

HOMOGENEIZAÇÃO ELÁSTICA DE ALVENARIA UTILIZANDO MECÂNICA DAS ESTRUTURAS GENE

Francisco P. A. Almeida

patrick@lccv.ufal.br

Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV), Centro de Tecnologia (CTEC), Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

Campus A.C. Simões, Av. Lourival Melo Mota, s/n, Tabuleiro do Martins, 57072-900, Maceió-AL, Brasil

Paulo B. Lourenço

pbl@civil.uminho.pt

Institute for Sustainability and Innovation in Structural Engineering (ISISE), Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade do Minho

Azurém, 4800-058, Guimarães, Portugal

Resumo. A alvenaria é um material compósito formado por unidades e juntas, altamente anisotrópico e de caracterização muito difícil. O presente artigo apresenta de forma inédita a aplicação de mecânica das estruturas gene (MEG) à homogeneização de alvenarias. Uma vez que se trata de uma técnica semi-analítica, MEG reduz consideravelmente o custo computacional e mantém a mesma precisão de análises tridimensionais (3D), por exemplo, pelo método dos elementos finitos (MEF). Outras características interessantes são a possibilidade de obtenção de propriedades 3D a partir da solução de problemas 1D ou 2D e a não necessidade de aplicação de condições de contorno. Nos exemplos analisados, são calculadas as constantes elásticas 3D da alvenaria, considerada como material anisotrópico, a partir do módulo de elasticidade longitudinal e coeficiente de Poisson dos blocos (ou unidades) e das juntas de argamassa, considerados como isotrópicos. Os resultados obtidos são comparados com diversos métodos, numéricos ou teóricos, de diferentes autores, inclusive com uma análise 3D do MEF, e apresentam perfeita concordância, mesmo para relações entre os módulos de elasticidade dos blocos e da argamassa grandes. Assim, os resultados apresentados no artigo mostram que o método MEG pode ser utilizado com sucesso na homogeneização de alvenarias e apresenta vantagens com relação a outros métodos para o mesmo fim.

Palavras-chave: Alvenaria, Homogeneização, Mecânica das estruturas gene, Modelagem multi-escala, Modelagem constitutiva.

1 Introdução

Alvenaria é um material compósito formado pelo arranjo manual e individual de unidades ligadas por juntas, sendo um dos primeiros materiais de construção, e que pode ter função de vedação ou estrutural. As unidades, que são os elementos principais da alvenaria, podem ser de material cerâmico, concreto, argila, material rochoso, vidro, entre outros, reforçados ou não. As juntas de argamassa podem apresentar diferentes composições e traços, por exemplo: (1:1:6) em (cimento:cal:areia, por volume); também é possível a utilização de algum aditivo.

Apesar de geralmente não ser vista como um material de alta tecnologia, a alvenaria é um material de caracterização muito difícil. Em geral, as propriedades mecânicas dos próprios materiais constituintes, ou seja, unidades e juntas, são de difícil obtenção, especialmente as juntas de argamassa. Apesar das alvenarias modernas apresentarem arranjos periódicos, as diferentes possibilidades de disposição entre as unidades também pode ser mais um fator a ser considerado na obtenção das propriedades do material. Em função do arranjo entre as unidades e as juntas (horizontais e verticais) e uma vez que as juntas normalmente possuem rigidez bem menor que os blocos, a alvenaria apresenta comportamento altamente anisotrópico. Por fim, sabe-se que a alvenaria apresenta um comportamento físico predominantemente não-linear e bastante suscetível a falhas locais. Asteris et al. [1] afirmam que, graças às incertezas envolvidas no comportamento das alvenarias, esses elementos usualmente são ignorados em projetos e análises estruturais práticas de pórticos preenchidos; e concluem que, apesar dos diversos estudos sobre o tema, ainda há muito a ser estudado, tanto experimentalmente como analiticamente, no desenvolvimento de modelos que consigam prever com precisão o comportamento desses elementos estruturais.

Os primeiros estudos sobre o comportamento de alvenaria foram empíricos, experimentais ou teóricos. Page [2] realizou uma série de experimentos visando desenvolver um critério de falha para alvenarias sob compressão biaxial, onde diversos ângulos de tensões principais de compressão foram considerados. Porém, no caso de alvenarias, testes em escala real são caros e necessitam de equipamentos pesados.

Com o advento dos computadores e o desenvolvimento de métodos computacionais avançados, a alvenaria começou a ser modelada por meio de ensaios numéricos. Ali e Page [3] apresentaram um modelo em estado plano de tensão do método dos elementos finitos (MEF) para a modelagem computacional de alvenarias sujeitas a cargas concentradas. O modelo proposto reproduz as características não-lineares da alvenaria causadas pela não-linearidade dos materiais e falha local progressiva. Blocos e juntas foram modelados separadamente. As propriedades mecânicas desses materiais constituintes foram determinadas experimentalmente; no caso da alvenaria como um todo, utilizou-se um modelo em escala reduzida. Asteris [4] desenvolveu uma formulação em elementos finitos para a modelagem de pórticos preenchidos sob carregamento lateral. No trabalho, utilizou-se um elemento finito retangular isoparamétrico com 4 nós e 8 graus de liberdade para modelar o comportamento anisotrópico em estado plano de tensão do painel de alvenaria.

Dentre os métodos numéricos utilizados para a modelagem computacional de alvenarias, o MEF é o mais popular, porém outros métodos numéricos também têm sido utilizados, a exemplo do método dos elementos de contorno (MEC) e o método dos elementos discretos, Asteris et al. [1]. Papia [5] apresentou a análise elástica plana de pórticos preenchidos utilizando o MEC com elementos constantes para o preenchimento e o MEF para o pórtico. A análise possibilitava ainda a consideração da separação entre os dois meios com o aumento do carregamento. Foram considerados painéis fechados ou com aberturas, onde foi avaliada a perda de rigidez do sistema com relação ao tamanho das aberturas. Oliveira Neto et al. [6] apresentam a aplicação de uma formulação do MEC para a análise de meios anisotrópicos utilizando solução fundamental isotrópica. Os resultados de análises de paredes de alvenaria utilizando a formulação proposta no trabalho mostraram concordância com resultados numéricos obtidos com diferentes modelos em elementos finitos, mesmo para discretizações bem pobres do MEC.

Uma técnica muito utilizada na modelagem computacional de alvenaria, e em materiais compósitos em geral, é a homogeneização, onde se deseja encontrar as propriedades de um material homogêneo que apresente o mesmo comportamento que o material compósito original. Ao longo das últimas décadas, diversas abordagens teóricas ou numéricas de homogeneização de alvenaria têm sido propostas, cada

uma delas com suas limitações e diferentes graus de dificuldade de aplicação. A primeira abordagem à homogeneização de alvenarias se deve a Pande et al. [7], que apresentam uma técnica onde uma série de camadas paralelas do conjunto bloco-argamassa são consideradas para comportamento elástico. As expressões para as propriedades elásticas do material homogêneo equivalente são calculadas em função das propriedades elásticas dos blocos, argamassa e espessura de cada camada. Nas experimentações numéricas realizadas no trabalho, os autores consideraram blocos e argamassa como materiais isotrópicos e variaram a relação entre os módulos de elasticidade dos mesmos (blocos e argamassa, respectivamente) de 1,1 a 11, e variaram ainda a espessura da argamassa de 5 mm a 30 mm, observando que o aumento na espessura ou a diminuição no módulo de elasticidade da argamassa resulta em redução no módulo de elasticidade da alvenaria. Anthoine [8] alerta que muitos pesquisadores estariam utilizando técnicas de homogeneização de alvenarias, mas sempre de forma inapropriada, particularmente, ao que se refere à sucessão de passos de introdução de juntas horizontais e verticais; além disso, a alvenaria ou era considerada como meio bidimensional, em estado plano de tensão (espessura muito pequena) ou como sólido tridimensional (espessura muito grande), onde sua espessura real nunca era considerada. A técnica de homogeneização proposta por Anthoine [8], com base em análise assintótica, apresenta-se como mais rigorosa, consistindo em um único passo, semi-analítica, utilizando o MEF com condições de contorno periódicas e considerando a geometria real da alvenaria, ou seja, espessura finita e real padrão de ligação entre blocos. Cecchi e Di Marco [9] apresentam um procedimento numérico para a análise de paredes de alvenaria com base no método de homogeneização assintótico, onde dois modelos são considerados: blocos e argamassa em regime elástico linear e argamassa em regime elástico linear com blocos infinitamente rígidos. Posteriormente, Cecchi e Sab [10] expandiram essa investigação analisando, entre outros fatores, a relação entre o módulo de elasticidade da argamassa e dos blocos. Zucchini e Lourenço [11] chamam a atenção para os erros introduzidos no processo de homogeneização nos casos em que os blocos e a argamassa apresentam valores de rigidez muito diferentes entre si. Lourenço et al. [12] apresentam uma revisão sobre a análise de estruturas de alvenaria sem reforço utilizando técnicas de homogeneização. Lourenço [13] observa que muitos pesquisadores têm se esforçado atualmente na procura e desenvolvimento de formulações que façam uma ligação entre micro e macro modelagens utilizando técnicas de homogeneização. Observa-se que muitos autores abordaram o problema de homogeneização de alvenarias no plano, porém o número de trabalhos sobre o tema no espaço tridimensional (3D) é menor, Silva et al. (2018) [14].

