

UM ESTUDO SOBRE O COMPORTAMENTO MECÂNICO DE TECIDOS TENDINOSOS VIA ABORDAGEM DE HOMOGENEIZAÇÃO COMPUTACIONAL

Bruno Klahr^a

Mauricio Lazzari^a

Thiago A. Carniel^a

Eduardo A. Fancello^{a,b}

bruno.klahr@posgrad.ufsc.br

mauricio.laz@gmail.com

carnielta@gmail.com

eduardo.fancello@ufsc.br

^a*GRANTE - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina*

^b*LEBm - Hospital Universitário, Universidade Federal de Santa Catarina*

Campus Universitário - Trindade, 88040-900, Florianópolis/SC, Brasil

Abstract. The present manuscript provides a numerical investigation on the multiscale behavior of tendon tissues employing a computational homogenization approach. The numerical approach used is formulated considering a variational framework, finite kinematics and based on the concept of representative volume element (RVE) of the material. Since tensile tests are broadly applied to assess the mechanical responses of tendons, a proper multiscale boundary condition is used aiming to recover the mechanical states obtained by such experimental tests. The macroscopic results (homogenized quantities) and the microscopic ones (stress and strain fields of the RVE) are retrieved from a three-dimensional RVE of a tendon fascicle designed based on experimental observation. The following aspects are investigated: evolution of the macroscopic volume of the tissue under physiological strains; microscopic kinematic fields; strain localization in the cells.

Keywords: Multiscale, homogenization, biological soft tissues, finite element method

1 Introdução

Os tecidos tendinosos são materiais compósitos complexos que apresentam uma intrincada organização microestrutural. Sua composição interna é multifásica, i.e., composta por diferentes fases materiais e estruturada ao longo de diversas escalas espaciais. As interações entre as diferentes fases microestruturais conferem aos tendões comportamentos mecânicos particulares, aos quais estão associados respostas mecânicas não lineares, anisotrópicas e dissipativas (Franchi et al. [1]; Cowin e Doty [2]; Connizzo et al. [3]; Carniel et al. [4]).

Devido à sua fisiologia, os tendões estão submetidos predominantemente a esforços macroscópicos trativos na direção axial às fibras de colágeno. Portanto, é razoável admitir a hipótese de estado uniaxial de tensões a nível macroscópico no estudo do comportamento mecânico local desses tecidos. Nesse caso, o alongamento axial é conhecido *a priori* e as componentes transversais e cisalhantes do tensor de tensões são nulas. Com base nisso, verifica-se que 1 (uma) restrição cinemática e 8 (oito) condições de tensão devem ser impostas a fim de satisfazer um estado uniaxial de tensões.

Por outro lado, teorias de homogeneização computacional baseadas no conceito de elementos de volume representativo (EVR) do material e formuladas em deformações finitas, geralmente compreendem abordagens guiadas por deformação (Miehe et al. [5]; de Souza Neto et al. [6]; Blanco et al. [7]; Saeb et al. [8]; Carniel et al. [9]). Em outras palavras, todas as componentes do gradiente de deformação de um ponto macroscópico devem ser conhecidas e fornecidas como dados de entrada ao procedimento de homogeneização. Dessa forma, o tensor de tensões macroscópico (homogeneizado) é calculado após obtido o equilíbrio mecânico do EVR. De acordo com isso, nota-se que um estado uniaxial de tensões macroscópico leva a uma abordagem de homogeneização computacional mista, guiada simultaneamente por restrições macroscópicas de tensão e deformação.

Motivado pelos fatos previamente expostos, este manuscrito apresenta um estudo numérico sobre o comportamento multiescala de um EVR tridimensional de um fascículo de tendão quando submetido a estados uniaxiais de tensão. Neste caso, uma condição de contorno multiescala apropriada é proposta a fim de contabilizar as restrições cinemáticas e cinéticas resultantes da hipótese uniaxial macroscópica. Ademais, o procedimento de homogeneização computacional é enquadrado de forma consistente dentro de uma teoria multiescala em formato variacional e considerando deformações finitas. Em particular são enfatizados os seguintes aspectos: evolução da mudança de volume macroscópica do tecido em regimes fisiológicos de deformação, campos cinemáticos microscópicos e localização de deformações nas células.

2 Materiais e métodos

2.1 Morfologia e comportamento mecânico dos tendões

Os tecidos tendinosos podem ser classificados como tecidos conectivos moles densos e regulares devido ao agrupamento e ordenamento das fibras de colágeno (Junqueira et al. [10]). Os tendões são responsáveis pela conexão e transmissão de esforços entre músculos e ossos, possibilitando o movimento (Kannus [11]).

O principal constituinte do tecido tendinoso é a água, a qual representa cerca de 60 a 70% da composição em seu estado natural (Aro et al. [12]). Além disso, os tendões também são compostos por células e matriz extracelular. As células encontradas em maior quantidade nesses tecidos são os fibroblastos (tenócitos), representando cerca de 90 a 95% (Franchi et al. [1]). Também são encontrados condrócitos, células sinoviais e vasculares. A matriz extracelular é principalmente constituída por colágeno do tipo I (entre 65 e 80% da massa seca), fibras de elastina e proteoglicanas (Kannus [11]).

