

# Dimensionamento otimizado de vigas de aço e de concreto armado: estudo comparativo

Joel M. Ozimboski, Zacarias M. C. Pravia, Moacir Kripka

*Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Universidade de Passo Fundo  
Campus I, BR285, 99025-900, Passo Fundo, RS, Brasil  
144171@upf.br, zacarias@upf.br, mkripka@upf.br*

**Abstract.** This work presents a study related to the optimization of reinforced concrete beams and steel beams. Initially, formulations to optimize reinforced concrete beams of rectangular section and “I” welded steel beams were developed, aiming to minimize the total cost. For both structural materials, cross-sectional dimensions were considered as discrete design variables. To the constraints, related to serviceability and ultimate limit states, Brazilian Standards NBR6118/2014 and NBR8800/2008 were adopted, respectively to reinforced concrete and to steel beams. The developed formulations were computationally implemented by the usage of Simulated Annealing optimization method. From a parametric study considering different spans and loads, simply supported beams were analyzed in order to obtain the optimized costs and their corresponding cross-sectional dimensions. The comparison of concrete and steel beams aimed to clearly identify the advantages of each structural material to a given span in terms of cost, height and self-weight.

**Keywords:** beams, optimization, reinforced concrete, steel, cost.

## 1 Introdução

Com a constante evolução tecnológica e a crescente competitividade do mercado, a busca por projetos que satisfaçam as necessidades de utilização, conforto e segurança de uma estrutura, com o máximo aproveitamento de recursos financeiros e mínimo impacto ambiental, passa a fazer parte do cotidiano do engenheiro. Neste sentido, a escolha dos materiais estruturais deve ser efetuada a partir de critérios claros, considerando fatores como tipo da obra, prazo de execução, disponibilidade de materiais na região, mão-de-obra qualificada e equipamentos disponíveis, custos econômicos, entre outros. No Brasil, para edificações residenciais unifamiliares e de múltiplos pavimentos, o sistema estrutural em concreto armado ainda é bastante predominante. Em contrapartida, para estruturas como shoppings centers, pavilhões ou galpões, as estruturas metálicas têm sido amplamente utilizadas.

Em um projeto estrutural, o projetista busca uma solução de dimensionamento que atenda às necessidades de utilização, conforto e segurança do projeto, ao mesmo tempo em que satisfaz os requisitos mínimos de normas técnicas. Dentro da grande gama de soluções possíveis, a obtenção daquela de melhor desempenho pelo método da tentativa e erro, baseado na intuição e experiência do projetista, torna-se impraticável. Nesse contexto, as técnicas de otimização constituem uma valiosa ferramenta de apoio ao projetista.

Segundo Rahmanian, *et al* [1], a otimização do projeto de estruturas vem sendo bastante impulsionada por implicações econômicas e maior exigência da construção civil em se projetar estruturas de desempenho satisfatório com custos reduzidos. Do ponto de vista de Sarma, *et al* [2], o objetivo ideal para otimização de custos deve levar em conta também o custo do ciclo de vida da estrutura, considerando custos de projeto, construção, operação e manutenção durante a sua vida útil. Adicionalmente, além da busca pelo ótimo global, a otimização também pode ser utilizada para a obtenção de soluções alternativas, que ainda não tenham sido imaginadas ou testadas, de modo a melhorar o desempenho do já conhecido ou anteriormente proposto [3].

Com o objetivo de subsidiar o projetista estrutural com relação à seleção dos materiais estruturais, o presente trabalho apresenta resultados obtidos a partir da otimização de vigas de concreto armado e vigas de aço em perfil “I” soldado. Para vãos crescentes, as vigas são comparadas em termos de custo, altura e peso próprio, a partir de ferramentas desenvolvidas pelos autores.

A literatura técnica atual é rica em estudos e pesquisas referentes a otimização de vigas, tanto de concreto armado [1,4-7] como de aço [8-9]. No entanto, além do trabalho de Merta *et al* [10], não é de conhecimento dos autores um estudo que efetue um comparativo entre elementos dimensionados com diferentes materiais.

## 2 Formulações dos problemas de otimização

A formulação empregada para a otimização das vigas em concreto armado foi desenvolvida de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 [11], e implementada pelo terceiro autor do presente trabalho [12].

