

## DESIGN OF A HIGH-POWER STEEPED PLATE ULTRASSONIC TRANSDUCER

**Guilherme Victor Selicani**

*guilherme.selicani.@usp.br*

*Student*

**Flávio Buiochi**

*fbuiochi@usp.br*

*Professor*

Department of Mechatronics and Mechanical Systems Engineering

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

*Av. Prof. Mello Moraes, 2231, São Paulo –SP – 05508-900, Brazil*

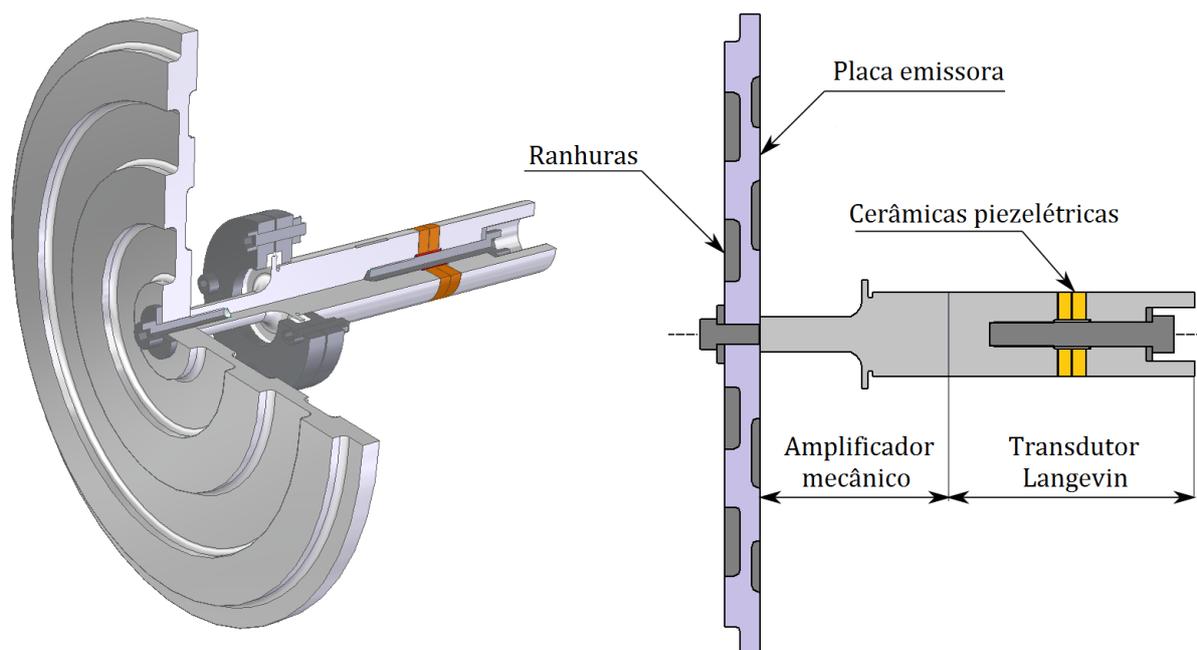
**Abstract.** High-intensity airborne ultrasonic waves have been used to accomplish several phenomena, such as defoaming, food drying and agglomeration of aerosol fine particles. In those applications, circular stepped-plates are often chosen to generate continuous waves due to their high efficiency and directive radiation patterns. In this study, a high-power stepped-plate transducer is designed for future investigation of the effects of airborne ultrasonic waves on iron ore flotation froth. The acoustic energy is generated by a piezoelectric Langevin transducer with a mechanical amplifier coupled to the stepped circular plate. The finite element method is used to simulate the dynamic behavior of the device through modal and harmonic analysis. Axisymmetric models are used on a parametric optimization problem formulated to design the transducer. This problem is solved with a meta-heuristic (genetic algorithm) employed to determine the set of lengths that define the geometry of the plate. In this approach, the objective function presented assures the proper vibrational behavior of the device, given a series of practical considerations. To validate the obtained design, a harmonic analysis of a three-dimensional model for the stepped plate is used to assess the occurrence of undesirable modal interactions. The Rayleigh Integral is solved to calculate the acoustic pressure field considering the vibrational displacements of the plate, obtained by the finite element model. The performance of a similar transducer with a smaller vibrating surface is presented to establish a general comparison.

**Keywords:** High Power, ultrasound transducer, finite element method, genetic algorithm

## 1 Introdução

As aplicações de transdutores ultrassônicos de alta potência têm por princípio a transferência de energia por meio de ondas elásticas de alta intensidade, cuja interação adequada com o meio externo possibilita explorar uma enorme variedade de fenômenos físicos desejáveis, dentre eles tem-se a emissão de ondas em ar. Existem diversas aplicações industriais que exploram campos acústicos de alta intensidade gerado por essas ondas, como por exemplo: aglomeração e filtragem de partículas microscópicas suspensas em ar (aerossol), secagem de alimentos, levitação acústica e supressão de espumas[1].

Os dispositivos ultrassônicos de alta potência usualmente empregam transdutores piezelétricos do tipo sanduíche ou Langevin. Neles, a potência mecânica é extraída de um conjunto de cerâmicas piezelétricas empilhadas e pressionadas por massas metálicas por meio de um parafuso de alta resistência. Os transdutores Langevin são projetados para oferecer grandes deslocamentos vibracionais em sua ponta de contato que transfere energia ao meio externo. Seu acionamento resulta da excitação harmônica de tensão elétrica aplicada nos eletrodos ligados as faces das cerâmicas piezelétricas, que vibram um modo axial do dispositivo. Os altos valores de deslocamento fazem com que os transdutores operem em uma banda de frequência restrita, o que os classifica como dispositivos de banda estreita ou sintonizados [2].

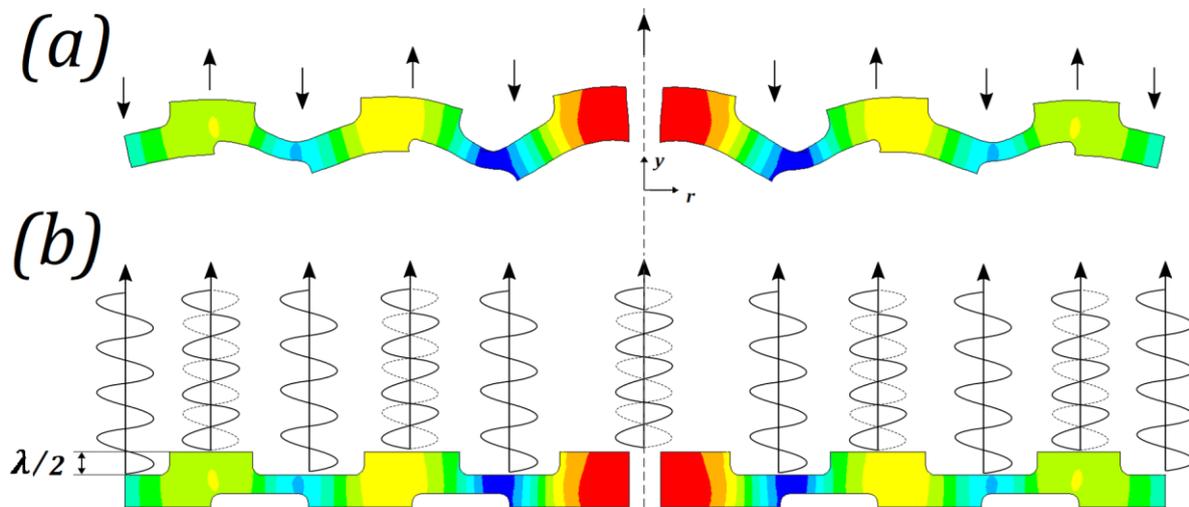


**Figura 1: Ilustração do transdutor para emissão (esquerda) em ar e identificação de suas principais partes (direita).**

A emissão de ondas em ar é realizada através da vibração de placas de radiação acústica que são fixadas aos transdutores ultrassônicos de potência, ver figura 1. A geometria da superfície emissora depende da finalidade do projeto. Quando a aplicação requer campos de pressão acústica de alta magnitude, o formato da placa de radiação visa focalizar as ondas emitidas ao meio fluido. Há algumas aplicações onde emprega-se superfícies refletoras para criar ondas estacionárias. Neste texto o transdutor projetado visa atender uma demanda experimental da indústria de mineração, onde as ondas emitidas devem interagir com espumas de flotação localizadas a alguns metros do dispositivo. Desta forma, o projeto do transdutor é voltado à eficiência, buscando transferir energia a uma superfície extensa e distante do transdutor. A obtenção de alta eficiência na transmissão de energia ao meio requer bom casamento de impedâncias entre a fonte radiante e o ar, alta amplitude de vibração e

alta direcionalidade das ondas emitidas.

O transdutor com placa emissora circular com ranhuras concêntricas diretivo [1] é uma solução apropriada para essa finalidade. Seu princípio de funcionamento consiste em excitar a placa em um dos seus modos de vibrar de flexão axissimétricos. Tais modos de vibrar em placas circulares apresentam regiões onde a superfície vibra em contra-fase, isto é, em direções opostas (ver figura 2.a). Desta forma as ondas emitidas ao fluido acabam se interferindo destrutivamente, prejudicando o campo de pressão acústica gerado. A solução encontrada por Gallego et al. [3] foi usar ranhuras circulares concêntricas nas regiões onde a superfície de radiação vibra em contra-fase. A profundidade da ranhura é de meio comprimento da onda que se propaga em ar, essa distância impõe um atraso nas ondas emitidas pelas superfícies rebaixadas, que faz com que a radiação no meio fluido chegue sempre em fase em relação as ondas emitidas pelas demais superfícies, ou seja, passa-se a gerar interferências construtivas. A figura 2.b ilustra a interferência construtiva causada pela defasagem de meio comprimento de onda na superfície do emissor.



**Figura 2: (a) Modo de vibrar excitado, (b) Fase das ondas emitidas em ar.**

Neste artigo o método dos elementos finitos (MEF) é utilizado para realizar análises modal e harmônica para simular o comportamento dinâmico do transdutor ultrassônico de potência e da placa emissora circular com ranhuras. Um problema de otimização paramétrica é formulado para determinar as dimensões da placa que garantam o comportamento vibracional desejado para emissão de ondas. O deslocamento das superfícies emissoras obtido pelos modelos computacionais é utilizado para calcular o campo de pressão acústica gerado pelos transdutores através da solução da integral de Rayleigh, admitindo a hipótese de que o transdutor atue como um pistão plano.