Recentemente, o Dr. Wenbin Yu e seus colaboradores apresentaram à comunidade científica uma nova técnica de modelagem multi-escala, intitulada *mechanics of structure genome* (MSG), traduzida aqui como mecânica das estruturas genoma (MEG), a partir de agora chamada de *mechanics of structure gene* (MSG) ou mecânica das estruturas gene (MEG). Esse grupo tem trabalhado no desenvolvimento de um código computacional geral (escrito em linguagem Fortran) chamado SwiftCompTM para a implementação do método, que tem sido utilizado tanto em indústrias como em pesquisas acadêmicas. Esse código computacional pode ainda ser utilizado em conjunto com programas de elementos finitos comerciais para tratar compósitos em análises e projetos estruturais. Basicamente, o programa SwiftCompTM considera a geometria e as propriedades materiais de uma estrutura gene (EG) (descrita na próxima seção) discretizada por uma malha de elementos finitos como entrada e calcula as propriedades efetivas para uma análise macroscópica, que seria o processo de homogeneização. Após a análise macroscópica, SwiftCompTM pode ainda calcular os campos locais na EG com base no comportamento global do meio, que consiste no processo de deshomogeneização (ou localização), etapa que muitos métodos de modelagem multi-escala não apresentam.

Pode-se dizer que MEG é uma generalização da técnica criada pelos Drs. Carlos Cesnik e Dewey H. Hodges e colaboradores conhecida como “*variational asymptotic beam section analysis*” (VABS), para tratar todos os tipos de estruturas, incluindo vigas, placas, cascas e estruturas 3D, Yu et al. [15, 16].

O objetivo do presente trabalho é apresentar a aplicação de mecânica das estruturas gene à homogeneização elástica de alvenarias. Até onde os autores têm conhecimento, essa técnica nunca foi aplicada para tal fim.

2 Mecânica das estruturas gene

Mechanics of structure gene (MSG), aqui traduzido para o português como mecânica das estruturas gene (MEG), é uma técnica recém desenvolvida para modelagem constitutiva multi-escala que pode ser aplicada a todos os tipos de estruturas de compósitos incluindo vigas, placas e cascas e estruturas tridimensionais (3D). Uma vez que se trata de uma técnica semi-analítica, MEG reduz consideravelmente o custo computacional e mantém a mesma precisão de análises 3D, por exemplo, em elementos finitos.

A ideia básica da micromecânica é substituir o material heterogêneo original por um material homogêneo imaginário de forma que a análise da estrutura original feita de materiais heterogêneos possa ser simplificada, Fig. 1. A homogeneização pode ser utilizada tanto para simular o comportamento geral do material sob condições de carregamento simples, o que é conhecido como caracterização material virtual, como para definir o conjunto completo de propriedades efetivas do material a serem utilizadas em uma análise estrutural para prever seu comportamento macroscópico, o que é conhecido como modelagem constitutiva. Outro objetivo da micromecânica é obter campos microscópicos, como deslocamentos, tensões e deformações a partir do comportamento macroscópico, o que é conhecido como localização ou *desomogeneização*. Observa-se que a determinação da distribuição de tensões no interior de compósitos pode ser muito importante, uma vez que tais grandezas podem estar diretamente relacionadas com o colapso da estrutura, Yu [17].

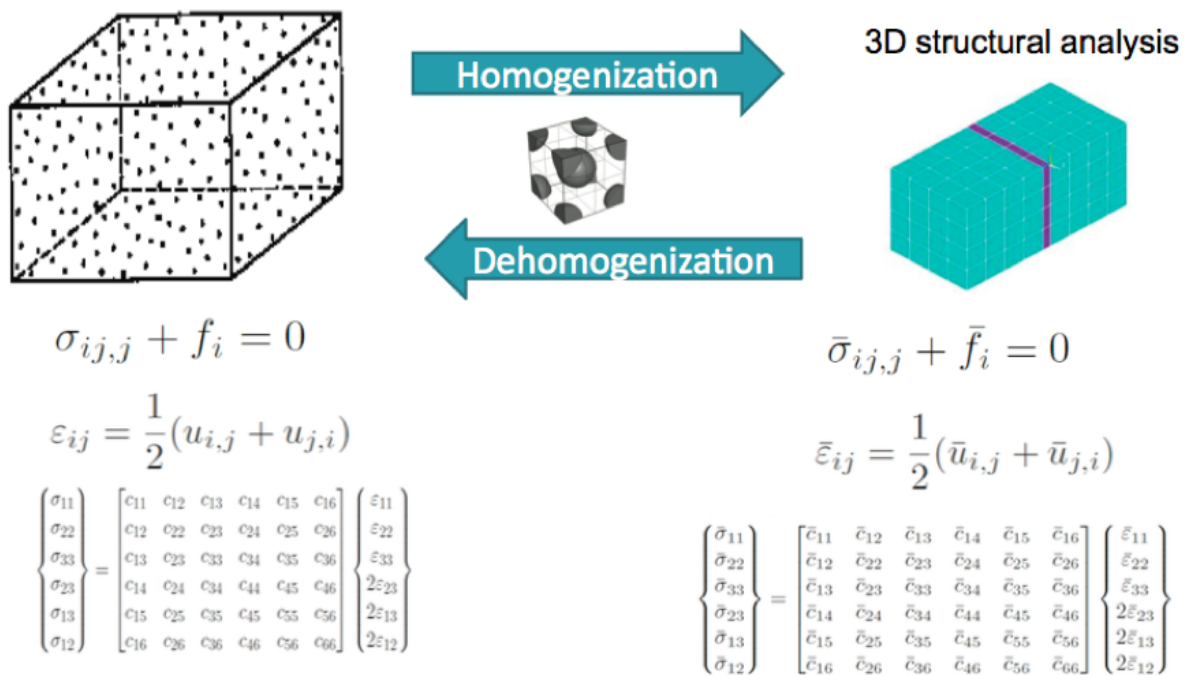


Figura 1. Ideia básica da micromecânica

Estrutura gene (EG) pode ser definida como a menor porção matemática da estrutura no sentido de conter toda a informação constitutiva necessária para caracterizar uma estrutura, da mesma forma que, em biologia, o genoma é um conjunto de informações codificadas no DNA que servem como base para o crescimento e desenvolvimento de um organismo. A Figura 2 ilustra 3 possibilidades de EG para uma estrutura 3D. Observa-se que para uma estrutura de compósito com heterogeneidade unidimensional (1D) – por exemplo, compósitos binários feitos com duas camadas alternantes –, a EG será uma linha com dois seguimentos, que poderá ser matematicamente repetida no plano da seção transversal e depois fora desse plano para gerar a estrutura inteira. No caso de um compósito apresentando heterogeneidade bidimensional (2D) – por exemplo, compósitos reforçados por fibras contínuas –, a EG será 2D, e para compósitos com heterogeneidade 3D – por exemplo, compósitos reforçados por partículas –, a EG será 3D. Apesar da EG para corpos 3D poder apresentar diferentes dimensões, a depender de sua heteroge-

neidade, as propriedades efetivas para a análise estrutural 3D continuarão sendo 3D. Por exemplo, para uma análise elástica linear, pode-se obter a matriz constitutiva 6×6 completa a partir da análise de uma EG 1D de um compósito binário.

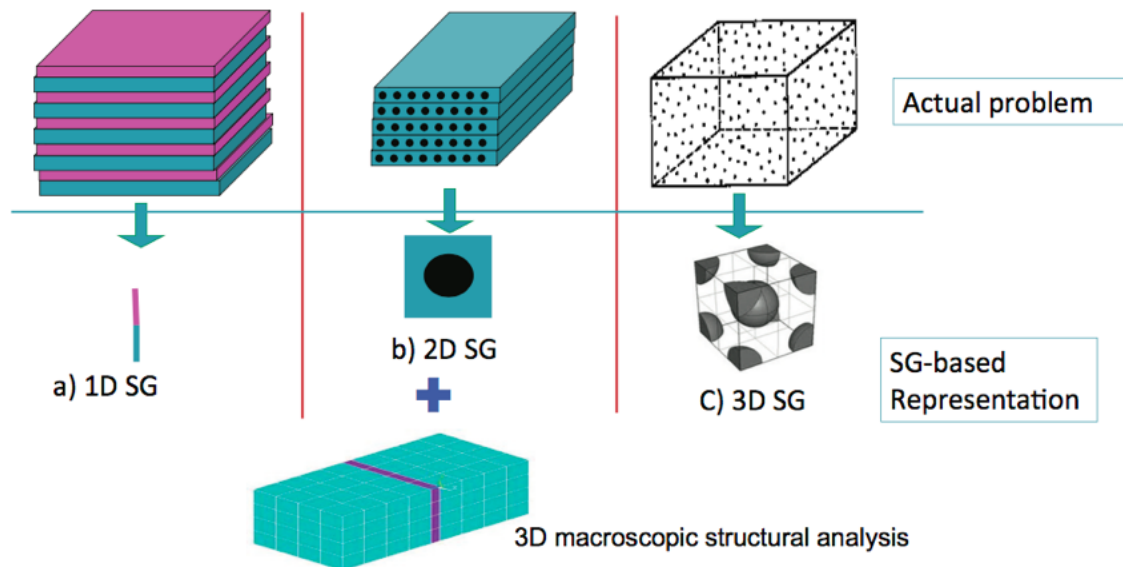


Figura 2. EG para estrutura 3D, Yu [17]

Para corpos 3D, a EG se confunde com o conceito de elemento de volume representativo (EVR) da micromecânica. Porém, observa-se que, diferentemente da EG, a dimensão do EVR é usualmente determinada pelas propriedades necessárias para a análise estrutural, além da heterogeneidade. Por exemplo, se são necessárias propriedades 3D para uma análise 3D de um compósito reforçado por fibras contínuas, geralmente é necessário um EVR 3D, enquanto que uma EG 2D serviria; ou seja, MEG tem a capacidade de obter as propriedades 3D completas e campos locais de materiais heterogêneos tratando heterogeneidades 1D e 2D. Apesar do desperdício de recurso computacional, é possível utilizar EGs com dimensões maiores que as necessárias para se obter os resultados de EGs com dimensão igual à heterogeneidade. Por exemplo, é possível utilizar EG 2D ou 3D para reproduzir o resultado de EG 1D para compósitos binários e EG 3D para reproduzir o resultado de EG 2D para compósitos reforçados por fibras contínuas. Cabe ainda observar que para um material heterogêneo com um EVR 3D com condições de contorno periódicas, tanto a análise com EVR como com MEG irão apresentar exatamente os mesmos resultados para propriedades efetivas e campos locais.

