

## ESTUDO NUMÉRICO DE VIGAS DE AÇO SUBMETIDAS À FLEXÃO

**Paulo R. S. Teixeira**

[paulorodolpho@hotmail.com.br](mailto:paulorodolpho@hotmail.com.br)

*Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
UFERSA, Rio Grande do Norte, Brasil.*

**Marcilene V. Nóbrega**

[marcilenenobrega@ufersa.edu.br](mailto:marcilenenobrega@ufersa.edu.br)

*Departamento de Engenharias  
UFERSA, Rio Grande do Norte, Brasil.*

**João P. B. Cavalcante**

[jpbarrosc@hotmail.com](mailto:jpbarrosc@hotmail.com)

*UNIFACEX, Rio Grande do Norte, Brasil.*

**Janielly K. O. Ferreira**

[Janiellykaline@gmail.com](mailto:Janiellykaline@gmail.com)

*Departamento de Engenharias  
UFERSA, Rio Grande do Norte, Brasil.*

**Abstract.** Structural analysis consists of identifying and predicting the behavior of the structure in the analytical, experimental and numerical fields. For this, physical and mathematical theories resulting from the formalization of structural engineering are used. Numerical modeling is the study of mathematical problem approximation algorithms that converge to the real solution of the problem through computational aid. Beams are generally structures used to resist transverse stresses along the longitudinal axis and to transmit these loads to other structures. This type of element has internal forces such as bending and shear. Bending bending causes a deformation of the pieces, which is determined by the elastic line, resulting in displacement along the axis, the deflection. Thus, this work will have as main objective to perform analytical and numerical study of an isostatic steel beam. After the analytical study, the elaboration of the numerical model through the Finite Element Method (FEM) through the SAP2000 modeling software will be made. Then we will compare the values obtained with the methods used. According to the analytical and numerical results one can infer the effectiveness of the numerical analysis performed, highlighting the efficiency of the nonlinear analysis, in view of the approximation of the results obtained through SAP2000, as well as the refinement of the results. The paper also presents results on the influence of beam variation on deflection analysis, showing that the greater the stiffness of the profile, the smaller the displacement in the vertical axis.

**Keywords:** Deflection on axes, Metal structures, Numerical modeling.

## **1 Introdução**

A análise estrutural de um elemento deve-se atentar para as variáveis correspondentes à estrutura bem como, bastante atenção para que se chegue à solução do problema. Segundo Hibbeler [1], a resistência de um material depende da sua capacidade de resistir uma determinada carga sem que haja deformação ou ruptura. Além disso, as características físicas e da organização intermolecular, são de grande importância e próprias de cada elemento, o que resulta assim, na diferenciação de material para material.

A análise numérica ou modelagem numérica, de acordo com Buffoni [2], trata-se do estudo de algoritmos de aproximação de problemas matemáticos. Para tal análise, existem diversos softwares que se utilizam de métodos como, por exemplo, o Método dos Elementos Finitos (MEF), que convergem para a solução do problema apresentando os resultados numéricos.

Dentre as divisões das diversas formas de análise numérica, há dois tipos que podem ser necessárias fazer: a linear e não linear. Por definição de Fontes & Pinheiro [3], a linearidade considera os materiais elástico-lineares. A elasticidade de um material está associada à tendência de voltar à configuração inicial, após ter sofrido deformações decorrentes de ações externas. Além disso, considera-se uma relação linear entre tensões e deformações, dada pelo módulo de elasticidade (E), valor este que é característico de cada material. Como simplificação, pode-se utilizar, para cálculo da rigidez dos elementos estruturais lineares, o momento de inércia da seção bruta da estrutura.

Já a análise não linear de um material é aquela que apresenta uma relação de não linearidade entre tensões e deformações, ou seja, essa relação não pode ser definida por uma constante, sendo bem mais precisa que a análise linear, porém necessita de artifícios matemáticos e computacionais avançados para se tratar desse tipo de análise em estruturas complexas. Esse tipo de resolução se dá a partir das iterações, refinando cada resultado até que se chegue a uma solução mais aproximada possível da solução geral.

Dentre os diversos elementos estruturais existe a viga, que segundo Soriano [4] é uma peça longa e esbelta que pode ser confeccionada por alguns materiais como madeira, aço e concreto. O principal papel que a viga representa em uma estrutura é a recepção de cargas transversais e a transmissão de esforços para os pilares.

Estes esforços ocasionam a flexão nas vigas que Hibbeler [1] define como um tipo de sollicitação que ocorre em peças compridas e finas submetidas a cargas transversais. A influência do momento fletor predomina em relação a influencia de qualquer outro tipo de esforço interno que atue na seção reta da peça. Numa peça em flexão a tendência de deformabilidade é um encurvamento longitudinal segundo um plano que pode ou não coincidir com o próprio plano de cargas. Diante do exposto, esse trabalho pretende realizar um estudo analítico e numérico em uma viga de aço submetida à flexão. Este estudo fará a resolução do problema, seguido da comparação entre os métodos de análises, obtendo seus esforços internos, reações e deflexões. O software de modelagem numérica utilizado será o SAP2000 e a partir da comparação, será analisado o refinamento dos resultados numéricos bem como a interferência da variação da seção transversal das vigas nos resultados dos deslocamentos.

Tal pesquisa apresenta importância na área da construção civil devido o contato diário com situações em que não se consegue fazer a manipulação de todas as variáveis envolvidas em questão. Dessa forma o método dos elementos finitos se mostra uma ferramenta de grande utilidade para que se chegue a um resultado real, ou o mais próximo possível acerca das propriedades do material em análise, das reações de apoios e do seu comportamento devido aos esforços internos, além de fornecer a interface gráfica do problema.

