

DIMENSIONAMENTO DE BARRAS TRACIONADAS DE MADEIRA TROPICAL UTILIZANDO A DENSIDADE BÁSICA

José Humberto Matias de Paula, MSc.

jhmatias2011@gmail.com

Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Marco Aurélio Souza Bessa, DSc

bessamarco@yahoo.com.br

Centro Universitário de Brasília-UniCEUB, Brasília, Brasil.

Julio Eustaquio de Melo, PhD.

alej@unb.br

Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

José Manoel Morales Sánchez, PhD.

jmmorsanchez@gmail.com

Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Camilla Silva Almeida de Oliveira, MEng.

almeidacs151@gmail.com

Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Ágnis Gabrielle Kühn Rodrigues, BEng.

agniskuhl@gmail.com

Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

Resumo. Este trabalho apresenta uma formulação matemática para o dimensionamento de barras tracionadas de madeira tropical utilizando a densidade básica. O modelo de resistência proposto tem densidade básica da madeira como variável. A formulação matemática aplica-se tanto para modelo de segurança determinístico, quanto para modelo probabilístico. As funções de resistência para o material foram estimadas por um modelo de regressão linear simples, obtido a partir de um espaço amostral formado por 259 espécies de madeiras tropicais. O espaço amostral é o Banco de Dados resultado de um programa experimental conduzido pelo Laboratório de Produtos Florestais do Ministério do Meio Ambiente, que nos últimos trinta anos caracterizou espécies de madeira da Amazônia, tendo como referência as normas Pan-Americanas COPANT-Comisión Panamericana de Normas Técnicas. Na validação dos modelos de regressão linear foi elaborado minucioso estudo de inferência estatística, com comentários neste artigo. É possível concluir a partir das análises de inferência estatística, que o modelo de resistência para tração axial proposto neste artigo, atende aos níveis consagrados de confiabilidade estrutural, normalmente utilizados para engenharia de estruturas, além de ser de aplicação mais simples que os modelos tradicionais. Os critérios de dimensionamento de barras tracionadas, conforme apresentado neste artigo, faz parte de ampla pesquisa conduzida no Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília, para desenvolvimento de modelos de resistência para elementos de madeira tropical utilizando a densidade básica, para estados limites últimos de compressão axial, flexão, flexão composta e ligações, além da influência de outras propriedades.

Palavras Chave: Estruturas, Madeira, Densidade Básica, Dimensionamento, Tração.

1 Introdução

A madeira é um dos materiais estruturais mais antigos utilizados pelo homem na construção de edificações. Acredita-se que a primeira estrutura usada pelo Homem tenha sido uma árvore caída acidentalmente sobre um curso de água, tornando-se assim pinguela, ou “passarela”. O Homem sai da caverna – seu primeiro edifício – para uma cabana de madeira. A percepção da utilidade das árvores em benefício do Homem remonta à pré-história. *“A lenda conta que, quando o homem abandonou a gruta, o seu refúgio de pedra, abandonou também a escuridão e o medo. Saiu e construiu a sua cabana de madeira, limpa e arejada”* [1]. A madeira estabelece assim um marco importante na evolução da espécie afirmando-se como o primeiro grande material de construção. É possível afirmar que a madeira se confunde com o desenvolvimento do DNA do Homo sapiens. Alguns dos edifícios mais antigos do mundo são construções de madeira. Templos japoneses do século VII, igrejas norueguesas do século XII e habitações da Idade Média, trazem até à atualidade a antiga ligação da civilização com os edifícios estruturados em madeira [2].

A especialização e evolução do Homem levou a um crescente conhecimento da madeira, como material de utilização de técnica heterogênea e com amplas possibilidades de uso na construção. Portugal se tornou o primeiro império global do planeta e com ele a capacidade de mobilidade sobre água, conseguida como povo navegador, se constituindo em construtores especializados de embarcações de madeira [3]. Portanto, foi com o domínio da técnica e utilização da madeira que se uniu o Mundo em uma esfera. Por outro lado, os povos da montanha viviam em perfeita harmonia com a natureza e a floresta, dado que era a própria que lhes oferecia a matéria-prima para as suas habitações. Foi assim, existiam laços entre a madeira e a população, o que teve resultados práticos no progresso e desenvolvimento de todo o tipo de estruturas construídas com este material [2]. A utilização de um material como elemento estrutural e construtivo é, comumente, influenciado pelas tradições e padrões culturais de uma sociedade. Associado a esses padrões culturais há questões históricas relacionadas ao ensino de estruturas de aço e de madeira nas escolas de engenharia e arquitetura no Brasil.

A sociedade deixou de parte toda a estima, gosto, agrado e interligação com a madeira, sem verdadeiros motivos racionais. A novidade transmitida por outros materiais tais como o aço e principalmente o concreto, este último em especial no Brasil, levou a um domínio quase que completo em todos os tipos de construções, mesmo quando não correspondiam à melhor solução. Apesar disso, o trabalho de pesquisa e desenvolvimento realizado nos últimos quarenta anos, na Europa e nos Estados Unidos, apoiado na sabedoria e técnicas tradicionais, devolveram à madeira o papel que lhe era devido na construção civil. Ainda não no Brasil. É assim que os derivados da madeira e a pré-fabricação vem, também, contribuindo de forma importante para que a madeira volte a desempenhar o papel fundamental em países desenvolvidos e com tradição na sua utilização. A madeira e derivados tornaram-se de novo competitivos em todos os aspectos incluindo o preço. Nos Estados Unidos, Canadá e países escandinavos, todos com elevados níveis de vida, mais de 90% das edificações residenciais são construídos em cada ano em madeira. No Japão a mesma taxa corresponde a mais de 50%. Essa realidade ainda não é a realidade brasileira [2].

A madeira como material de construção no Brasil ainda está relegada a uma forma quase empírica e tradicional de uso. Hoje, tem o seu uso restrito a acessórios e obras provisórias, como escoramentos, formas em geral, postes, dormentes, estacas de fundações, dentre outros menos importantes. O uso da madeira de uma forma racional depende de amplos estudos para identificação, classificação e caracterização das espécies. Mas, existe uma diferença fundamental quando um programa de estudo envolve milhares de espécies, que é o caso brasileiro, ou quando envolve pouco menos de duas dezenas de espécies, como é a realidade da Europa e da América do Norte. No Brasil, um programa de pesquisa voltado para o desenvolvimento e uso da madeira, obrigatoriamente, tem que levar em consideração a existência entre três mil e quatro mil espécies de madeira tropical – o caso da floresta amazônica. Programas dessa natureza, especialmente em florestas tropicais, são difíceis e dispendiosos em virtude da necessidade de elaboração de inventários florestais, a coleta de espécimes e posterior caracterização e realização de ensaios em laboratório. Esses trabalhos de coleta, portanto, exigem planejamento, tempo, além da necessidade de dispendiosos recursos materiais, financeiros e pessoal técnico especializado. Diante dessa realidade um programa tradicional de caracterização de espécies tropicais da Amazônia, que possa contribuir no desenvolvimento do uso da madeira em nível nacional é, praticamente, inviável, especialmente considerando a situação da ciência e tecnologia no momento no Brasil [4].

O modelo pode contribuir para o desenvolvimento O que se sabe da literatura é que existe uma forte correlação entre algumas propriedades físicas e mecânicas da madeira, com outras propriedades. Uma delas é a Densidade Básica da madeira. Portanto, o objetivo é a partir do espaço amostral representado pelo Banco de Dados do LPF, desenvolver uma formulação matemática que possa estimar, ou explicar, propriedades e outras características de espécies arbóreas tropicais, mesmo aquelas que ainda não foram caracterizadas, e que podem ser importantes para o projeto de estruturas de madeira. Neste sentido, este artigo apresenta um modelo de resistência para tração axial para elementos estruturais de madeira, considerando que a densidade básica de espécies de madeira tropical é suficiente para explicar e estimar de forma representativa as propriedades físicas e mecânicas da madeira, tanto no processo de caracterização quanto na formulação matemática para dimensionamento de estruturas de madeira [5].