É realizada a comparação entre o comportamento vibracional de dois transdutores com placas emissoras de diâmetros diferentes, um com placa emissora de 31mm de diâmetro e outro com 300mm de diâmetro. O modelo de transdutor com placa emissora de menor diâmetro já teve seu desempenho validado e é apresentado como uma referência de comparação. Ambos são acionados por duas cerâmicas piezelétricas de PZT-4 com 38,2mm de diâmetro externo, 12,7mm de diâmetro interno e 6,35mm de espessura, comprimidas por duas massas de liga de alumínio 7075 por um parafuso M10 de aço com alta resistência a fadiga. Por fim, é apresentado um estudo comparativo entre os campos acústicos gerados pelas duas superfícies de área com cerca de duas ordens de grandeza de diferença.

## 2 Transdutores ultrassônicos piezelétricos de potência

### 2.1 Efeito Piezelétrico

O fenômeno da piezeletricidade foi descoberto por Pierre e Jacques Curie em 1880, que observaram a

capacidade de polarização em alguns cristais de quartzo quando submetidos a tensões mecânicas. Esses cristais chamados de piezelétricos acumulam carga elétrica quando submetidos a deformação mecânica (efeito direto) e também se deformam quando submetidos a um campo elétrico (efeito inverso). As relações constitutivas lineares que definem o comportamento eletromecânico de materiais piezelétricos podem ser escritas da seguinte forma:

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}^E \mathbf{T} + \mathbf{d}^t \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \mathbf{T} + \boldsymbol{\epsilon}^T \mathbf{E} \quad (2)$$

Onde  $\mathbf{S}$  é o tensor de deformações infinitesimais,  $\mathbf{T}$  é o tensor de tensões mecânicas,  $\mathbf{E}$  é o vetor de campo elétrico,  $\mathbf{D}$  é o vetor de deslocamento elétrico,  $\mathbf{s}^E$  é a matriz de flexibilidade mensurada a  $\mathbf{E}=\mathbf{0}$ ,  $\mathbf{d}$  é a matriz piezelétrica de deformação,  $t$  no caso indica transposta da matriz e  $\boldsymbol{\epsilon}^T$  é a matriz de permissividade elétrica mensurada com  $\mathbf{T}=\mathbf{0}$ . Na notação utilizada as grandezas tensoriais são representadas em negrito. O comportamento dinâmico do material piezelétrico é descrito pela equação da conservação da quantidade de movimento ignorando as forças de campo e considerando o material como homogêneo:

$$\rho_m \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (3)$$

onde  $\rho_m$  é a densidade do material e  $\mathbf{u}$  é o campo de deslocamento do material. O comportamento elétrico do material é regido pelas equações de Maxwell, considerando o material piezelétrico como um meio isolante, dado que não há cargas elétricas livres no seu interior, pela lei de Gauss, tem-se  $\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{0}$  [4].

## 2.2 Ressonadores de meio comprimento de onda

Transdutores Langevin funcionam como ressonadores de meio comprimento de onda, isto é, a dimensão total do total transdutor deve ser de metade do comprimento da onda longitudinal propagada, isso faz que as extremidades vibrem em contra-fase com máxima transferência de energia. Uma modelagem unidimensional das partes do transdutor fornece os valores de meio comprimento de onda para um dado material [2][4]:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \frac{c}{f_{op}} = \frac{\sqrt{E}}{2f_{op} \rho} \quad (4)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $\rho$  é a densidade do material,  $c$  é a velocidade de propagação de onda longitudinal e  $f_{op}$  é a frequência de operação do transdutor. Outros elementos ressonadores de meio comprimento de onda podem ser adicionados ao transdutor sanduíche como os amplificadores mecânicos, que são peças com redução gradual da seção transversal usualmente seguindo um padrão cônico ou em degrau. A redução da seção aumenta o deslocamento na extremidade de menor superfície, ver figura 1. O ganho de deslocamento axial é proporcional à redução da área das seções transversais do amplificador mecânico [4].

Transdutores ultrassônicos piezelétricos de potência apresentam muitas fontes de não-linearidades, sendo que as mais predominantes delas estão associadas a temperatura e ao comportamento não linear das cerâmicas quando submetidas a valores mais altos de tensão elétrica. Na prática o aumento de deslocamento se reduz conforme aumenta-se a potência fornecida ao transdutor. Os modelos apresentados aqui admitem a modelagem linear da seção 2.1 que é representativa para patamares baixos de amplitude de excitação elétrica [4].

## 2.3 Superfícies emissoras

O transdutor apresentado como referência é essencialmente um transdutor Langevin. Sua massa metálica frontal é também o amplificador mecânico terminado em uma superfície emissora de 31mm de diâmetro na sua extremidade livre, ver figura 3. Uma vez que o diâmetro é muito pequeno o modo de vibrar excitado não apresenta regiões vibrando em contra-fase.

O transdutor com placa emissora de ranhuras concêntricas deve operar em seu 5° modo de vibrar axissimétrico, já ilustrado na figura 2.a onde as cores ilustram deslocamento na direção axial. A escolha deste modo advém de cálculos preliminares envolvendo considerações a respeito do diâmetro estabelecido, limite de fadiga do material e faixa de frequência de operação escolhida (entre 23kHz e 27kHz). As ranhuras inseridas na face inferior da placa foram introduzidas para aumentar as amplitudes de deslocamento da placa. Nota-se que as ranhuras da placa devem estar posicionadas sobre os círculos nodais do modo de vibrar, que são regiões onde os deslocamentos são nulos que separam as zonas com vibrações em contra-fase.

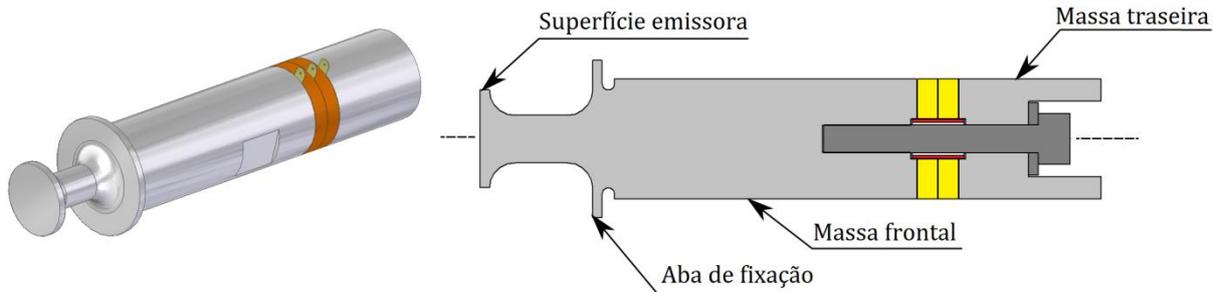


Figura 3: Ilustração do transdutor de referência e identificação de suas parte.

### 3 Modelagem de transdutores ultrassônicos

Uma vez que os efeitos radiais são relevantes no projeto de transdutores ultrassônicos de potência, a modelagem bidimensional axissimétrica é realizada pelo método dos elementos finitos. O MEF é a abordagem mais adequada para simular o comportamento físico do transdutor, uma vez que fornece valores precisos de tensões mecânicas, amplitudes de deslocamentos da vibração do transdutor e frequências naturais do sistema [2].

#### 3.1 Formulação do MEF piezelétrico

As equações diferenciais que regem o comportamento eletromecânico dos materiais piezelétricos, apresentadas na seção 2.1, são utilizadas na formulação do método dos elementos finitos para meios piezelétricos na referência [10], onde Leerch apresenta a formulação variacional pelo princípio de Hamilton. Neste texto, será apresentado apenas o resultado final da formulação tridimensional que desconsidera os efeitos de amortecimento dielétrico. O resultado apresentado na referência [10] fornece a formulação do método dos elementos finitos das equações envolvendo as matrizes globais montadas, relacionando os vetores de deslocamento  $U$ , de potencial elétrico  $\Phi$  e de carregamentos nodais de força  $F$  e de carga elétrica  $Q$ :

$$M_{uu}\ddot{U} + C_{uu}\dot{U} + K_{uu}U + K_{u\Phi}\Phi = F \quad (5)$$

$$K_{u\Phi}^T U + K_{\Phi\Phi}\Phi = Q \quad (6)$$

Onde a matriz de rigidez mecânica é:

$$K_{uu} = \iiint_V B_u^t c^E B_u dV \quad (7)$$

A matriz de acoplamento piezelétrico é:

$$K_{u\Phi} = \iiint_V B_u^t e B_\Phi dV \quad (8)$$

A matriz de rigidez elétrica é:

$$K_{\Phi\Phi} = \iiint_V B_\Phi^t \epsilon^S B_\Phi dV \quad (9)$$

A matriz de massa é:

$$\mathbf{M}_{uu} = \rho \iiint_V \mathbf{N}_u^t \mathbf{N}_u dV \quad (10)$$

Onde a constante  $\rho$  é a densidade do material. A matriz de amortecimento de Rayleigh é:

$$\mathbf{C}_{uu} = \alpha \mathbf{M}_{uu} + \beta \mathbf{K}_{uu} \quad (11)$$

Onde as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  são os coeficientes de amortecimento de massa e rigidez respectivamente.

Sendo que  $\mathbf{N}_u$  e  $\mathbf{N}_\phi$  as funções de interpolação dos elementos finitos:

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_u \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{B}_u \mathbf{N}_u \mathbf{U} = \mathbf{B}_u \mathbf{U} \quad (12)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi_{elec} = -\nabla \mathbf{N}_\phi \Phi = -\mathbf{B}_\phi \Phi \quad (13)$$

Neste trabalho empregou-se o software comercial de método dos elementos finitos ANSYS APDL para implementar as simulações de modelos 2D-axissimétrico e 3D. O software trata internamente as matrizes das equações constitutivas permitindo os usuários trabalharem com qualquer uma das 4 possíveis formulações dos materiais piezelétricos. O problema de MEF acima é utilizado para realizar análises modais e harmônicas. Na análise modal, os modos de vibrar são definidos a partir de separação de variáveis da solução que leva a um problema de autovalor generalizado, onde as frequências de ressonância são obtidas através dos autovalores e os modos a partir dos autovetores. Na análise harmônica, a resposta em frequência do sistema é obtida admitindo uma solução harmônica para o problema, o que leva a dedução das matrizes de massa e rigidez que dependem da frequência da solução.