A partir de imagens de microscopia ótica ou eletrônica, observa-se que os tecidos tendinosos apresentam uma complexa morfologia e hierarquia estrutural (Franchi et al. [1]), a qual é apresentada de forma esquemática na Fig. 1. A camada mais externa é chamada de paratendão, a qual é formada por um tecido conectivo frouxo que reveste o tendão e possui função de proteger e permitir o deslizamento com

tecidos próximos, além de conter vasos sanguíneos que auxiliam na vascularizam desses tecidos. Logo abaixo desse nível, encontra-se o epitendão, tecido responsável por conectar os fascículos, formando a estrutura macroscópica do tendão. O endotendão, também chamado de matriz interfascicular, agrupa e recobre as fibras de colágeno e a matriz celular formando a estrutura do fascículo.

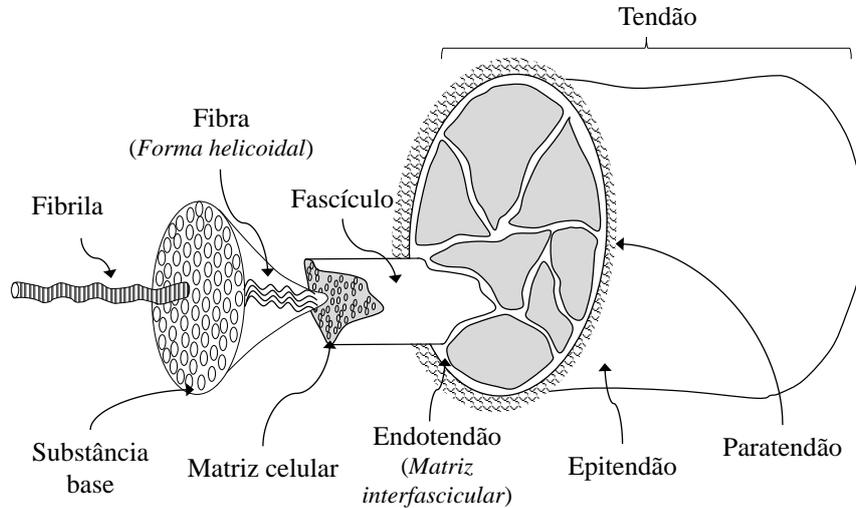


Figura 1. Representação esquemática da morfologia dos tendões.

A principal fase microestrutural dos tendões corresponde às fibras de colágeno. De acordo com Kalson et al. [13], as fibras apresentam geometria helicoidal e são formadas por feixes de fibrilas imersas em uma matriz denominada substância base (Kannus [11]; Franchi et al. [1]). As fibrilas são constituídas principalmente por água e moléculas de colágeno com formato tridimensional em tripla hélice (Kannus [11]; Svensson et al. [14]). A substância base é uma matriz hidratada rica em proteoglicanas, as quais possuem importante função de hidratação do tecido, devido à propriedade hidrofílica da glicosaminoglicana, sua principal molécula formadora (Kannus [11]).

O comportamento mecânico dos tendões é geralmente caracterizado através de ensaios de tração na direção das fibras de colágeno, em virtude de seu principal carregamento *in vivo* ser de esforços trativos. Devido à configuração helicoidal das fibras e aos diferentes níveis de rigidez das fases microestruturais, os tendões apresentam comportamento mecânico anisotrópico (Cowin e Doty [2]). Além disso, comportamentos mecânicos macroscópicos particulares, como não linearidades e dissipação energética são verificados (Franchi et al. [1]). Os mecanismos de dissipação de energia presente nos tecidos tendinosos podem ser relacionados ao comportamento viscoso do material. Por sua vez, a viscosidade destes tecidos pode estar associada às interações entre as estruturas colagenosas e os constituintes da matriz extracelular (Connizzo et al. [3]).

2.2 Teoria de homogeneização em deformações finitas

O procedimento de homogeneização computacional apresentado neste trabalho é caracterizado por empregar princípios variacionais sobre um elemento de volume representativo (EVR). Esta abordagem está bem estabelecida na literatura, onde mais detalhes podem ser encontrados nos trabalhos de Miehe et al. [5], de Souza Neto et al. [6], Blanco et al. [7], Saeb et al. [8], entre outros.

A partir da abordagem numérica descrita em Carniel et al. [9], o campo de deslocamentos microscópicos $\mathbf{u}_{\mu_{n+1}}$ na escala do EVR é obtido mediante a solução do problema de minimização de um potencial incremental Ψ

$$(\mathbf{u}_{\mu_{n+1}})^{\text{opt}} = \arg \inf_{\mathbf{u}_{\mu_{n+1}} \in \mathcal{K}} \Psi, \quad \Psi = \langle \mathcal{P}_\mu \rangle, \quad (1)$$

onde $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ é o incremento de tempo, $\langle (\cdot) \rangle = \frac{1}{V_\mu} \int_{\Omega_Y} (\cdot) dV_\mu$ representa a média volumétrica da quantidade (\cdot) e V_μ é o volume do EVR no domínio referencial (indeformado) Ω_Y . Na Equação (1), o termo Ψ é um potencial macroscópico definido como a média volumétrica do potencial incremental microscópico \mathcal{P}_μ utilizado em abordagens constitutivas variacionais (ver Ortiz e Stainier [15] para mais detalhes sobre modelagem constitutiva variacional). O espaço \mathcal{K} da Eq. (1) representa as condições de contorno multiescala que impõem restrições ao campo de deslocamentos microscópicos. Mais informações sobre as condições de contorno empregadas neste trabalho serão discutidas na próxima seção.

A partir da solução do problema definido pela Eq. (1), pode-se calcular a tensão macroscópica \mathbf{P}_{n+1} através da homogeneização das tensões

$$\mathbf{P}_{n+1} = \langle \mathbf{P}_{\mu_{n+1}} \rangle, \quad (2)$$

que estabelece uma relação entre o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff macroscópico \mathbf{P}_{n+1} com sua contraparte microscópica $\mathbf{P}_{\mu_{n+1}}$.