A função objetivo do problema consiste no custo total da viga. Os itens considerados para a confecção do elemento estrutural são o custo do concreto, lançado e adensado ( $C_c$ ); o custo do aço CA 50 ( $C_{s50}$ ), utilizado nas armaduras tracionadas, comprimida e de pele; custo do aço CA 60 ( $C_{s60}$ ), utilizado nos estribos; e o custo das fôrmas e escoramento ( $C_f$ ). A partir desses valores o custo total pode ser obtido a partir dos resultados do dimensionamento, sendo  $V_c$  o volume total de concreto e  $A_{s50}$  e  $A_{s60}$  as áreas de aço por metro de viga, correspondentes às armaduras longitudinais e transversais, respectivamente.

Assim, a função objetivo é definida pela Eq. 1:

$$f(x) = (V_c \cdot C_c) + (A_{s50} \cdot L \cdot \gamma_s \cdot C_{s50}) + (A_{s60} \cdot L \cdot \gamma_s \cdot C_{s60}) + (b + 2h) \cdot L \cdot C_f \quad (1)$$

Onde:

$L$ = comprimento da viga;  $\gamma_s$ = peso específico do aço;  $b$ = largura da viga e  $h$ = altura da viga.

As restrições do problema de otimização são dadas na sequência, onde a Eq. 2 corresponde aos limites da altura da linha neutra  $x$  em relação a altura útil  $d$  da viga, para o domínio III; as Eqs. 3 e 4 correspondem aos limites máximos e mínimos para a área de aço da armadura longitudinal  $A_{sT}$  e da transversal  $A_{sw}$ , respectivamente; a Eq. 5 corresponde ao momento solicitante  $M_d$ , o qual deve ser menor ou igual ao resistente  $M_{rd}$ ; e as Eqs. 6 e 7 correspondem aos esforços solicitantes de cisalhamento  $V_{sd}$  inferiores à resistência do concreto e das armaduras ( $V_c$  e  $V_{rdz}$ , respectivamente). Por último, a Eq. 8 que corresponde a verificação no estado limite de serviço, onde a flecha total  $\delta_t$  deve ser igual ou inferior à limite  $\delta_{lim}$ .

$$0,259 < \frac{x}{d} \leq 0,628 \quad (2)$$

$$A_{s,min} \leq A_{sT} \leq A_{s,max} \quad (3)$$

$$A_{sw,min} \leq A_{sw} \leq A_{sw,max} \quad (4)$$

$$M_d \leq M_{rd} \quad (5)$$

$$V_{sd} \leq V_c \quad (6)$$

$$V_{sd} \leq V_{rdz} \quad (7)$$

$$\delta_t \leq \delta_{lim} \quad (8)$$

A altura total da viga foi considerada como variável contínua, enquanto a largura permanece fixa.

Para a otimização de vigas de aço foram adotadas as prescrições da norma ABNT NBR 8800:2008 [13], segundo formulação desenvolvida e implementada pelo segundo autor do presente estudo. A função objetivo consiste na minimização do custo total da peça, dada pela Eq. 9, considerando o custo por Kg de aço estrutural da peça pronta (Cs).

$$f(x) = A_s \cdot L \cdot C_s \quad (9)$$

Onde:  $A_s$ = área da seção transversal e  $L$ = comprimento da viga. Os perfis “I” apresentam dupla simetria, sendo formados por chapas de aço unidas por solda. As dimensões das chapas foram consideradas como

as variáveis do problema de otimização, sendo:  $d$  = altura total do perfil,  $bf$  = largura da mesa,  $h$  = altura da alma e  $tf$  = espessura da mesa. As restrições estão descritas pelas Eq. 10 a 18.

$$N_{rd} \geq N_{csd} \quad (10)$$

$$M_{rd} \geq M_{csd} \quad (11)$$

$$V_{rd} \geq V_{csd} \quad (12)$$

$$\delta \leq \delta_{lim} \quad (13)$$

$$150 \text{ mm} \leq d \leq 2.000 \text{ mm} \quad (14)$$

$$6,35 \text{ mm} \leq t_f \leq 50 \text{ mm} \quad (15)$$

$$b_f \leq d \leq 4b_f \quad (16)$$

$$4,75 \text{ mm} \leq t_w \leq 50 \text{ mm} \quad (17)$$

$$t_w \leq t_f \quad (18)$$

As restrições expressas pelas Eq. 10 a 12 correspondem às verificações no estado limite último, onde o esforço normal  $N_{rd}$ , o momento fletor  $M_{rd}$  e o esforço cortante resistentes  $V_{rd}$  devem ser iguais ou superiores aos solicitantes (respectivamente:  $N_{csd}$ ,  $M_{csd}$  e  $V_{csd}$ ). A Eq. 13 corresponde à verificação do deslocamento vertical da viga medido no centro do vão, para o estado limite de serviço. As demais restrições limitam as dimensões do perfil para as dimensões mínimas e máximas dos perfis padronizados pela ABNT NBR 5884:2000 [14].