### 3.2 Propriedades dos materiais

As propriedades dos materiais constam nas tabelas 1 a 3. Como as propriedades das cerâmicas informadas pelos fabricantes apresentam valores de desvio da ordem de 5% nas constantes elásticas e de até 20% nas constantes piezelétricas e dielétricas [6], são necessários métodos experimentais para a obtenção de valores confiáveis dessas propriedades. Neste trabalho, as propriedades da cerâmica piezelétrica foram ajustadas a partir da comparação entre os resultados de condutância das curvas experimentais e teóricas, calculadas a partir da análise harmônica de um modelo em MEF do disco da cerâmica.

Tabela 1. Propriedades da cerâmica piezelétrica PZT-4 (classe de simetria 6mm).

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Densidade	$\rho$	7600	kg/m <sup>3</sup>
Flexibilidade	$s_{11}^E$	$1,18 \times 10^{-11}$	m <sup>2</sup> /N
	$s_{33}^E$	$1,29 \times 10^{-11}$	m <sup>2</sup> /N
	$s_{12}^E$	$-4,17 \times 10^{-12}$	m <sup>2</sup> /N
	$s_{13}^E$	$-4,34 \times 10^{-12}$	m <sup>2</sup> /N
	$s_{44}^E$	$3,77 \times 10^{-11}$	m <sup>2</sup> /N
	$s_{66}^E$	$3,20 \times 10^{-11}$	m <sup>2</sup> /N
Coeficientes de acoplamento piezelétrico	$d_{31}^E$	$-1,06 \times 10^{-10}$	C/N
	$d_{33}^E$	$2,99 \times 10^{-10}$	C/N
	$d_{15}^E$	$4,58 \times 10^{-10}$	C/N
Permissividade elétrica relativa (T=0)	$\epsilon_{11}^T$	737,23	F/m
	$\epsilon_{33}^T$	625,61	F/m

Tabela 2. Propriedades dos materiais isotrópicos.

Material	Módulo de Young [GPa]	Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]	Coef. de Poisson
Alumínio	72	2700	0,33
Aço	210	7850	0,29

Os valores dos coeficientes de amortecimento devem ser determinados experimentalmente para cada modo de vibrar do dispositivo. Optou-se por considerar amortecimento da matriz de massa  $\alpha$  nulos e trabalhar apenas com amortecimento estrutural  $\beta$ . Como o transdutor de referência estava construído, o valor  $\beta_{ajustado}$  foi determinado para calibrar a análise harmônica do dispositivo em função dos resultados experimentais. Para as análises harmônicas, realizadas nas etapas de projeto da placa com ranhuras, adotou-se  $\beta_{projeto}$  arbitrários que constam na tabela abaixo.

Tabela 3. Coeficientes de amortecimento de Rayleigh

Material	$\beta_{projeto}$	$\beta_{ajustado}$
Alumínio	$3,00 \times 10^{-11}$	$0,20 \times 10^{-8}$
Aço	$1,00 \times 10^{-8}$	$1,00 \times 10^{-8}$
Cerâmica	$2,00 \times 10^{-9}$	$2,00 \times 10^{-9}$

### 3.3 Modelagem do transdutor com superfície emissora de 31mm de diâmetro

A axissimetria dos transdutores e placas radiantes permitem a simplificação do modelo, que pode ser resolvido como um problema plano. O elemento finito PLANE13 de interpolação linear foi empregado na construção do MEF piezoeletrico, sendo configurado como quadrilátero de 4 nós com 3 graus de liberdade por nó, sendo eles potencial elétrico  $\Phi$ , deslocamento nas direções radial  $U_r$  e axial  $U_y$ . O elemento PLANE13 na configuração de quadrilátero de 4 nós, considerando apenas os graus de liberdade de deslocamento foram adotados para as partes feitas de materiais isotrópicos. A figura 4 apresenta uma descrição esquemática do modelo axissimétrico do transdutor, sua malha e as condições de contorno da análise harmônica. As malhas foram discretizadas visando garantir o princípio da independência da malha, ou seja a malha foi refinada até que os resultados de deslocamento deixassem de ter uma variação expressiva.

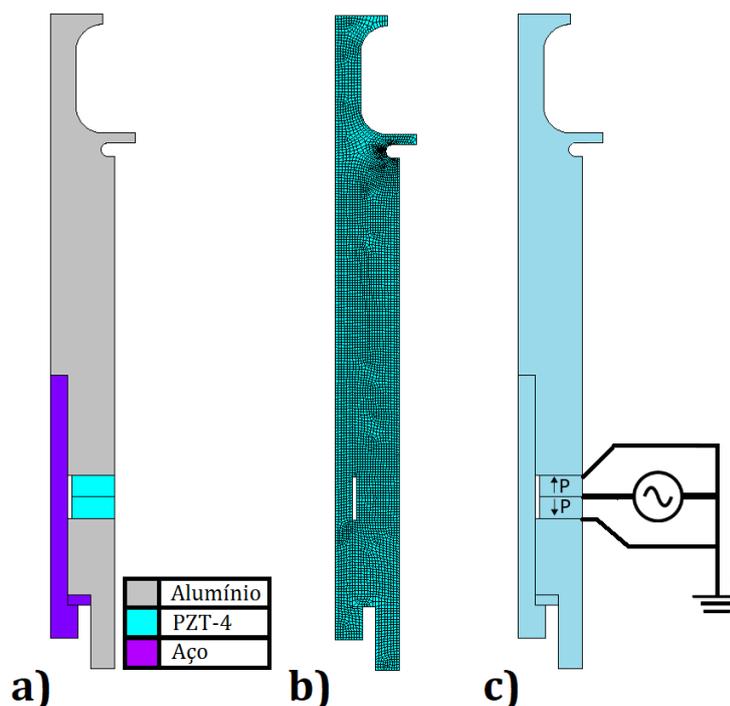


Figura 4: a) Materiais, b) malha e c) condições de contorno do modelo em MEF do transdutor de referência.

Na montagem do transdutor, as cerâmicas são inseridas com suas faces de mesma polaridade em contato, ou seja, uma das cerâmicas está invertida em relação a outra. O eletrodo central recebe o sinal de acionamento e as demais partes são aterradas. Assim, as condições de contorno de potencial elétrico são  $\Phi = +V_{Amp}$  na linha entre as cerâmicas,  $\Phi = 0$  nos demais eletrodos, sendo que uma das cerâmicas é configurada com polarização invertida, como mostra a figura 4 no diagrama a direita.

#### 4 Transdutor com placa emissora com ranhuras

Optou-se por projetar primeiro a placa emissora utilizando o algoritmo genético para determinar suas dimensões, para em seguida projetar o transdutor ultrassônico piezoeletrico que atue na frequência da placa. O algoritmo genético de Lagrange aumentado foi implementado com uso da toolbox de otimização do software comercial Matlab 2015. Algoritmos genéticos constituem um grupo dos algoritmos evolucionários inspirados pela teoria da evolução de Darwin. São caracterizados por simular os processos de reprodução dos seres vivos e de seleção natural considerando as operações genéticas envolvidas como a mutação e a recombinação de genes [7]. Resumidamente, o problema de otimização é resolvido de forma multidirecional, pois trabalha-se com um conjunto de pontos e estocástica, pois utiliza-se métodos aleatórios para definir o conjunto de pontos da próxima iteração. Uma descrição esquemática do algoritmo é apresentada na figura 5.

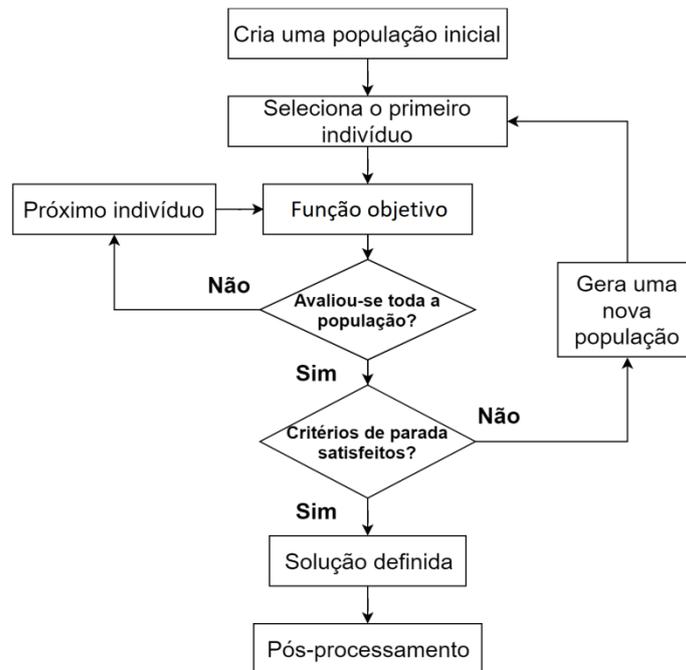


Figura 5: Fluxograma do algoritmo genético.

##### 4.1 Projeto da placa emissora

Um modelo 2D-axissimétrico foi criado no módulo ANSYS APDL para projetar uma placa emissora com as características vibracionais discutidas na seção 2. O elemento finito empregado foi o PLANE13 já apresentado na seção 3, o material foi considerado isotrópico com as propriedades genéricas de ligas de alumínio que constam na tabela 2, as análises modais foram realizadas sem condições de contorno e as análises harmônicas foram realizadas para uma condição de contorno de deslocamento  $U_y = 1\mu\text{m}$  de amplitude na face indicada na figura (6.a). Os elementos finitos foram programados para apresentarem lados com menos de 1mm de comprimento, um exemplo de malha gerada está ilustrado na figura (6.b).

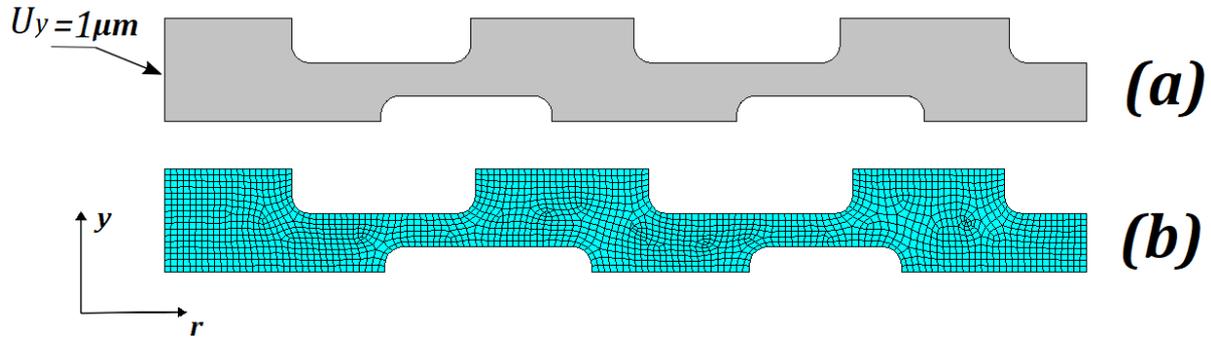


Figura 6: Condição de contorno e malha do modelo em MEF da placa livre.