2.3 Condições de contorno multiescala

Um ponto importante do procedimento de homogeneização computacional utilizado neste trabalho está relacionado à escolha de adequadas condições de contorno multiescala (o espaço \mathcal{K} introduzido na Eq. (1)). Nesse caso, é necessário definir um espaço cinematicamente admissível que forneça resultados apropriados não apenas para as quantidades homogeneizadas mas também para os campos cinemáticos microestruturais do EVR.

Na teoria multiescala empregada neste trabalho, as condições de contorno resultam da admissibilidade cinemática entre o domínio macroscópico e microscópico (de Souza Neto et al. [6]; Blanco et al. [7]). Nesse caso, o deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ e o gradiente de deformações $\mathbf{F}(\mathbf{X}, t)$, definidos em um ponto macroscópico referencial \mathbf{X} e no instante de tempo t , são relacionados ao domínio microscópico através da média volumétrica de seus respectivos campos microscópicos $\mathbf{u}_\mu(\mathbf{Y}, t)$ e $\mathbf{F}_\mu(\mathbf{Y}, t)$, através de

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \langle \mathbf{u}_\mu(\mathbf{Y}, t) \rangle, \quad (3)$$

e

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, t) = \langle \mathbf{F}_\mu(\mathbf{Y}, t) \rangle, \quad (4)$$

em que \mathbf{Y} representa os pontos referenciais do EVR.

Considerando os modelos multiescala clássicos citados na literatura (de Souza Neto et al. [6], Blanco et al. [7]), tem-se que o conjunto de deslocamentos microscópicos que satisfazem as restrições mínimas de consistência com as hipóteses de homogeneização é definido por

$$\mathcal{K}^{\min} \stackrel{\text{def}}{=} \{ \mathbf{u}_\mu | \mathbf{F} - \langle \mathbf{F}_\mu \rangle = \mathbf{0}; \mathbf{u} - \langle \mathbf{u}_\mu \rangle = \mathbf{0} \}, \quad (5)$$

e denominado de modelo de mínima restrição. Entretanto, restrições cinemáticas adicionais podem ser impostas ao campo de deslocamentos microscópicos. Entre os modelos comumente utilizados, pode-se citar o modelo de deslocamentos lineares nos contornos, definido pelo espaço

$$\mathcal{K}^{\text{lin}} \stackrel{\text{def}}{=} \{ \mathbf{u}_\mu \in \mathcal{K}^{\min} | \mathbf{u}_\mu = (\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}) \mathbf{Y}; \quad \forall \mathbf{Y} \in \Gamma_{\mathbf{Y}} \}, \quad (6)$$

que impõe deslocamentos lineares nas fronteiras do EVR, e o modelo de deslocamentos periódicos nos contornos, dado por

$$\mathcal{K}^{\text{per}} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{u}_\mu \in \mathcal{K}^{\text{min}} \mid \mathbf{u}_\mu(\mathbf{Y}^+) = \mathbf{u}_\mu(\mathbf{Y}^-); \quad \forall (\mathbf{Y}^+, \mathbf{Y}^-) \in \Gamma_{\mathbf{Y}} \right\}, \quad (7)$$

que requer que o deslocamento de pares de pontos $(\mathbf{Y}^+, \mathbf{Y}^-)$ sejam iguais. Em ambos os espaços definido pelas Eqs. (6) e (7), $\Gamma_{\mathbf{Y}}$ representa os contornos do EVR.

Tendo em vista uma análise multiescala de tecidos tendinosos, o estudo numérico de Carniel et al. [9] utiliza um EVR reforçados por fibras helicoidais com geometria ilustrada na Fig. 2 e se destaca que, devido à forte anisotropia destes tecidos, os modelos clássicos de deslocamentos lineares, deslocamentos periódicos e mínima restrição não são adequados para este tipo de EVR. Em função disso, os autores previamente citados propõem um modelo de condições de contorno multiescala misto, o qual combina característica dos modelos clássicos de deslocamento linear e de mínima restrição, denominado de modelo Misto Mínimo Linear Axial (MMLA). Tal modelo é formalmente definido pelo espaço

$$\mathcal{K}^{\text{MMLA}} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{u}_\mu \in \mathcal{K}^{\text{min}} \mid (\mathbf{u}_\mu)_1 = (\mathbf{u})_1 + [(\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}) \mathbf{Y}]_1; \forall \mathbf{Y} \in \hat{\Gamma} \right\}, \quad (8)$$

No espaço $\mathcal{K}^{\text{MMLA}}$, tem-se o contorno $\hat{\Gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma_f \cup \Gamma_b$ onde Γ_f e Γ_b são os contornos do EVR orientados transversalmente às fibras (ver Fig. 2). Nota-se que o espaço $\mathcal{K}^{\text{MMLA}}$ possui restrição de deslocamento linear no contorno apenas na componente axial do deslocamento microscópico $(\mathbf{u}_\mu)_1$, o qual é paralelo às fibras (alinhados à direção \mathbf{Y}_1 na Fig. 2). Dessa forma, aos demais graus de liberdade dos contornos Γ_f e Γ_b são aplicadas apenas as condições de contorno dadas pelo modelo de mínima restrição \mathcal{K}^{min} .

Nesse ponto é importante enfatizar que a teoria multiescala apresentada até o momento compreende apenas a abordagem de homogeneização guiada por deformação macroscópica (*strain-driven*). Desse modo, é necessário conhecer *a priori* o gradiente de deformações macroscópico \mathbf{F} e o deslocamento macroscópico \mathbf{u} , uma vez que são utilizados como dados de entrada no procedimento de homogeneização.