O modelo apresentado neste trabalho faz parte de uma ampla pesquisa para desenvolvimento do uso da madeira na construção civil e outras aplicações, realizada nos Departamentos de Engenharia Civil e Ambiental, juntamente com a Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de Brasília.

2 O Sistema de Amostragem Aleatória Para Caracterização de Madeiras Tropicais da Amazônia

O Laboratório de Produtos Florestais-LPF do Ministério do Meio Ambiente conduziu um extenso Programa Para Caracterização de Madeiras da Amazônia, nos últimos 30 anos. O programa caracterizou 259 espécies de madeira, seguindo um rigoroso sistema aleatório para seleção e coleta de material em campo. Posteriormente foram realizados ensaios em laboratório com corpos de prova isentos de defeitos. O objetivo era obter resultados comparáveis e representativos de propriedades de espécies de madeiras tropicais. No caso de coleta de madeiras na Amazônia foi adotada uma metodologia específica considerando as condições peculiares das florestas tropicais brasileiras, adaptada a partir dos estudos de [6]. O programa de pesquisa caracterizou espécies de madeiras selecionadas, especialmente pelas frequências de ocorrências, incluindo-se propriedades físicas e mecânicas, estudos de anatomia, química secagem, preservação e durabilidade natural. A metodologia compreende fases que envolvem recursos financeiros significativos, conforme a seguir, com as principais regiões de coleta na Amazônia, identificadas na Figura 1, abaixo.

Figura 1. Regiões de coletas de espécies de madeira para o Programa de Caracterização de Madeiras Tropicais



do Laboratório de Produtos Florestais do Ministério de Meio Ambiente.

A heterogeneidade da floresta amazônica condicionam que as regiões e espécies a serem amostradas ficam condicionadas a existência de Inventários Florestais. Para efeito de caracterização sem fins específicos, a escolha das espécies de madeira é feita em função da falta de conhecimento de suas

propriedades, da ocorrência (volume por hectare), da possibilidade de identificação das espécies na floresta e a acessibilidade. No que se refere aos custos e confiabilidade nos resultados, a intensidade da amostragem foi reduzida numa primeira etapa, em relação ao número e tipo de ensaios. Uma das possibilidades para diminuir os tipos de ensaios é tirar partido da alta correlação que existe entre propriedades e numa mesma propriedade em condição de umidade verde ou seca. Após a caracterização, que fornecerá o potencial das espécies, a amostragem pode ser intensificada em função do grau de confiabilidade exigido para determinados usos específicos.

A prática tem demonstrado que a variabilidade nas propriedades da madeira é maior entre árvores do que dentro de uma mesma árvore. Alguns autores recomendam retirar uma a duas amostras em dez árvores por espécie, aproximadamente. O programa de caracterização do LPF seguiu um roteiro esquemático do processo de caracterização, estabelecendo o grau de confiabilidade em função do tamanho da amostragem, conforme estudos realizados por Noack [6], adaptado conforme Tabela 1, abaixo.

Tabela 1. Número de árvores a serem amostradas ao acaso por espécie de madeira.

Intervalo de confiança da média a um nível de confiança de 95%. (%)	Número de amostras por árvore			
	Uma		Duas	
	Densidade	Propriedade mecânica	Densidade	Propriedade mecânica
	Número de árvores		Número de árvores	
± 15	4	6	3	5
± 10	5	12	4	8
± 5	20	35	12	20
± 2,5	70	150	40	80

A diversidade de espécies, dificuldade de acesso e existência de poucos Inventários Florestais da Amazônia torna praticamente impossível realizar uma amostragem dentro do conceito de seleção puramente ao acaso. Desta forma, a escolha das espécies a serem caracterizadas, geralmente é baseada em Inventários Florestais realizados em regiões que tenha acesso por via terrestre ou fluvial. Uma das maneiras de selecionar as árvores é estabelecer um ponto de referência a partir do qual são demarcados pontos quilométricos (terrestre) ou horários (fluvial). Utilizando uma tabela de números fortuitos, os pontos são sorteados em função do número de espécies e árvores a serem coletadas. A partir de cada ponto sorteado, o encarregado do trabalho de campo deverá mover-se para dentro da floresta, segundo um azimute escolhido ao acaso, marcando a primeira árvore por espécie encontrada. Devido à dificuldade de transporte do material, raramente se penetra mais que um ou dois quilômetros dentro da floresta. Em cada um destes pontos deve ser coletada uma árvore por espécie. Figura 2 mostra a divisão da parte comercial da árvore em toretes.

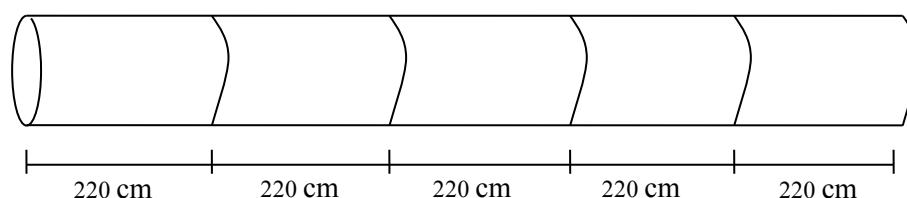


Figura 2. Divisão da parte comercial da árvore em toretes de 220 cm de comprimento.

A variabilidade nas propriedades mecânicas e físicas, obtidas pelo programa experimental conduzido pelo LPF não é grande, em virtude do rigoroso sistema aleatório adotado para seleção e coleta de material em campo [5]. Isso apesar de a madeira ser um material de origem botânica. Nesse sentido, é de se esperar que a madeira apresente diferenças em relação as suas propriedades físicas e de resistência. As variações na sua composição e estrutura orgânica se refletem em diferenças significativas nas propriedades entre espécies distintas, entre árvores de uma mesma espécie e também dentro de uma mesma árvore. Para algumas propriedades esta variabilidade tende a ser maior do que para outras. Como as propriedades de resistência (propriedades mecânicas) de uma mesma espécie tendem para uma distribuição normal, a variabilidade é medida pelo coeficiente de variação.

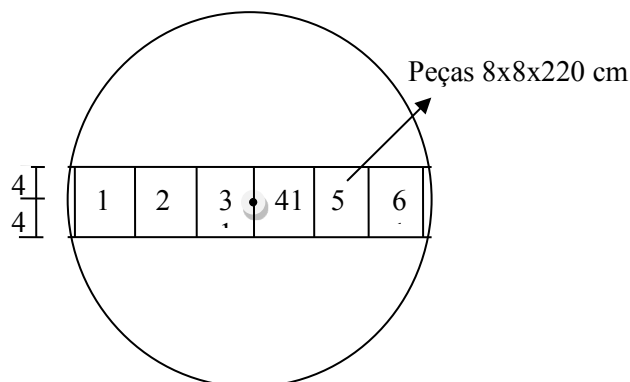


Figura 3. Divisão da prancha central em peças de 8x8 cm.

A identificação dos corpos de prova segue a orientação abaixo.

