

Advanced numerical analysis of shallow and deep steel arches under fire condition

Rafael C. Barros¹, Ricardo A.M. Silveira¹, Dalilah Pires², Lidiane R.R.M. Deus¹, Jackson S. Rocha Segundo¹, Luís H.A.A. Queiroz¹

¹Dept. of Civil Engineering, Federal University of Ouro Preto
Morro do Cruzeiro, 35400-000, Ouro Preto/MG, Brazil
rafael.barros@ufop.edu.br, ricardo@em.ufop.br

²DTECH, Federal University of São João del-Rei
Rod. MG 443, km 7, 36420-000, Ouro Branco/MG, Brazil
dalilah@ufsj.edu.br

Abstract. The arches are structures used to overcome large spans, since their curvature can guarantee strength gains. However, such systems exhibit strongly nonlinear behavior, and therefore, for a more realistic modeling, it is necessary that numerical formulations consider several sources of nonlinearity, such as geometric and material. In a fire situation, the analysis is usually more complex, since the materials physical and mechanical properties are significantly affected by temperature. Therefore, this work aims to study the thermal-mechanical behavior of shallow and deep steel arches under high temperatures using the CS-ASA/FSA module (Computational System for Advanced Structural Analysis/Fire Structural Analysis). Basically, the analysis will be developed in two-level approaches: the first refers to the temperature field calculation in any cross-section, where, as consequence of fire exposition, the materials properties degradation are obtained; the second stage is intended to carry out an inelastic second order analysis (ISOA) of shallow and deep steel arch in a fire situation. A co-rotational finite element formulation is used to follow the large displacements and rotations of the structural model, and the material inelastic behavior is simulated with the Refined Plastic Hinge Method (RPHM) and Strain Compatibility Method (SCM) coupling. The numerical thermal-structural results obtained here will be validated by comparison with responses available in the literature.

Keywords: Steel arches, Fire situation, Thermal-structural analysis, CS-ASA/FSA, RPHM/MCD coupling.

1 Introdução

Atualmente, é possível observar em projetos de edificações a crescente necessidade de se vencer vãos cada vez maiores, que ocasionalmente, resultam também em elementos estruturais mais esbeltos. Tal característica geométrica pode acarretar em diversas fontes de instabilidade, seja ela a nível global e/ou localizada na seção transversal dos membros que constituem o sistema. Como em estruturas de grande extensão a absorção e condução dos esforços se tornam mais complexas, uma forma eficaz de melhorar a capacidade resistente da estrutura é utilizar elementos com certa curvatura, o que introduz ganhos de resistência quando comparados aos elementos retos. Desse modo, a fim de viabilizar projetos mais leves e econômicos, o arco é visto como uma opção de solução estrutural bastante razoável.

Entretanto, em situação de incêndio, as estruturas em aço quando desprotegidas da ação do fogo podem atingir o colapso rapidamente, uma vez que o perfil metálico, em geral, apresenta elevado fator de massividade, o qual é determinado através da relação entre a área exposta ao fogo e o volume aquecido do corpo.

No contexto da análise não linear de arcos metálicos sob fogo, diversos trabalhos podem ser citados, como: Xi e Shirong [1], Pi e Bradford [2-4], Han *et al.* [5] e Cai *et al.* [6].

Portanto, o objetivo principal deste trabalho é aplicar e verificar a eficiência do módulo computacional desenvolvido, CS-ASA/FSA, no estudo de arcos metálicos em situação de incêndio. Esse módulo é capaz de

desempenhar uma análise inelástica de segunda ordem de estruturas submetidas a altas temperaturas. Uma abordagem baseada no Método de Compatibilidade de Deformações (MCD) é proposta para avaliar o nível de resistência da seção transversal e as rigidezes generalizadas, axial e à flexão. A construção da relação momento-curvatura é essencial para essas avaliações. Essa metodologia é acoplada ao Método da Rótula Plástica Refinado (MRPR), no qual a plasticidade é avaliada apenas nos pontos nodais do modelo numérico de elementos finitos, a partir desses parâmetros de rigidez generalizada [7].