No entanto, um estado uniaxial de tensões macroscópico leva a uma abordagem de homogeneização computacional mista, guiada simultaneamente por restrições macroscópicas de tensão e deformação. Dessa forma, pode-se utilizar 1 (uma) restrição cinemática dada por $(\mathbf{F})_{11} - \langle (\mathbf{F}_\mu)_{11} \rangle = 0$ (*strain-driven*) e 8 (oito) restrições de tensão, dadas por $(\mathbf{P})_{ab} = 0, a, b = 1 \dots 3, ab \neq 11$ (*stress-driven*). Motivado por esse fato, o espaço $\mathcal{K}^{\text{MMLA}}$ pode ser reescrito de forma a contabilizar a restrição de estado uniaxial de tensões, resultando no espaço

$$\mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{MMLA}} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{u}_\mu \in \mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{min}} \mid (\mathbf{u}_\mu)_1 = (\mathbf{u})_1 + [(\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{u}) \mathbf{Y}]_1; \forall \mathbf{Y} \in \hat{\Gamma} \right\} \quad (9)$$

onde $\mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{min}} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{u}_\mu \mid (\mathbf{F})_{11} - \langle (\mathbf{F}_\mu)_{11} \rangle = 0; \mathbf{u} - \langle \mathbf{u}_\mu \rangle = \mathbf{0}; (\mathbf{P})_{ab} = 0; a, b = 1 \dots 3, ab \neq 11 \right\}$ é a contraparte uniaxial do espaço de mínima restrição \mathcal{K}^{min} .

O modelo proposto definido pelo espaço $\mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{MMLA}}$ é considerado no problema de minimização dado pela Eq. (1). As restrições associadas ao espaço $\mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{MMLA}}$ são impostas a partir de multiplicadores de Lagrange, o que resulta em um problema de otimização sem restrições. Assim o problema pode ser formulado e solucionado pelo clássico procedimento de Newton-Raphson, onde as equações não lineares são discretizadas pelo método dos elementos finitos. Além disso, as restrições de deslocamentos prescritos definidas no espaço $\mathcal{K}_{1\text{D}}^{\text{MMLA}}$, são aplicadas nos respectivos graus de liberdade dos nós localizados no contorno $\hat{\Gamma}$ diretamente no sistema linear incremental do procedimento de Newton-Raphson. Mais detalhes referentes ao procedimento de solução podem ser encontrados em Carniel et al. [9] e Lazzari [16].

2.4 Geometria do EVR

O EVR proposto para o fascículo do tendão é apresentado na Fig. 2a e é composto por duas fases materiais distintas: as fibras de colágeno e a matriz celular (ver a malha de elementos finitos nas Figs. 2b e 2c). Enfatiza-se a geometria tridimensional hexagonal-helicoidal do EVR, a qual é proposta a fim de contabilizar a continuidade mecânica das fibras de colágeno. O EVR proposto é baseado nas seguintes evidências experimentais:

- formato helicoidal das fibras de colágeno observado a partir de técnicas de microscopia de força atômica (ver a Fig. 2d) (Kalson et al. [13]);
- as fibrilas acompanham o formato helicoidal das fibras de colágeno e são consideradas paralelas entre si (ver a Fig. 2e) (Kalson et al. [13], Svensson et al. [14]);
- continuidade das fibras de colágeno e das fibrilas (Provenzano e Vanderby Jr [17]; Screen [18]; Svensson et al. [14]);
- fração volumétrica de fibrilas nas fibras de 75% (Kalson et al. [13]);
- matriz celular como uma fase material contínua com fração volumétrica de aproximadamente 30% (Kalson et al. [13]).

A representação do comportamento mecânico das fases materiais que compõem o EVR é realizada através de modelos constitutivos viscoelásticos formulados em um quadro constitutivo variacional. Os parâmetros constitutivos de cada modelo microestrutural foram estimados com base em dados experimentais obtidos da literatura. Mais detalhes sobre a geometria do EVR proposta, particularidades dos modelos constitutivos microestruturais e as estratégias empregadas para o ajuste dos parâmetros podem ser encontradas em Carniel e Fancello [19].