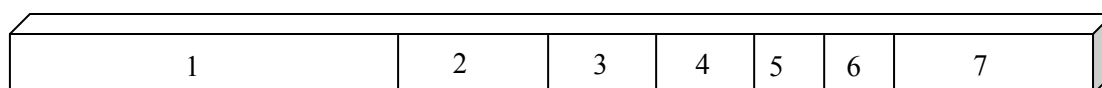


Figura 4. Sequência dos corpos-de-prova para os ensaios físicos e mecânicos

1. Flexão estática
2. Compressão paralela às fibras
3. Compressão perpendicular às fibras
4. Dureza Janka
5. Cisalhamento paralelo às fibras
6. Tração perpendicular às fibras
7. Densidades e estabilidade dimensional

As análises estatísticas da amostra representada pelas espécies de madeira do banco de dados do LPF, mostram que os coeficientes de variação médio de algumas propriedades de madeiras da Amazônia brasileira, são da ordem de 16%, para madeira verde e da ordem 15% para madeira seca. Esses valores foram obtidos em ensaios normalizados com corpo-de-prova sem defeitos (da ordem de 2.000 para cada propriedade), distribuídos por mais de 250 espécies em média. O número de corpos de prova variou de 2 a 22, por propriedade e por espécie. Os coeficientes de variação são os valores médios de todos os coeficientes de variação obtidos por propriedade. Para efeito de caracterização é importante que o sistema de amostragem leve em consideração toda esta variabilidade, para se conseguir uma representatividade significativa de uma determinada espécie de madeira. Após a realização dos ensaios determinou-se o valor médio, o desvio padrão e o coeficiente de variação para cada propriedade. Quando algum resultado apresentava valor muito discrepante ou atípico, acima ou abaixo da média, fazia-se uma inspeção no corpo de prova, para verificar a existência de possíveis defeitos que podiam ter influência no resultado do ensaio. Como a metodologia de ensaio é para corpos de prova isentos de defeitos, aqueles, eventualmente com defeitos, foram descartados. Uma das causas de maior variabilidade é o corpo de prova ter sido sorteado do cerne ou do alburno. Estas informações constam nas informações dos ensaios.

3 Modelos de Resistência Para Elementos Estruturais de Madeira Tropical Utilizando a Densidade Básica

As pesquisas desenvolvidas até o momento atestam que a densidade básica de espécies de madeira tropical é suficiente para explicar e estimar de forma representativa as propriedades físicas e mecânicas da madeira, tanto no processo de caracterização, quanto na formulação matemática para dimensionamento de estruturas de madeira. Dessa forma, sob esse conceito desenvolveu-se uma formulação matemática capaz de estimar propriedades mecânicas e físicas de madeiras tropicais, utilizando-se um Modelo de Regressão Linear Simples-MRLS, tendo como base o espaço amostral representado Banco de Dados do LPF. A partir das propriedades físicas e mecânicas estimadas por uma formulação matemática, desenvolveu-se modelos conjugados de resistência para elementos estruturais de madeira submetidos à tração axial, compressão axial, flexão simples, cisalhamento, flexotração e flexocompressão, utilizando-se a densidade básica como variável independente. Os estudos utilizando a densidade básica da madeira contemplam, também, formulação matemática para verificação da segurança de ligações, vibração em pisos, influência do tipo de grã na resistência, além de diversos outros temas. Neste artigo é apresentado apenas o modelo de resistência para elementos estruturais submetidos a tração axial, tanto para madeira na condição verde (saturado em água), quanto para madeira na condição seca (teor de umidade de 12%) [7] [8].

Os modelos que estimam as propriedades físicas e mecânicas da madeira foram obtidos por um modelo de regressão linear simples, utilizando-se o Módulo ANOVA implantado no software comercial Excel da Microsoft Corp. No MRLS tomou-se a densidade básica da madeira como variável independente. Os ensaios para determinação da resistência à tração paralela as fibras, normalmente, são difíceis de serem realizados em laboratório. Pelas características do material em ensaios de tração é comum a ruína se dar nos pontos de fixação das garras nos corpos de prova. Dessa forma, é comum as normas utilizarem correlações com outras propriedades mecânicas da madeira, para estimar a resistência à tração axial paralela às fibras (TPA). As correlações mais comuns são feitas a partir da resistência de ruptura na flexão (MOR) e da resistência a compressão paralela às fibras (CPA). Dessa forma, nesse artigo são apresentadas a correlações para o MOR e o CPA, que serão utilizadas para a estimação da resistência à tração axial. A correlação para o Módulo de Elasticidade (MOE), também, será apresentada neste artigo, em virtude da sua importância na determinação da rigidez axial de barras tracionadas. As funções que estimam a resistência do cisalhamento longitudinal (CIS) e a resistência a compressão perpendicular às fibras (CPE) podem ser obtidas em Bessa e DePaula [7] [8] e também fazer parte de artigos correlatos apresentados neste CILAMCE.

3.1 Modelo de Resistência Para Tensão de Ruptura à Flexão-MOR

A resistência para tensão de ruptura na flexão (MOR) é utilizada para o dimensionamento elementos estruturais submetidos à flexão simples, estudo de arqueamento de peças, além de ser parâmetro na comparação de espécies. Conforme visto acima, o MOR é utilizado, também, para estimar a resistência da madeira à tração paralela às fibras. A seguir apresentam-se as correlações que estima o MOR, utilizando-se a densidade básica como variável independente, tanto para madeira na condição verde (saturada em água), quanto para madeira na condição seca (teor de umidade de 12%), dadas pela Eq. (1) e Eq. (2), respectivamente.

Para madeira verde (MPa):

$$f_{Mv,k} = 165,9581D_b - 21,5093. \quad (1)$$

Madeira seca (MPa):

$$f_{Ms,k} = 210,2506D_b - 13,2091, \quad (2)$$

Onde:

$f_{Mv,k}$ = tensão resistente de ruptura à flexão para madeira verde (MPa)

$f_{Ms,k}$ = tensão resistente de ruptura à flexão para madeira seca (MPa)

D_b = Densidade Básica da madeira (g/cm^3)

A seguir são apresentados os modelos de regressão linear e os estudos de inferência estatística para validação do modelo de resistência a ruptura à flexão, para madeira na condição verde. Para madeira na condição seca os estudos podem ser encontrados em Bessa e DePaula [7] [8].

Tabela 2. Estudo de regressão linear simples pelo ANOVA - MOR x D_b .

Estadística de regressão	
R múltiplo	0,958912099
R-Quadrado	0,919512413
R-quadrado ajustado	0,919191746
Erro padrão	7,625649858
Observações	253

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	166746,2716	166746,2716	2867,493298	2,4475E-139
Resíduo	251	14595,78448	58,15053576		
Total	252	181342,056			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	-21,50934764	1,975170143	-10,88987079	7,16502E-23	-25,39936668	-17,6193286	-25,39936668	-17,6193286
Db	165,9580933	3,099183069	53,54898036	2,4475E-139	159,8543755	172,0618111	159,8543755	172,0618111

A Tabela 2, acima, apresenta a estatística F e o estudo de variância da regressão linear para estimação do MOR x D_b . Para um nível de significância de 5% e confiança de 95%, rejeita-se a hipótese nula $H_0: \beta_1 = 0$ versus $H_1: \beta_1 \neq 0$, uma vez que para o quantil $(1 - \alpha) = (1 - 0,05)$ para distribuição de probabilidade F com 1 e 251 graus de liberdade, $F = 2867,49 > 3,84$. De forma alternativa, para $F_{significação} = 2,45 \cdot 10^{-139} \ll 0,05$ e valor $-P = 7,17 \cdot 10^{-23} \ll 0,05$ para o intercepto e valor $-P = 2,45 \cdot 10^{-139} \ll 0,05$ para a inclinação da reta, é possível afirmar que a densidade básica D_b é altamente significativa para explicar o MOR. Além disso, rejeitando-se a hipótese nula H_0 , é altamente provável que a função linear é adequada para estimar a resistência a ruptura na flexão (MOR), em função da densidade básica D_b , tomada como variável preditora.