2 Análise térmica

Neste trabalho, a temperatura ao longo de cada elemento estrutural é considerada uniforme e igual ao campo de temperaturas estimado para sua seção transversal. Desse modo, a análise térmica é realizada exclusivamente neste plano através de modelos numéricos de transferência de calor, desenvolvidos com base no método dos elementos finitos (MEF). Para o problema transiente, uma estratégia de integração no tempo baseada no método das diferenças finitas (MDF) é adotada. Esses procedimentos numéricos foram implementados e deram origem ao módulo computacional CS-ASA/FA (Fire Analysis), que possui diversas estratégias para obtenção do equilíbrio térmico da seção transversal. Dada sua eficiência, apenas a metodologia denominada incremental simples é empregada neste trabalho. Maiores detalhes do referido módulo computacional podem ser vistos em Barros *et al.* [8] e Pires *et al.* [9].

3 Análise termoestrutural

3.1 Formulação do elemento finito via MRPR

O objetivo do MRPR é capturar a evolução da plastificação nos pontos nodais do elemento finito, a partir do início do processo de escoamento da seção até sua plastificação total, caracterizando a formação de uma rótula plástica. O elemento finito adotado é delimitado pelos pontos nodais i e j , como ilustrado na Figura 1, em que P , M_i , M_j são as forças internas associadas aos deslocamentos δ , θ_i e θ_j , respectivamente, no sistema corrotacional.

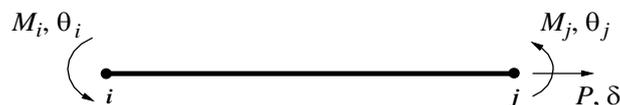


Figura 1. Elemento de viga-coluna referenciado ao sistema corrotacional

A relação de equilíbrio do elemento finito de viga-coluna, na forma incremental, é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \Delta M_i \\ \Delta M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} \\ 0 & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta_i \\ \Delta \theta_j \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

sendo que Δ denota os incrementos de cada quantidade. Os termos relacionados a rigidez à flexão na matriz são obtidos seguindo a formulação geométrica simplificada proposta por Yang e Kuo [10].

3.2 Método da compatibilidade de deformações (MCD)

Trata-se de uma estratégia numérica destinada à avaliação da deformação de seções transversais compactas [11]. Isto é, uma vez conhecido os esforços atuantes, é possível se chegar na configuração deformada da seção que seja compatível com esses esforços. O MCD é usado neste trabalho para avaliação das rigidezes generalizadas, axial e à flexão.

No procedimento aqui adotado, supõe-se que todos os materiais que constituem a seção transversal do

elemento estrutural atuem de forma conjunta, logo, o campo de deformações é contínuo. Além disso, a seção metálica permanece plana após a deformação, conforme ilustrado na Figura 2.

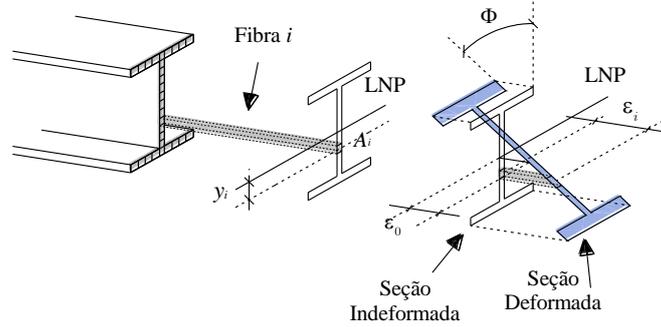


Figura 2. Campo linear de deformações em uma seção transversal metálica

Esse método procura acoplar a configuração deformada da seção à relação constitutiva do material que a compõe. Assim, para que a avaliação da deformação seja precisa em todos os pontos da seção, utiliza-se aqui uma discretização em fibras, como exibido na figura anterior.