Outra possibilidade que a EG apresenta e o EVR não, é permitir uma conexão direta com a análise estrutural macroscópica, particularmente para estruturas com dimensão reduzível, ou seja, aquelas que apresentam uma ou duas dimensões muito menores que outras. Por exemplo, a análise de estruturas esbeltas (tipo barra), pode ser feita com elementos de viga. Na Figura 3, observa-se que o modelo de viga é dito como um modelo 1D porque todos os campos macroscópicos são função de x_1 apenas, ou seja, aqui, a notação 1D, 2D ou 3D se refere ao número de coordenadas necessárias para descrever o domínio de análise e não à dimensão do comportamento, Yu [17]. Se a barra apresenta seção transversal uniforme, independente de ser de material homogêneo ou compósito, sua EG pode ser 2D. Caso a barra não apresente seção transversal uniforme, é necessário utilizar uma EG 3D. A Figura 4 apresenta possibilidades de EGs para elementos estruturais de placas e cascas, a depender de sua estrutura micromecânica.

A Figura 5 apresenta um esquema ilustrativo de MEG, onde se observa que o passo inicial da técnica consiste em identificar a EG em função da microescala da estrutura a ser analisada. Definida a EG, passa-se ao segundo passo que consiste na análise da homogeneização da EG, tendo como produto dessa segunda fase a relação constitutiva dos elementos da análise macroscópica, que podem ser elementos de viga, placas, cascas e sólidos. A relação constitutiva encontrada serve como entrada para a análise estrutural macroscópica e que tem como resultado o comportamento global da estrutura original. Por

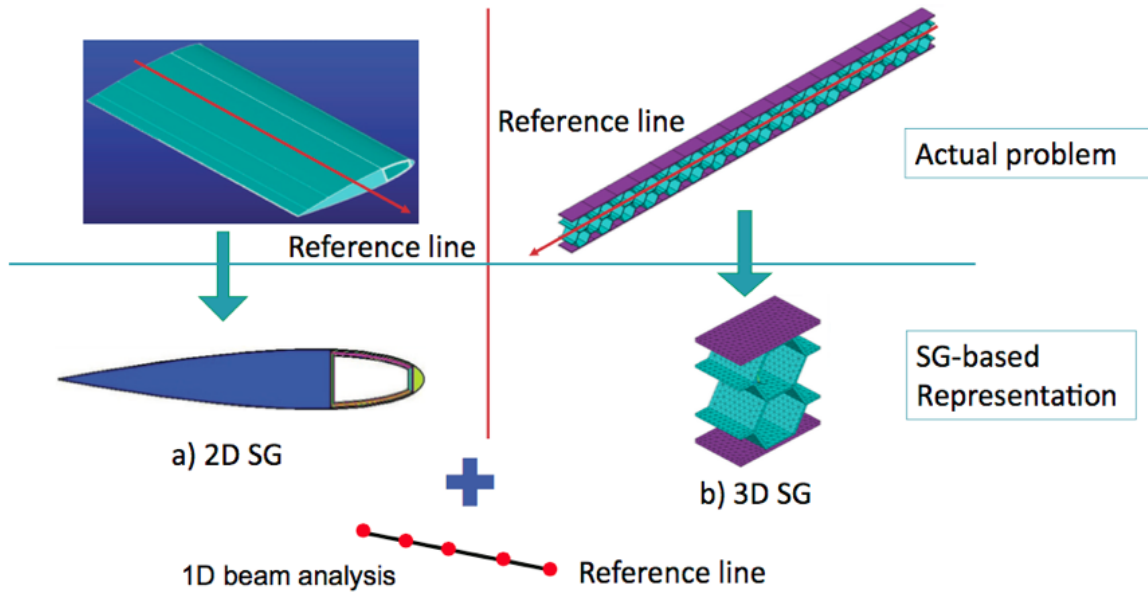


Figura 3. EG para estrutura 1D, Yu [17]

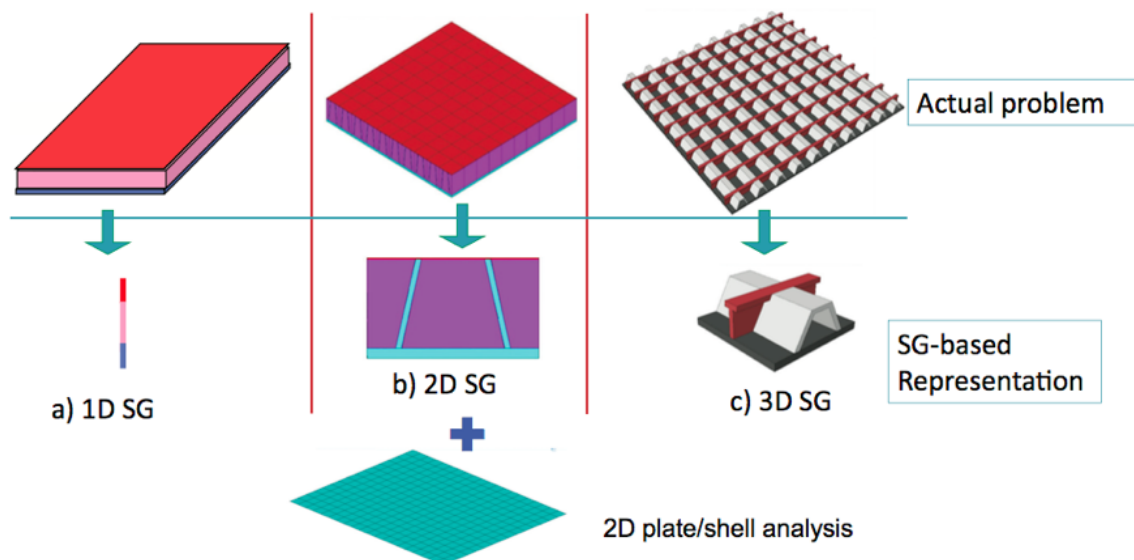


Figura 4. EG para estrutura 2D, Yu [17]

fim, o comportamento macroscópico serve como entrada para o processo de localização, onde se obtêm os campos de deslocamentos, tensões e deformações na escala microscópica da estrutura original.

MEG foi desenvolvida com base no princípio da mínima perda de informação, que afirma que o modelo homogeneizado pode ser construído pela minimização da perda de informação entre o modelo original e o modelo homogeneizado. Para materiais elásticos lineares, a informação pode ser a densidade da energia de deformação; em outras palavras, procura-se minimizar a diferença entre a energia de deformação do material armazenado na EG e aquele armazenado no modelo estrutural da análise estrutural. As coordenadas macroscópicas x_i e as coordenadas microscópicas y_i se relacionam entre si como $y_i = x_i/\delta$, onde δ é um pequeno parâmetro para descrever a EG.

A cinemática do modelo original em função do modelo a ser construído pode ser escrita como:

$$u_i(x, y) = \bar{u}_i(x) + \delta \chi_i(x, y), \quad (1)$$

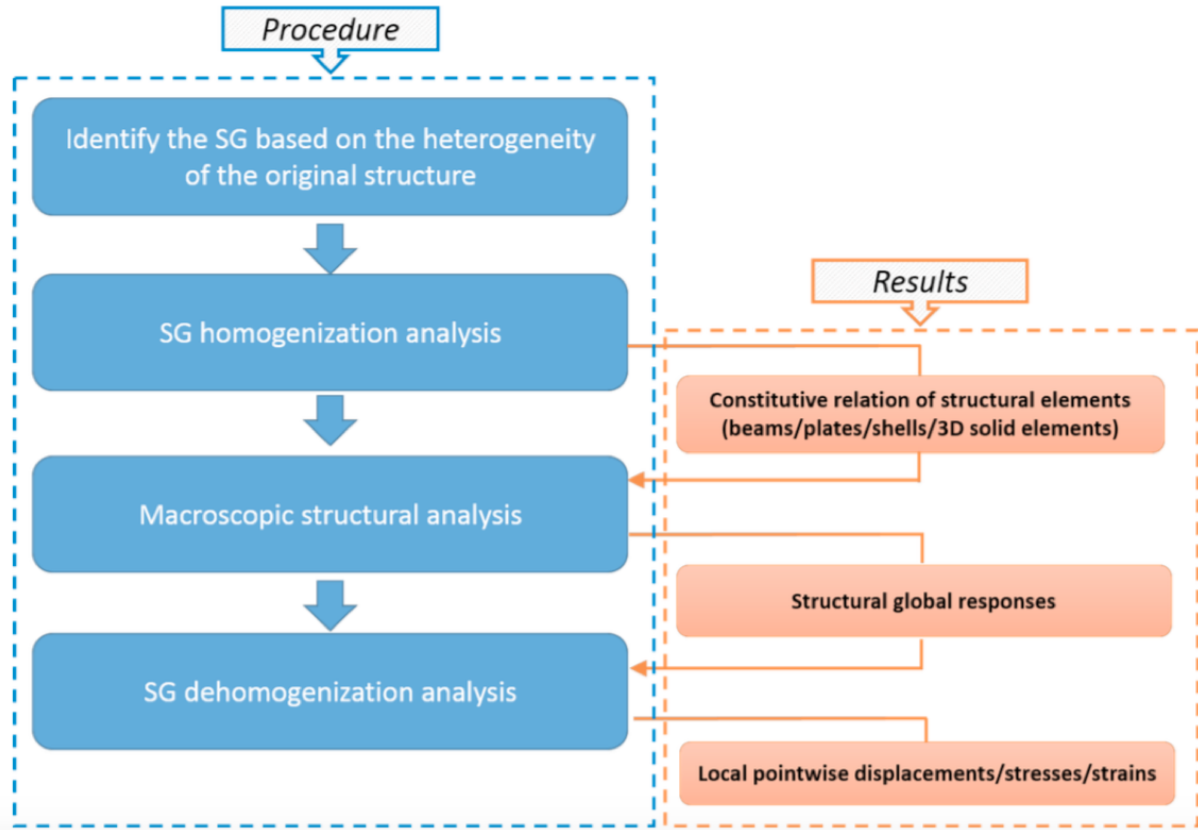


Figura 5. Esquema ilustrativo de MEG

onde u_i é o campo de deslocamentos do modelo original, \bar{u}_i o campo de deslocamentos do modelo homogeneizado e χ_i a diferença entre os dois campos, comumente conhecida na micromecânica como funções de flutuação.