A geometria da placa pode ser representada pelos 15 parâmetros ilustrados na figura 7, sendo que  $r_p$  tem seu valor definido para passagem de um parafuso e os arredondamentos da placa foram mantidos como constantes por motivos de manufatura. A fim de reduzir o custo computacional, optou-se por simplificar o problema de otimização separando-o em duas etapas, considerando apenas parte dos parâmetros de projeto para uma mesma função objetivo.

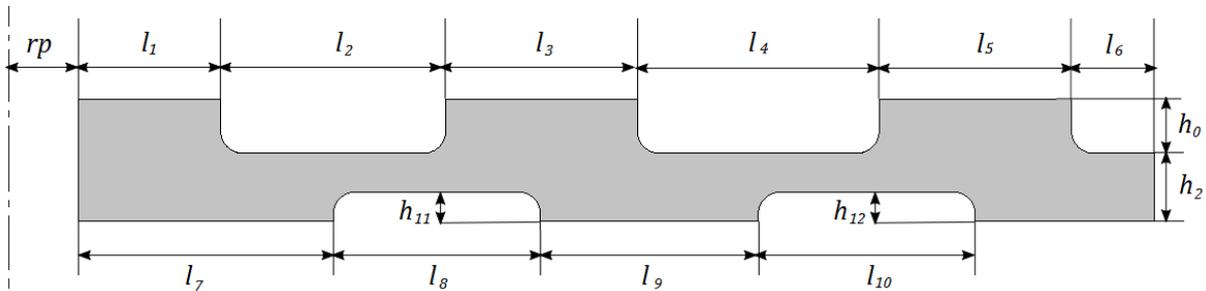


Figura 7: Parametrização da geometria da placa.

Na primeira etapa são considerados apenas os parâmetros de otimização que definem a face frontal do emissor, ou seja:  $l_i$  onde  $i = 1, \dots, 6$ . As ranhuras da face inferior da placa possuem o mesmo comprimento  $h_{11} = h_{12}$  e a dimensão de espessura  $h_2$  possui um valor arbitrário. Após executar a rotina de otimização assumindo valores constantes para as dimensões das ranhuras inferiores e observar os resultados, optou-se por impor que as ranhuras inferiores se localizem entre os pontos médios das ranhuras superiores. Em resumo, as simplificações adotadas na primeira etapa são:

$$\begin{aligned} h_{11} &= h_{12} = h_1 = cte \\ h_2 &= cte \\ l_7 &= l_1 + l_2/2 \\ l_i &= (l_{i-6} + l_{i-5})/2 \quad (8 \leq i \leq 10) \end{aligned}$$

Considerações sobre o parâmetro  $h_0$  são feitas posteriormente. Desta forma, iniciou-se o projeto definindo o seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & g(x) = -g_1 \cdot g_2^{15} \\ \text{sujeito a:} \quad & \sum_{i=1}^6 l_i - 150\text{mm} = 0 \quad i = 1, \dots, 6 \\ & l_i^{\min} \leq l_i \leq l_i^{\max} \quad i = 1, \dots, 6 \end{aligned} \tag{14}$$

A função objetivo  $g(x)$  do problema busca selecionar a configuração de parâmetros onde as ranhuras delimitam as regiões nodais da placa, de forma a garantir que as vibrações estejam em contra-fase. O termo  $g_1$  uma função objetivo avalia a qualidade do perfil de deslocamentos da placa:

$$g_1 = \sum_{i=1}^6 \int_{l_i^{\min}}^{l_i^{\max}} s_i U_y(r) \cdot r dr \tag{15}$$

onde  $s_i=1$  para as ranhuras de cima ( $i$  é ímpar) e  $s_i = -1$  nas ranhuras de baixo ( $i$  é par). A integral é resolvida numericamente pela regra dos trapézios, logo, na prática,  $g_1$  é calculado por meio de um somatório. Como o problema é axissimétrico, os deslocamentos distantes do centro tem uma influência maior sobre o campo acústico, visto que as ranhuras mais externas delimitam uma área maior. Assim  $g_1$  é a integral dos deslocamentos favoráveis da placa. A fim de prevenir a convergência em soluções onde os deslocamentos favoráveis compensem numericamente os deslocamentos não favoráveis nesta integral, o termo  $g_2$  foi inserido na função objetivo:

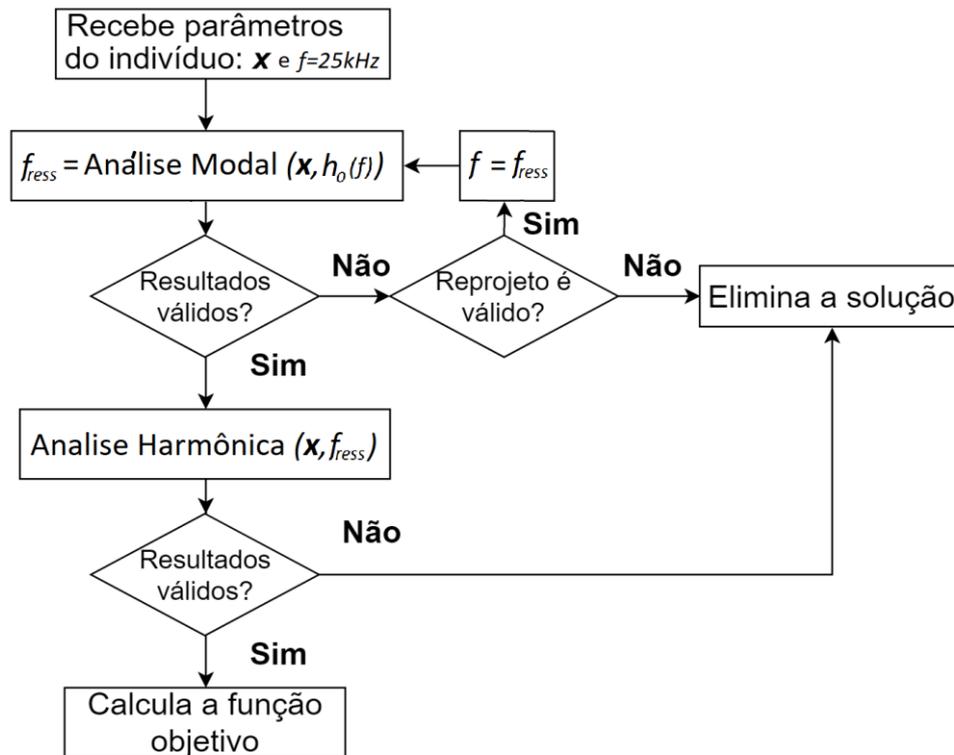
$$g_2 = \frac{\sum_{i=1}^6 c_i}{6} \quad (16)$$

onde  $c_i$  é a razão entre a quantidade de nós com deslocamento favorável e a quantidade total de nós na superfície  $i$ . O termo  $g_2$  onde  $0 \leq g_2 \leq 1$  é elevado a 15 para predominar numericamente sobre  $g_1$ .

A profundidade da ranhura  $h_0$  é calculada a partir de uma frequência de projeto  $f_0$  pela expressão  $h_0 = \lambda_{ar}/2 = c_{ar}/(2f_0)$ . Porém o emissor emite ondas na frequência de ressonância  $f_{ress}$  do modo excitado, que por sua vez é função dos demais parâmetros de projeto. Desta forma, foi preciso definir um processo iterativo para ajustar  $h_0(f_n)$  para cada placa definida pelo conjunto de parâmetros  $l_i$ . Como o diâmetro e a espessura da placa foram selecionados para que o modo de interesse se situe em torno de 25kHz, inicia-se a análise modal dimensionando  $h_0(f_1)$  para  $f_1=25kHz$  e obtém-se a frequência natural  $f_{ress}$  da peça para um conjunto de parâmetros. Em seguida, a análise modal é realizada novamente, desta vez utilizando a frequência natural  $f_2 = f_{ress}$  obtida na etapa anterior para redimensionar  $h_0(f_2)$ . A rotina reajusta a dimensão  $h_0$  no máximo 5 vezes, se não houver convergência o indivíduo (peça, projeto, ponto ou conjunto de parâmetros) é descartado. Se a frequência de ressonância da placa diferir da frequência utilizada para dimensionar  $h_0$  em menos de 300Hz admite-se que houve uma convergência. A escolha do critério garante erro dimensional menor do que 0,1mm de  $h_0$ , que é a tolerância de fabricação da peça.

Conforme relatado em [9], considerando placas sem ranhuras nas faces inferiores, o ponto máximo de deslocamento das placas circulares vibrando em seus modos de flexão se situa em seu centro. Foi admitido que esse comportamento fosse válido também para placas com ranhuras na face inferior. Assim, a busca pelo quinto modo de flexão foi realizada computando os primeiro 12 modos de vibrar da placa e em seguida contou-se os modos onde o deslocamento máximo estava localizado no furo central da peça.

Em seguida, o projeto é submetido a análise harmônica. A frequência da análise modal determinada no passo anterior é utilizada na excitação da análise harmônica. Os deslocamentos na direção axial  $U_y$  das regiões de interesse, isto é, da face do emissor, são exportados para que a função objetivo seja calculada pelo Matlab. Durante o processo notou-se que em alguns casos ocorria interferência modal entre um dos modos de extensão radial e o modo flexão desejado. Isso ocorre quando os dois modos possuem frequências naturais muito próximas. Uma rotina de inspeção de interferência foi implementada para descartar os projetos onde isso ocorre, avaliando se o ponto máximo de deslocamento continuava na face mais próxima do centro da placa, ou seja, se o modo de vibrar não foi modificado. O descarte desses indivíduos foi realizado por penalização dessas soluções. A figura 8 ilustra a sequência de simulações na qual o projeto é submetido antes do cálculo da função objetivo.