## **2 Fundamentação teórica**

A análise estrutural, segundo Martha [5], estabelece uma previsão do comportamento da estrutura com relação aos efeitos de suas cargas. Para isso se utilizam todas as teorias físicas e matemáticas resultantes da formalização da engenharia estrutural. A análise estrutural moderna trabalha com quatro níveis de abstração para a estrutura que será analisada, sendo elas: estrutura real,

modelo estrutural, modelo discreto e modelo computacional. Esta análise resulta nos cálculos de tensão, deformação, inclinação, forças internas, reações de apoio, aceleração e estabilidade da estrutura.

O comportamento da estrutura pode ser expresso por diversos parâmetros, através das análises, tais como pelos campos de tensões, deformações e deslocamentos na estrutura. De uma maneira geral, a análise estrutural tem como objetivo a determinação de esforços internos e externos (cargas e reações de apoio), e das correspondentes tensões, bem como a determinação dos deslocamentos e correspondentes deformações da estrutura que está sendo projetada. Essa análise deve ser feita para os possíveis estágios de carregamentos e solicitações que devem ser previamente determinados, afirma o autor.

## **2.1 Elementos Finitos**

Soriano [4] discute sobre as diversas situações nas quais uma viga pode estar restringida e submetida a diversos carregamentos, bem como variação da seção transversal resultam em diversas formas de modelagem e seções diferentes, pelo fato da interligação de todos os fatores e graus de liberdade, isto, pois, por vezes o cálculo analítico encontra dificuldades de resolução diante de modelos diferentes da normalidade dos cálculos e de métodos bastante complexos de aproximação de funções levando em conta todas as variáveis existentes, afim de que se chegue ao resultado exato que por muitas vezes é inexistente.

O autor afirma na sua abordagem sobre elementos finitos, que: “Não há modelo matemático que expresse exatamente o comportamento real”. A busca desse resultado exato, ou pelo menos da melhor aproximação deste resultado pode ser obtido por diversas maneiras, pois a partir do momento que o método da resolução matemática se mostra bastante complexo para resolver o problema, em contrapartida existe alguns métodos de programação utilizando algumas técnicas de manipulação algébricas e estruturais, como o Método dos elementos finitos (MEF).

O método dos elementos finitos, para Soriano [4] é uma análise genial da estrutura, pois consegue refinar todos os resultados em uma malha e lidar com todas as variáveis sob controle na modelagem numérica, o que se mostra bastante improvável de acontecer analiticamente, ainda mais quando se trata de uma análise não linear que necessita de diversas iterações de funções.

Azevedo [6] ao discorrer sobre os elementos finitos e as teorias matemáticas envolvidas, afirma que na modelagem numérica todas as propriedades assim como todos os graus de liberdade da estrutura devem estar bem estabelecidas. Todos os pontos nodais da malha devem também estar bem definidos no plano cartesiano em relação à dimensão adotada. Tendo em vista os conceitos de análise matricial e modelagem numérica, Soriano [4] enfatiza que o resultado final estabelecido deve ser satisfatório, porém deve ser comparado com a forma de resolução analítica e comparada a fim de que se convirja para a solução do problema.

## **2.2 Software de modelagem numérica SAP2000**

Diversos programas são utilizados atualmente em análise de estruturas através dos elementos finitos devido a sua convergência mais próxima possível do modelo real com o refinamento mais minucioso possível da malha do objeto. O SAP2000 traz essa análise de uma forma bem abrangente e sendo um programa de modelagem com uma interface gráfica bastante entendível.

Por definição CSI Portugal [7], o programa utiliza elementos finitos, com interface gráfica 3D orientado a objetos, preparado para realizar de forma totalmente integrada, a modelação, análise e dimensionamento do mais vasto conjunto de problemas de engenharia de estruturas.

Devido a grande versatilidade do programa CSI Portugal [7] é possível à utilização do programa para realizar dimensionamento de pontes, edifícios, estádios, barragens, estruturas industriais, estruturas marítimas e qualquer outro tipo de infraestruturas que necessitem de ser analisadas e dimensionadas. No software se pode obter análise de diversos materiais e seções variadas e ainda gerar automaticamente resultados considerando o peso próprio, cargas de vento, sismos, veículos, tornando possível a visualização dos diagramas e deformações da estrutura bem como suas reações em cada ponto nodal devido à estrutura analisada pelo método dos elementos finitos.

Desde simples modelos estáticos utilizados em análises 2D, a modelos mais complexos e de grandes dimensões que requerem análises avançadas não lineares, o programa SAP2000 é a solução mais eficiente e produtiva para os engenheiros de estruturas em geral.

### **2.3 Determinação de deflexões em vigas**

Hibbeler [1] discorre muito bem sobre a determinação de deflexões em vigas ao se referir à linha elástica. O autor indica que antes de começar os cálculos, deve-se realizar um rascunho no diagrama da deflexão do eixo longitudinal que passa pelo centroide de cada área da seção transversal da viga. Algumas estruturas podem ser facilmente exemplificadas ao conhecer as suas restrições e pra onde serão as deformações. Vale salientar as condições de continuidade e contorno de uma estrutura, como classifica Hibbeler [1], uma força, como um pino, restringe o deslocamento, e os apoios que resistem a um momento, como uma parede fixa, restringem a inclinação e o deslocamento.

Hibbeler [1] ressalta a importância da relação momento curvatura como um dos principais pontos para o entendimento da deflexão em eixos, que relaciona o momento fletor interno com o raio de curvatura  $\rho$  da curva da linha elástica em um ponto.

O autor exemplifica tal importância partindo de um caso comum de uma viga retilínea deformada elasticamente a partir de um carregamento transversal ao seu eixo longitudinal. A deformação da viga é, portanto causada pela força cortante interna e o seu momento fletor, sendo que quanto maior o comprimento da viga em relação a sua espessura, maior se torna a flexão da peça, ocasionando o deslocamento, no qual se chama deflexão.