O campo de deformações do modelo original pode ser escrito como:

$$\varepsilon_{ij}(x, y) = \bar{\varepsilon}_{ij}(x) + \chi_{i,j}, \quad (2)$$

onde o subscrito tem a operação como em $A_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial A_i}{\partial y_j} + \frac{\partial A_j}{\partial y_i} \right)$.

As variáveis cinemáticas do modelo homogeneizado em função dos termos do modelo original podem ser escritas como:

$$\bar{u}_i = \langle u_i \rangle \text{ e } \bar{\varepsilon}_{ij} = \langle \varepsilon_{ij} \rangle, \quad (3)$$

onde $\langle \cdot \rangle$ representa a média no domínio da EG, e implicam nas seguintes prescrições na função de flutuação:

$$\langle \chi_i \rangle = 0 \text{ e } \langle \chi_{(i,j)} \rangle = 0. \quad (4)$$

O princípio da mínima perda de informação procura minimizar a diferença entre a energia de deformação do modelo original e do modelo homogeneizado:

$$\Pi = \left\langle \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \right\rangle - \frac{1}{2} C_{ijkl}^* \bar{\varepsilon}_{ij} \bar{\varepsilon}_{kl}. \quad (5)$$

Para minimizar Π , considera-se o modelo homogeneizado como segue (considerando que C_{ijkl}^* e $\bar{\varepsilon}_{ij}$ não variam). χ_i pode ser resolvido a partir da seguinte expressão variacional:

$$\min_{\chi_i \in Eq.(4)} \left\langle \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \right\rangle = \min_{\chi_i \in Eq.(4)} \left\langle \frac{1}{2} C_{ijkl} (\bar{\varepsilon}_{ij} + \chi_{(i,j)}) (\bar{\varepsilon}_{kl} + \chi_{(k,l)}) \right\rangle. \quad (6)$$

Do cálculo variacional, pode-se concluir que χ_i deve satisfazer a seguinte equação de Euler-Lagrange:

$$(C_{ijkl} (\bar{\varepsilon}_{kl} + \chi_{(k,l)}))_{,j} = 0, \quad (7)$$

juntamente com as prescrições da Eq. (4). χ_i é então resolvido em função de $\bar{\varepsilon}_{kl}$:

$$\chi_k = H_k^{mn} \bar{\varepsilon}_{mn}. \quad (8)$$

A média volumétrica da energia de deformação pode ser escrita como:

$$U = \left\langle \frac{1}{2} C_{ijkl} (\bar{\varepsilon}_{ij} + H_{(i,j)}^{mn} \bar{\varepsilon}_{mn}) (\bar{\varepsilon}_{kl} + H_{(k,l)}^{st} \bar{\varepsilon}_{st}) \right\rangle. \quad (9)$$

A matriz constitutiva efetiva pode ser obtida como:

$$C_{ijkl}^* = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial \bar{\varepsilon}_{kl}} = \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{\varepsilon}_{ij} \partial \bar{\varepsilon}_{kl}}; \quad (10)$$

$$C_{ijmn}^* = \left\langle C_{ijmn} + C_{ijkl} H_{(k,l)}^{mn} \right\rangle. \quad (11)$$

3 Resultados numéricos

Nesta seção são apresentados três exemplos de homogeneização de alvenaria no padrão mais utilizado, ou seja, o *running bond*, por mecânica das estruturas gene (MEG), onde se conhece o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson dos blocos (ou unidades) e das juntas de argamassa, considerados como isotrópicos, e deseja-se encontrar as constantes elásticas tridimensionais da alvenaria (material anisotrópico). Nos três exemplos, foram consideradas estruturas gene (EGs) bidimensionais (2D), para uma análise estrutural tridimensional (3D), Fig. 2. Tal escolha é bastante natural, uma vez que a alvenaria é um meio 3D com apenas duas direções de periodicidade em seu próprio plano, Anthoine [8]. As análises foram realizadas no programa computacional Abaqus-SwiftComp GUI, com elementos S4R (elemento finito de casca, com aproximação linear, 4 nós, 6 graus de liberdade por nó e integração reduzida).

3.1 Exemplo 1

O primeiro exemplo trata da homogeneização de uma alvenaria formada por blocos com dimensões de 110 mm × 35 mm × 50 mm (comprimento × altura × espessura), Fig. 6a, com 5 mm de espessura da argamassa. O módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson dos blocos são 10 GPa e 0,15; enquanto que os respectivos valores para a argamassa são 2 GPa e 0,25. Para a obtenção das propriedades elásticas da alvenaria, utilizou-se uma EG com 9.595 elementos (9.767 nós), conforme a Fig. 6b, onde os blocos aparecem em verde e a argamassa em bege.

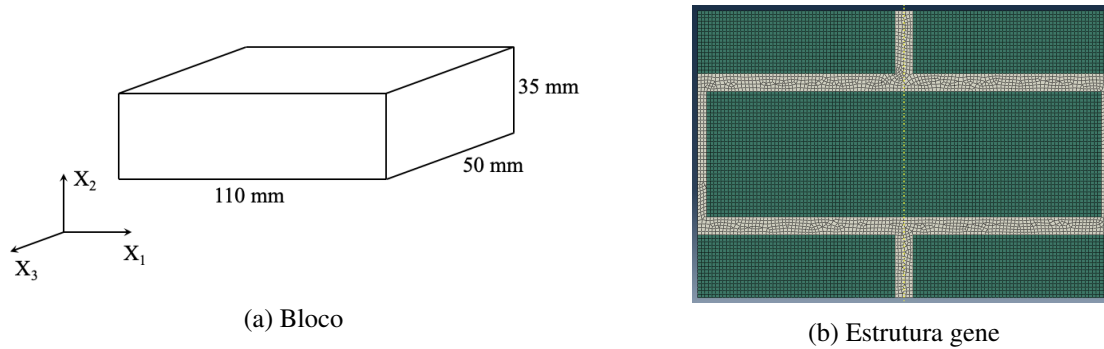


Figura 6. Exemplo 1

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos com MEG e os resultados apresentados por Mistler et al. [18]. Pode-se observar que, para todos os métodos, o módulo de elasticidade na direção 2 é menor que na direção 1. Esse fato é explicado pelo menor valor do módulo de elasticidade da argamassa em relação ao bloco e ao arranjo da alvenaria considerada (*running bond*). Para os métodos 2D, observa-se que os valores obtidos considerando estado plano de tensão são inferiores aqueles obtidos em estado plano de deformação, e que as propriedades elásticas obtidas com o método estado plano de deformação generalizado estão entre esses dois limites. Observa-se que os valores calculados com MEG são praticamente iguais aos do estado plano de deformação generalizado; Mistler et al. [18] afirmam que os resultados obtidos por esse modelo são os que apresentam melhor concordância.

Tabela 1. Propriedades elásticas do exemplo 1

Method	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)
MSG	7971	6810	0.165	2584
3D model, in plane	7958	6777	0.164	2583
3D model, out-of-plane	7980	6737	0.162	2722
2D plane stress	7882	6592	0.159	2582
2D generalized plane strain	7971	6811	0.165	2584
2D plane strain	8157	6963	0.194	2584

3.2 Exemplo 2

O segundo exemplo trata da obtenção da relação constitutiva de uma alvenaria formada por blocos com módulo de elasticidade longitudinal $E_b = 11$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,2$, 250 mm de comprimento e 55 mm de altura. O coeficiente de Poisson adotado para a argamassa foi $\nu_m = 0,25$ e considerou-se 3 valores de módulo de elasticidade da argamassa: $E_m = E_b/1,1$; $E_m = E_b/5$; $E_m = E_b/11$ e 3 valores para a espessura da argamassa: 10 mm, 20 mm e 30 mm.

Os resultados obtidos foram comparados com aqueles de análises 2D apresentados por Wang et al. [19], onde a espessura da alvenaria – consequentemente, dos blocos, uma vez que se trata do padrão *running bond* – não é fornecida. Como se está utilizando uma EG 2D, a ausência dessa informação não apresenta nenhuma relevância.