**Figura 8: Fluxograma da função objetivo.**

Na segunda etapa do projeto da superfície emissora, os parâmetros das ranhuras de baixo  $l_i$  onde  $i = 7, \dots, 10$  e  $h_1$  são considerados na otimização. Os demais parâmetros são mantidos conforme na etapa anterior. O procedimento da simulação e as funções objetivo são também os mesmos. Assim, o problema de otimização passa a ser:

$$\begin{aligned}
 & \min_x && g(x) = -g_1 \cdot g_2^{15} \\
 & \text{sujeito a:} && l_i^{\min} \leq l_i \leq l_i^{\max} \quad i = 7, \dots, 10 \\
 & && h_1^{\min} \leq h_1 \leq h_1^{\max}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Ambas as etapas do problema foram processadas com populações de 60 indivíduos, partindo de uma população inicial definida por uma solução obtida por tentativa e erro. As rotinas foram programadas para encerrar a otimização caso fossem realizadas 180 gerações (ou iterações). Posteriormente um modelo tridimensional da placa emissora foi criado para avaliar a ocorrência de interferências modais. A análise modal foi realizada para a placa livre com uso do elemento finito SOLID187, com formato de tetraedro com interpolação quadrática possuindo um total de 10 nós.

## 4.2 Projeto do transdutor de potência

O transdutor ultrassônico de potência foi projetado para garantir grandes deslocamentos na frequência de ressonância da placa de ranhuras concêntricas, obtida segundo a metodologia do item anterior. Porém, a fixação da placa ao transdutor piezelétrico altera o modo de vibrar da estrutura como um todo. Desta forma, a expressão (4) foi utilizada como uma estimativa inicial para dimensionar o transdutor. Entretanto, como a equação não fornece resultados exatos, devido a efeitos radiais, foi preciso reajustar o projeto das peças para que vibssem em uma mesma frequência. O ajuste foi feito separadamente (ver figura 9) para as seguintes situações: (A) transdutor Langevin (as duas massas metálicas, cerâmicas e parafuso), (B) amplificador mecânico, (C) amplificador mecânico ligado ao transdutor Langevin e (D) amplificador mecânico ligado a placa. Em seguida, um modelo do transdutor completo (E) foi construído para validar o desempenho do dispositivo. A análise modal dos componentes com cerâmicas piezelétricas fornece as frequências de ressonância do sistema para uma

condição de contorno onde os eletrodos se encontram curto-circuitados (ver figura 9). Os elementos finitos, materiais e condições de contorno para análise harmônica são as mesmas apresentadas para o transdutor de referência.

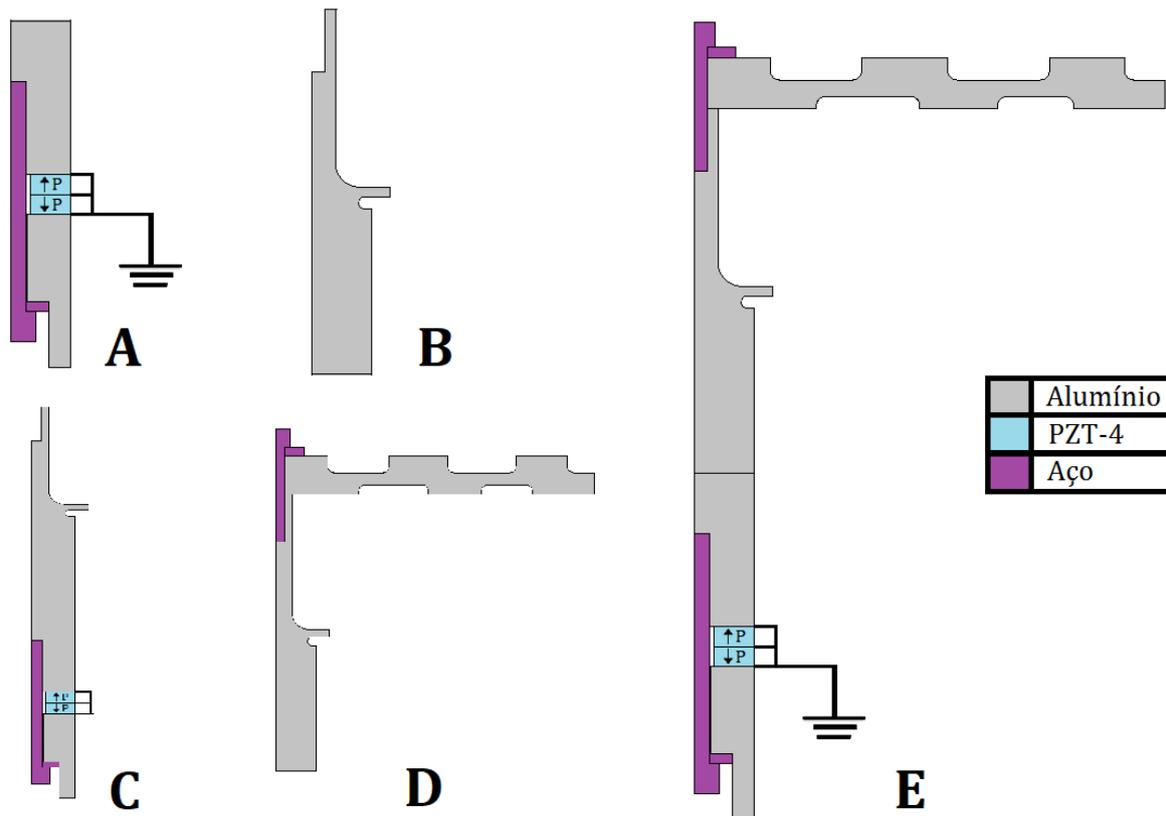
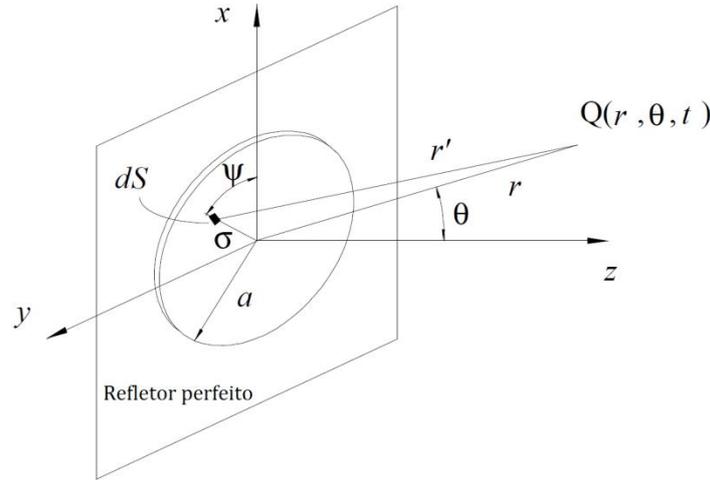


Figura 9: Materiais e condições de contorno da análise modal do modelo do dispositivo montado.

## 5 Campo de pressão acústica

Ondas acústicas são flutuações de pressão que podem existir em fluidos compressíveis. Tais flutuações podem ser compreendidas conceitualmente como interações entre elementos unitários de fluido, que se movem para frente e para trás, produzindo regiões adjacentes de compressão e rarefação. Os elementos fluidos ou partículas, são definidos como unidades infinitesimais de volume do fluido contendo milhões de moléculas, sendo o elemento suficientemente pequeno para se assumir que as propriedades acústicas sejam uniformes em seu interior. Embora haja um fluxo constante de moléculas pelas fronteiras deste volume, entende-se que, estatisticamente, exista um balanço na quantidade de moléculas que entram e saem do volume infinitesimal. Assim, este volume infinitesimal pode então ser admitido como uma região contínua com propriedades macroscópicas uniformes [8].

A modelagem simplificada de fenômenos de ondas acústicas em ar considerada aqui é construída admitindo processos termodinâmicos sem qualquer perda de energia e que nas ondas acústicas o deslocamento das partículas é de baixa magnitude. A hipótese de que a propagação de onda não tenha perdas implica na desconsideração dos efeitos dissipativos e de trocas de calor, logo, considera-se que o fluido seja invíscido e que os processos termodinâmicos sejam isentrópicos. A ausência de viscosidade no modelo elimina a representação de ondas de cisalhamento, portanto apenas as ondas longitudinais são representadas. Os fenômenos acústicos são considerados quase isentrópicos, pois a condutividade térmica do fluido e o gradiente de temperatura são suficientemente pequenos para sustentar a hipótese de que não haja uma quantidade de energia significativa transferida entre elementos de fluido adjacentes. Por fim, a hipótese de que as ondas acústicas sejam de baixa amplitude de deslocamento significa que as mudanças de densidade e pressão no meio serão desprezíveis quando comparadas aos valores de equilíbrio.



**Figura 10: Superfície emissora do pistão plano circular.**

Dada essas hipóteses, o campo acústico gerado pelo transdutor ultrassônico pode ser calculado utilizando o modelo de pistão plano, que admite que a superfície radiante está contida em um plano  $z=0$  em um espaço de coordenadas cartesianas, circundada por um refletor perfeito. Pelo princípio de Huygens, define-se a integral de Rayleigh, que determina o campo potencial de velocidade em um ponto Q no espaço (ver figura 10) a partir do somatório das contribuições de fontes pontuais de ondas semi-esféricas emitidas pelas áreas elementares  $dS$  da superfície de radiação  $S$ . Onde  $r$  define a posição do ponto Q,  $\sigma$  e  $\psi$  definem a posição da área elementar  $dS$ ,  $r'$  define a distância entre a área elementar e o ponto Q e  $c$  é a velocidade de propagação da onda no meio. No caso de um pistão plano circular, a superfície  $S$  é definida por um círculo de raio “ $a$ ”, sendo vantajoso o uso de coordenadas cilíndricas para o cálculo da integral conforme ilustrado. Pode-se obter a expressão do cálculo do campo acústico pela da integral de Rayleigh [8]:

$$p(\vec{r}, t) = \frac{-j\rho_0ck}{2\pi} \int_0^a V(\sigma) \left( \int_0^{2\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} d\psi \right) d\sigma \quad (18)$$

Admite-se que o pistão vibra harmonicamente com velocidade normal a superfície emissora:

$$v_n = V(\sigma)e^{j(\omega t)} \quad (19)$$

Tal modelagem possui representatividade bastante limitada dos fenômenos físicos envolvidos no campo acústico gerada pela placa com ranhuras. A equação (18) é válida apenas para pequenos deslocamentos, para altos valores de tensão elétrica aplicada ao transdutor, é necessário modelagem dos efeitos não lineares de propagação de onda. Além disso, a superfície emissora é admitida como pistão plano, enquanto que na realidade há faces rebaixadas pelas ranhuras e o centro da placa contém os elementos de fixação do conjunto. Também são desconsideradas a vibração das faces verticais das ranhuras. Os fenômenos de absorção acústica são desprezíveis na faixa frequência de operação.