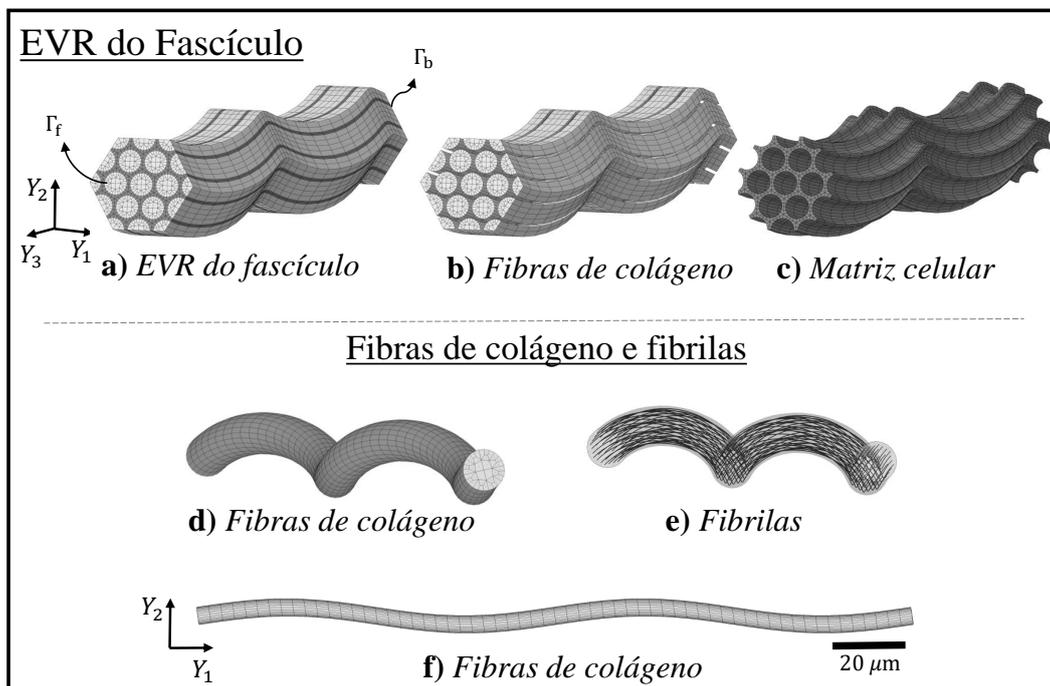


Figura 2. a) Elemento de volume representativo (EVR) do fascículo do tendão e sua correspondente malha de elementos finitos. Nota-se que o EVR é composto por duas fases materiais distintas: as fibras de colágeno e a matriz celular. b) Modelo e malha das fibras de colágeno. c) Modelo e malha da matriz celular. d) Vista perspectiva de uma única fibra de colágeno evidenciando a geometria helicoidal. e) Representação das fibrilas (linhas pretas) que acompanham o formato helicoidal das fibras e são consideradas paralelas entre si. f) Vista lateral de uma única fibra de colágeno.

2.5 Ensaios numéricos

Os experimentos multiescala utilizados na investigação numérica do EVR do fascículo do tendão, foram baseados na biomecânica dos tendões. Em vista disso, a fim de analisar a faixa de deformações fisiológicas, assume-se uma deformação axial macroscópica máxima de 4% (Franchi et al. [1]; Connizzo et al. [3]). Dado isso, é utilizado um alongamento macroscópico axial máximo de $\lambda_1 = 1,04$, onde o alongamento λ_1 representa a componente $(\mathbf{F})_{11}$ do gradiente de deformações macroscópico.

A investigação da resposta viscoelástica é realizada a partir de testes de tração cíclicos, utilizando uma taxa de deformação de $\dot{\epsilon}_1 = 1,0\%/s$, onde $\epsilon_1 = \lambda_1 - 1$ é a componente axial do tensor de deformação de engenharia macroscópico. Esta taxa de deformação particular é escolhida baseada em estudos anteriores de Carniel e Fancello [19], onde constatou-se que a energia dissipada pelo processo de histerese no EVR utilizado neste trabalho é a mesma reportada no estudo experimental de Svensson et al. [20].

3 Resultados e discussões

A Figura 3 apresenta a configuração deformada do EVR do fascículo do tendão para quatro níveis de alongamento axial macroscópico. Com o incremento de deformação macroscópica aplicado, percebe-se a tendência de desenrolar da geometria helicoidal do EVR. Além disso, nota-se que próximo do alongamento máximo aplicado de $\lambda_1 = 1,04$, as fibras helicoidais encontram-se quase que completamente desenroladas. Tal fenômeno está associado à elevada rigidez axial das fibras de colágeno, evidenciando sua importante contribuição no comportamento mecânico macroscópico do tendão.

A Figura 4a apresenta as curvas das componentes do tensor de tensões macroscópico (homogeneizado) axial e transversais em relação à evolução do alongamento axial aplicado. Na Figura 4b estão representadas todas as componentes do tensor de tensão, exceto \mathbf{P}_{11} . A partir da análise dos gráficos, verifica-se que única componente de tensão não nula (em termos numéricos) é a axial, uma vez que as demais componentes situam-se abaixo de até quatro ordens de grandeza em comparação com a axial. Esse fato evidencia o estado de tensões macroscópico uniaxial, obtido através do procedimento de homogeneização proposto. Além disso, nota-se um comportamento dissipativo identificado através do laço de histerese apresentado pela componente axial de tensão. Tais comportamentos mecânicos - níveis de deformação e histerese - são comumente observados em ensaios experimentais reportados na literatura (Svensson et al. [20]).

Através da análise da evolução do Jacobiano volumétrico macroscópico, apresentado na Fig. 5, verifica-se aumento de volume ($J > 1$) com o valor máximo de aproximadamente 0,9%. Tal evidência numérica contrapõe resultados de ensaios experimentais, os quais reportam coeficiente de Poisson acima do limite de incompressibilidade (Cheng e Screen [21]; Reese e Weiss [22]), indicando uma possível redução volumétrica em estados trativos, comumente associado à perda de água em ensaios de tração de tendões (Böl et al. [23], Han et al. [24]). Por outro lado, esses comportamentos não estão bem elucidados na literatura. Por exemplo, Carniel et al. [4] realizaram um estudo experimental e numérico sobre o comportamento das deformações transversais em ensaios de tração em tendões. Os autores reportam que uma das possíveis causas dos grandes valores de perda de volume sob tração está associada ao dispositivo de fixação (garras) da máquina de tração, e não necessariamente à resposta mecânica intrínseca dos tendões.

Em relação aos campos microscópicos obtidos a partir da análise multiescala, a Fig. 6 apresenta a medida de von Mises da deformação logarítmica, enquanto a Fig. 7 exhibe a evolução do Jacobiano microscópico. Para ambas as figuras, os campos apresentados são obtidos a partir da porção de matriz celular que envolve a fibra central do EVR do fascículo para os alongamentos macroscópicos de 1%, 2%, 3% e 4%.