### **2.4 Perfis estruturais em vigas de aço**

As usinas siderúrgicas produzem aço para utilização sob diversas formas: Chapas, Barras, Perfis laminados, fios trefilados, cordoalhas e cabos, afirma Pfeil [8]. O aço, para os primeiros três tipos de perfis são fabricados em laminadores, que através da sofisticação dos maquinários dão forma ao elemento estrutural final com a seção desejada.

Ao decorrer do trabalho será feita análise acerca dos perfis laminados e soldados, estes que por sua vez possuem grande eficiência estrutural e podem apresentar perfis do tipo: I, H, C, L e T, como definem os autores.

Chamberlain [9] ressalta a grande variedade de formas de perfis de aço e a grande utilização desses elementos em vigas e colunas, no Brasil. O autor discorre ainda sobre a grande combinação de perfis em composições estruturais de aço que correspondem muito bem aos esforços solicitados nas estruturas devido às propriedades do material metálico, levantando discussão ainda sobre a escolha dos perfis diante da norma NBR 5884:2005 [10] na qual orienta sobre a padronização de perfis de aço.

Pfeil [8] discorre sobre o índice de esbeltez das peças, definindo como a relação entre o comprimento  $L$  entre os pontos de apoio lateral e o raio de giração mínimo ( $I_{min}$ ) da seção transversal. Nas peças tracionadas o índice de esbeltez não tem influencia direta, uma vez que o esforço de tração tende a retificar a haste. Muito embora isto aconteça, as normas fixam limites superiores do índice de esbeltez de peças tracionadas com a finalidade de reduzir efeitos vibratórios provocados por impactos, ventos e etc, como exemplifica o autor.

### **2.5 Pesquisas com desenvolvimento de modelos numéricos**

Eka Juliafad [11] realizou uma pesquisa com finalidade da obtenção do modelo numérico de elementos finitos não lineares para vigas de concreto reforçado e depois reforçada com Faixa de Fibra de carbono na área de flexão, seguido da comparação entre os métodos de análises. Um modelo numérico foi desenvolvido usando elementos finitos não lineares no software ATENA V.2.1.10 e GID como pré-processador em validação do modelo comparado com os resultados experimentais de Ngudiyono [12]. O modelo numérico resultou nesta pesquisa mostrando os padrões de fissuras e propagação da rachadura com o aumento dos incrementos de carga. Em outra parte, o comportamento do modelo também foi observado em termos de curva carga-deslocamento de concreto armado antes

do fogo e concreto armado pós fogo, na 1ª Conferência Internacional de Avanço e Inovação Científica (ICASI). Os resultados obtidos na pesquisa foram satisfatórios quanto ao método de análise não linear dos elementos estruturais em comparação com o método experimental, pois Eka Juliafad [11] afirma que a relação de carregamento e deflexão apresentaram o mesmo comportamento nas análises. A relação de tensão e de deformação de cada feixe do concreto também foi observado para cada etapa de carregamento. A análise para o comportamento não linear apresentou excelentes resultados no comportamento do material, afirma o autor. Os valores específicos do modelo numérico quanto a rigidez apresentaram, para AFB e CAFB, que são modelos analisados no experimento, maiores valores no método experimental com relação ao numérico sendo respectivamente 64% e 45%, enquanto o valor de ductilidade obtido a partir do experimento também foi menor em torno de 41% e 17% em comparação numérica.

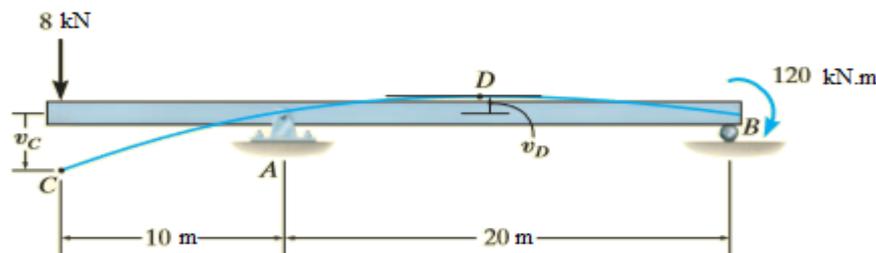
A partir disso, Eka Juliafad [11] concluiu que a modelagem numérica não linear utilizada em uma das análises mostraram uma boa concordância com os resultados experimentais e numéricos, mostrando o bom modelo numérico analisado em comparação com a condição real. O autor afirma ainda, que mesmo que a comparação de rigidez entre os modelos de viga sejam diferentes, a curva de carga de deslocamento e o padrão de rachadura resulta em um bom resultado.

DAN. D [13] realizou uma análise numérica e experimental sobre o comportamento de juntas compostas de aço e aço-concreto sob cargas simétricas e assimétricas utilizando o SAP2000. O autor realizou dois tipos de análises, a linear e a não linear observando ainda as zonas elásticas e inelásticas do material. DAN. D [13] afirma que no projeto de estruturas compostas localizadas em áreas sísmicas, o projetista deve conceber o mecanismo de falha da estrutura, assim, algumas deformações inelásticas devem ser concentradas em zonas pré-definidas, a fim de obter uma dissipação eficiente da energia sísmica. Uma abordagem teórica e um programa de testes experimentais foram desenvolvidos na Universidade "Politehnica" de Timisoara para uma junta específica de aço e compósito (aço-concreto), usada na construção de um prédio administrativo em Timisoara. A análise numérica foi realizada na faixa elástica e pós-elástica, via método numérico.

O trabalho apresentou um estudo comparativo entre a análise numérica (faixa elástica e pós-elástica) para as cargas simétricas do aço e das juntas compostas de aço-concreto e cargas assimétricas. Os resultados também foram comparados com os dados registrados do teste experimental realizado em juntas de aço e compósitos, sob cargas simétricas, obtendo como resultados das análises a ótima análise do modelo numérico em comparação com o modelo experimental, ainda mais quando se tratou da análise não linear em faixa pós-elástica, obtendo um refinamento dos resultados e expressando a confiabilidade depositada no software para apresentar os resultados quando comparados ao modelo real.

