

## OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA DO CUSTO E DA CONSTRUTIBILIDADE DE PILARES EM CONCRETO ARMADO

**Moacir Kripka**

*mkripka@upf.br*

*Universidade de Passo Fundo*

*Faculdade de Engenharia e Arquitetura*

*BR 285, 99052-900, Passo Fundo/RS, Brasil*

**Victor Yepes**

**Tatiana Garcia-Segura**

*vyepesp@upv.es*

*tagarse@upv.es*

*Universitat Politècnica de València,*

*Institute of Concrete Science and Technology (ICITECH)*

*46022 Valencia, Espanha*

**Abstract.** Structural design, in general, consists of an iterative process developed with base on the intuition and previous experience of the designer. This strategy makes the design exhaustive and makes difficult to obtain the best solution. In addition, usually only one design criterion is adopted, being usually cost or weight. If other issues are considered, such as the environmental impact or construction facility, a more complex problem need to be solved. In such context, the aim of this work is to present the development and implementation of a formulation for obtaining optimal sections of reinforced concrete columns subjected to uniaxial flexural compression, taking as objectives the minimization of the cost and the maximization of the constructability. The constraints of the problem are based on the verification of strength proposed by the Brazilian code ABNT NBR 6118/2014. To the optimization of the column section, Simulated Annealing optimization method was adopted, in which the amount and diameters of the reinforcement bars and the dimensions of the columns cross sections were considered as discrete variables. The total cost is composed of the cost of steel bars, concrete, and formworks, and the maximization of constructability is obtained by minimizing the total number of steel bars. The optimized sections were compared to those obtained considering only the cost as the objective function. To the example considered, it was observed that a significant reduction of the number of steel bars can be achieved with a small increase on the section cost.

**Keywords:** Optimization, Reinforced concrete, Columns, Cost, Constructability

## 1 Introdução

O dimensionamento de estruturas consiste num processo iterativo, no qual a solução obtida é diretamente dependente da experiência e intuição do projetista. Durante esse processo, visa-se a obtenção de uma solução que atenda às disposições normativas relativas aos estados limites últimos e de serviço, bem como a aspectos construtivos, mas que não necessariamente será a melhor solução possível. Em contrapartida, a utilização de técnicas de otimização busca a determinação da melhor dentre todas as soluções factíveis segundo critérios pré-definidos, os quais normalmente consistem no custo ou no peso da estrutura. Além disso, permite também a consideração de dois ou mais objetivos de forma simultânea, tais como o impacto ambiental ou a facilidade construtiva. Estes objetivos normalmente são conflitantes entre si, aumentando a complexidade do problema.

Devido à importância do concreto como material de construção mais empregado em nível mundial [1], a otimização de estruturas de concreto armado tem sido foco de inúmeros estudos nas últimas décadas [2-4], com aplicações em estruturas de edifícios [5], pontes [6] e muros de contenção [7], dentre outras. Segundo essa corrente, o presente trabalho objetivou o desenvolvimento e a implementação de uma formulação para a otimização de seções de pilares em concreto armado segundo um enfoque multiobjetivo. Foram considerados como objetivos a minimização do custo e a maximização da construtibilidade, esta última de forma análoga ao efetuado por Payá *et al.* [5] e por Mu *et al.* [8]. A otimização foi efetuada com o emprego do Método Simulated Annealing multiobjetivo (MOSA).

O presente artigo está estruturado da seguinte forma: no segundo item são descritas a formulação do problema e o método de otimização empregado; no terceiro item apresentam-se alguns resultados preliminares obtidos a partir da implementação da formulação; por fim, no quarto item são listadas as conclusões decorrentes.

## 2 Definição do problema de otimização

### 2.1 Formulação do problema

No presente trabalho é abordada a otimização da seção transversal de vigas de concreto armado de seção retangular submetidas a flexo-compressão simples. Assim, dados os esforços solicitantes axiais e de flexão ( $N_{sd}$  e  $M_{sd}$ ), busca-se a obtenção de uma configuração que produza esforços resistentes  $N_{rd}$  e  $M_{rd}$  iguais ou superiores aos esforços solicitantes, que também atenda às prescrições normativas e que ao mesmo tempo seja a melhor possível, de acordo com os objetivos determinados.

