de árvores), correspondendo a 3,52% do espaço amostral analisado, possuem valores fora do intervalo de confiança (95% ou  $\pm 1,96\sigma$ ). A distribuição dos resíduos é relativamente simétrica em relação ao desvio padrão nulo, ao longo da densidade básica.

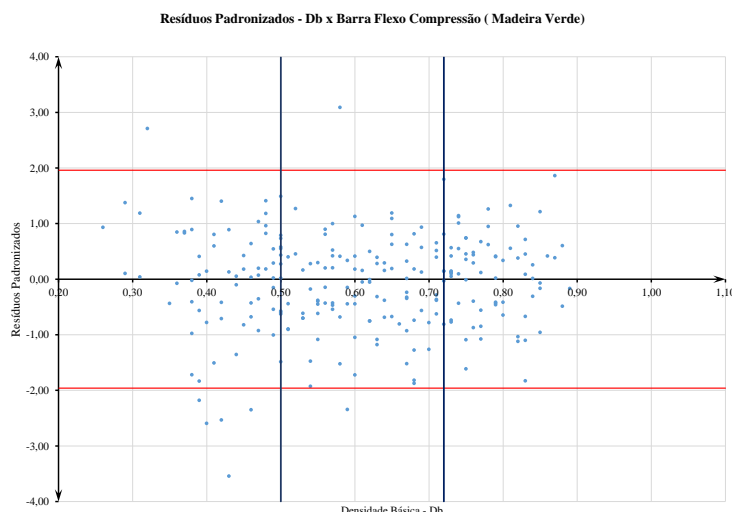


Figura Erro! Nenhum texto com o estilo especificado foi encontrado no documento..1 – Diagrama de Dispersão  $D_b$  x Tensão Admissível máxima (Resíduos Padronizados – Madeira Verde) Peça intermediária

A distribuição dos valores dos resíduos resulta em 52,73% acima e 47,27% abaixo da linha correspondente ao desvio padrão nulo. Isso indica aparentemente uma distribuição uniforme e quase simétrica da amostra. Observa-se que apenas 7 espécimes estão abaixo de  $-1,96\sigma$ , ou seja apenas ou 2,73% das espécies estariam fora desse critérios de confiabilidade e segurança estrutural. Usualmente no Brasil para elementos estruturais são utilizadas apenas madeiras de alta densidade, observa-se que no diagrama de dispersão na região de espécies de alta densidade de todos valores obtidos nenhuma espécie apresentou valor abaixo de  $-1,96\sigma$  demonstrando assim a consistência estatística do modelo apresentado.

## 6 Referências

- [1] J. H. M. DePaula, *A Matemática Explicando a Floresta: Dimensionamento de Estruturas de Madeira Tropical Utilizando a Densidade Básica. Tese de Doutorado.*, P. d. P. e. A. e. Urbanismo, Ed., Brasília, Distrito Federal: Universidade de Brasília, 2019.
- [2] J. E. Melo, *Estruturas em Madeira*, Departamento de Tecnologia, Faculdade de Arquitetura, Universidade de Brasília. Publicação Interna, Brasília., Brasília: Universidade de Brasília - Publicação Interna, 2018.
- [3] A. A. Dias, F. A. Rocco Lahr, C. C. Jr e G. C. A. Martins, *Estruturas de Madeira - Projetos, Dimensionamento e Exemplos de Cálculo*, 1ª ed., Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 2019, p. 186.
- [4] A. B. d. N. T. ABNT, *NBR-7190/1982. Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro.*, Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 1982.
- [5] D. NOACK, "Evaluation Of Properties Of Tropical Timbers," 1970.
- [6] M. A. S. Bessa, *Dimensionamento de Estruturas de Madeira Tropical Utilizando a Densidade Básica - Madeira Seca. Tese de Doutorado em Arquitetura e Urbanismo.*, F. d. A. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo, Ed., Brasília, Distrito Federal: Universidade de Brasília, 2018.
- [7] J. M. J. E. DePaula, Melo e M. A. S. Bessa, *A Arte de Projetar Estruturas de Madeira Utilizando a Densidade Básica*, Primeira Edição ed., Brasília: Editora Blurb.com, 2019.
- [8] J. H. M. DePaula, *Estruturas de Aço*, 2018, pp. 125 - 145.
- [9] J. Rezende e A. Neves, "Evolução e Contribuição do Setor Florestal Para a Economia Brasileira," em *Anais do Simpósio Bilateral Brasil – Finlândia Sobre Atualidades Florestais*, Curitiba, 1988.

- [10] A. O. Olorunnisola, Design of Structural Elements with Tropical Hardwoods, Gewerbestrasse: Springer International Publishing, 2018.