### 3 Materiais e métodos

O problema específico que foi utilizado para análise foi de uma viga biapoiada em balanço. O elemento estrutural se encontra com apoios de segundo e primeiro gênero nos pontos A e B, posicionados em 10 e 30 metros, respectivamente, a partir do ponto zero da estrutura, analisando da esquerda para a direita. O ponto C fica localizado em balanço no ponto 0 metros da viga e é o ponto a ser estudada a deflexão na estrutura. Os carregamentos se encontram nos pontos C e B, com uma força pontual de 8 kN no primeiro e um momento concentrado no segundo, com sentido horário de 120 kN.m. Para melhorar a forma de análise, este problema será codificado como M2, como ilustra a Figura 1.



**Figura 1:** Problema Analisado: Hibbeler (2010)

A análise do problema foi feita considerando o aço-36, que tem módulo de elasticidade igual 200GPa. O peso próprio da estrutura foi desconsiderado, e considerado como aço estrutural.

Para M2, o exemplo não especifica o tipo da seção, apenas deixa a equação da linha elástica em função da sua rigidez, a partir disso, foram adotados três tipos de seções em T à estrutura para resolução dos cálculos das deflexões em C. Estes perfis serão codificados da seguinte forma:

**Quadro 1:** Perfis

PERFIS	NOMENCLATURA
WT265X98	M2-I
WT380X142	M2-II
WT460X223	M2-III

A partir deste modelo, a análise pôde ser feita desde as reações nos apoios até os resultados gerados pela flexão: inclinação e deslocamento. Vale salientar, ainda que no modelo numérico, a estrutura foi dividida através da discretização das malhas via elementos finitos. Dessa forma, com a variação dimensional das seções e o refinamento dos modelos se pretende discutir a viabilidade da modelagem numérica e do (MEF) em função da dos resultados mais aproximados da realidade, em comparação com a resolução analítica.

### 3.1 Determinação analítica das deflexões

Para determinação analítica das deflexões foi utilizado o método da inclinação e deslocamento por integração, que consiste em integrar cada equação de momento de cada trecho da estrutura. Os trechos são separados por descontinuidade podendo ser elas: com forças pontuais, início ou fim de cargas distribuídas e apoios. A equação 1 mostra a equação da linha elástica por integração, onde  $v$  representa o deslocamento da viga.

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \tag{1}$$

O somatório de forças e momentos foi feito para se determinar as reações de apoios da estrutura. Feito isto, com o diagrama de corpo livre do elemento foram determinadas as seções e, por conseguinte as equações de esforços cortantes e momentos fletores. Cada integração de cada equação gera uma constante de integração, resultando em quatro constantes de integração, tendo em vista que cada modelo possui duas equações de momento fletor.

As condições de contorno e continuidade apresentam situações em que se é possível saber o valor das equações de inclinação e deslocamento da estrutura em determinados pontos, facilitando assim e tornando trivial a solução dos valores das constantes de cada equação, partindo da igualdade das equações de contorno e continuidade, dado um valor posicional da viga em que se é conhecido o valor das incógnitas.

### 3.2 Elaboração do modelo numérico

Na elaboração do modelo numérico foi utilizado o software de modelagem numérica SAP2000 para confecção do elemento estudado neste trabalho. O tipo de análise realizada no modelo computacional foi à análise não linear, com finalidade a finalidade de aproximar o modelo numérico da realidade, bem como seus resultados.

Para refinar o modelo através da utilização dos elementos finitos foi feita a divisão em diversas repartições, com a criação de uma malha refinada 500x100, gerando uma nova análise.

O fluxograma apresenta o seguimento realizado para cada análise, tanto numérico quanto analítica, e em seguida, a figura 3 demonstra a representação da modelagem no programa.