A formulação do problema foi adaptada de Bordignon e Kripka [9], tendo como variáveis de projeto parâmetros relacionados às dimensões da seção ilustrados na Fig. 1, sendo:

- $x_1$  – largura da seção transversal (b);
- $x_2$  – altura da seção transversal (h);
- $x_3$  – diâmetro de cada uma das quatro barras dos cantos;
- $x_4$  – número de barras em cada camada na dimensão  $x_1$ ;
- $x_5$  – diâmetro das barras paralelas a  $x_1$ ;
- $x_6$  – número de camadas com duas barras paralelas a  $x_2$ ;
- $x_7$  – diâmetro das barras nas camadas paralelas a  $x_2$ .

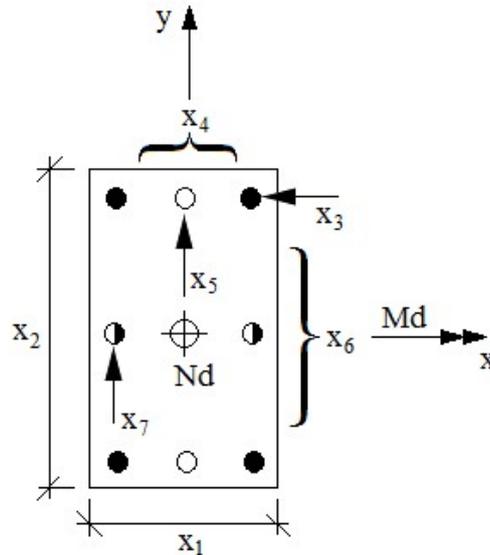


Figura 1. Variáveis de projeto

Todas as variáveis de projeto devem atender aos preceitos da norma brasileira ABNT NBR 6118/14 (2014) com referência às limitações de dimensões, espaçamentos, taxas geométricas de armaduras. No estudo, todas as variáveis são consideradas discretas. No caso das dimensões da seção de concreto ( $x_1$  e  $x_2$ ), foram considerados valores múltiplos de 5 cm, conforme prática vigente no país. Foi considerado um limite mínimo para a dimensão da seção de concreto igual a 20cm, uma vez que, apesar de facultada dimensão menor pela norma técnica (14 cm), estudos anteriores já evidenciaram que o necessário incremento no valor dos esforços resulta em seções pouco econômicas [9]. Como limites superiores para as dimensões da seção foram adotados para  $x_1$  e  $x_2$  respectivamente os valores de 200 cm e 1000 cm, suficientemente grandes para não interferirem na solução ótima. Pelo mesmo motivo, as variáveis  $x_4$  e  $x_6$  (número de barras nas duas camadas paralelas a  $x_1$  e número de camadas com duas barras paralelas a  $x_2$ , respectivamente, podem assumir valores inteiros entre 0 e 10. A bitolas das armaduras ( $x_3$ ,  $x_5$  e  $x_7$ ) pode variar entre 10 e 40 mm, segundo diâmetros comerciais.

As restrições do problema, na forma normalizada, são as seguintes:

$$g_1 = 1 - N_{rd} / N_{sd} \leq 0 \quad (1)$$

$$g_2 = 1 - M_{rd} / M_{sd} \leq 0 \quad (2)$$

$$g_3 = 1 - b/b_{min} = 1 - x_1/20 \leq 0 \quad (3)$$

$$g_4 = 1 - b_{max}/b = 1 - 200/x_1 \leq 0 \quad (4)$$

$$g_5 = 1 - h/h_{min} = 1 - x_2/20 \leq 0 \quad (5)$$

$$g_6 = 1 - h_{max}/h = 1 - 1000/x_2 \leq 0 \quad (6)$$

$$g_7 = 1 - 5b/h = 1 - 5x_1/x_2 \leq 0 \quad (7)$$

$$g_8 = 1 - e/e_{min} \leq 0 \quad (8)$$

$$g_9 = 1 - e_{max}/e \leq 0 \quad (9)$$

$$g_{10} = 1 - \rho/\rho_{min} \leq 0 \quad (10)$$

$$g_{11} = 1 - \rho_{max}/\rho \leq 0 \quad (11)$$

As Eq. 1 e 2 são restrições que visam garantir que os esforços normais e momentos fletores solicitantes sejam inferiores aos esforços resistentes das seções. As dimensões mínimas e máximas para a seção de concreto são definidas conforme Eq. 3 a 6. A Eq. 7 limita a dimensão da altura da seção em no máximo cinco vezes a dimensão da base. Já os espaçamentos mínimos e máximos para as

armaduras são restringidos pelas Eq. 8 e 9, respectivamente, enquanto as taxas de armadura são limitadas pelas Eq. 10 e 11.

A função objetivo é determinada em decorrência dos valores atribuídos às variáveis de projeto. No problema originalmente avaliado por Bordignon e Kripka [9] foi adotado como objetivo a minimização do custo de um metro linear de coluna, obtido a partir dos quantitativos e dos custos unitários de cada material, sendo expresso da seguinte forma:

$$\text{minimizar } F1(x) = (x_1 \cdot x_2) \cdot C_c + (4 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 \cdot x_5 + 2 \cdot x_6 \cdot x_7) \cdot (\pi/4) \cdot \gamma_s \cdot C_s + 2 \cdot (x_1 + x_2) \cdot C_f \quad (12)$$

A primeira parcela da função representa o custo do concreto, onde  $C_c$  é o custo por unidade de volume. A segunda parcela representa o custo da armadura longitudinal, sendo  $C_s$  o respectivo custo por unidade de massa, e  $\gamma_s$  o peso específico do aço. Por fim, a terceira parcela da função representa o custo relativo à forma, onde  $C_f$  é o custo por unidade de área.

Na função anterior apenas os custos de material são considerados, uma vez que os custos relativos à mão de obra são aproximadamente proporcionais aos quantitativos dos materiais, o a acarreta pouca influência na seção otimizada por tais critérios. No entanto, é sabido que um número menor de barras de aço envolve, entre outros, em menor perda de material decorrente dos cortes [5]. Assim, no presente estudo, além da minimização do custo da seção, buscou-se a otimização simultânea da construtibilidade da seção, considerada como equivalente à minimização no número de barras da seção. Logo, tem-se como segundo objetivo:

$$\text{minimizar } F2(x) = 4 + 2 \cdot x_4 + 2 \cdot x_6 \quad (13)$$

Segundo a nomenclatura empregada,  $x_4$  e  $x_6$  indicam o número de camadas paralelas às dimensões  $b$  e  $h$ , respectivamente.

## 2.2. Simulated Annealing Multiobjetivo (MOSA)

O Método Simulated Annealing (SA) foi originalmente proposto por Kirkpatrick *et al.* [10] baseado na analogia ao processo de recozimento de metais. O processo de aquecimento de metais a altas temperaturas, até a fusão, é chamado de recozimento, ou *annealing*. A solidificação se dá pelo resfriamento lento, de forma controlada, e propicia a organização dos átomos numa configuração ordenada e estável, formando uma estrutura uniforme e com energia mínima, e tendo como consequência uma redução de defeitos do material. Em contrapartida, caso o metal seja resfriado de forma brusca, sua microestrutura tende a um estado instável. O método Simulated Annealing tem sido bastante utilizado, principalmente devido à fácil implementação computacional e ao reduzido número de parâmetros de controle, quando comparado a outras metaheurísticas igualmente consagradas [11].