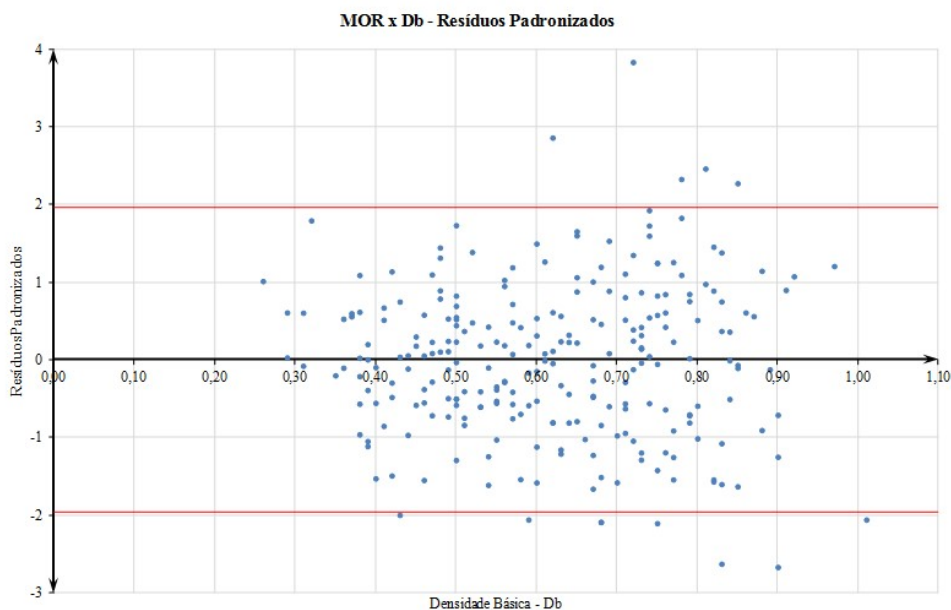


Figura 5. Diagrama de dispersão de resíduos padronizados – MOR x D_b

Para o estudo de regressão linear foram feitas algumas suposições iniciais, que precisam ser sustentadas pelo modelo de regressão proposto, como a linearidade da função, a normalidade, a independência e a homocedasticidade dos termos de erro. Essas análises são realizadas a partir do diagrama de dispersão de resíduos padronizados. Para garantir a normalidade e a independência dos termos de erro, além do gráfico de resíduos, ainda é necessário analisar o histograma de resíduos e fazer o teste de aderência do *Qui-Quadrado* [9] [10].

A linearidade da função já foi garantida pela análise da variância, mostrada na Tabela 2 do ANOVA. A nuvem de pontos plotados, mostrada na Figura 5, apresenta um comportamento aleatório, não indicando tendências, ou padrões. Isso mostra que a função linear proposta apresenta, aparentemente, um bom resultado. Analisando-se o gráfico de resíduos, verifica-se que apenas 13 espécimes da amostra (espécies de árvores), correspondendo a 5,14% do espaço amostral analisado, possuem valores fora do intervalo de confiança (95% ou $\pm 1,96\sigma$). A distribuição dos resíduos é relativamente simétrica em relação ao desvio padrão nulo, ao longo do eixo da densidade básica. A distribuição resulta em 48,62% acima e 51,38% abaixo da linha correspondente ao desvio padrão nulo. Isso indica aparentemente uma distribuição uniforme e quase simétrica da amostra, que é um fator significativo para a independência e para homocedasticidade dos termos de erro. Para garantir que os resíduos são independentes, ainda é necessário traçar o histograma e fazer o teste de aderência do *Qui-Quadrado*. O histograma dos resíduos apresentado na Figura 6 mostra a distribuição dos resíduos para todas as observações e a linha de distribuição das frequências. Pode-se observar que o comportamento das classes acompanha uma distribuição normal, sendo necessário apenas a confirmação com o teste de aderência de *Qui-Quadrado*.

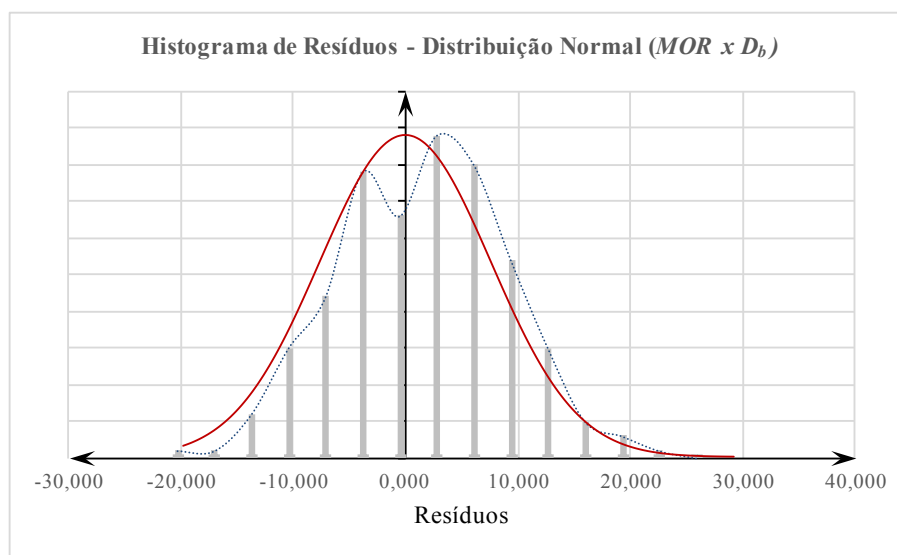


Figura 6. Histograma de resíduos/distribuição normal (MOR x Db).

A Tabela 3 mostra as estatísticas para a análise do teste de *Qui-Quadrado* (χ^2), onde foram determinadas as classes de frequência observada e as classes esperadas estimadas pelo modelo de regressão linear, confrontadas com a probabilidade de distribuição normal. Analisando os resultados obtidos verifica-se $\chi^2_{teste} = 1,78 \ll \chi^2_{crítico} = 9,49$. Esse resultado demonstra que não se rejeita a hipótese nula (H_0), comprovando-se a normalidade da distribuição de erros.

Foram traçados diagramas de dispersão para as 253 amostras e visualização do comportamento entre as duas variáveis MOR x D_b . Em seguida foram acrescentadas as linhas de tendência sobre a nuvem de pontos plotada neste diagrama e suas respectivas funções de regressão, conforme a Figura 1. O maior coeficiente de determinação encontrado é para a equação de potência ($R^2 = 0,9261$). Para a função polinomial de segundo grau e função linear foram encontrados valores do coeficiente de determinação ($R^2 = 0,9195$).

Tabela 3. Teste de *Qui-Quadrado* (χ^2)

	<i>Frequência Observada (fo)</i>	<i>Probabilidade de Dist.normal</i>	<i>Frequência esperada (fe)</i>	$\chi^2 = (fe - fo)^2 / fe$	
3. σ	22,68	4	99,87%	5,39	0,360
2. σ	15,12	34	97,72%	34,25	0,002
1. σ	7,56	91	84,13%	86,02	0,288
0. σ	0,00	82	50,00%	86,02	0,188
-1. σ	-7,56	33	15,87%	34,25	0,045
-2. σ	-15,12	8	2,28%	5,73	0,896
-3. σ	-22,68	0			

Análise dos resíduos

Média	0
Desvio Padrão	7,56
Amostras	252

$$\Sigma \chi^2_{(TESTE)} = 1,780$$

$$GL = 4$$

$$\chi^2_{(CRÍTICO)} = 9,49$$

$$P(\Sigma \chi^2_{(TESTE)} > \chi^2_{(\alpha=0,05)}) = 77,62\%$$

$$\Sigma \chi^2_{(TESTE)} < \chi^2_{(CRÍTICO)}$$

Não rejeitamos H0

O valor do coeficiente de determinação R^2 encontrado para a função de potência ($R^2 = 0,9261$) é 0,71% superior, quando comparado com o R^2 da função linear. Essa variação é irrelevante, não havendo nenhum ganho expressivo na escolha da função de potência, para estimar a tensão de resistência a ruptura de flexão (MOR).