3.3 Relação momento-curvatura

Uma distribuição de deformações numa seção metálica, para uma dada combinação de esforço axial N e momento fletor M é ilustrada na Figura 2. Assim, a deformação axial na i -ésima fibra é dada por:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \Phi y_i + \varepsilon_{ri} \quad (2)$$

na qual y_i é a distância entre os centroides plásticos (CP) da fibra analisada e da seção transversal; ε_0 é a deformação axial no CP da seção; ε_{ri} é a deformação devido às tensões residuais (quando considerado); e Φ a respectiva curvatura.

O método iterativo de Newton-Raphson é empregado numa aplicação localizada a nível da seção transversal, buscando a obtenção da relação momento-curvatura ($M-\Phi$). Numericamente, pode-se dizer que o equilíbrio da seção é obtido quando a seguinte equação, escrita na forma matricial, é satisfeita:

$$\mathbf{F} \mathbf{X} = \mathbf{f}_{ext} - \mathbf{f}_{int} = \begin{bmatrix} N_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{int} \\ M_{int} \end{bmatrix} < tol. \quad (3)$$

em que o vetor de forças externas \mathbf{f}_{ext} é dado pelo esforço axial, N_{ext} , e de momento fletor, M_{ext} ; e os termos N_{int} e M_{int} são as componentes do vetor de forças internas, \mathbf{f}_{int} .

O vetor de forças internas é calculado através das expressões integrais:

$$\mathbf{f}_{int} = \begin{bmatrix} N_{int} = \int_A \sigma[\varepsilon, \varepsilon_0, \Phi] dA \\ M_{int} = \int_A \sigma[\varepsilon, \varepsilon_0, \Phi] y dA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{int} = \sum_{i=1}^{n_{fib}} \sigma[\varepsilon_i, \varepsilon_0, \Phi] A_i \\ M_{int} = \sum_{i=1}^{n_{fib}} \sigma[\varepsilon_i, \varepsilon_0, \Phi] y_i A_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

sendo n_{fib} o número de fibras geradas pela discretização da seção e tol a tolerância, que foi tomada como igual a 10^{-5} . Durante o processo iterativo, $k+1$, o vetor de deformações é calculado pela expressão [12]:

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \mathbf{F}'^{-1} \mathbf{F} \mathbf{X}^k \quad (5)$$

em que \mathbf{F}' é a matriz jacobiana para o problema não linear, i.e:

$$F' = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = \begin{bmatrix} f_{11} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \varepsilon_0} & f_{12} = \frac{\partial N_{int}}{\partial \Phi} \\ f_{21} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \varepsilon_0} & f_{22} = \frac{\partial M_{int}}{\partial \Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} A_i & \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i A_i \\ \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i A_i & \sum_{i=1}^{n_{fib}} E_{T,i} y_i^2 A_i \end{bmatrix}. \quad (6)$$

com $E_{T,i}$ sendo o módulo de elasticidade tangente, retirado diretamente da relação constitutiva do aço para i -ésima fibra. Considerando o critério de convergência [8, 9], os parâmetros de rigidez generalizada são calculados utilizando as deformações nas fibras em relação à configuração deformada e quando a condição de equilíbrio é alcançada. Assim, os termos EA_t e EI_t são descritos da seguinte forma:

$$EA_t = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}^2}{f_{22}} \quad (7)$$

$$EI_t = \frac{f_{11}f_{22} - f_{12}^2}{f_{11}} \quad (8)$$

com os termos da matriz f_{11}, f_{12}, f_{21} e f_{22} definidos na Eq. 6.

Este mesmo procedimento numérico é adaptado e utilizado para a obtenção das curvas de interação NM , e maiores detalhes são exibidos em Barros *et al.* [8] e Pires *et al.* [9]. Adicionalmente, é importante destacar que a relação constitutiva do aço é adotada conforme as recomendações normativas da norma europeia [13].