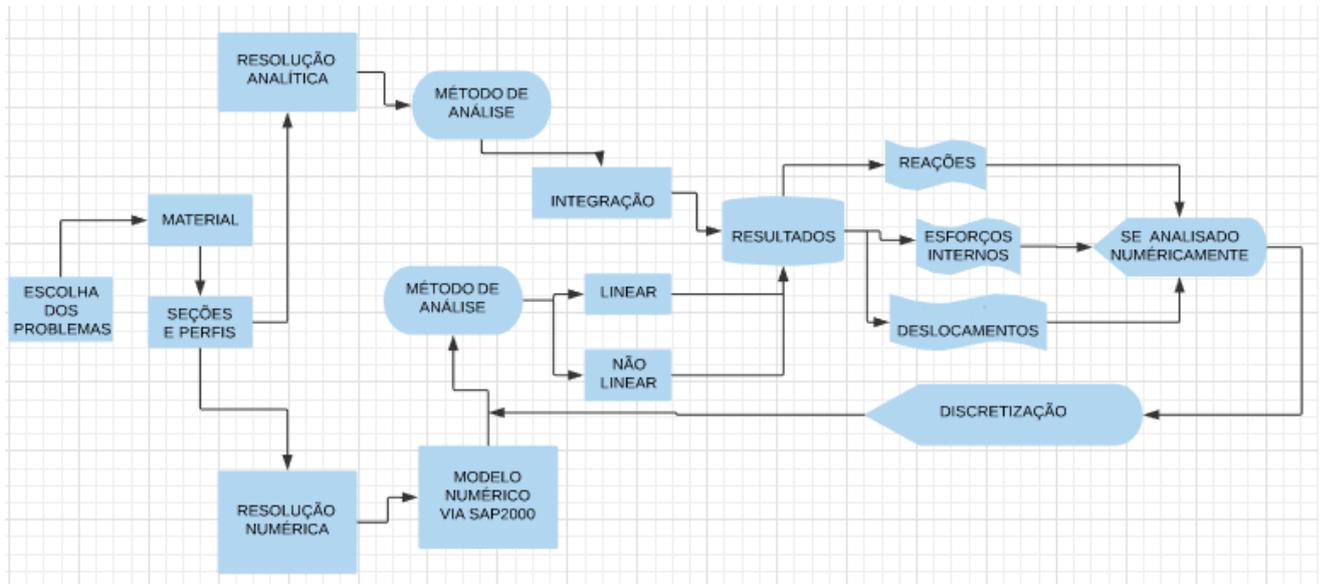


Figura 2: Fluxograma

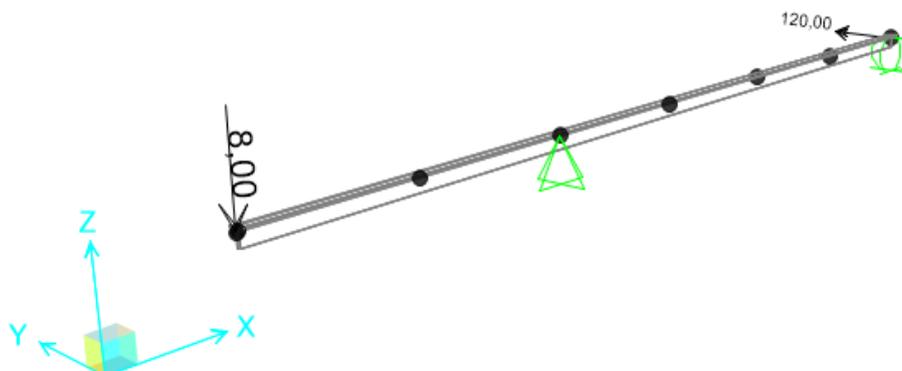


Figura 3: Modelo numérico

## 4 Resultados e discussões

### 4.1 Resultados do método analítico

Os pontos em discussão do modelo numérico estão destacados e cotados na Figura 4 representados pela figuração da linha neutra da viga para comparação de modelos numéricos. Estes pontos são considerados pontos de interesse das estruturas tendo em vista os esforços reativos após a adição dos carregamentos. Tais pontos foram inseridos em possíveis locais de máximos e mínimos esforços, além de pontos médios, com a intenção de se obter a análise com mais propriedade em relação ao comportamento do elemento. A figura apresenta o modelo elaborado no SAP2000



Figura 4: M2

As reações nos apoios 3 e 7 calculadas analiticamente para M2 também foram obtidas através das equações de equilíbrio e apresentaram valores como ilustra a Tabela 1.

Tabela 1: Reações nos apoios

APOIOS	REAÇÕES
MÉTODO ANALÍTICO	kN
3	6
7	2

Os resultados dos esforços internos: cortantes e momentos fletores obtidos analiticamente nos pontos 1, 3, 5 e 7 estão representados na Tabela 2.

Tabela 2: Esforços internos

PONTOS	ESFORÇO CORTANTE	MOMENTO FLETOR
MÉTODO ANALÍTICO	kN	kN-m
1	8	0
3	8	-80
5	2	-100
7	2	-120

Quanto aos resultados analíticos dos deslocamentos, que foram obtidos através do método da integração, estão apresentados na Tabela 3 e demonstram os valores quanto à variação de perfis adotados na análise.

**Tabela 3:** Resultados dos deslocamentos

DESLOCAMENTOS DO MODELO ANALÍTICO- PERFIS			
PONTOS	M2-I (cm)	M2-II (cm)	M2-III (cm)
1	-79,78	-26,31	-11,76
3	0	0	0
5	33,24	10,96	4,90
7	0	0	0

## 4.2 Resultados do modelo numérico

Para se obter o refinamento dos modelos e visualizar as aproximações dos resultados, a análise numérica foi realizada através da não linearidade, com a utilização do método dos elementos finitos (MEF) e da discretização dos modelos. Isto, pois ao utilizar a análise numérica linear, os problemas apresentam soluções triviais, com o estudo em materiais isotrópicos, onde não há necessidade de muitas iterações para que se chegue à solução real do problema, além de seguir um modelo contínuo. Diante disso a divisão do modelo não permite o refinamento dos resultados de deslocamentos, tendo em vista as condições de simplicidade dos carregamentos, tamanho e seções dos vãos e várias outras variáveis que não são consideradas, gerando assim um resultado direto, diferentemente da análise não linear que aproxima o modelo numérico da situação real ao considerar os vários graus de liberdade e variáveis que não se consegue obter resolução pelo método analítico, sendo necessário utilizar métodos iterativos de funções com a aplicação dos elementos finitos em divisões do elemento. A malha utilizada foi de 500x100 cm. Os resultados estão apresentados nas tabelas abaixo.