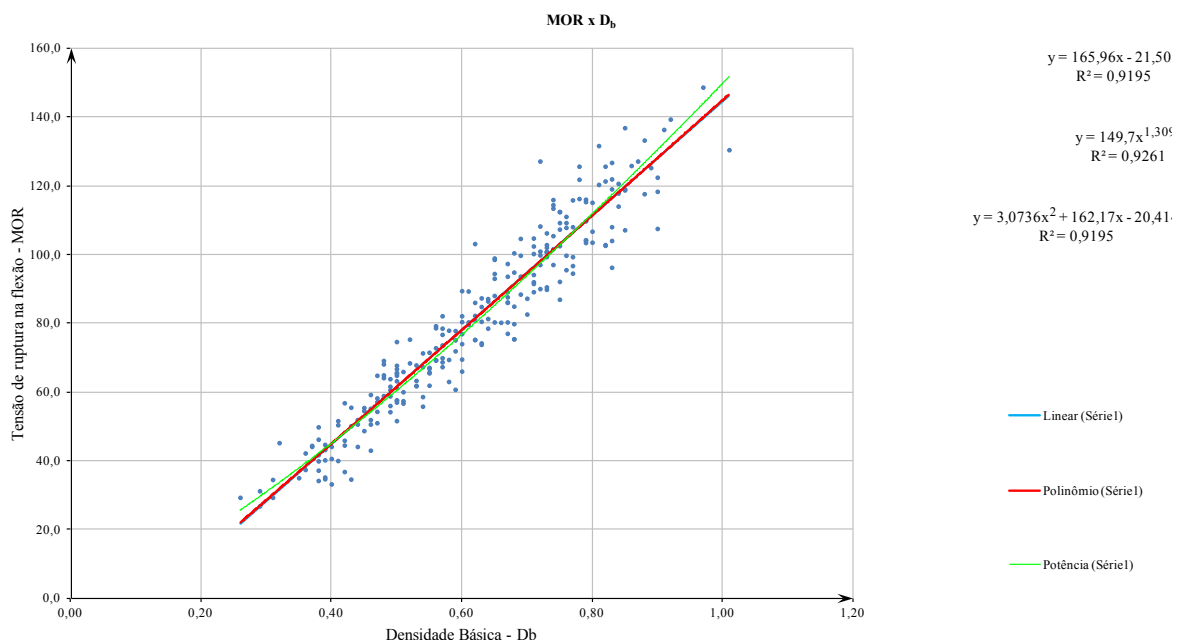


Figura 7. Diagrama de dispersão MOR x Db para madeira verde.

3.2 Modelo de Resistência a Compressão Paralelo às Fibras - CPA

Diversos elementos estruturais são verificados a partir do CPA, como barras comprimidos de treliças, estroncas, pilares em geral. A resistência a compressão paralela às fibras (CPA) é utilizada para o dimensionamento elementos submetidos a tensões de compressão axial, normalmente presente em barras de treliça e em pilares. O CPA é utilizado, também, para estimar a resistência da madeira à tração

paralela às fibras. A seguir apresentam-se as correlações que estima o CPA, utilizando-se a densidade básica como variável independente, tanto para madeira na condição verde (saturada em água), quanto para madeira na condição seca (teor de umidade de 12%), dadas pela Eq.(3) e Eq. (4), respectivamente.

Para madeira verde (MPa):

$$f_{c0v,k} = 82,7321D_b - 11,8863. \tag{3}$$

Madeira seca (MPa):

$$f_{c0s,k} = 106,5973D_b - 3,0689 \tag{4}$$

Onde:

$f_{c0v,k}$ = resistência a compressão paralela às fibras para madeira verde (MPa)

$f_{c0s,k}$ = resistência a compressão paralela às fibras para madeira seca (MPa)

D_b = Densidade Básica da madeira (g/cm^3)

A seguir são apresentados os modelos de regressão linear e os estudos de inferência estatística para validação do modelo de resistência a ruptura à flexão, para madeira na condição verde. Para madeira na condição seca os estudos podem ser encontrados em Bessa e DePaula [7] [8].

Tabela 4. Estudo de regressão linear simples pelo ANOVA - CPA x D_b .

Estadística de regressão	
R múltiplo	0,94627333
R-Quadrado	0,895433215
R-quadrado ajustad	0,895014948
Erro padrão	4,365790302
Observações	252

ANOVA					
	gl	SQ	MQ	F	F de significação
Regressão	1	40804,2311	40804,2311	2140,816557	1,4143E-124
Resíduo	250	4765,03124	19,06012496		
Total	251	45569,26234			

	Coefficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	-11,88632127	1,136146687	-10,46196007	1,75464E-21	-14,12396035	-9,648682196	-14,12396035	-9,648682196
g/cm3	82,73206076	1,788068345	46,2689589	1,4143E-124	79,21046303	86,2536585	79,21046303	86,2536585

A Tabela 4, acima, apresenta a estatística F e o estudo de variância da regressão linear para estimação do MOR x D_b . Para um nível de significância de 5% e confiança de 95%, rejeita-se a hipótese nula $H_0: \beta_1 = 0$ versus $H_1: \beta_1 \neq 0$, uma vez que para o quantil $(1 - \alpha) = (1 - 0,05)$ para distribuição de probabilidade F com 1 e 251 graus de liberdade, $F = 2140,82 > 3,84$. De forma alternativa, para $F_{significação} = 1,41.10^{-124} \ll 0,05$ e valor $-P = 1,75.10^{-21} \ll 0,05$ para o intercepto e valor $-P = 1,41.10^{-124} \ll 0,05$ para a inclinação da reta, é possível afirmar que a densidade básica D_b é altamente significativa para explicar o CPA. Além disso, rejeitando-se a hipótese nula H_0 , é altamente provável que a função linear é adequada para estimar a resistência a ruptura na flexão (CPA), em função da densidade básica D_b , tomada como variável preditora.

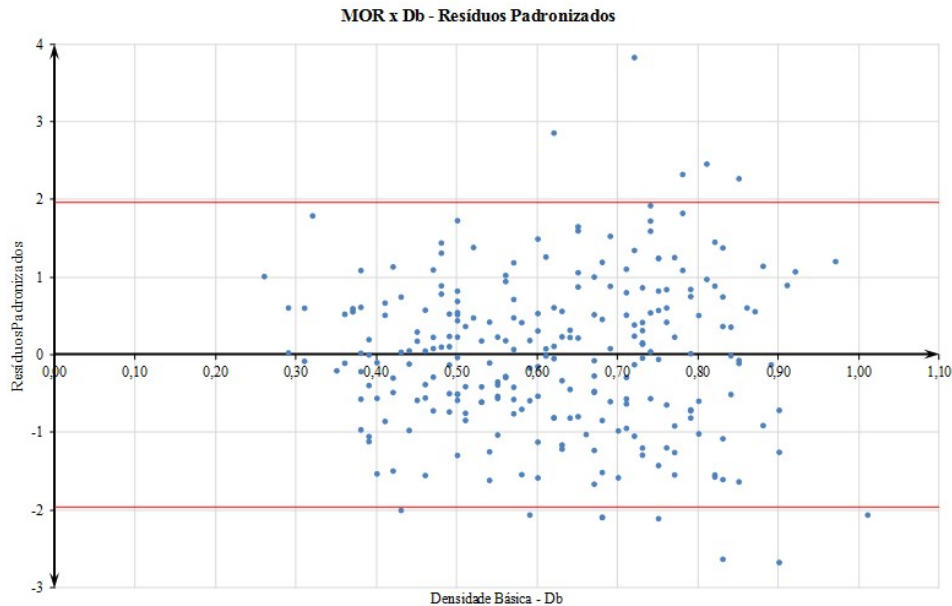


Figura 8. Diagrama de dispersão de resíduos padronizados – MOR x Db

Para o estudo de regressão linear foram feitas algumas suposições iniciais, que precisam ser sustentadas pelo modelo de regressão proposto, como a linearidade da função, a normalidade, a independência e a homocedasticidade dos termos de erro. Essas análises são realizadas a partir do diagrama de dispersão de resíduos padronizados. Para garantir a normalidade e a independência dos termos de erro, além do gráfico de resíduos, ainda é necessário analisar o histograma de resíduos e fazer o teste de aderência do *Qui-Quadrado* [9] [10].