Neste trabalho, para estruturas submetidas a altas temperaturas, a deformação total é substituída por uma deformação mecânica, a qual é determinada para uma dada fibra subtraindo a deformação térmica, aqui calculada por meio das expressões propostas pela norma já especificada [13], da deformação total, Eq. (2). Portanto, na avaliação das forças internas através das equações de equilíbrio e compatibilidade no nível da seção transversal, as tensões são calculadas a partir dessas deformações mecânicas.

4 Exemplo numérico

4.1 Arcos metálicos de Guo *et al.* [14]

Dois arcos metálicos distintos quanto a geometria são analisados em situação de incêndio. O primeiro, com uma relação de abatimento, f/L , de 0,2, pode ser definido como abatido, já o segundo como pouco abatido, apresentando uma relação de abatimento de 0,5. É importante destacar que o arco abatido foi estudado inicialmente por Guo *et al.* [14] através de modelos numéricos construídos através do *software* ABAQUS 6.12 [15].

Guo *et al.* [14] apresentaram vários modelos numéricos via ABAQUS [15] para analisar o desempenho estrutural de arcos metálicos biapoiados sob elevadas temperaturas. Neste trabalho destacado foram avaliados os efeitos da taxa de carregamento, das restrições horizontais impostas aos apoios, a relação entre a altura do arco, f , e o seu comprimento, L , os diversos cenários no incêndio, bem como a influência das dimensões da seção transversal dos perfis em aço nos resultados.

O arco em questão foi retirado de um edifício de um pavimento com vão livre de 12 m, apoiado sobre colunas de 3,6 m de altura e submetido a duas cargas concentradas verticais. Porém, no intuito de simplificar o seu modelo numérico, os autores consideraram na ligação entre arco-coluna, apoios de primeiro gênero restringindo o deslocamento vertical e impuseram uma certa restrição quanto ao deslocamento horizontal. Essa rigidez horizontal imposta aos apoios foi determinada baseando-se no estudo do deslocamento lateral de uma coluna engastada-livre de mesma altura, sob a ação de uma carga concentrada horizontal aplicada em sua extremidade livre. Guo *et al.* [14] reforçaram que essa rigidez horizontal atribuída nos apoios não afeta apenas a deflexão do arco, mas também governa a distribuição de forças internas na estrutura.

O aço adotado foi o S355 com uma tensão de escoamento de 355 MPa e módulo de elasticidade de 200 GPa em condições de temperatura ambiente. Em situação de incêndio, as propriedades térmica e mecânica, assim como a relação constitutiva do material, foram consideradas conforme o EN 1993-1-2 [13].

Quanto a ação do fogo, apenas o arco foi submetido a elevação de temperatura conforme a curva de incêndio padrão [16], sendo o perfil aquecido em suas 4 faces. Acrescenta-se ainda que Guo *et al.* [14] não apresentaram

quaisquer informações sobre como o campo de temperaturas é computado. Dessa forma, vale salientar que a taxa de aquecimento aplicada ao modelo pode influenciar significativamente o comportamento estrutural durante o tempo de exposição ao incêndio.

Baseando-se na pesquisa realizada por Deus [17], o sistema estrutural foi discretizado com 40 elementos finitos de viga-coluna e 56 elementos finitos quadrilaterais lineares para a seção transversal. As condições de carregamento e de bordo, as malhas de elementos finitos adotadas, assim como as características geométricas da estrutura e sua seção transversal, estão representadas na Figura 3.