As Figuras 7 a 10 apresentam a relação entre os coeficientes C_{ij} da alvenaria/ C_{ij} dos blocos em função da espessura da argamassa, onde os resultados obtidos com MEG são comparados com aqueles apresentados por Wang et al. [19]. Observa-se que os coeficientes C_{ij} seguem a notação da Eq. (12):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

onde as direções 1, 2 e 3 coincidem com aquelas da Fig. 6a e as constantes C_{ij} dos blocos foram calculadas pelas Eq. (13) a (15):

$$C_{11b} = C_{22b} = \frac{E_b(1 - \nu_b)}{(1 + \nu_b)(1 - 2\nu_b)}; \quad (13)$$

$$C_{33b} = \frac{E_b}{2(1 + \nu_b)}; \quad (14)$$

$$C_{12b} = \frac{E_b\nu_b}{(1 + \nu_b)(1 - 2\nu_b)}. \quad (15)$$

Observa-se que os valores obtidos com MEG foram mais próximos aos calculados por Wang et al. [19], a exceção daqueles para a constante C_{12} , exatamente onde os resultados foram mais dispersos.

3.3 Exemplo 3

O terceiro e último exemplo trata da obtenção das constantes elásticas 3D de uma alvenaria formada por blocos com dimensões 210 mm × 50 mm × 100 mm (comprimento × altura × espessura), módulo de elasticidade longitudinal (ou módulo de Young) $E_b = 200$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu_b = 0,15$. A argamassa considerada possui coeficiente de Poisson $\nu_m = 0,15$ e espessura $t = 10$ mm e variou-se a relação entre os coeficientes de Young dos blocos e da argamassa E_b/E_m de 1 até 1.000.

Os resultados obtidos com MEG foram comparados aqueles de análises 3D pelo método dos elementos finitos (MEF) apresentados por Kumar et al. [20], onde os autores utilizaram dois tipos de células para representar a alvenaria, Fig. 11. Esses autores apresentaram ainda resultados utilizando tanto prescrição de tensões como de deslocamentos, onde, para cada caso, 6 análises numéricas precisam ser realizadas. Para que as análises com MEG fossem mais compatíveis com aquelas obtidas pelo MEF, considerou-se, além do esquema de EG da Fig. 6b, este da Fig. 12.

A Figura 13 apresenta a relação entre os módulos de Young da alvenaria e do bloco em função da razão entre os módulos de Young dos blocos e da argamassa, onde, além dos resultados obtidos com os dois tipos de EG considerados, são mostrados os resultados obtidos com as análises 3D pelo MEF para os dois tipos de células (UC1 e UC2) e os dois tipos de condições de contorno: prescrição de tensão (SP) e prescrição de deslocamentos (DP). Observa-se que a direção x (horizontal) é paralela às *bed joints*, a