A primeira versão multiobjetivo (MOSA) teve origem em estudos de Serafini [12]. Numa descrição sucinta, o método inicia com a definição de uma temperatura distinta para cada objetivo. Após a obtenção de uma solução factível, é efetuada uma perturbação nessa solução. Caso a mesma também seja factível é verificada a condição de Pareto, e incluída nesse conjunto caso não seja o pior que as demais soluções do conjunto segundo os objetivos considerados. Outra condição para o aceite da solução é o atendimento ao critério de Metrópolis, o qual propicia o aceite de soluções que não melhorem o valor da função, com o objetivo de escapar dos ótimos locais. A temperatura do sistema vai sendo gradualmente reduzida, sendo o processo finalizado quando a temperatura for suficientemente baixa e nenhuma nova solução seja incluída no conjunto de Pareto em dois ciclos de temperatura sucessivos.

## 3 Resultados preliminares

A formulação do problema foi implementada em linguagem Fortran, pela associação de rotina para verificação da capacidade resistente de seções de pilares retangulares, adaptada de Bordignon e Kripka

[9]e do método MOSA, como empregado em Garcia-Segura *et al.* [13]. A seguir são apresentados alguns resultados obtidos, os quais objetivaram identificar a relevância da consideração simultânea do custo e da construtibilidade na otimização de seções transversais de pilares.

Os dados do exemplo estudado foram: esforço axial  $N_{sd} = 4.200$  kN and  $M_{sd} = 1540$  kN.m. Foi empregado aço com resistência  $f_{yk}$  igual a 500 MPa, e concreto de resistência característica  $f_{ck}$  de 35 MPa e cobrimento de 4cm. Os custos adotados foram:

Aço: 5,57 R\$/kg  
 Formas: R\$ 45,69 R\$/m<sup>2</sup>  
 Concreto 35 MPa: 313 R\$/m<sup>3</sup>

A Fig. 2 ilustra as soluções para o conjunto de soluções otimizadas considerando de forma simultânea o custo e a construtibilidade, sendo esta última equivalente ao número de barras de aço na seção. Os dois pontos extremos na figura (8 barras e 20 barras) indicam as melhores soluções para cada objetivo individualmente. Observa-se que, para os esforços considerados no exemplo, um número de barras inferior a 8 não proporciona a obtenção de uma solução factível. Por outro lado, um número superior a 20 gera um acréscimo no custo em relação a várias outras soluções (caracterizando uma solução dominada).