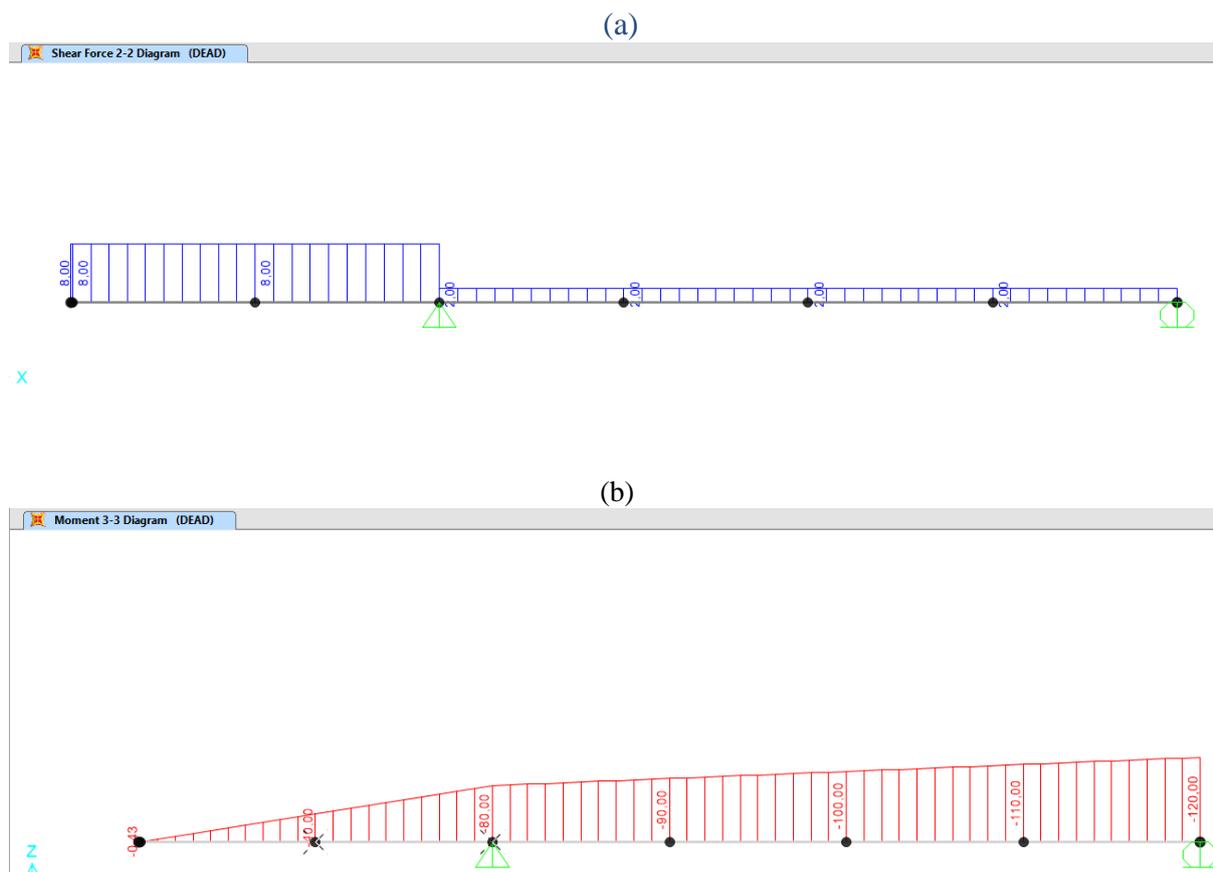
A tabela 4 apresenta o valor obtido numericamente das reações, e a Tabela 5, os valores dos esforços internos. A Figura 5 apresenta os esforços na modelagem M2.

**Tabela 4:** Reações nos apoios

PONTOS	TIPO DE ANÁLISE	REAÇÕES
MODELAGEM NUMÉRICA		KN
3	NÃO LINEAR	6
7	NÃO LINEAR	2

**Tabela 5:** Esforços internos

PONTOS	TIPO DE ANÁLISE	ESFORÇO CORTANTE	MOMENTO FLETOR	POSIÇÃO
MÉTODO NUMÉRICO		kN	kN-m	m
1	NÃO LINEAR	8	1,091E-11	0
2	NÃO LINEAR	8	-40	5
3	NÃO LINEAR	8	-80	10
4	NÃO LINEAR	2	-90	15
5	NÃO LINEAR	2	-100	20
6	NÃO LINEAR	2	-110	25
7	NÃO LINEAR	2	-120	30



**Figura 5:** Esforço cortante (kN) (a); Momento fletor (kN.m) (b)

Os deslocamentos numéricos do problema M2 foram obtidos e exportados do Software, apresentados na Tabela 6. Os valores das deflexões constam análises nos pontos críticos da estrutura.

**Tabela 6:** Deslocamentos

DESLOCAMENTOS DO MODELO - PERFIS				
PONTOS	M2-I (cm)	M2-II (cm)	M2-III (cm)	
1	-79,80	-26,32	-11,77	
2	-36,57	-12,06	-5,39	
3	0	0	0	
4	24,10	7,94	3,55	
5	33,24	10,96	4,90	
6	25,76	8,49	3,79	
7	0	0	0	

### 4.3 Resultados comparativos entre as análises

A modelagem M2, que foi realizada em uma análise não linear apresenta os valores comparativos entre os perfis com relação ao tipo de análise, dispondo das respectivas discrepâncias entre os valores na Tabela 7. Quanto aos esforços reativos e internos, os dois métodos de análises convergiram para o mesmo resultado.

**Tabela 7:** Deflexão

DESLOCAMENTOS DO MODELO - ANÁLISE NUMÉRICA-ANALÍTICA									
PONTOS	M2-I-(cm)		Discrepância	M2-II-(cm)		Discrepância	M2-III-(cm)		Discrepância
	ANÁLISE Numérica	Analítica	%	Numérica	Analítica	%	Numérica	Analítica	%
1	-79,80	-79,78	0,0217	-26,32	-26,31	0,022	-11,76	-11,77	0,022
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	33,24	33,24	0	10,96	10,96	0	4,90	4,90	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

#### 4.4 Resultados comparativos dos deslocamentos com o refinamento de malhas entre os modelos

O modelo, a princípio foi realizado a modelagem com a análise linear do elemento, porém o refinamento da estrutura só apresentou resultados significativos nos valores entre as deflexões, quando o deslocamento máximo no ponto 1 foi de 13 metros e com o perfil mais esbelto que a peça poderia ter, o que é inexistente, se tratando da realidade dos problemas.