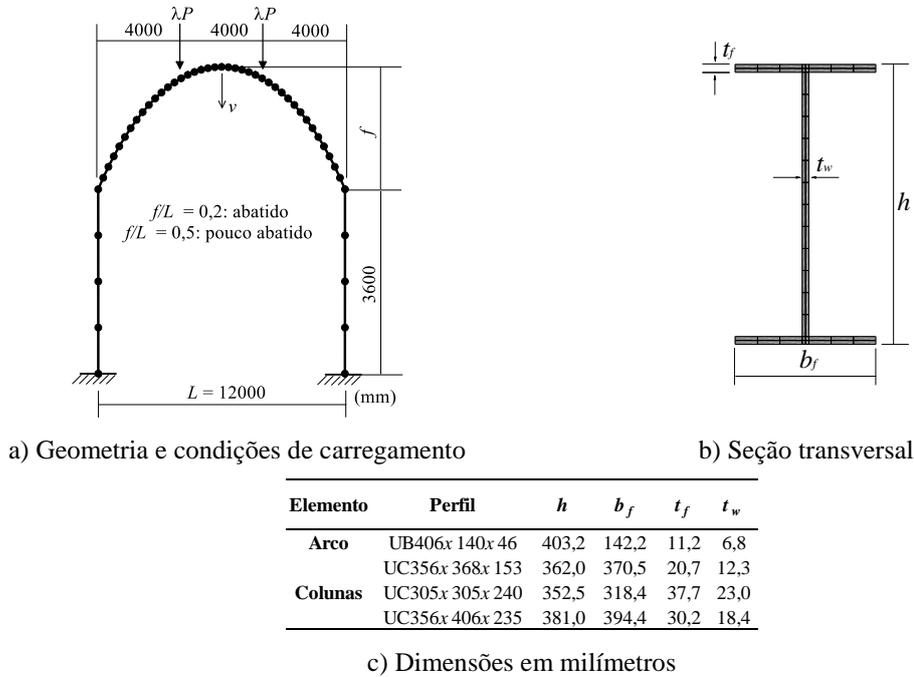
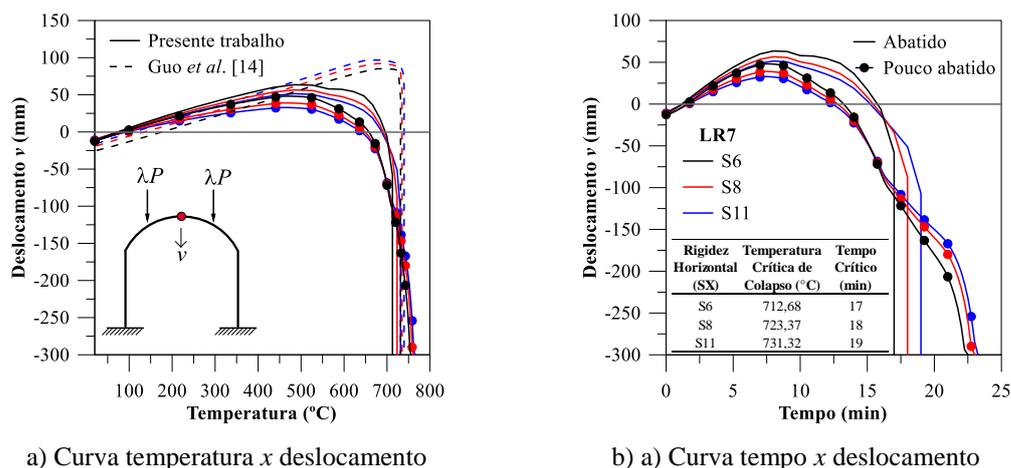


Figura 3. Pórtico em arco, características gerais

Ainda sobre a restrição horizontal proposta por Guo *et al.* [14], o CS-ASA, em sua versão atual, não permite a inserção de valores de rigidez em pontos específicos ao longo da estrutura. Assim, todas as ligações entre os elementos foram consideradas como rígidas. Para o exemplo em questão, o sistema estrutural foi construído como um pórtico em arco, como ilustrado na figura anterior e como sugere a condição estrutural relatada.