### 3 Resultados

#### 3.1 Características do problema estudado

O dimensionamento das vigas foi feito para vãos e carregamentos variáveis. Foi considerado um carregamento uniformemente distribuído sobre todo o vão  $L$ , sendo o mesmo composto por uma carga permanente  $g$  e uma carga acidental  $q$  (Fig.1). Foi feita a aplicação de um carregamento mínimo, sendo  $g= 10 \text{ KN/m}$  e  $q= 2 \text{ KN/m}$ , e de uma carga máxima com  $g= 16 \text{ KN/m}$  e  $q= 7 \text{ KN/m}$ . O intuito de considerar essa variação de carregamento foi a observação do comportamento das curvas do custo ótimo para diferentes níveis de solicitação das vigas. O peso próprio da viga foi somado à carga permanente de forma automática.

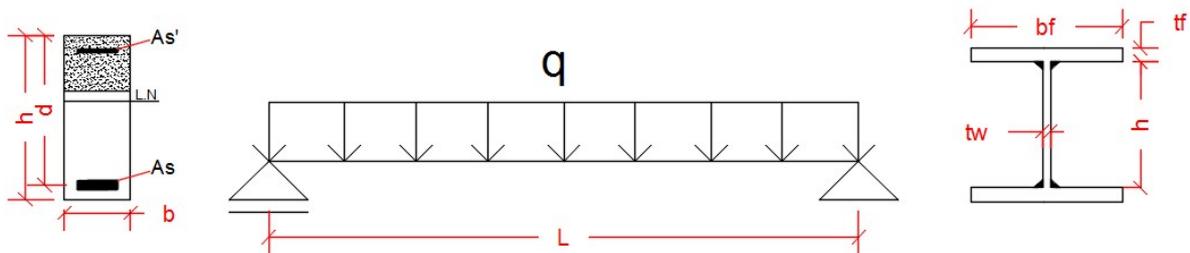


Figura 1 - Caracterização do problema de vigas biapoiadas (s/ escala)

O preço dos materiais e insumos utilizados para a confecção das vigas são baseados no Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil – SINAPI, considerando os seguintes valores para a cidade de Porto Alegre, capital do estado do RS: custo do concreto  $fck$  30MPa: R\$ 456,03/m<sup>3</sup>, custo do Aço CA 50: R\$ 7,36/Kg, custo do Aço CA 60: R\$ 10,02/Kg e custo das Fôrmas: R\$ 111,23/m<sup>2</sup>.

Para o custo do concreto foram considerados os custos de lançamento com caminhão bomba, adensamento e acabamento. Da mesma forma, o custo do aço é composto pelo valor do material e também a mão de obra e demais itens necessários para o corte, dobra e montagem de um elemento estrutural. Por conta deste estudo estar trabalhando apenas com a área de aço, sem considerar os diâmetros a serem utilizados, é adotado o valor médio do CA 50 encontrado no SINAPI, para as bitolas de 6,3 até 20 mm. Reginato e Kripka [15] efetuaram a validação da estrutura otimizada para uma edificação de referência, através de software comercial, verificando que a

diferença do custo final relativo ao aço, quando executado o detalhamento, não superou 3,5%. Assim, esta pequena diferença pode ser desprezada no processo de otimização, ainda que, a estrutura real deva ser detalhada.

O custo das fôrmas considera o valor de material e mão-de-obra para construção das fôrmas in loco, com madeira serrada e escoramento metálico. Ainda, a composição considera a reutilização de uma mesma fôrma por 2 vezes. Esta composição é a situação mais onerosa das encontradas no SINAPI.

Para o perfil de aço, foi considerado o custo unitário da estrutura metálica pronta, em perfil “I”, para uma composição do SINAPI. A composição leva em conta o fornecimento de chapas de aço, materiais e insumos para execução de solda e montagem, inclusive mão-de-obra, chegando ao valor de R\$ 7,72/Kg. Excluem-se deste valor o custo de transporte e possíveis necessidades de içamento com guindaste.