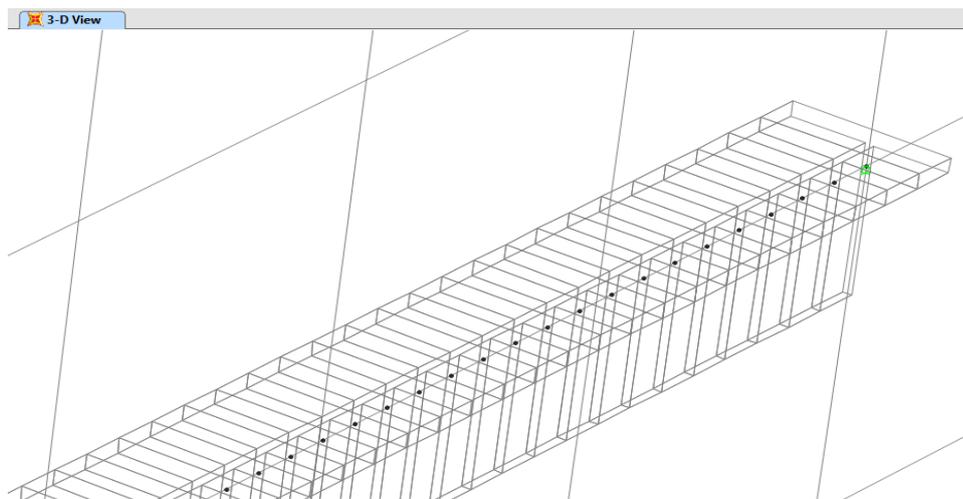
Para ser possível aplicar os elementos finitos em um problema mais complexo e que mais se aproximasse da realidade, foi feita uma análise não linear, que considera a descontinuidade do elemento, bem como as suas imperfeições, não obedecendo à lei de Hooke, sendo não linear entre o princípio de força e deslocamento, se aproximando das impossibilidades de se analisar uma estrutura real analiticamente.

Com base na Tabela 8, se observa a diferença entre os deslocamentos após a aplicação dos elementos finitos,

**Tabela 8:** Refinamento dos modelos

DESLOCAMENTOS DO MODELO - ANÁLISE NUMÉRICA-ANALÍTICA									
PONTOS	M2-I-(cm)		Discrepância	M2-II-(cm)		Discrepância	M2-III-(cm)		Discrepância
	Sem		%	Sem		%	Sem		%
	Refinamento	Refinado		Refinamento	Refinado		Refinamento	Refinado	
1	-79,80	-79,54	0,331	-26,32	-26,31	0,332	-11,771	-11,770	0,332
2	-36,57	-36,46	0,300	-12,067	-12,063	0,301	-5,3956	-5,3953	0,301
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	24,10	24,05	0,2	7,949	7,947	0,2	3,5539	3,5538	0,2
5	33,24	33,19	0,164	10,964	10,963	0,165	4,902	4,901	0,165
6	25,76	25,72	0,148	8,497	8,496	0,148	3,799	3,798	0,148
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A Figura 6 mostra o resultado da discretização do M2 como um elemento finito, com a divisão de malhas de 500x100 cm em uma visão tridimensional do modelo.



**Figura 6:** Elemento finito- Malha 500x100

#### 4.5 Comparação quanto aos resultados da variação dos perfis

Os resultados também apresentaram grandes diferenças quanto aos seus valores de deflexão nas variações dos perfis. O aumento do perfil na análise não linear resultou em uma modelagem muito específica e convergente de cada seção. Os resultados estão expostos na Tabela 9 e com os perfis de deslocamento no gráfico 1.

O perfil de menor momento de inércia foi o modelo M2-I, que por sua vez apresentou um valor consideravelmente elevado de deslocamento no vão, que ocorreu no ponto 1 para todos os modelos.

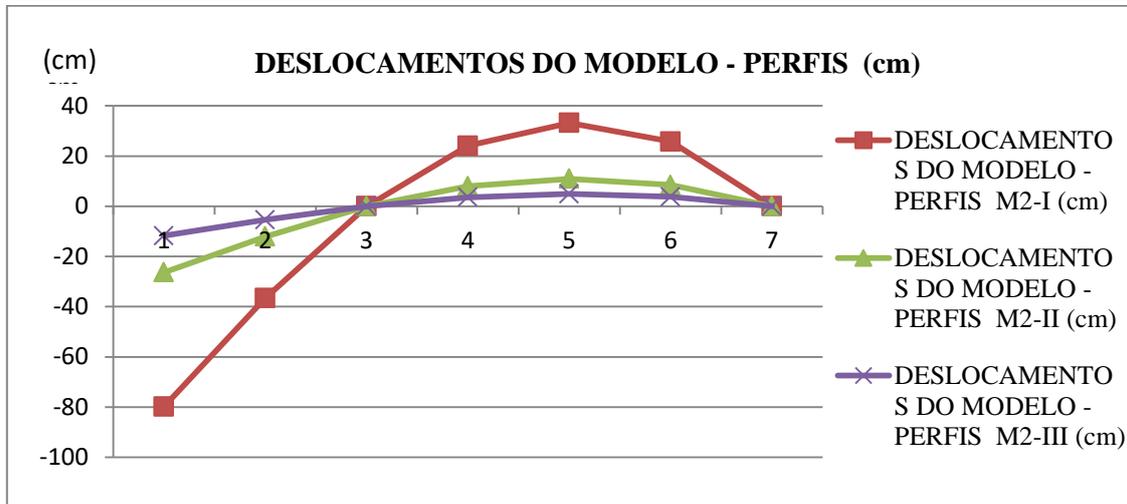
O perfil M2-I foi escolhido como um perfil intermediário entre os outros dois, porém a diferença de deslocamento em relação ao M2-I foi muito grande, obtendo uma deflexão bem menor do que o primeiro modelo.