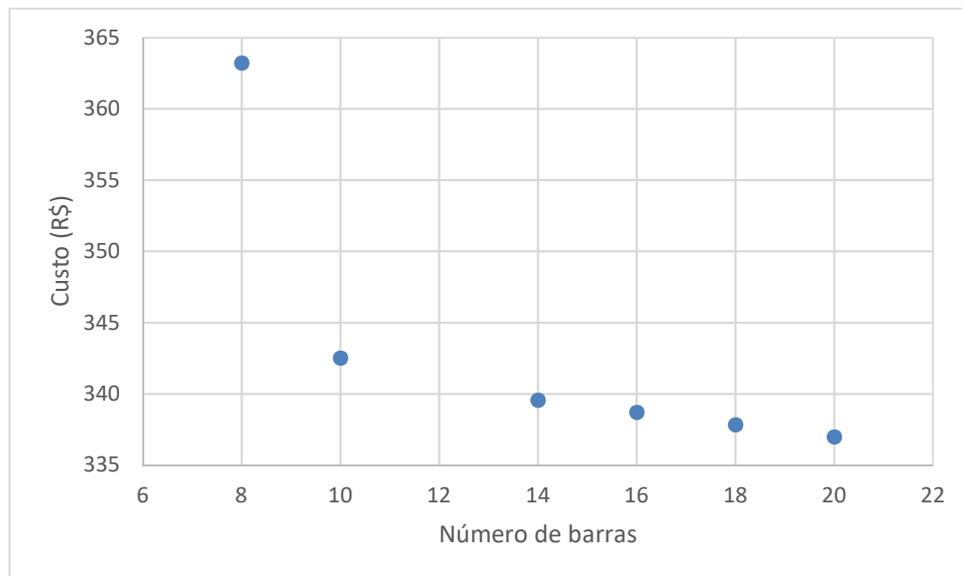


Figura 2. Relação entre custo e número de barras

Ainda da Fig. 2, percebe-se que é possível a obtenção de uma redução significativa no número de barras da seção do pilar (20 para 10), com um pequeno acréscimo no custo, inferior a 2%. Já para os valores extremos para cada uma das funções isoladamente, esse acréscimo se torna maior, sendo de aproximadamente 7,8%. Os valores correspondentes para as variáveis e para a função objetivo para as situações extremas estão detalhados na Tabela 1, e ilustrados na Fig. 3.

Tabela 1. Valores das variáveis e funções objetivos para as situações extremas

Objetivo	X1 (cm)	X2 (cm)	X3 (mm)	X4	X5 (mm)	X6	X7 (mm)	F1 (Custo, R\$)	F2 (Número de barras)
Min custo	30	130	10	1	10	7	10	336,96	20
Max construtibilidade	35	120	16	0	-	2	20	363,21	8

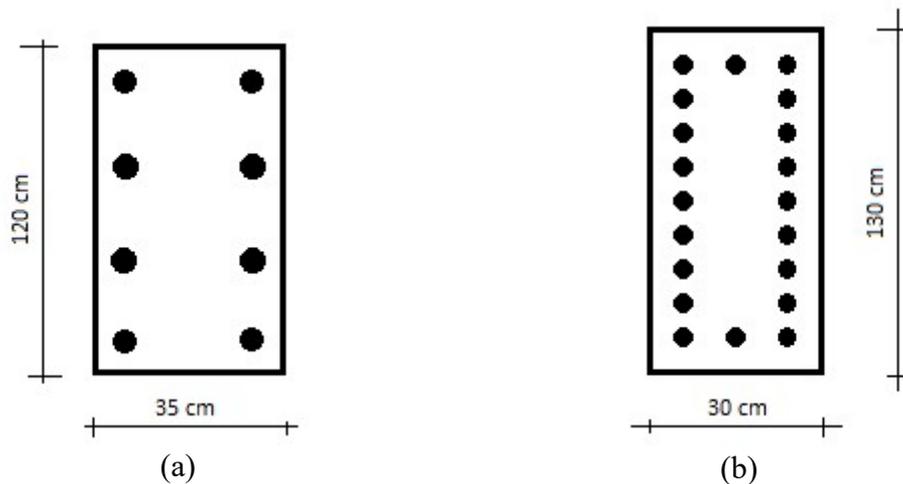


Figura 3. Soluções otimizadas para construtibilidade (a) e custo (b)

Análise semelhante foi efetuada para concreto de resistência 20 MPa, considerado o custo de R\$ 255 /m<sup>3</sup>. Os resultados extremos obtidos para essa resistência estão listados na Tab. 2. É interessante observar que, apesar do custo do concreto ser cerca de 18,5% menor relativamente ao concreto de 30 MPa, o custo ótimo sofre acréscimo de 19,6%, indicando portanto que uma maior resistência característica é mais favorável do ponto de vista do custo. No caso, o custo adicional para  $f_{ck}$  menor variou entre 18,9% e 29,5%, decorrente do aumento na seção de concreto.