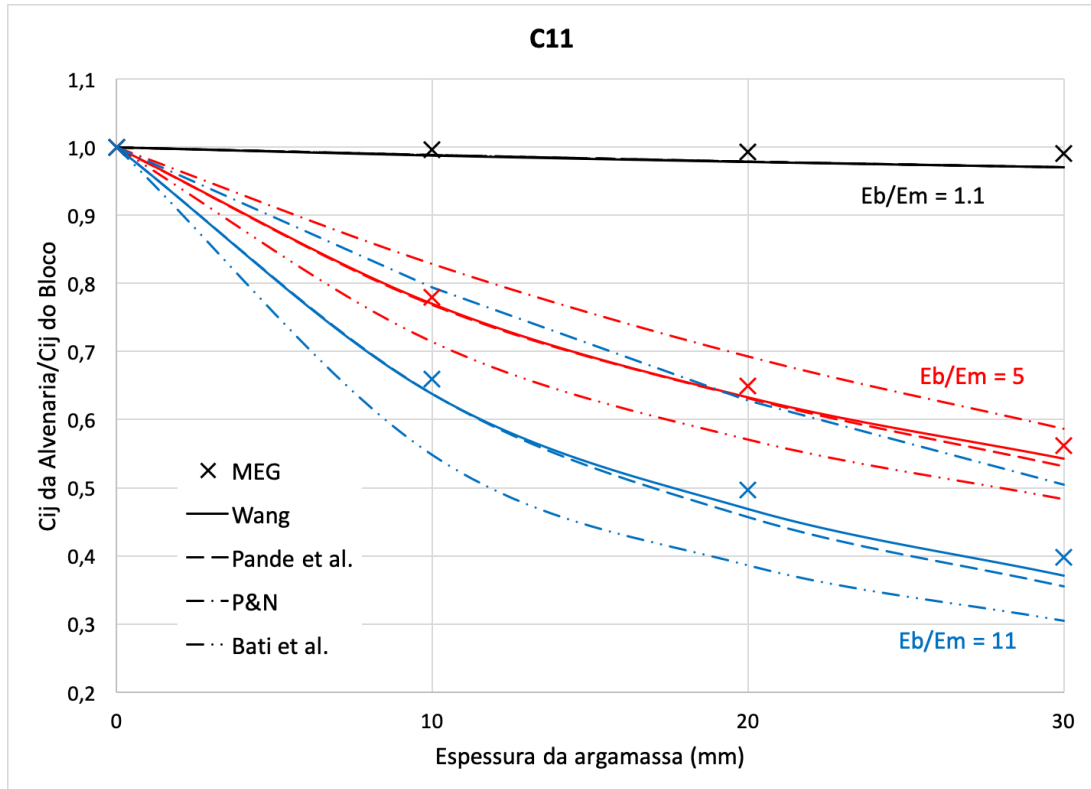


Figura 7. Coeficiente C_{11} do exemplo 2

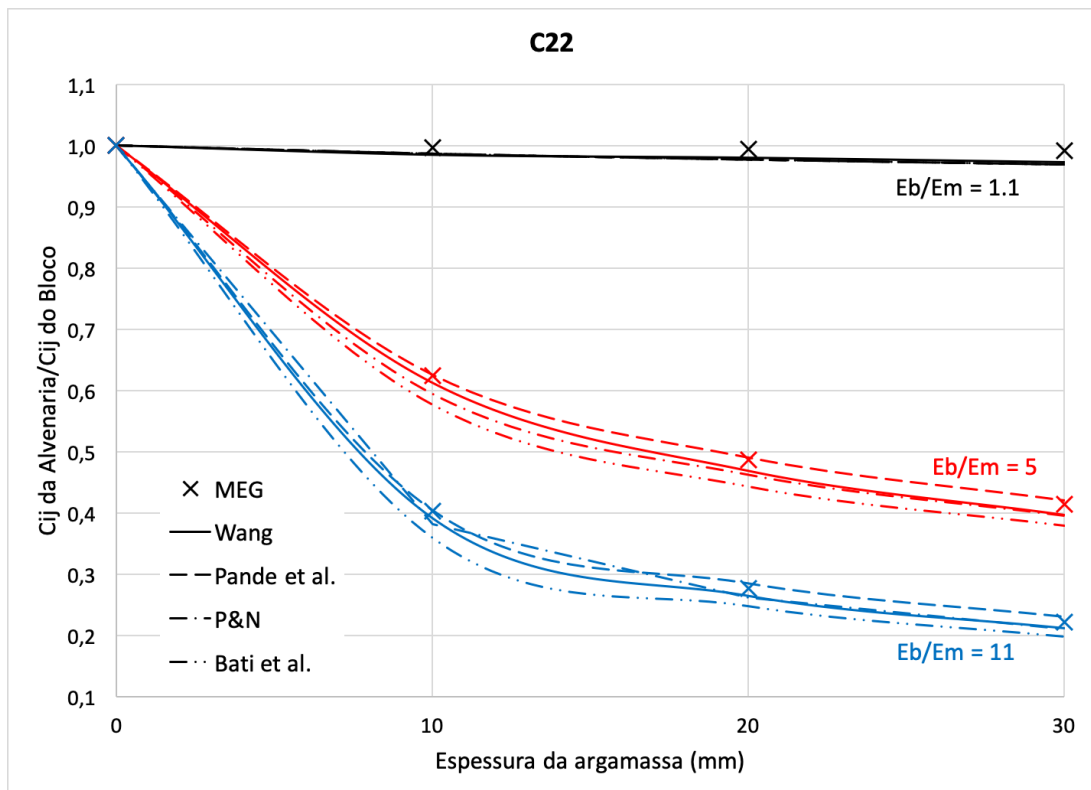


Figura 8. Coeficiente C_{22} do exemplo 2

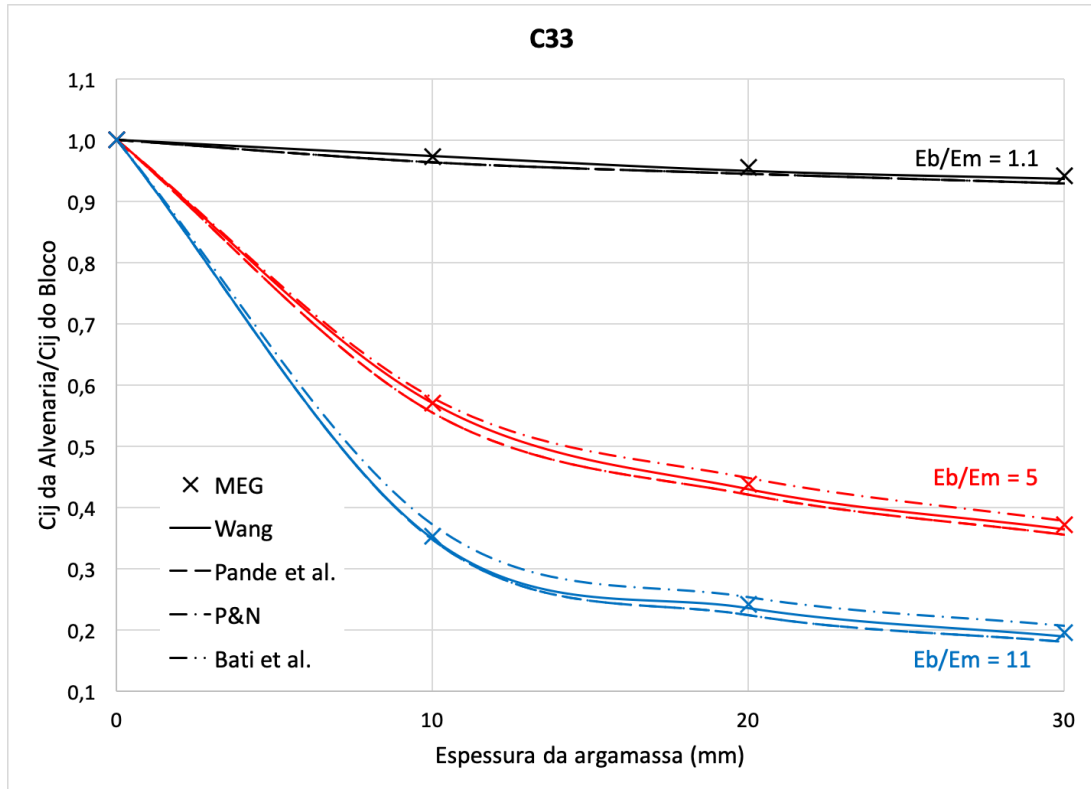


Figura 9. Coeficiente C_{33} do exemplo 2

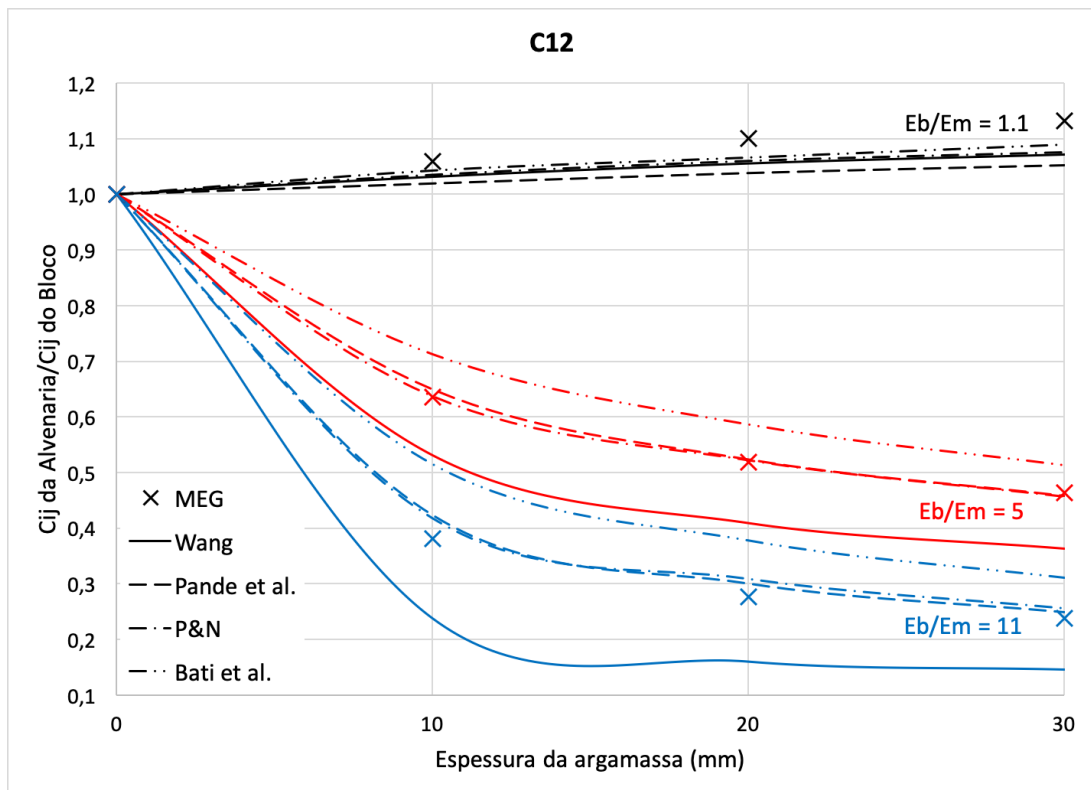


Figura 10. Coeficiente C_{12} do exemplo 2

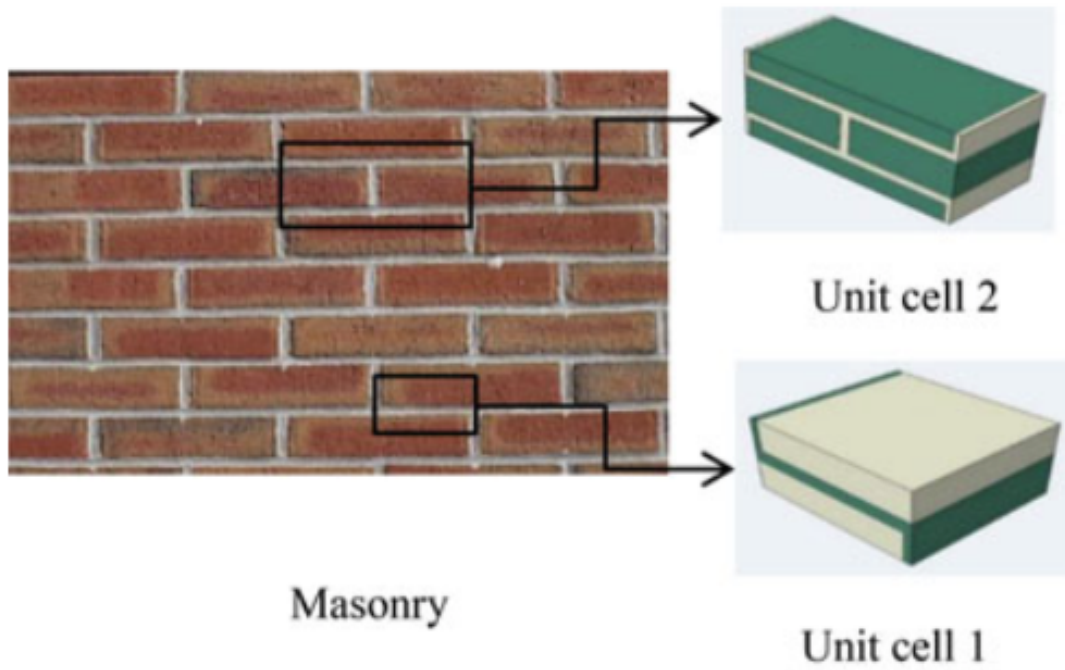


Figura 11. Modelos de elementos finitos utilizados por Kumar et al. [20]

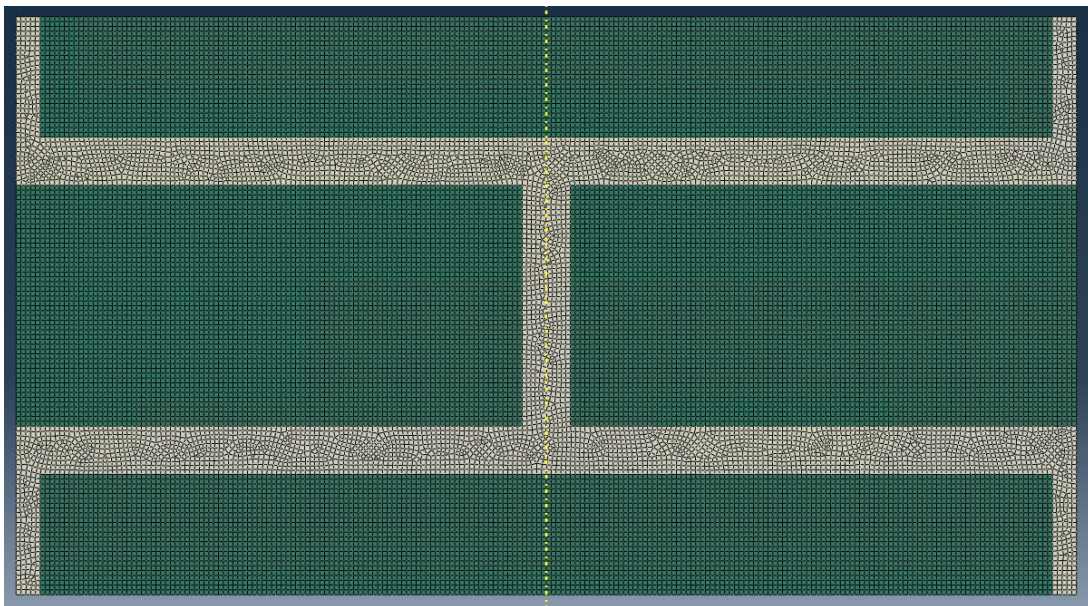


Figura 12. Estrutura gene tipo X

direção y (vertical) é paralela às *head joints* e a direção z é ortogonal ao plano da alvenaria. Observa-se que a rigidez da alvenaria na direção z é a maior entre as 3 direções e para uma relação entre os módulos de Young dos blocos e da argamassa maior que 10 a rigidez nessa direção se torna praticamente constante, com um valor de módulo de Young em torno de 80% do valor do módulo de Young dos blocos. Observa-se também que a rigidez na direção x é maior que na direção y, mesma observação feita no exemplo 1. Ainda é possível observar que os resultados obtidos com MEG praticamente independem da EG considerada (diferença máxima de menos de 0,1% nas constantes elásticas calculadas), diferentemente dos resultados das análises em elementos finitos. Além disso, os resultados obtidos com o MEF também são sensíveis ao tipo de condição de contorno considerada, onde na MEG o usuário nem precisa aplicar condições de contorno no processo de homogeneização.

As Figuras 14 e 15 apresentam resultados equivalentes aos módulos de elasticidade transversal e coeficientes de Poisson da alvenaria, respectivamente, complementando as observações da Fig. 13. Nota-se que, para os coeficientes de Poisson, as análises em elementos finitos apenas consideraram condições de contorno com prescrição de tensão.