Na sequência são exibidos os resultados alcançados a partir da análise termoestrutural realizada através do CS-ASA/FSA para os dois arcos apresentados acima, todavia, apenas os resultados referentes ao arco abatido são confrontados àqueles demonstrados por Guo *et al.* [14]. É verificada também a influência da rigidez da ligação entre arco-coluna em relação ao deslocamento lateral do pórtico em arco quando submetido a um fator de carga tomado como igual a 0,7 (54,4 kN), intitulado como LR7. A literatura refere-se a essa rigidez como restrição horizontal (grupo S - “Stiffness”), garantida a partir da utilização de três tipos de perfis para as colunas: UC 356x368x153 (S6), UC 305x305x240 (S8) e UC 356x406x235 (S11), cujas as dimensões estão descritas na Figura 3c, sendo adotados valores de rigidez iguais a 6,5 kN/mm (S6), 8,6 kN/mm (S8) e 11,1 kN/mm (S11), respectivamente.

A Figura 4 fornece o deslocamento vertical, v , que ocorre no meio do vão do arco, em função do aumento de temperatura (Fig. 4a) e no decorrer do tempo (Fig. 4b), para os dois modelos de arcos propostos, abatido e pouco abatido. É possível identificar uma satisfatória concordância dos resultados aqui computados em relação à literatura. Entretanto, é importante destacar uma significativa influência da restrição horizontal impostas aos apoios no modelo de Guo *et al.* [14] ainda na análise à temperatura ambiente, o que resultou em um ponto de partida para a análise termoestrutural, em termos de deslocamentos iniciais, ligeiramente diferentes em relação aos determinados a partir do CS-ASA/FSA. Tal divergência pode estar associada a simplificação do modelo sugerido na literatura.



a) Curva temperatura x deslocamento

b) a) Curva tempo x deslocamento

Figura 4. Arco abatido e pouco abatido: influência da restrição horizontal e fator de carga LR7

Através da figura anterior pode-se verificar também que, quanto maior a rigidez horizontal imposta, mais elevada é a temperatura crítica de colapso, e dessa maneira, por mais tempo a estrutura se mantém em equilíbrio. Note que o arco pouco abatido manifesta uma capacidade resistente de suporte superior ao modelo abatido, o que é registrado através da diferença relativa entre as temperaturas críticas de colapso computadas para os dois modelos e exibida na Tabela 1.

Ainda sobre as respostas apresentadas na Figura 4, pode-se observar como essa restrição horizontal impacta na expansão térmica do material à medida que a temperatura se eleva. Para a menor rigidez (S6), o arco se expande com maior liberdade, proporcionando maiores deslocamentos, como esperado. Para temperaturas acima de 500 °C, a degradação dos parâmetros de rigidez e resistência torna-se mais acentuada, causando uma inversão no sentido dos deslocamentos e levando a estrutura ao colapso.

Tabela 1. Influência da relação de abatimento na temperatura crítica de colapso

Fator de carga	Rigidez horizontal	Tempo crítico de colapso (min)		Temperatura crítica de colapso (°C)		Diferença relativa
λP	SX	$f/L = 0,2$	$f/L = 0,5$	$f/L = 0,2$	$f/L = 0,5$	%
LR7	S6	17,00	22,50	712,68	755,88	-6,06
	S8	18,00	23,00	723,37	761,36	-5,25
	S11	19,00	23,25	731,32	764,23	-4,50

5 Considerações finais

Esta pesquisa utilizou, com adaptações, o módulo computacional CS-ASA/FSA para realizar análises de segunda ordem inelástica de arcos metálicos em condição de incêndio. A eficiência desse módulo já havia sido verificada em outras estruturas de aço, como vigas, colunas e pórticos, sob temperatura elevada [8].

Finalmente, a metodologia numérica adotada neste trabalho se mostrou bastante eficiente na análise de arcos metálicos em situação de incêndio, entretanto, vale salientar que outras informações relevantes podem ser extraídas do módulo CS-ASA/FSA, como por exemplo a avaliação das rigidezes axial e à flexão em função da elevação de temperatura, a fim de se identificar os pontos onde a falha estrutural ocorre. Ele permite ainda explorar vários cenários no incêndio, condições de suporte e carregamento. Os resultados mais detalhados dos sistemas estruturais aqui estudados serão apresentados em trabalhos futuros, mas ainda em desenvolvimento.