A potência acústica gerada pelos transdutores pode ser calculada pela expressão:

$$P_{acus} = Q_{rms}^2 Z \quad (20)$$

onde Q é a taxa de variação do volume deslocado complexa [ $m^3/s$ ]:

$$Q = \int_S v_n dS = 2\pi \int_0^a V(\sigma)e^{j(\omega t)} \cdot \sigma d\sigma = (2\pi)^2 f e^{j(\omega t)} \int_0^a U_y(\sigma) \cdot \sigma d\sigma \quad (21)$$

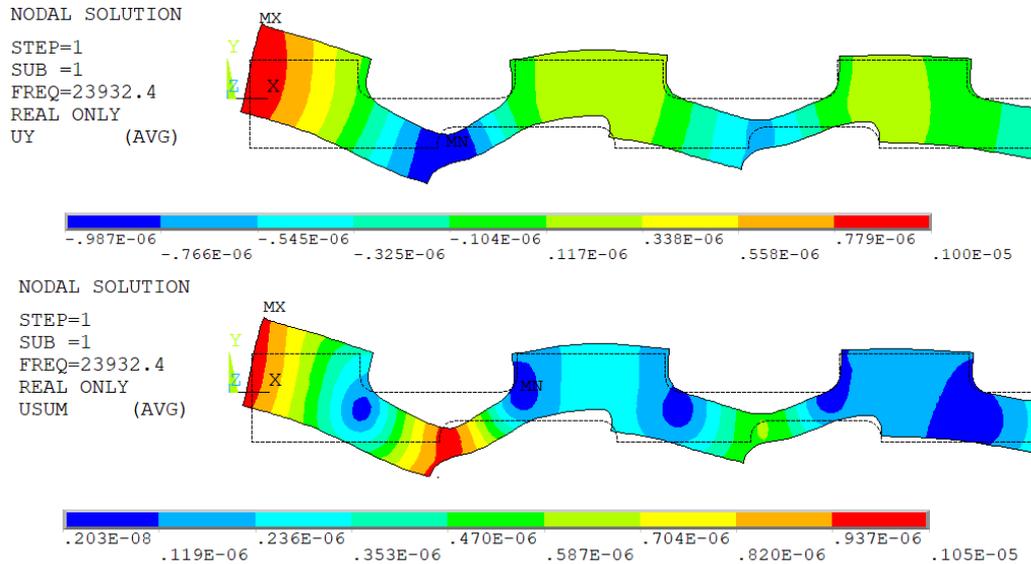
e  $Z$  é a impedância acústica [ $Pa.s/m^3$ ]. Note que o termo na integral é a mesma grandeza  $g_1$  calculada em (15). Sob a hipótese de pistão rígido ( $U_y(\sigma) = U_0$ ) para os casos onde  $2a/\lambda \gg 1$  a expressão da impedância acústica de radiação do pistão tende ao valor de sua resistência acústica de radiação, dada por  $Z_r \approx A\rho_0c$ , sendo  $A$  a área do pistão [8]. Sabendo que  $Z = Z_r/A^2$ , temos:

$$P_{acus} \approx \left( \frac{1}{\sqrt{2}} 4\pi^2 f \int_0^a U_y(\sigma) \cdot \sigma d\sigma \right)^2 \frac{\rho_0c}{A} = 8\pi^3 \rho_0c \left( \frac{f g_1}{a} \right)^2 \quad (22)$$

Portanto, otimizou-se uma função objetivo relacionada quadraticamente com a potência transferida ao meio (ar) pelo transdutor.

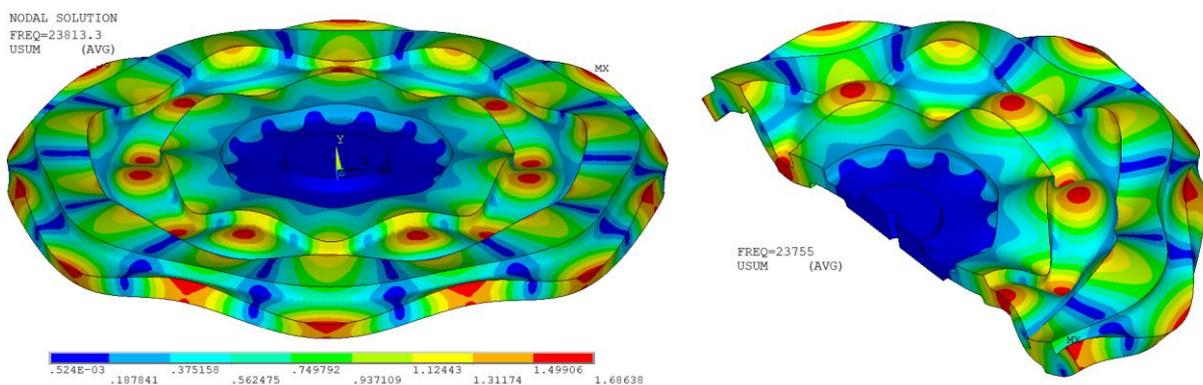
## 6 Resultados

O quinto modo de vibrar do disco emissor obtido pela sequência de otimização dada na seção 4 é ilustrada na figura 11. A frequência natural deste modo foi de cerca de 23,9kHz considerando a placa livre. Quando a placa é acoplada ao amplificador a frequência foi reduzida para cerca de 23,7kHz, assim a frequência de projeto do transdutor piezolétrico de potência foi de 23744Hz.



**Figura 11: Deslocamento axial e amplitude de deslocamento da placa livre.**

A tabela 4 apresenta as frequências de ressonância obtidas pelos modelos 2D da placa livre, conforme avaliada pelo algoritmo genético, 2D do transdutor completo (figura 9.E), 3D da placa livre com rotação completa (360°) com discretização insuficiente e 3D da placa livre para meia rotação (180°) com condições de contorno de simetria e discretização suficiente. O modo vizinho mais próximo ocorre a cerca de 240Hz abaixo do modo de interesse, a partir dos resultados do modelo 3D de placa livre com rotação completa. Porém, percebe-se que a discretização com elementos de tamanho de 3mm de aresta encontra-se grosseira para estes modos, dado que o resultado divergiu do modelo plano axissimétrico de placa livre. Como o modo vizinho mais próximo apresentou simetria de meio perímetro, um modelo de setor circular de 180° e condições de contorno de simetria com elementos finitos de 1,5mm foi criado para avaliar a frequência deste modo. Após o aumento da discretização, a diferença entre a frequência de operação obtida pelos modelos 2D e 3D da placa livre foi reduzida, desta forma foi determinado um valor mais confiável para a frequência natural do modo vizinho mais próximo.



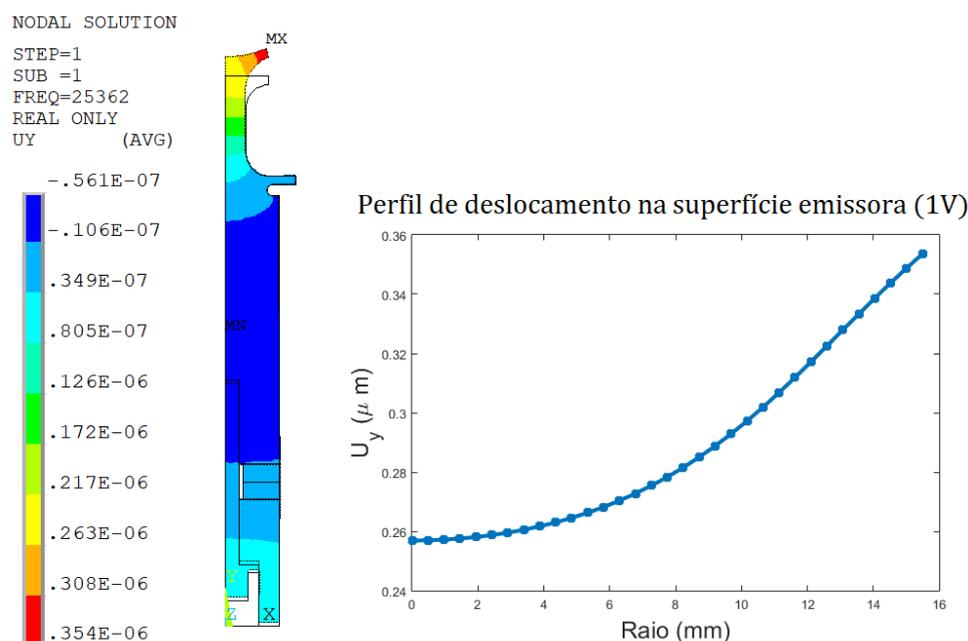
**Figura 12: Modo vizinho mais próximo: modelo 3D-360° com discretização insuficiente (esquerda) e modelo 3D-180° com discretização aumentada (direita).**

O modo vizinho tridimensional (ver figura 12) é insensível a presença de massas concentradas no centro da placa, visto que este modo não apresenta deslocamentos no centro da peça. Isso significa que tal modo deve ser observado também quando a placa for acoplada às demais partes do transdutor. Nota-se que a frequência do modo vizinho difere em apenas 11Hz da frequência de operação do dispositivo, determinada pelo modelo 2D axissimétrico do transdutor montado. Isso indica que há a uma grande chance de ocorrer interferência modal, isto é, o modo vizinho ser excitado junto ao modo de interesse, o que pode prejudicar o desempenho do transdutor. Assim uma análise deve ser feita a parte para estudar esse possível problema. A análise harmônica tridimensional para o transdutor completo não foi realizada ainda devido ao custo computacional do modelo, sendo esse um dos possíveis métodos de se avaliar a excitação de múltiplos modos. Caso ocorra, o problema de interferência modal é usualmente resolvido pela remoção de material da peça. Uma vez que esse problema não foi apurado, as análises de campo acústico a seguir foram realizadas admitindo que não houve interferência modal.