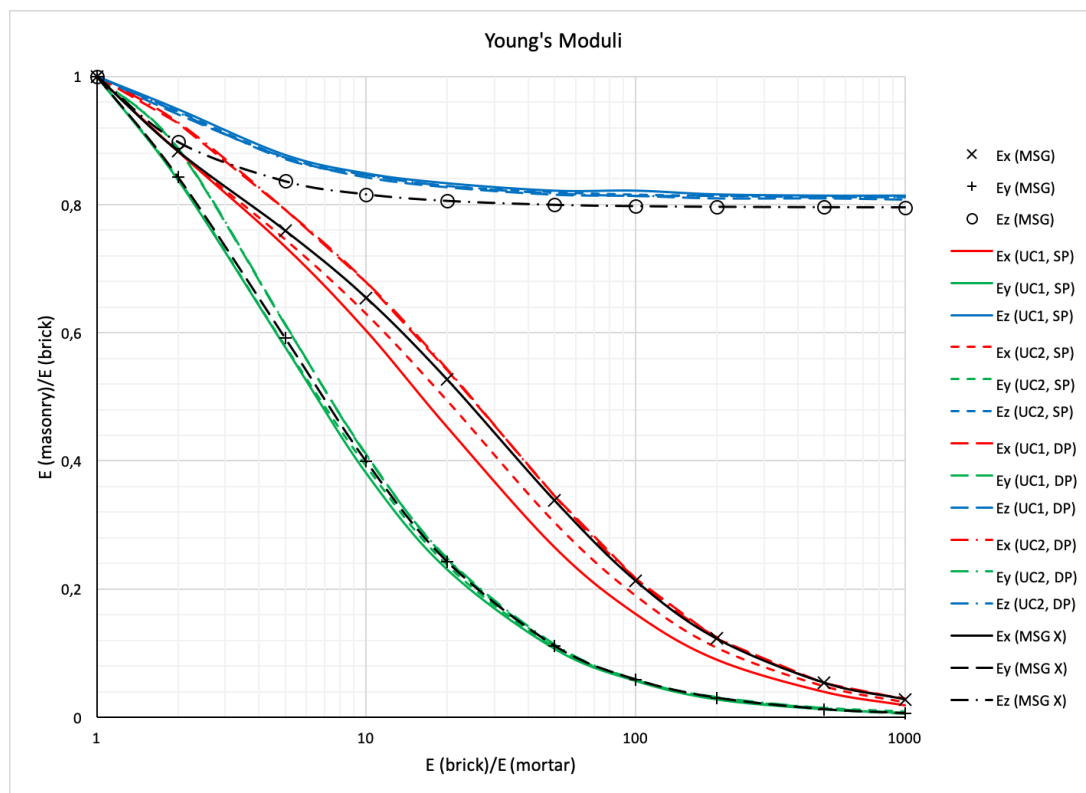


Figura 13. Módulo de Young relativo do exemplo 3

4 Conclusões

A alvenaria, seja de vedação ou com função estrutural, é considerada um material compósito anisotrópico de difícil caracterização. Diversos pesquisadores têm se dedicado ao desenvolvimento de técnicas numéricas para a obtenção das propriedades mecânicas desse material. O presente artigo apresenta o método de mecânica das estruturas gene (MEG) para o cálculo das constantes elásticas de alvenarias. Os resultados obtidos foram comparados com diversos métodos de diferentes autores e ainda com uma análise tridimensional (3D) utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Observou-se que os resultados obtidos no trabalho estão em perfeita concordância com aqueles dos diversos métodos comparativos, numéricos ou teóricos, porém algumas vantagens podem ser ressaltadas no método aqui apresentado. A primeira delas se refere à dimensão da estrutura gene (EG) utilizadas nas análises, bidi-

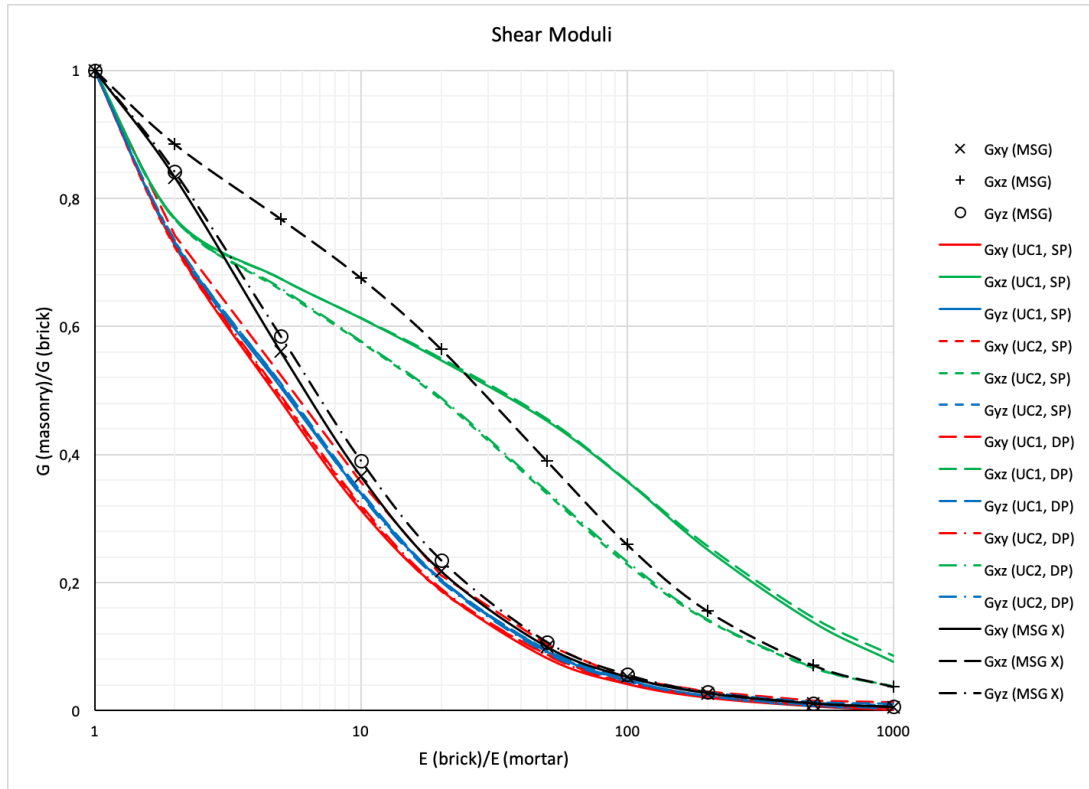


Figura 14. Módulo de elasticidade transversal relativo do exemplo 3

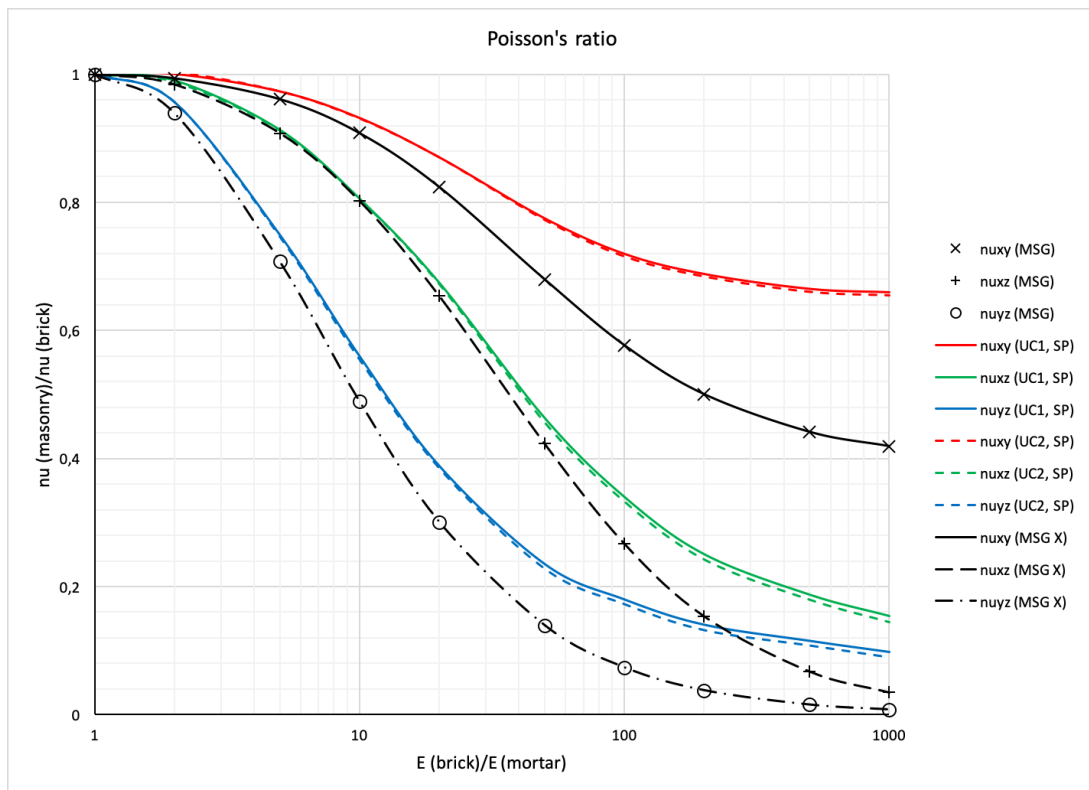


Figura 15. Coeficiente de Poisson relativo do exemplo 3

mensional (2D), para a obtenção de propriedades mecânicas 3D da alvenaria; nenhum dos outros métodos comparativos apresenta essa característica, ou seja, para se obter as constantes elásticas 3D da alvenaria, é necessária uma formulação 3D. Outra vantagem se refere à estabilidade do método MEG, onde análises com diferentes esquemas de EG e discretizações apresentaram diferenças menores que 0,1%. Uma vez que se trata de uma técnica semi-analítica, MEG reduz consideravelmente o tempo de processamento, que nos exemplos apresentados foi em torno de 10 s, diversas vezes menor que as correspondentes análises em elementos finitos (Liu e Yu [21], Peng et al. [22], Liu et al. [23] e Peng e Yu [24]). Em MEG não há a necessidade de aplicação de condições de contorno, tarefa que pode ser muito complicada considerando o MEF, e condições de contorno periódicas, por exemplo (Anthoine [8], Luciano e Sacco [25], Addressi e Sacco [26], Yang et al. [27], Kumar et al. [20] e Silva et al. [14]). Por fim, vale lembrar que MEG é uma técnica de modelagem multi-escala de materiais compósitos, que inclui a etapa de localização, em outras palavras, após o processo de obtenção das propriedades mecânicas do material homogeneizado e a análise da estrutura composta por esse material, é possível obter os campos de deslocamentos, tensões e deformações em qualquer ponto do meio. Assim, os resultados apresentados no artigo mostram que o método MEG pode ser utilizado com sucesso no processo de homogeneização de alvenarias e apresenta vantagens com relação a outros métodos para o mesmo fim.