Agradecimentos. Os autores agradecem a CAPES e CNPq (Agências Federais de Pesquisa), FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), PROPEC/UFOP, PROPP/UFOP e UFSJ pelo suporte para a realização desta pesquisa.

Authorship statement. The authors hereby confirm that they are the sole liable persons responsible for the authorship of this work, and that all material that has been herein included as part of the present paper is either the property (and authorship) of the authors, or has the permission of the owners to be included here.

Referências

- [1] S. Xi, L. Shirong. “Nonlinear stability of fixed-fixed FGM arches subjected to mechanical and thermal loads”. *Advanced Materials Research*, vols. 33-37, pp. 699-706, 2008.
- [2] Y.L. Pi, M.A. Bradford. “In-plane thermoelastic behavior and buckling of pin-ended and fixed circular arches”. *Engineering Structures*, vol. 32, pp. 250-260, 2009.
- [3] Y.L. Pi, M.A. Bradford. “Nonlinear in-plane elastic buckling of shallow circular arches under uniform radial and thermal loading”. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 52, pp. 75-88.
- [4] Y.L. Pi, M.A. Bradford. “Effects of nonlinearity and temperature field on in-plane behavior and buckling of crown-pinned steel arches”. *Engineering Structures*, vol. 74, pp. 1-12, 2014.
- [5] Y. Han, B. Sun, Z. Ju, Y. Wang. “Critical load analysis of double-hinged circular steel arch in-plane under high temperature of fire”. *Advanced Materials Research*, vols. 243-249, pp. 3-6, 2011.
- [6] J. Cai, Y. Xu, J. Feng, J. Zhang, J. “In-plane elastic buckling of shallow parabolic arches under an external load and temperature changes”. *Journal of Structural Engineering*, vol. 138(11), pp. 1300-1309, 2012.
- [7] I. J. M. Lemes. *Advanced numerical study of steel, concrete and steel-concrete composite structures*. PhD thesis, Federal University of Ouro Preto, 2018.
- [8] R. C. Barros, D. Pires, R. A. M. Silveira, I. J. M. Lemes, P. A. S. Rocha. “Advanced inelastic analysis of steel structures at elevated temperatures by SCM/RPHM coupling”. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 145, pp. 368-385, 2018.
- [9] D. Pires, R. C. Barros, R. A. M. Silveira, I. J. M. Lemes, P. A. S. Rocha. “An efficient inelastic approach using SCM/RPHM coupling to study reinforced concrete beams, columns and frames under fire conditions”. *Engineering Structures*, vol. 219, pp. 1-25, 2020.
- [10] Y. B. Yang, S. B. Kuo. *Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures*. Prentice Hall, 1994.
- [11] AISC LRFD. *Specification for structural steel buildings*. American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, 2016.
- [12] C. G. Chiorean. “A Computer Method for Nonlinear Inelastic Analysis of 3D Composite Steel-Concrete Frame Structures”. *J. Eng. Struct.*, vol. 57, pp. 125-152, 2013.
- [13] European Committee for Standardization - EN 1993-1-2:2005. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.2: General Rules, Structural Fire Design, 2005.
- [14] Z. Guo, Y. Wang, N. Lu, H. Zhang, F. Zhu. “Behaviour of a two-pinned steel arch at elevated temperatures”. *Thin-Walled Structures*, vol. 107, pp. 248-256, 2016.
- [15] ABAQUS, ABAQUS 6.10. *Analysis User's Manual*. Dassault Systèmes Simulia Corp., 2010.
- [16] ISO 834-1. *Fire resistance tests - elements of buildings construction, Part 1: General requirements*. ISO - International Organization for Standardization, Geneva, 1999.
- [17] L.R.R.M. Deus. *Análise inelástica de segunda ordem de arcos metálicos*. MSc dissertation, Federal University of Ouro Preto, 2019.