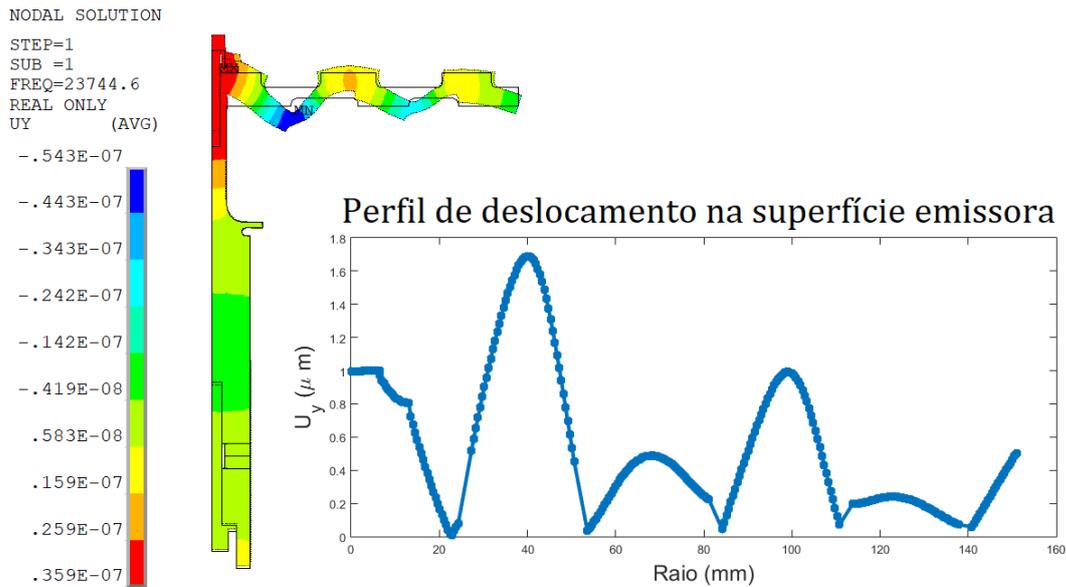
Tabela 4. Resultados da análise modal da placa com ranhuras.

Frequência [Hz]			
2D-Placa livre	2D-Completo	3D (360°)	3D (180°)
----	----	23811	----
----	----	23813	<u>23755</u>
<b>23932</b>	<b><u>23744</u></b>	<b>24057</b>	<b>23958</b>
----	----	24625	----
----	----	24625	----

Os deslocamentos axiais obtidos pela análise harmônica dos transdutores de referência e projetado são apresentados nas figuras 13 e 14, respectivamente. As figuras contém um gráfico com o perfil de deslocamento  $U_y$  em função do raio da superfície emissora. Os valores de deslocamento apresentados para o transdutor de referência foram ajustados a partir dos resultados experimentais. O ajuste é realizado a partir do valor de amortecimento  $\beta$  que deve ser determinado experimentalmente para cada modo de vibrar. Assim, como o protótipo do transdutor projetado ainda não foi construído, fica indeterminada a relação entre os resultados de amplitudes de vibração do transdutor projetado e a amplitude de potencial elétrico de acionamento. Nota-se pelos resultados da figura 14 que o deslocamento da aba de fixação é praticamente nulo seguindo a abordagem de projeto indicada.

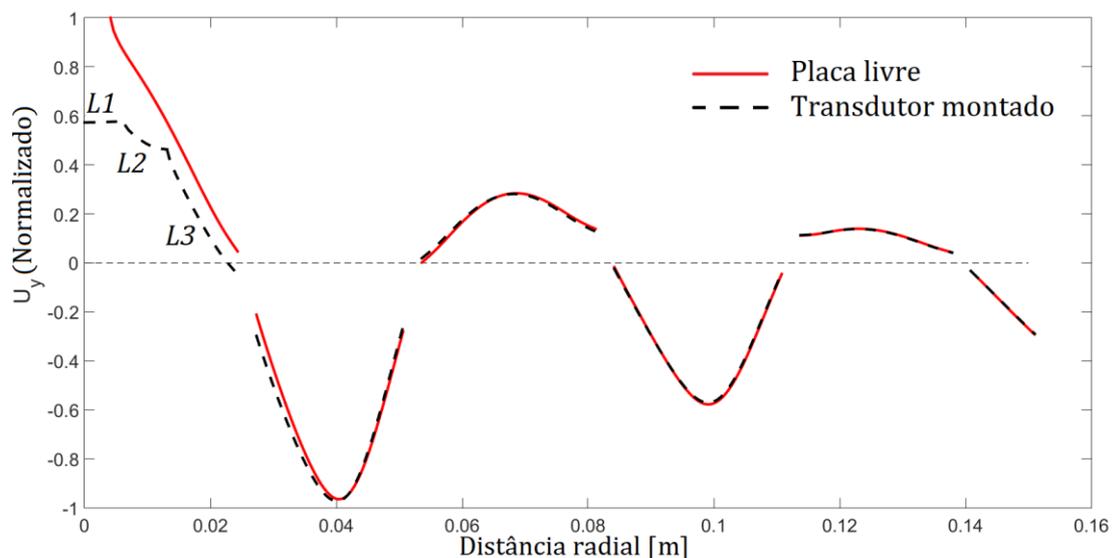


**Figura 13: Deslocamento axial do transdutor de referência sob excitação harmônica de 1V na frequência de 25326Hz.**



**Figura 14: Deslocamento axial do transdutor preso a placa sob excitação harmônica arbitrária de 33V na frequência de 23744Hz.**

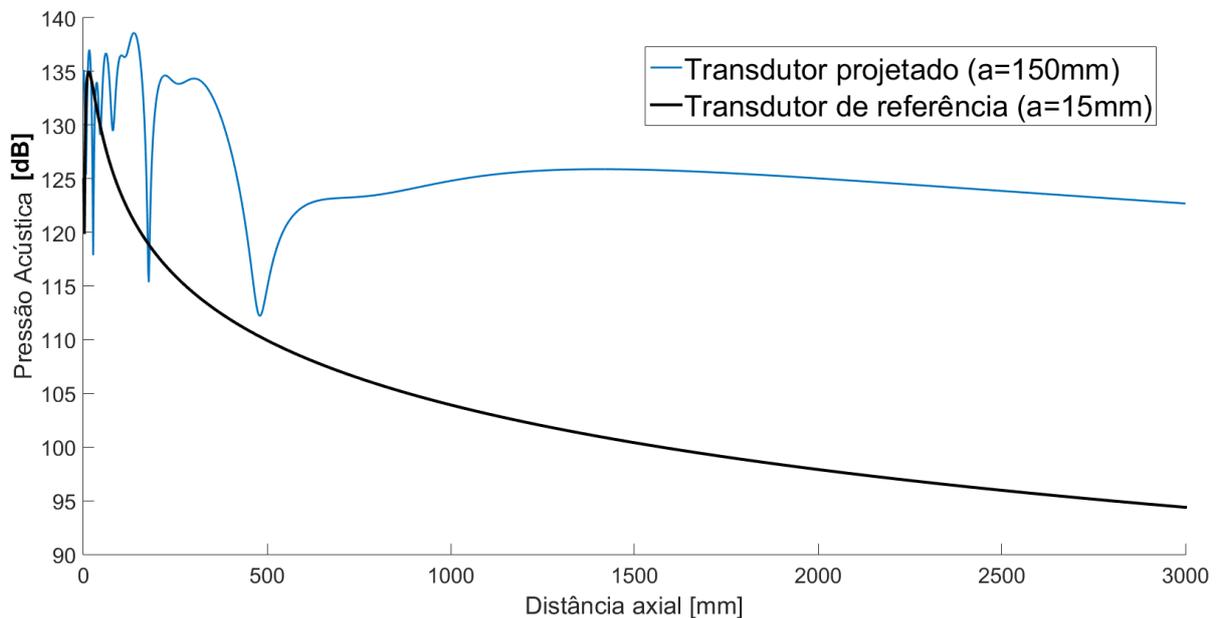
O perfil de deslocamento  $U_y$  ao longo do raio da placa livre, ou seja, o projeto na etapa de otimização, é comparado na figura 15 com os resultados obtidos no modelo que inclui todo o transdutor completo fixado a essa placa. A linha contínua mostra o deslocamento axial obtido na análise harmônica para o modelo considerando apenas a placa emissora, enquanto a linha tracejada indica os resultados obtidos quando a placa é presa ao atuador piezelétrico. A condição de contorno de potencial elétrico foi ajustada de forma que os deslocamentos na direção  $y$  ficassem compatíveis. Observa-se que o modo de vibrar do transdutor completo difere pouco do modo de vibrar do disco livre. A fixação da placa ao transdutor modifica o modo de vibrar da placa apenas na região central. As duas primeiras linhas tracejadas (indicadas por L1 e L2) apresentam a vibração do parafuso e da arruela (L3), respectivamente. A terceira linha tracejada exibe a vibração da superfície central da placa onde nota-se que uma região de 2mm no final desta área passou a apresentar deslocamento improdutivo (que gera interferências destrutivas nas ondas emitidas), devido à modificação do modo. Como essa região de coroa circular compõe uma fração pequena da área total do emissor e como as vibrações nela tem magnitude relativamente baixas, uma vez que é próxima ao primeiro círculo nodal, seus efeitos negativos produzidos foram desconsiderados.



**Figura 15: Alteração do modo de vibrar da placa após fixada ao transdutor.**

A integral da equação (18) foi resolvida numericamente considerando o perfil de velocidade das superfícies emissoras  $V(\sigma)$  obtidos a partir dos resultados dos modelos em MEF, os perfis de vibração axial  $U_y(\sigma)$  das superfícies emissoras constam nas figuras 13 e 14.

A figura 16 mostra a pressão no eixo acústico obtida para o caso onde ambos os transdutores vibram com deslocamento de  $U_y = 1\mu\text{m}$  na sua região central (coordenada radial  $r=0$ ). Nota-se que o aumento da área do transdutor eleva os níveis de pressão acústica a longa distância. As figuras 17 e 18 apresentam o campo acústico normalizado gerado pelos transdutores de referência e projetado, respectivamente. O campo de pressão acústica obtido pelo transdutor de referência é similar a solução do pistão plano rígido, bastante conhecido na literatura, sendo que o mesmo não pode ser afirmado para a placa com ranhuras. Entende-se que os resultados no campo próximo real deva diferir devido às limitações de representatividade da hipóteses simplificadoras adotadas. A figura 19 ilustra o perfil de diretividade dos transdutores. Pode-se notar que o aumento da área do transdutor, resulta em um feixe acústico mais diretivo.



**Figura 16: Pressão acústica no eixo acústico ( $r=0$ ), campo distante.**

Os resultados de campo acústico demonstram que o aumento da área da placa emissora melhora a diretividade do transdutor. Além disso, admitindo que as magnitudes de deslocamento  $U_y(\sigma)$  sejam semelhantes, ocorre também um aumento da energia transferida ao meio fluido e, conseqüentemente, em um aumento da eficiência do transdutor. Tais grandezas não foram calculadas devido as incertezas da constante de amortecimento estrutural e das propriedades da cerâmica piezolétrica. O fator de amortecimento interfere diretamente nas amplitudes de vibração da placa e, conseqüentemente, na potência acústica calculada. Já as propriedades piezolétricas influenciam no valores de impedância elétrica do transdutor, que determina a energia recebida pelo sistema. Ademais, a influência do pré-carregamento de compressão aplicado pelo parafuso do transdutor Langevin não foi modelada. Todos esses fatores, somados as limitações de representatividade do cálculo de campo acústico obtido pela integral de Rayleigh, levariam a valores de potência acústica e eficiência eletroacústica pouco precisos, portanto, tal análise não foi incluída no escopo deste texto, por ser estudo apenas teórico.