Tabela 2. Valores das variáveis e funções objetivos para as situações extremas (20MPa)

Objetivo	X1 (cm)	X2 (cm)	X3 (mm)	X4	X5 (mm)	X6	X7 (mm)	F1 (Custo, R\$)	F2 (Número de barras)
Min custo	35	150	20	1	16.5	4	10	402,93	14
Max construtibilidade	45	125	25	0	-	2	25	470,49	8

## 4 Conclusões

Normalmente, a análise, dimensionamento e otimização de estruturas são efetuadas buscando exclusivamente a redução direta dos custos. Ao envolver, com o auxílio de técnicas de otimização, outros aspectos como facilidade de construção ou impacto ambiental, pode-se obter ganhos adicionais ou melhorar o desempenho da estrutura. No caso do presente estudo, objetiva-se a otimização de seções transversais de pilares em concreto armado segundo um enfoque multiobjetivo. São apresentados resultados preliminares obtidos para a consideração simultânea do custo e da construtibilidade. Para o exemplo analisado, observou-se que um pequeno acréscimo no custo por propiciar uma redução significativa no número de barras de aço componentes da seção, o que pode acarretar ganhos adicionais pela redução das perdas e dos custos com mão de obra. Além disso, constatou-se que pilares confeccionados com concreto de maior resistência característica podem proporcionar uma maior economia. Estudos adicionais estão sendo efetuados para verificar a possibilidade de generalizar as conclusões até aqui obtidas, bem como para a inclusão de outros objetivos na otimização.

## Agradecimentos

O primeiro autor agradece ao CNPq pela Bolsa Produtividade em Pesquisa concedida.

## Referências

- [1] C. Edvardsen e K. Tollose. Environmentally “Green” Concrete Structures. In: *fib symposium concrete and environment*, Berlin, 2001. Proceedings... Berlin, 2001.
- [2] T. Dede, M. Kripka, V. Togan, V. Yepes e R V. Rao. Usage of Optimization Techniques in Civil Engineering During the Last Two Decades. *Cur Trends Civil & Struct Eng.* 2(1): 2019. CTCSE.MS.ID.000529.
- [3] I. Rahmanian.; Y. Lucet e S.Tesfamariam. Optimal design of reinforced concrete beams: A review. *Computers and Concrete.* v. 13, n.4, p. 457-485. 2014.

- [4] H. Afshari, W.Hare e S. Tesfamariam. Constrained Multi-objective Optimization Algorithms: Review and Comparison with Application in Reinforced Concrete Structures. Pré-impressão, 2019.
- [5] I. Paya, V. Yepes, F. González-Vidoso e A. Hospitaler. Multiobjective optimization of concrete frames by simulated annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 23(8), pp.596-610, 2008.
- [6] F.J. Martinez-Martin, F. Gonzalez-Vidoso, A. Hospitaler, e V. Yepes. Multiobjective optimization design of bridge piers with hybrid heuristic algorithms. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 13(6), pp.420-432, 2012.
- [7] A. Kaveh, M. Kalateh-Ahani e M. Fahimi-Farzam. Constructability optimal design of reinforced concrete retaining walls using a multi-objective genetic algorithm. *Structural Engineering and Mechanics*, 47(2), pp.227-245, 2013.
- [8] Z. Mu, Y. Yang, A.T. Gaynor e J.K. Guest. Considering Constructability in Structural Topology Optimization. In: *Structures Congress 2014*. American Society of Civil Engineers, Reston, pp 2754–2764, 2014.
- [9] R. Bordignon, M. Kripka. Optimum design of reinforced concrete columns subjected to uniaxial flexural compression. *Computers and Concrete, an International Journal (Print)*, v. 9, p. 327-340, 2012.
- [10] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt e M.P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), pp. 671-680, 1983.
- [11] G.F. Medeiros e M. Kripka, algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. *Revista de Ciências Exatas Aplicadas e Tecnológicas da UPF*, v. 4, p. 19-32, 2012.
- [12] P. Serafini. Simulated Annealing for multiple objective optimization problems. *Proceedings of the Tenth International Criteria Decision Making*, Taipei, pp. 87-96, 1992.
- [13] T. García-Segura, V. Yepes e J. Alcalá. Sustainable design using multiobjective optimization of high-strength concrete I-beams. In *Proceedings of the 2014 International Conference on High Performance and Optimum Design of Structures and Materials HPSM/OPTI*, Ostend, Belgium, 9–11 June 2014; pp. 347–358