De acordo com os resultados de deformações visualizados na Fig. 6, percebe-se campos microscópicos heterogêneos, que podem estar associados ao formato helicoidal do EVR. Além disso, com a aplicação do alongamento externo, verifica-se que a matriz celular tende a acompanhar o desenrolar das

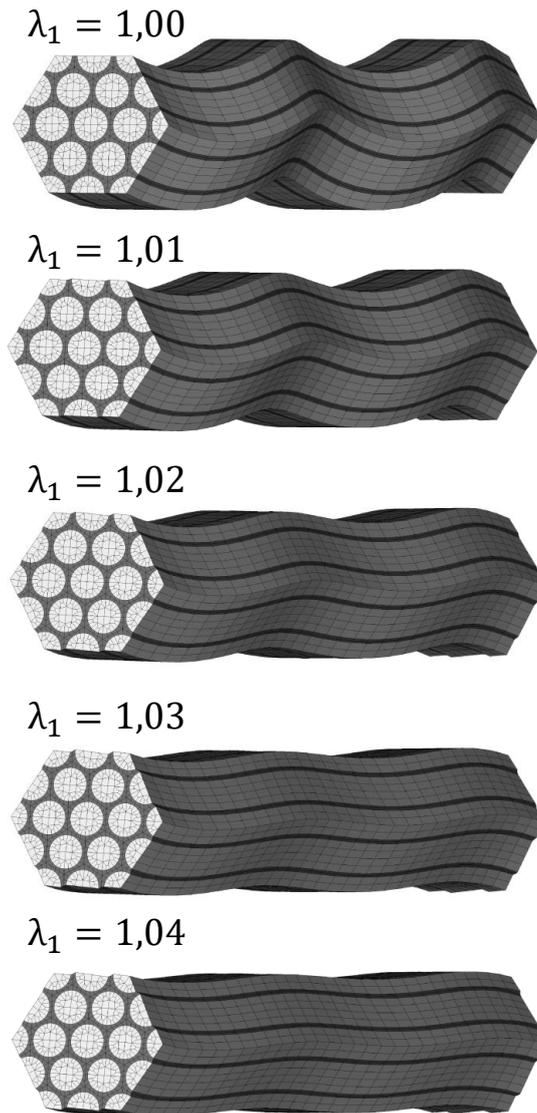


Figura 3. Evolução da configuração espacial do EVR do fascículo do tendão.

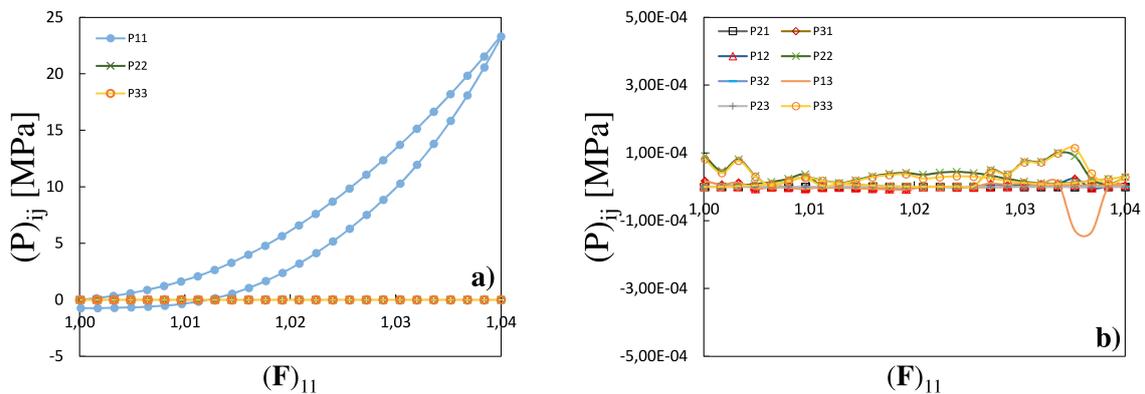


Figura 4. Curvas de tensão-alongamento para o EVR do fascículo do tendão.

fibras, resultando em um padrão de deformação periódico ao longo do eixo axial. Observa-se valores máximos de deformação local na matriz celular de até 33,30%, que são consideravelmente superiores à deformação macroscópica máxima imposta de 4%.

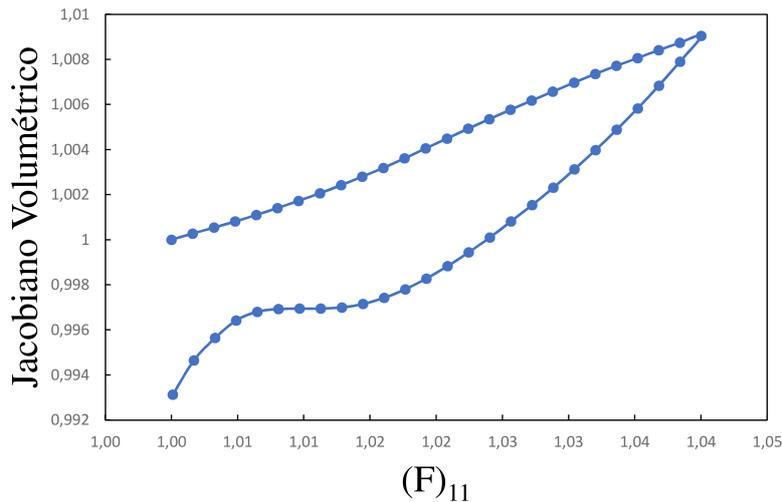


Figura 5. Curva do jacobiano volumétrico em função do alongamento axial para o EVR do fascículo do tendão.