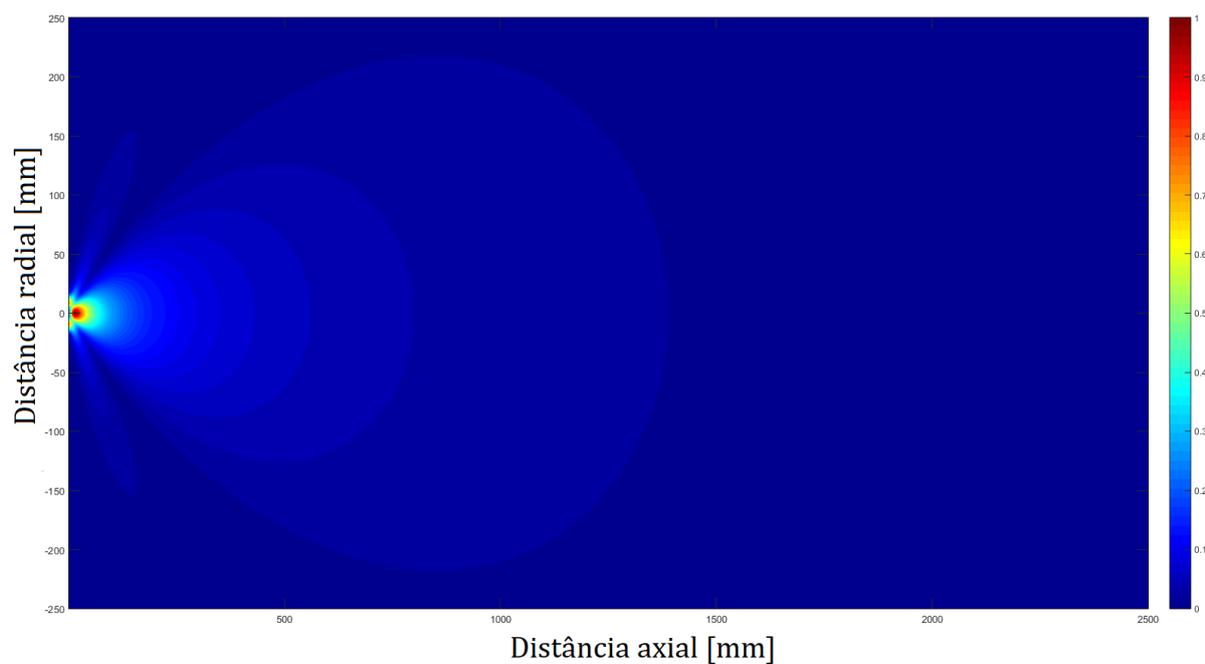


Figura 17: Campo de pressão acústica (normalizado) do transdutor de referência.

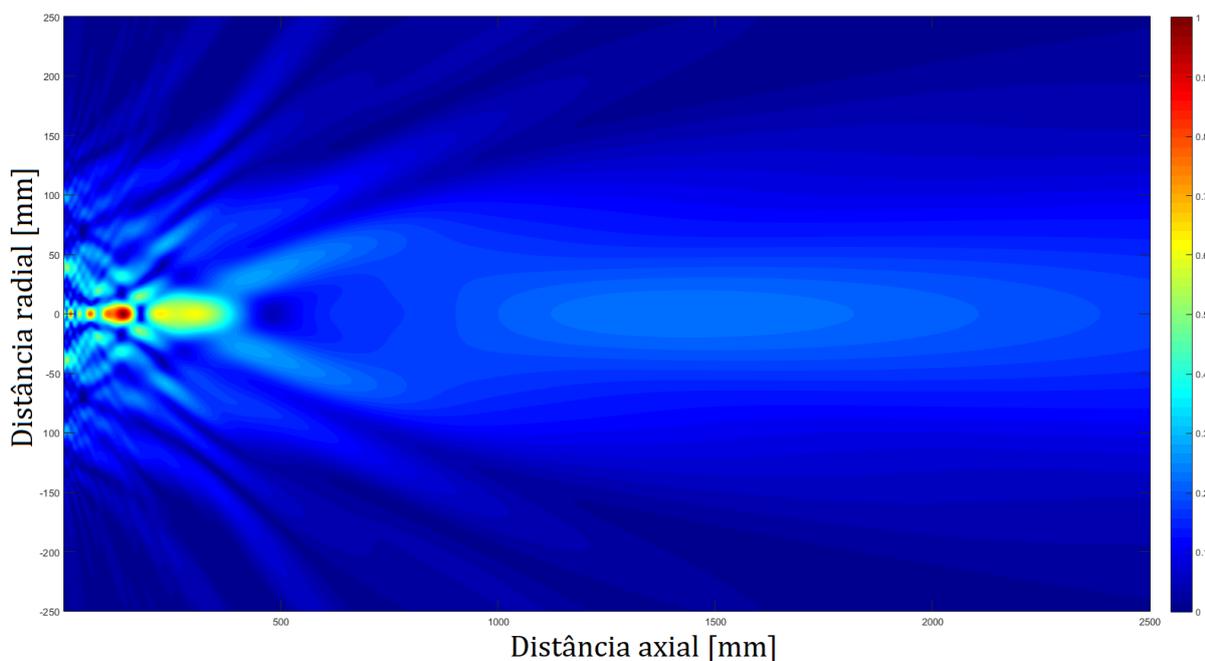


Figura 18: Campo de pressão acústica (normalizado) do transdutor projetado.

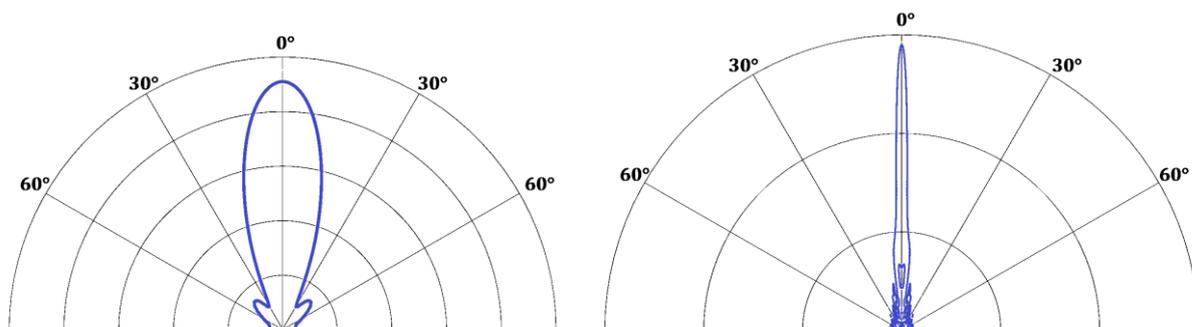


Figura 19: Padrão de diretividade do transdutor de referência (esquerda) e do transdutor projetado (direita).

## 7 Conclusões

Uma metodologia de projeto de placas emisoras com ranhuras concêntricas por meio de um problema de otimização foi apresentada. Devido ao alto custo computacional do algoritmo genético o projeto da placa emissora precisou ser dividido em duas etapas, a fim de reduzir o número de parâmetros do problema formulado. Ainda assim, a abordagem adotada permitiu mostrar que a placa emissora pode ser projetada a partir de análises modais e harmônicas, desconsiderando seu acoplamento com o transdutor piezoeletrico de potência, uma vez que o modo de vibrar da placa é pouco afetado pelo seu acoplamento ao transdutor.

O comportamento vibracional de dois transdutores de emissão em ar, um com diâmetro de 31mm e outro com 300mm, foi simulado através do método dos elementos finitos. As frequências de operação e os perfis de deslocamento axial foram obtidos através de modelos axissimétricos e a verificação de interferência modal foi realizada por um modelo tridimensional da placa. Uma vez que o coeficiente de amortecimento não foi determinado experimentalmente e tendo em vista outras incertezas e hipóteses simplificadoras adotadas, a potência e a eficiência do transdutor projetado não foram calculadas. Entretanto, tais valores são obtidos com maior facilidade por métodos experimentais. O problema da interferência modal pode ser ilustrado neste texto e maiores investigações sobre esse fenômeno serão realizadas.

Foi possível também determinar o perfil de deslocamento dos transdutores e calcular os campos acústicos de pressão pela integral de Rayleigh. O aumento da área da placa emissora implicou em maior diretividade do transdutor, conforme esperado. Portanto, admitindo que não ocorra interferência modal, a placa obtida deve atender o requisito de gerar campos acústicos mais diretos e a uma distância na ordem de alguns metros.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Tecnológico Vale e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP ( processo nº 2017/13094-4) pelo suporte financeiro a esta pesquisa.

## Referências

- [1] J. A. Gallego-Juarez et al. Power ultrasonic transducers with extensive radiators for industrial processing. *Ultrasonics sonochemistry* 17.6, pp. 953-964, 2010.
- [2] J. A. Gallego-Juarez e K. F. Graff. Power ultrasonics: applications of high-intensity ultrasound. *Elsevier*, Chapter 5-7 e 9, 2014.
- [3] Gallego-Juárez, J.A., Rodriguez-Corral, G. e Gaete-Garretton, L. An ultrasonic transducer for high power applications in gases. *Ultrasonics*, 16(6), pp.267-271, 1978
- [4] J. A. Gallego-Juarez. Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers. *Journal of Physics & Scientific Instruments*, 22.10, pp. 804, 1989.
- [5] R. Lerch. Simulation of piezoelectric devices by two-and three-dimensional finite elements. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 37.3, pp. 223–247, 1990.
- [6] N. Perez et al. Identification of elastic, dielectric, and piezoelectric constants in piezoceramic disks. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 57.12, 2010.
- [7] S. S. Rao. Engineering optimization: theory and practice. *John Wiley & Sons*, 2009.
- [8] L. E. Kinsler et al. Fundamentals of acoustics, Cap. 5 e 7, 1999.
- [9] J.L. San Emeterio, Gallego-Juarez e G. Rodriguez-Corral. IGH axisymmetric modes of vibration of stepped circular plates. *Journal of Sound and vibration*, pp. 495-505, 1987.
- [10] J. A. Gallego-Juarez. New technologies in high-power ultrasonic industrial applications. *Proceedings of IEEE Ultrasonics Symposium* (Vol. 3, pp. 1343-1352). IEEE, 1994.