A linearidade da função já foi garantida pela análise da variância, mostrada na Tabela 2 do ANOVA. A nuvem de pontos plotados, mostrada na Figura 5, apresenta um comportamento aleatório, não indicando tendências, ou padrões. Isso mostra que a função linear proposta apresenta, aparentemente, um bom resultado. Analisando-se o gráfico de resíduos, verifica-se que apenas 13 espécimes da amostra (espécies de árvores), correspondendo a 5,14% do espaço amostral analisado, possuem valores fora do intervalo de confiança (95% ou $\pm 1,96\sigma$). A distribuição dos resíduos é relativamente simétrica em relação ao desvio padrão nulo, ao longo do eixo da densidade básica. A distribuição resulta em 48,62% acima e 51,38% abaixo da linha correspondente ao desvio padrão nulo. Isso indica aparentemente uma distribuição uniforme e quase simétrica da amostra, que é um fator significativo para a independência e para homocedasticidade dos termos de erro. Para garantir que os resíduos são independentes, ainda é necessário traçar o histograma e fazer o teste de aderência do *Qui-Quadrado*. O histograma dos resíduos apresentado na Figura 6 mostra a distribuição dos resíduos para todas as observações e a linha de distribuição das frequências. Pode-se observar que o comportamento das classes acompanha uma distribuição normal, sendo necessário apenas a confirmação com o teste de aderência de *Qui-Quadrado*.

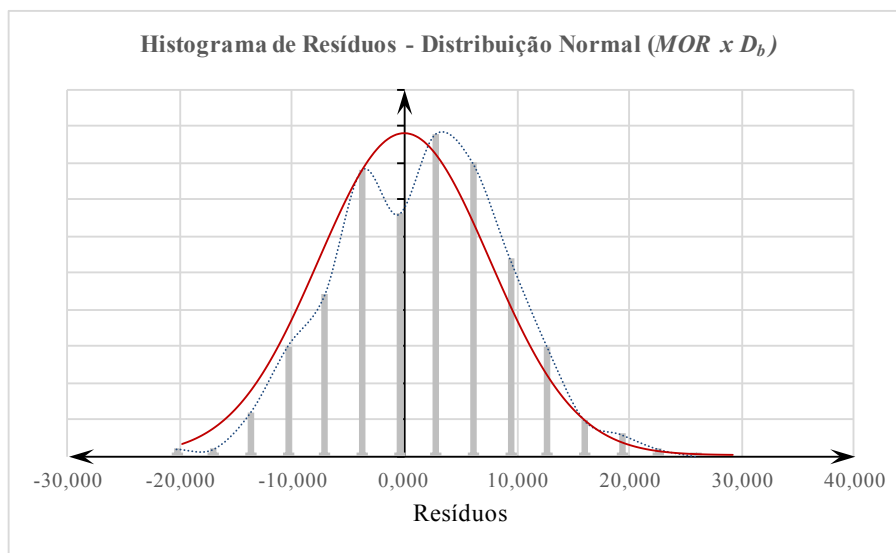


Figura 9. Histograma de resíduos/distribuição normal (MOR x Db).

A Tabela 3 mostra as estatísticas para a análise do teste de *Qui-Quadrado* (χ^2), onde foram determinadas as classes de frequência observada e as classes esperadas estimadas pelo modelo de regressão linear, confrontadas com a probabilidade de distribuição normal. Analisando os resultados obtidos verifica-se $\chi^2_{teste} = 1,78 \ll \chi^2_{crítico} = 9,49$. Esse resultado demonstra que não se rejeita a hipótese nula (H_0), comprovando-se a normalidade da distribuição de erros.

Foram traçados diagramas de dispersão para as 253 amostras e visualização do comportamento entre as duas variáveis MOR x D_b . Em seguida foram acrescentadas as linhas de tendência sobre a nuvem de pontos plotada neste diagrama e suas respectivas funções de regressão, conforme a Figura 1. O maior coeficiente de determinação encontrado é para a equação de potência ($R^2 = 0,9261$). Para a função polinomial de segundo grau e função linear foram encontrados valores do coeficiente de determinação ($R^2 = 0,9195$).

Tabela 5. Teste de *Qui-Quadrado* (χ^2)

	<i>Frequência Observada (fo)</i>	<i>Probabilidade de Dist.normal</i>	<i>Frequência esperada (fe)</i>	$\chi^2 = (fo - fe)^2 / fe$	
3.σ	22,68	4	99,87%	5,39	0,360
2.σ	15,12	34	97,72%	34,25	0,002
1.σ	7,56	91	84,13%	86,02	0,288
0.σ	0,00	82	50,00%	86,02	0,188
-1.σ	-7,56	33	15,87%	34,25	0,045
-2.σ	-15,12	8	2,28%	5,73	0,896
-3.σ	-22,68	0			

Análise dos resíduos	
Média	0
Desvio Padrão	7,56
Amostras	252

$$\begin{aligned} \Sigma \chi^2_{(TESTE)} &= 1,780 \\ GL &= 4 \\ \chi^2_{(CRÍTICO)} &= 9,49 \\ P(\Sigma \chi^2_{(TESTE)} > \chi^2_{(\alpha=0,05)}) &= 77,62\% \\ \Sigma \chi^2_{(TESTE)} &< \chi^2_{(CRÍTICO)} \end{aligned}$$

Não rejeitamos H_0

O valor do coeficiente de determinação R^2 encontrado para a função de potência ($R^2 = 0,9261$) é 0,71% superior, quando comparado com o R^2 da função linear. Essa variação é irrelevante, não havendo

nenhum ganho expressivo na escolha da função de potência, para estimar a tensão de resistência a ruptura de flexão (MOR).