Os próximos avanços da presente pesquisa seguem no sentido de explorar padrões (ou texturas) diferentes da *running bond*, como por exemplo, o *herringbone bond*, Milani e Cecchi [28], o *English bond*, Silva et al. [14], além dos *flemish bond* e *gothic bond*; do desenvolvimento de uma metodologia para a homogeneização de alvenarias não-periódicas (ou quase periódicas), com base no que foi feito em Cluni e Gusella [29], Gusella e Cluni [30], Milani et al. [31] e Tiberti et al. [32]; do estudo de alvenarias reforçadas por FRP (*fiber reinforced polymers*), Cecchi et al. [33], Cecchi et al. [34] e Milani [35], ou FRCM (*fabric reinforced cementitious matrix*), Bertolesi et al. [36]; da análise estrutural da alvenaria homogeneizada utilizando uma formulação 2D anisotrópica do método dos elementos finitos ou do método dos elementos de contorno (MEC); da implementação computacional de uma formulação 3D anisotrópica do MEC para a modelagem da alvenaria; da modelagem multi-escala completa da alvenaria, compreendendo homogeneização, análise estrutural e localização; da modelagem viscoelástica de alvenarias, Taliércio [37].

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao Dr. Wenbin Yu pelas discussões e comentários a respeito da pesquisa.

Referências

- [1] Asteris, P. G., Cotsovos, D., Chrysostomou, C., Mohebkhah, A., & Al-Chaar, G., 2013. Mathematical micromodeling of infilled frames: State of the art. *Engineering Structures*, vol. 56, pp. 1905–1921.
- [2] Page, A., 1981. The biaxial compressive strength of brick masonry. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. 71, n. 3, pp. 893–906.
- [3] Ali, S. S. & Page, A. W., 1988. Finite element model for masonry subjected to concentrated loads. *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, n. 8, pp. 1761–1784.
- [4] Asteris, P. G., 2003. Lateral stiffness of brick masonry infilled plane frames. *Journal of Structural Engineering*, vol. 129, n. 8, pp. 1071–1079.
- [5] Papia, M., 1988. Analysis of infilled frames using a coupled finite element and boundary element solution scheme. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 26, n. 3, pp. 731–742.
- [6] de Oliveira Neto, L., Masia, M. J., Taguti, Y., & Rigitano, A. C., 2013. An anisotropic linear

- elastic boundary element formulation for masonry wall analysis. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 37, n. 2, pp. 434–440.
- [7] Pande, G., Liang, J., & Middleton, J., 1989. Equivalent elastic moduli for brick masonry. *Computers and Geotechnics*, vol. 8, n. 3, pp. 243–265.
- [8] Anthoine, A., 1995. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 32, n. 2, pp. 137–163.
- [9] Cecchi, A. & Di Marco, R., 2000. Homogenization of masonry walls with a computational oriented procedure. Rigid or elastic block? *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 19, n. 3, pp. 535–546.
- [10] Cecchi, A. & Sab, K., 2002. A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 21, n. 2, pp. 249–268.
- [11] Zucchini, A. & Lourenço, P., 2002. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, n. 12, pp. 3233–3255.
- [12] Lourenço, P. B., Milani, G., Tralli, A., & Zucchini, A., 2007. Analysis of masonry structures: review of and recent trends in homogenization techniques. *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 34, n. 11, pp. 1443–1457.
- [13] Lourenço, P. B., 2013. Computational strategies for masonry structures: multi-scale modeling, dynamics, engineering applications and other challenges.
- [14] Silva, L. C., Lourenço, P. B., & Milani, G., 2018. Derivation of the out-of-plane behaviour of masonry through homogenization strategies: Micro-scale level. *Computers & Structures*, vol. 209, pp. 30–43.
- [15] Yu, W., Hodges, D. H., Volovoi, V., & Cesnik, C. E., 2002. On Timoshenko-like modeling of initially curved and twisted composite beams. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, n. 19, pp. 5101–5121.
- [16] Yu, W., Hodges, D. H., & Ho, J. C., 2012. Variational asymptotic beam sectional analysis—an updated version. *International Journal of Engineering Science*, vol. 59, pp. 40–64.
- [17] Yu, W., 2016. A unified theory for constitutive modeling of composites. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, vol. 11, n. 4, pp. 379–411.
- [18] Mistler, M., Anthoine, A., & Butenweg, C., 2007. In-plane and out-of-plane homogenisation of masonry. *Computers & Structures*, vol. 85, n. 17-18, pp. 1321–1330.
- [19] Wang, G., Li, S., Nguyen, H.-N., & Sitar, N., 2007. Effective elastic stiffness for periodic masonry structures via eigenstrain homogenization. *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 19, n. 3, pp. 269–277.
- [20] Kumar, N., Lambadi, H., Pandey, M., & Rajagopal, A., 2016. Homogenization of periodic masonry using self-consistent scheme and finite element method. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, vol. 17, n. 1, pp. 7–21.
- [21] Liu, X. & Yu, W., 2016. A novel approach to analyze beam-like composite structures using mechanics of structure genome. *Advances in Engineering Software*, vol. 100, pp. 238–251.
- [22] Peng, B., Goodsell, J., Pipes, R. B., & Yu, W., 2016. Generalized free-edge stress analysis using mechanics of structure genome. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 83, n. 10, pp. 101013.
- [23] Liu, X., Rouf, K., Peng, B., & Yu, W., 2017. Two-step homogenization of textile composites using mechanics of structure genome. *Composite Structures*, vol. 171, pp. 252–262.

- [24] Peng, B. & Yu, W., 2018. A micromechanics theory for homogenization and dehomogenization of aperiodic heterogeneous materials. *Composite Structures*, vol. 199, pp. 53–62.
- [25] Luciano, R. & Sacco, E., 1997. Homogenization technique and damage model for old masonry material. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 34, n. 24, pp. 3191–3208.
- [26] Addessi, D. & Sacco, E., 2012. A multi-scale enriched model for the analysis of masonry panels. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, n. 6, pp. 865–880.
- [27] Yang, C. X., Shen, J. M., & Yang, W. J., 2012. Study on homogenization process of masonry using numerical simulation based on periodic boundary conditions. In *Applied Mechanics and Materials*, volume 204, pp. 768–773. Trans Tech Publ.
- [28] Milani, G. & Cecchi, A., 2013. Compatible model for herringbone bond masonry: Linear elastic homogenization, failure surfaces and structural implementation. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, n. 20-21, pp. 3274–3296.
- [29] Cluni, F. & Gusella, V., 2004. Homogenization of non-periodic masonry structures. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 41, n. 7, pp. 1911–1923.
- [30] Gusella, V. & Cluni, F., 2006. Random field and homogenization for masonry with nonperiodic microstructure. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, vol. 1, n. 2, pp. 357–386.
- [31] Milani, G., Esquivel, Y. W., Lourenço, P. B., Riveiro, B., & Oliveira, D. V., 2013. Characterization of the response of quasi-periodic masonry: Geometrical investigation, homogenization and application to the Guimarães castle, Portugal. *Engineering Structures*, vol. 56, pp. 621–641.
- [32] Tiberti, S., Milani, G., & Macorini, L., 2018. A novel pixel limit analysis homogenization model for random masonry. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1978, pp. 450008. AIP Publishing.
- [33] Cecchi, A., Milani, G., & Tralli, A., 2004. In-plane loaded CFRP reinforced masonry walls: mechanical characteristics by homogenisation procedures. *Composites Science and Technology*, vol. 64, n. 13-14, pp. 2097–2112.
- [34] Cecchi, A., Milani, G., & Tralli, A., 2005. Out-of-plane loaded CFRP reinforced masonry walls: mechanical characteristics by homogenization procedures. *Composites Science and Technology*, vol. 65, n. 10, pp. 1480–1500.
- [35] Milani, G., 2011. Kinematic FE limit analysis homogenization model for masonry walls reinforced with continuous FRP grids. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 48, n. 2, pp. 326–345.
- [36] Bertolesi, E., Milani, G., & Poggi, C., 2016. Simple holonomic homogenization model for the non-linear static analysis of in-plane loaded masonry walls strengthened with FRCM composites. *Composite Structures*, vol. 158, pp. 291–307.
- [37] Taliercio, A., 2014. Closed-form expressions for the macroscopic in-plane elastic and creep coefficients of brick masonry. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, n. 17, pp. 2949–2963.