A modelagem para o perfil M2-III foi a que apresentou melhores valores de deflexões, tanto positivas quanto negativas. Em relação ao tamanho dos vãos e aos outros modelos, este perfil, que possui maior momento de inércia também é o que apresenta os melhores valores para as deflexões, sendo o perfil que melhor suporta os carregamentos sem sofrer grandes deflexões.

**Tabela 9:** Refinamento dos modelos

DESLOCAMENTOS DO MODELO - PERFIS			
PONTOS	M2-I (cm)	M2-II (cm)	M2-III (cm)
1	-79,80	-26,32	-11,77
2	-36,57	-12,06	-5,39
3	0	0	0
4	24,10	7,94	3,55
5	33,24	10,96	4,90
6	25,76	8,49	3,79
7	0	0	0

Gráfico 1: Deslocamentos dos modelos



4.6 Resultados comparativos dos perfis com o refinamento de malhas

As análises quanto ao refinamento do perfil geraram valores mais aproximados da deflexão na estrutura. Praticamente todos os valores dos perfis obtiveram aproximação mais precisa possível em relação à análise linear. O erro no qual resultaram as diferenças foram praticamente iguais entre os perfis, dessa forma, com o erro tendendo a convergir para um erro muito baixo, analisar estruturas não lineares que sejam complexas resulta em uma modelagem bem mais precisa, como mostra a Tabela 10.

Tabela 10: deslocamentos e análises

DESLOCAMENTOS DO MODELO - ANÁLISE NUMÉRICA-ANALÍTICA									
PONTOS	M2-I-(cm)		Discrepância %	M2-II-(cm)		Discrepância %	M2-III-(cm)		Discrepância %
	Sem Refinamento	Refinado		Sem Refinamento	Refinado		Sem Refinamento	Refinado	
1	-79,80	-79,54	0,331	-26,32	-26,31	0,332	-11,771	-11,770	0,332
2	-36,57	-36,46	0,300	-12,067	-12,063	0,301	-5,3956	-5,3953	0,301
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	24,10	24,05	0,2	7,949	7,947	0,2	3,5539	3,5538	0,2
5	33,24	33,19	0,164	10,964	10,963	0,165	4,902	4,901	0,165
6	25,76	25,72	0,148	8,497	8,496	0,148	3,799	3,798	0,148
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## 5 Considerações finais

Em M2 foi possível determinar a taxa de erro mínima (0,022%) entre os valores analíticos e numéricos, mesmo sendo um problema mais complexo, Assim demonstrando o valor de refinamento em relação aos tipos de análises.

Taxa de discrepância máxima entre os perfis mais esbeltos foi praticamente igual entre os problemas, com o valor de (0,33%), que corresponde ao valor de refinamento. A modelagem não linear se mostrou uma ferramenta muito eficiente na análise de estruturas, mostrando a aproximação do modelo real que se sobressai em seus resultados.

Quanto à variação de perfis, pode-se afirmar que tanto na análise analítica quanto numérica que o aumento do perfil reduz a deflexão.

Os elementos finitos como método de análise para resolução de problemas estruturais no SAP2000 se apresentam como uma importante ferramenta de refinamento dos resultados, ao se tratar desta análise, um problema com muitos graus de liberdade, sendo analiticamente indeterminável devido não se conseguir manipular todas as variáveis envolvidas.

É importante destacar a aproximação do erro de todos os problemas, convergindo para praticamente um mesmo resultado, como mostram as tabelas de comparações. A partir disso, os elementos finitos ao apresentarem resultados para cada divisão da estrutura, como uma partícula infinitesimal, possibilita ao software refinar os resultados da solução real do modelo.

## Referências

- [1] HIBBELER, R.C. Resistência dos Materiais. 7ª ed. São Paulo: Pearson Education, 2010. 637 p.
- [2] BUFFONI, S.S.O. Apostila de introdução aos métodos numéricos - parte I. Universidade Federal Fluminense, 2002. 44p.
- [3] FONTES, F.F.; PINHEIRO, L.M. Tipos de análise estrutural para elementos lineares segundo a nbr 6118:2003, Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 11, n. 48, p. 117-141, 2009.
- [4] SORIANO, L.S. Análise de estruturas. formulação matricial e implementação computacional. SÃO PAULO: CIÊNCIA MODERNA LTDA. 2005. 360 P.
- [5] MARTHA, L.F. Análise das estruturas: Conceitos e Métodos Básicos 2ª ed. Rio de Janeiro: ELSEVIER, 2017. 581 p.
- [6] AZEVEDO, A.F.M. Método dos elementos finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 248 p.
- [7] CSI, PORTUGAL. Computers and Structures, Inc. a, c2019. Página inicial. Disponível em: <<https://www.csiportugal.com/>>. Acesso em: 15 de jul. de 2019.
- [8] PFEIL, W.C.; PFEIL, S.M. Dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008. 8ª ed. Rio de Janeiro: Gen, 2013. 357 p.
- [9] CHAMBERLAIN, Z. et al. Projeto e cálculo de estruturas de aço: Edifício industrial detalhado. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013. 235 p.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 5884:2005 – Perfis soldados. Rio de Janeiro, 2005.
- [11] Eka Juliafad et al. Nonlinear Finite Element Method Analysis of After Fire Reinforced Concrete Beam Strengthened with Carbon Fiber Strip. Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1175 (2019) 012019.
- [12] NGUDIYONO. Perilaku Lentur dan Geser pada Balok Pasca Bakar dengan menggunakan Carbon Fiber Strip (CFS). unpublished manuscript, thesis S2, Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, (2002)
- [13] Dan, D et al. Numerical analysis and experimental studies concerning the behaviour of steel and steel-concrete composite joints under symmetrical and asymmetrical loads. 3rd International Conference on Steel and Composite Structures, ICSCS07 - Steel and Composite Structures; Manchester; United Kingdom; 30 July 2007 through 1 August 2007; Code 74053.