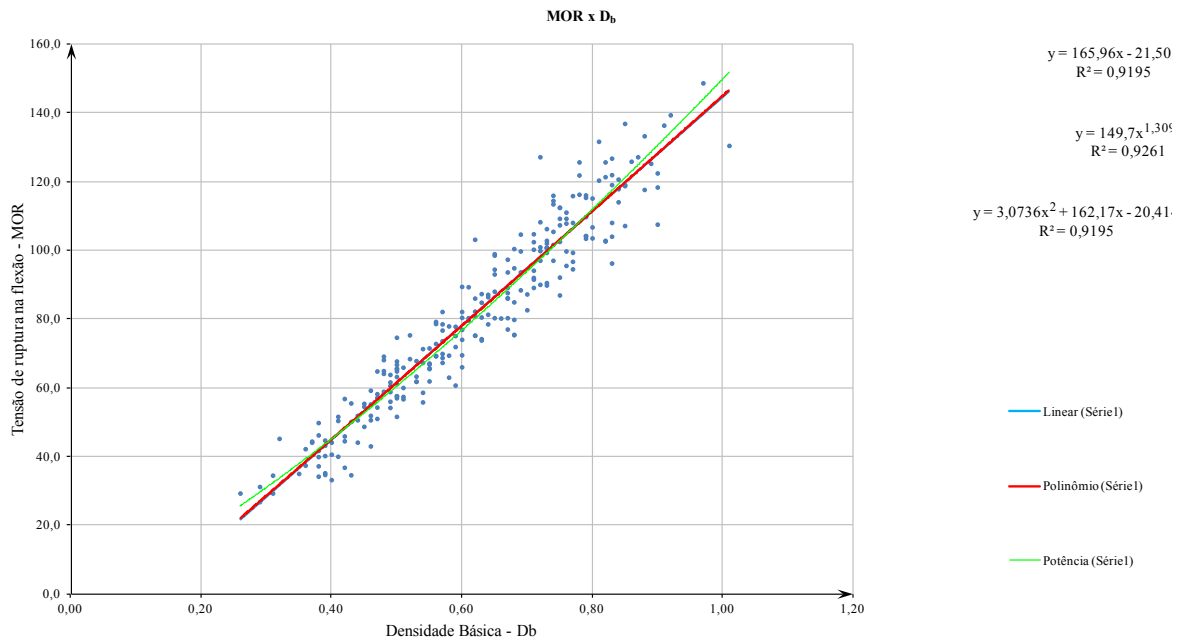


Figura 10. Diagrama de dispersão MOR x Db para madeira verde.

O Módulo de Elasticidade à Flexão na fase elástica linear, determinado com ensaio à flexão, com carga concentrada central, é mais adequado porque considera os efeitos de deformação por tensões de cisalhamento e tensões normais de flexão na seção transversal. A Fig. 3 exibe a dispersão dos dados e as linhas de tendência de funções ajustadas para modelos lineares, potência e polinomial de grau 2, para o módulo de elasticidade para madeira verde, tendo a densidade básica como variável independente.

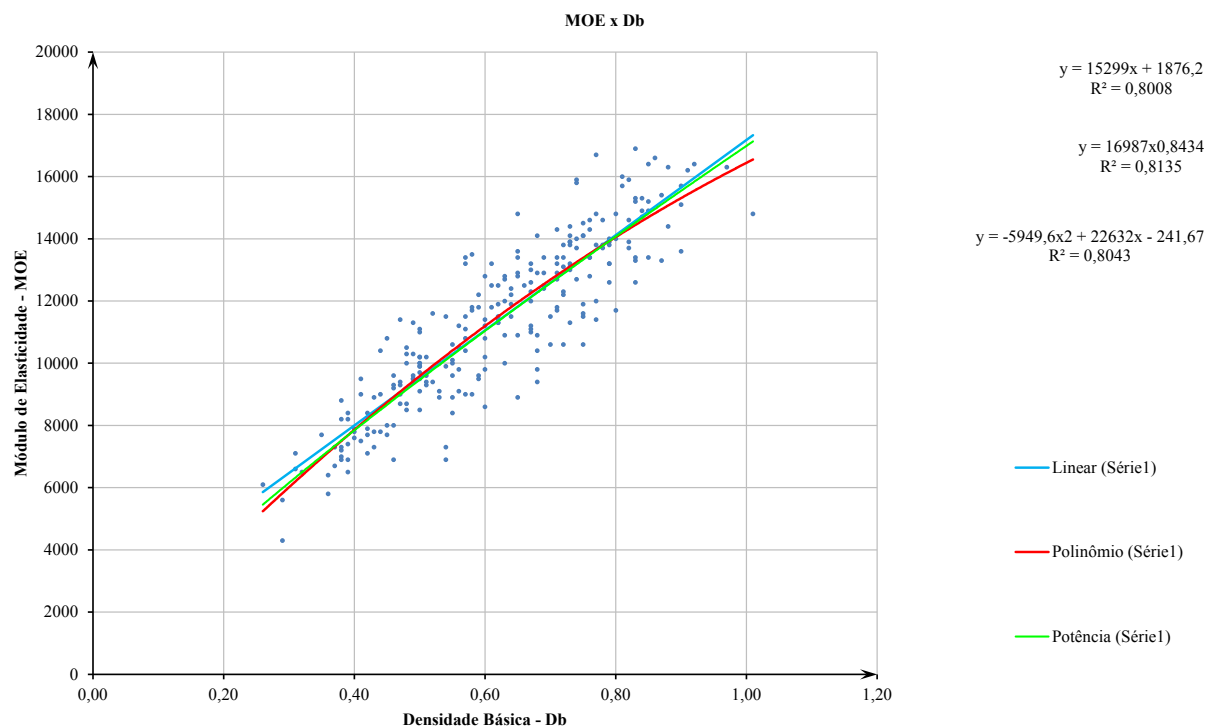


Figura 3. Dispersão dos dados e linhas de tendência de funções ajustadas para o módulo de elasticidade

para madeira verde (MOE) em função da densidade básica (D_b)

a) Módulo de Elasticidade Para a Madeira Verde – MOE

$$E_v = 15.298,55D_b + 1.876,20 \quad (5)$$

Onde:

E_v = Módulo de Elasticidade à Flexão para madeira verde (MPa).

D_b = Densidade Básica da madeira (g/cm^3).

b) Módulo de Elasticidade Para a Madeira Seca – MOE (12% de Umidade)

$$E_s = 16.198,93D_b + 3.119,85 \quad (6)$$

Onde:

E_s = Módulo de Elasticidade à Flexão para madeira seca (12% de Umidade) (Mpa)

D_b = Densidade Básica da madeira (g/cm^3)

4 Dimensionamento de Elementos de Madeira a Partir da Densidade Básica D_b

Modelos de curvas de resistência para peças de concreto armado, aço e madeira para diferentes formas de seções e estados limites últimos, geralmente, são representadas por funções de interação entre esforços, conforme abaixo:

$$R_n = \phi(P_1, P_2, \dots, f_{ck}) \quad (7)$$

$$R_n = \phi(P_1, P_2, \dots, F_y) \quad (8)$$

$$R_n = \phi(P_1; P_2; \beta F_{iv}^b; m) \quad (9)$$

Nos modelos R_n é uma função que expressa a resistência nominal, P_1, \dots, P_n são resultantes de tensões, características geométricas da seção, ou do elemento estrutural e o f_{ck} e F_y são propriedades mecânicas do concreto e do aço, obtidas por ensaios, geralmente simples. Para elementos de madeira β é um fator de conformidade do material, ou seus produtos, F_{iv}^b é a tensão resistente ao estado limite último considerado e m é um fator relativo às condições de uso da peça, ou edificação. Os ensaios de compressão de corpos de provas cilíndricos de concreto para determinação do f_{ck} é relativamente fácil de ser realizado. O ensaio de tração com corpos de prova de chapas de aço é simples de ser realizado e de ser compreendido. Todas as considerações e critérios de projeto de elementos de estruturas de aço advêm do ensaio de tração simples. Além disso, para o aço praticamente todos os estados limites relacionados à segurança de barras à Tração, Compressão, Flexão, Flexo-Compressão e Flexo-Tração tem seus modelos de resistência relacionados diretamente ao limite de escoamento (F_y). Além disso, o problema da determinação da resistência de peças de aço é mais simples que na madeira, pelo comportamento isotrópico do aço como material. O que já não ocorre para a madeira que tem um comportamento ortotrópico – as propriedades mecânicas não variam em uma mesma direção, mas variam de uma direção para a outra. Além da influência do teor de umidade nessa resistência. Dessa

forma, os modelos de resistência de peças de madeira partem de tensões de comparação para as diferentes direções das tensões. Assim, é preciso determinar tensões limites de comparação para resistência à compressão paralela às fibras, tração paralela às fibras, compressão perpendicular às fibras, compressão para tensões gradientes na flexão, tensão de cisalhamento na flexão. Além disso, essas resistências são diferentes para madeira verde e seca, o mesmo ocorrendo com o módulo de elasticidade (E_v e E_s), que também depende da duração da madeira carregamento (deformação lenta da madeira). Isso torna os ensaios de caracterização das espécies de madeira difíceis, complexos e, conseqüentemente, caros e dispendiosos. A discussão nos itens antecedentes deixa isso bastante evidente.