Ao analisar os campos de jacobiano volumétrico apresentados na Fig. 7, observa-se um padrão não homogêneo que se repete ao longo do eixo axial, passando por pontos com diminuição de volume ($J < 1$), com aumento de volume ($J > 1$) e por regiões muito próximas à incompressibilidade ($J = 1$). Tais resultados sugerem que a matriz celular pode estar sujeitas a significantes variações volumétricas localizadas, as quais podem estar relacionadas à mecanismos de mecanotransdução ou ao escoamento intersticial.

Além disso, observa-se uma magnificação dos níveis de alterações volumétricas locais, quando comparadas com a global. Enquanto o aumento volumétrico macroscópico máximo foi 0,9% para a deformação axial de 4% (Fig. 5), localmente obteve-se ganhos e perdas volumétricas máximas de 7,5% e 6,29% (Fig. 7), respectivamente, enfatizando o efeito da geometria helicoidal no comportamento micro-estrutural.

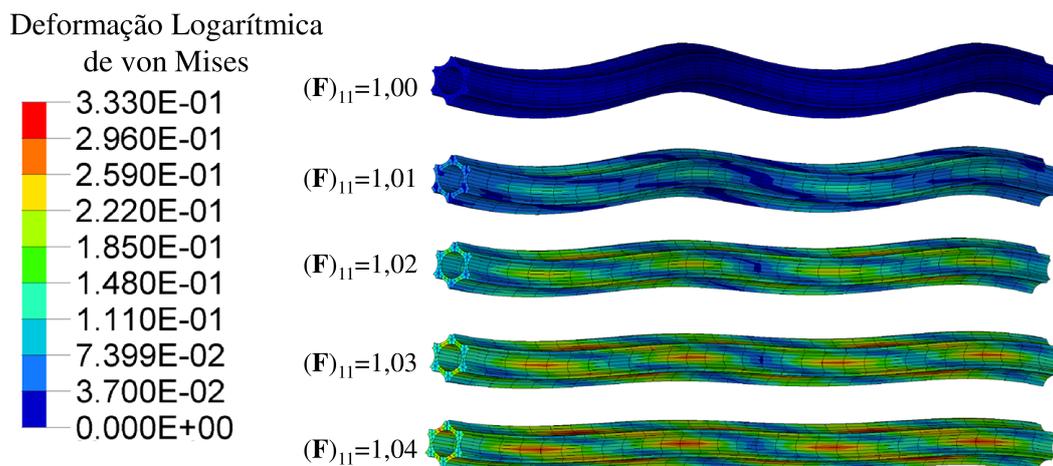


Figura 6. Campo de deformações logarítmicas de von Mises para diferentes níveis de alongamento macroscópico.

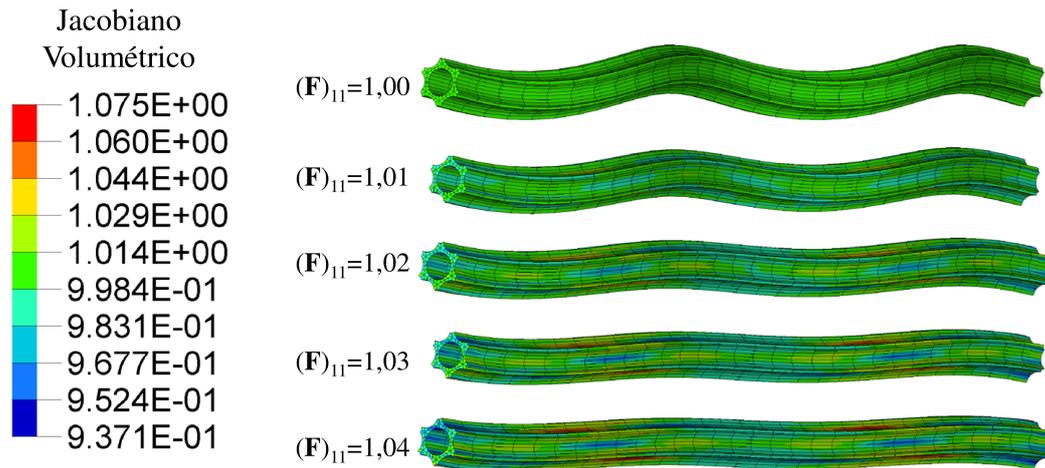


Figura 7. Campo da variação volumétrica para diferentes níveis de alongamento macroscópico.

4 Conclusões

Este trabalho apresentou uma investigação numérica sobre o comportamento multiescala de tecidos tendinosos através de uma abordagem de homogeneização computacional. Utilizou-se uma abordagem numérica formulada considerando conceitos variacionais, cinemática finita e com base no conceito de elementos de volume representativos (EVR) do material. Ademais, uma condição de contorno multiescala apropriada foi proposta a fim de satisfazer as restrições macroscópicas impostas pelo estado uniaxial de tensões. A partir de um EVR tridimensional do fascículo de um tendão, foram avaliados os resultados macroscópicos (quantidades homogeneizadas) e microscópicos (campos de tensão e deformação no EVR) obtidos através da análise numérica multiescala.

A partir dos resultados das curvas de tensão homogeneizadas, foi possível verificar a obtenção de um estado de tensão macroscópico uniaxial, corroborando o procedimento de homogeneização proposto. Além disso, através do jacobiano volumétrico macroscópico, nota-se um aumento volumétrico macroscópico em estados trativos, resultado controverso aos reportados na literatura.