O projeto de estruturas de madeira torna-se, por essa razão, complexo e trabalhoso em virtude dos aspectos tecnológicos do material, seus produtos e condições do mercado brasileiro que só dispõe de madeira verde na grande maioria das situações. O que se propõe aqui é simplificar o processo, mantendo a precisão do modelo tradicional previstos nas normas para projeto de elementos e estruturas de madeira. Para os elementos de aço as funções resistência são quase que linearmente dependentes do limite de escoamento (F_y). Para a madeira a variável que foi utilizada para determinação de funções de resistência é a Densidade Básica – D_b . Essa propriedade apresenta, conforme discutido anteriormente, forte correlação com outras propriedades mecânicas do material, podendo ser utilizada nos modelos e curvas de resistência com precisão, mantendo a simplicidade das formulações similares ao dimensionamento de elementos e estruturas de aço. Inclusive, é utilizada uma formulação similar ao adotado no dimensionamento de elementos aço, para os modelos de resistência da madeira, aqui propostos. Nas referências [7] [6] e [7], encontram-se as formulações matemáticas, a partir da densidade básica, para verificação de elementos de madeira submetidos à tração axial, compressão axial (apresentado neste artigo), flexão simples, flexão composta oblíqua, cisalhamento, efeito de cargas localizadas e ligações.

3.3 Dimensionamento de Barras Tracionadas

Este item trata do estudo de barras tracionadas axialmente. Normalmente, barras tracionadas ocorrem em elementos de treliça utilizadas em cobertura de galpões de uso geral. Os critérios de verificação obedecem às seguintes hipóteses gerais básicas:

- A força de tração axial passa pelo centroide (CG) da seção transversal da peça.
- Ausência de momento fletor atuante em todo o comprimento da barra
- Barra retilínea sem imperfeições inicial e material sem defeito.
- Barra prismática (seção transversal constante).
- A tensão atuante na seção transversal é uniforme.
- Madeira verde (saturada).

A carga admissível à tração axial, admitindo-se as hipóteses acima, pode ser determinada para madeira verde e seca, respectivamente, por:

$$N_{t,as} = \phi_t A_n (2102,506D_b - 132,091) \quad (10)$$

$$N_{t,av} = \phi_t A_n (1659,581D_b - 215,093) \quad (11)$$

Onde:

$N_{t,as}$: Carga admissível à tração axial para madeira seca (teor de umidade a 12%) (Kgf)

$N_{t,av}$ Carga admissível à tração axial para madeira verde (Kgf)

ϕ_t : Fator de ponderação da resistência à tração = 0,15

A_n : Área líquida da seção transversal da barra (cm²)

D_b : Densidade básica (g/cm^3).

5 Comparação de resultados obtidos pelo programa experimental e o método da densidade para Propriedades mecânicas e resistência de elementos à tração axial

Os resíduos padronizados foram determinados a partir da resistência admissível a compressão axial utilizando a densidade básica e valores experimentais observados. Os estudos foram realizados utilizando-se de todas as espécies de madeira de baixa, média e alta densidade básica constantes no Banco de Dados elaborado pelo LPF. O estudo contempla a abordagem clássica presente nos códigos de projeto com situações de barras curtas, intermediárias e longas.

Referências

- [1] N. Braghieri, Casas de Madeira, Madri: Editorial Gustavo Gili, 2005.
- [2] J. Laranjeira, Considerações Sobre Análise e Dimensionamento de Estruturas De Madeira Para Habitações Uni E Plurifamiliares. Dissertação de Mestrado., F. d. E. d. U. d. P. Departamento de Engenharia Civil, Ed., Porto: Universidade do Porto, 2009.
- [3] R. Crowley, Conquistadores - Como Portugal Forjou o Primeiro Império Global, 1ª ed., São Paulo, SP: Editora Planeta do Brasil, 2016, p. 419.
- [4] J. Melo, *Custo Para Coleta e Caracterização de 50 Espécies de Madeiras do Projeto Curua Una - Santarém e Belterra.*, P. d. P. e. A. e. U. FAU/UnB, Ed., Brasília, DF, 2019, p. 10.
- [5] J. E. Melo e M. J. Siqueira, "Correlação entre propriedades físicas e mecânicas de madeiras da Amazônia," *Anais do V Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira*, nº V, pp. p.67-76, 1992.
- [6] D. NOACK, "Evaluation Of Properties Of Tropical Timbers," 1970.
- [7] J. H. M. DePaula, *A Matemática Explicando a Floresta: Dimensionamento de Estruturas de Madeira Tropical Utilizando a Densidade Básica. Tese de Doutorado.*, Brasília, Distrito Federal: Universidade de Brasília. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo, 2019.
- [8] M. A. S. Bessa, *Dimensionamento de Estruturas de Madeira Tropical Utilizando a Densidade Básica - Madeira Seca. Tese de Doutorado em Arquitetura e Urbanismo.*, F. d. A. Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo, Ed., Brasília, Distrito Federal: Universidade de Brasília, 2018.
- [9] J. M. J. E. DePaula, Melo e M. A. S. Bessa, *A Arte de Projetar Estruturas de Madeira Utilizando a Densidade Básica, Primeira Edição ed.*, Brasília: Editora Blurb.com, 2019.
- [10] J. H. M. DePaula, *Estruturas de Aço*, 2018, pp. 125 - 145.
- [11] A. A. Dias, F. A. Rocco Lahr, C. C. Jr e G. C. A. Martins, *Estruturas de Madeira - Projetos, Dimensionamento e Exemplos de Cálculo*, 1ª ed., Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 2019, p. 186.
- [12] J. Rezende e A. Neves, "Evolução e Contribuição do Setor Florestal Para a Economia Brasileira," em *Anais do Simpósio Bilateral Brasil – Finlândia Sobre Atualidades Florestais*, Curitiba, 1988.
- [13] A. O. Olorunnisola, *Design of Structural Elements with Tropical Hardwoods*, Gewerbestrasse: Springer International Publishing, 2018.
- [14] J. E. Melo, *Estruturas em Madeira*, Departamento de Tecnologia, Faculdade de Arquitetura, Universidade de Brasília. Publicação Interna, Brasília., Brasília: Universidade de Brasília - Publicação Interna, 2018.
- [15] A. B. d. N. T. ABNT, *NBR-7190/1982. Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro.*, Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 1982.
- [16] E. Borgström, *Design of Timber Structures - Structural aspects of timber construction*, 2ª ed., vol. 1, E. Borgström, Ed., Stockholm: Swedish Forest Industries Federation, 2016.

- [17] J. E. Melo, Projeto de Estruturas de Madeira, F. d. A. e. Urbanismo-FAU/UnB, Ed., Brasília, DF: Universidade de Brasília, 2018.
- [18] J. Melo, Estruturas em Madeira - Comportamento e Projeto. Programa de Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo PPG-FAU/UnB, Tecnologia, Ambiente e Sustentabilidade., Ed. 5ª ed., P. Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Ed., Brasília, DF: Universidade de Brasília-UnB., 2019, p. 312.