Em relação à análise dos campos cinemáticos microscópicos volumétricos e distorcionais, observou-se padrões não homogêneos e valores locais significativamente superiores em comparação aos valores macroscópicos aplicados.

Agradecimentos

Os autores agradecem à “Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES” e ao “Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq” pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] Franchi, M., Trirè, A., Quaranta, M., Orsini, E., & Ottani, V., 2007. Collagen structure of tendon relates to function. *The Scientific World Journal*, vol. 7, pp. 404–420.
- [2] Cowin, S. C. & Doty, S. B., 2007. *Tissue mechanics*. 10^a edição.
- [3] Connizzo, B. K., Yannascoli, S. M., & Soslowsky, L. J., 2013. Structure-function relationships of postnatal tendon development: A parallel to healing. *Matrix Biology*, vol. 32, n. 2, pp. 106–116.
- [4] Carniel, T. A., Formenton, A. B. K., Klahr, B., Vassoler, J. M., de Mello Roesler, C. R., & Fancello,

- E. A., 2019. An experimental and numerical study on the transverse deformations in tensile test of tendons. *Journal of biomechanics*, vol. 87, pp. 120–126.
- [5] Miehe, C., Schotte, J., & Lambrecht, M., 2002. Homogenization of inelastic solid materials at finite strains based on incremental minimization principles. application to the texture analysis of polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, n. 10, pp. 2123–2167.
- [6] de Souza Neto, E. A., Blanco, P. J., Sánchez, P. J., & Feijóo, R. A., 2015. An RVE-based multiscale theory of solids with micro-scale inertia and body force effects. *Mechanics of Materials*, vol. 80, n. Part A, pp. 136–144.
- [7] Blanco, P. J., Sánchez, P. J., de Souza Neto, E. A., & Feijóo, R. A., 2016. Variational foundations and generalized unified theory of rve-based multiscale models. *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 23, n. 2, pp. 191–253.
- [8] Saeb, S., Steinmann, P., & Javili, A., 2016. Aspects of computational homogenization at finite deformations: A unifying review from reuss' to voigt's bound. *Applied Mechanics Reviews*, vol. 68, n. 5, pp. 33.
- [9] Carniel, T. A., Klahr, B., & Fancello, E. A., 2018. A multiscale numerical approach for the finite strains analysis of materials reinforced with helical fibers. *Mechanics of Materials*, vol. 126, pp. 75 – 85.
- [10] Junqueira, L. C., Carneiro, J., Abrahamsohn, P. A., Zorn, T. M. T., & Santos, M. F., 2004. *Histologia básica*.
- [11] Kannus, P., 2000. Structure of the tendon connective tissue. *Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports*, vol. 10, n. 6, pp. 312–320.
- [12] Aro, A. A., Vidal, B. C., & Pimentel, E. R., 2012. Biochemical and anisotropical properties of tendons. *Micron*, vol. 43, n. 2-3, pp. 205–214.
- [13] Kalson, N. S., Lu, Y., Taylor, S. H., Holmes, D. F., & Kadler, K. E., 2015. A structure-based extracellular matrix expansion mechanism of fibrous tissue growth. *eLife*, vol. 4, pp. 1–22.
- [14] Svensson, R. B., Mulder, H., Kovanen, V., & Magnusson, S. P., 2013. Fracture mechanics of collagen fibrils: Influence of natural cross-links. *Biophysical Journal*, vol. 104, n. 11, pp. 2476–2484.
- [15] Ortiz, M. & Stainier, L., 1999. The variational formulation of viscoplastic constitutive updates. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
- [16] Lazzari, M., 2019. Uma abordagem de homogeneização computacional para a análise de tecidos tendinosos submetidos a estados de tensão uniaxial. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [17] Provenzano, P. P. & Vanderby Jr, R., 2006. Collagen fibril morphology and organization: implications for force transmission in ligament and tendon. *Matrix Biology*, vol. 25, n. 2, pp. 71–84.
- [18] Screen, H. R., 2009. Hierarchical approaches to understanding tendon mechanics. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, vol. 4, n. 4, pp. 481–499.
- [19] Carniel, T. A. & Fancello, E. A., 2019. A variational homogenization approach applied to the multiscale analysis of the viscoelastic behavior of tendon fascicles. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 31, n. 3, pp. 607–626.
- [20] Svensson, R. B., Hassenkam, T., Grant, C. A., & Magnusson, S. P., 2010. Tensile properties of human collagen fibrils and fascicles are insensitive to environmental salts. *Biophysical journal*, vol. 99, n. 12, pp. 4020–4027.

- [21] Cheng, V. W. T. & Screen, H. R. C., 2007. The micro-structural strain response of tendon. *Journal of Biomechanical Engineering*.
- [22] Reese, S. P. & Weiss, J. A., 2013. Tendon Fascicles Exhibit a Linear Correlation Between Poisson's Ratio and Force During Uniaxial Stress Relaxation. *Journal of Biomechanical Engineering*.
- [23] Böl, M., Ehret, A. E., Leichsenring, K., & Ernst, M., 2015. Tissue-scale anisotropy and compressibility of tendon in semi-confined compression tests. *Journal of Biomechanics*, vol. 48, n. 6, pp. 1092–1098.
- [24] Han, S., Gemmell, S., Helmer, K., Grigg, P., Wellen, J., Hoffman, A., & Sotak, C., 2000. Changes in adc caused by tensile loading of rabbit achilles tendon: evidence for water transport. *Journal of Magnetic Resonance*, vol. 144, n. 2, pp. 217–227.