### 3.2 Obtenção do custo ótimo para vigas de concreto armado

Para o problema de vigas biapoiadas foram obtidos os resultados para vãos de 1 até 25 metros, considerando um carregamento mínimo e máximo em instantes diferentes. A largura da viga foi fixada em 15 cm, dimensão comumente utilizada para que a viga fique embutida na parede de alvenaria.

Em um primeiro momento foi efetuado o dimensionamento para a limitação da flecha para efeitos em elementos não estruturais ( $L/350$  ou 10 mm), conforme a tabela 13.3 da NBR 6118:2014. Esta restrição é compatível com o caso de edificações onde há paredes de alvenaria construídas sobre a viga. O custo ótimo, conforme mostra a Fig. 2, teve maiores valores para o carregamento máximo, compatível com o esperado. A diferença do custo ótimo para o maior vão foi inferior a 15%, enquanto para vãos menores (até 10 metros) o custo não possui diferenças expressivas para o aumento do carregamento. Observou-se que o dimensionamento otimizado teve a flecha como restrição ativa para todos os vãos.

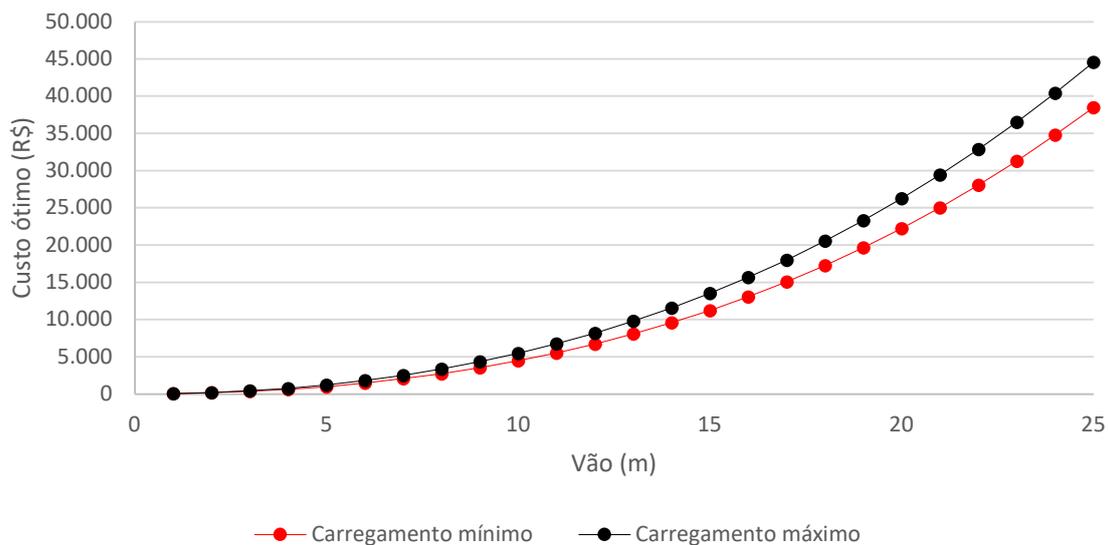


Figura 2 - Custo ótimo de vigas de CA

Com relação à altura otimizada, para o carregamento mínimo a média para a relação altura/vão no intervalo de 1 a 12 m foi igual a 11, enquanto para o intervalo de 13 a 25 m a relação média foi igual a 15. Já para o carregamento máximo a relação foi ligeiramente maior, sendo 14 para o primeiro intervalo e 18 para o segundo.

Na composição do custo total, as fôrmas representam o maior percentual em relação ao custo final (cerca de 65%), seguido pelo concreto e aço, respectivamente. Em uma situação alternativa, considerou-se o custo das fôrmas igual a R\$ 79,59, correspondente a uma composição de fôrmas confeccionadas com chapa de madeira resinada e com 6 reutilizações. Para essa consideração, naturalmente o custo total mostrou-se ligeiramente menor, e conseqüentemente, a representatividade das fôrmas em relação ao total decresceu, neste caso para valores inferiores a 60%, não gerando, no entanto, nenhum impacto ou alteração nas dimensões otimizadas da viga.

### 3.3 Obtenção do custo ótimo para vigas de aço em perfil “I”

A exemplo das vigas em concreto armado, foram otimizadas vigas de aço para vãos crescentes de 1 a 25 m. O aço considerado foi do tipo A36. A Figura 3 ilustra os custos otimizados correspondentes aos carregamentos e vãos considerados.

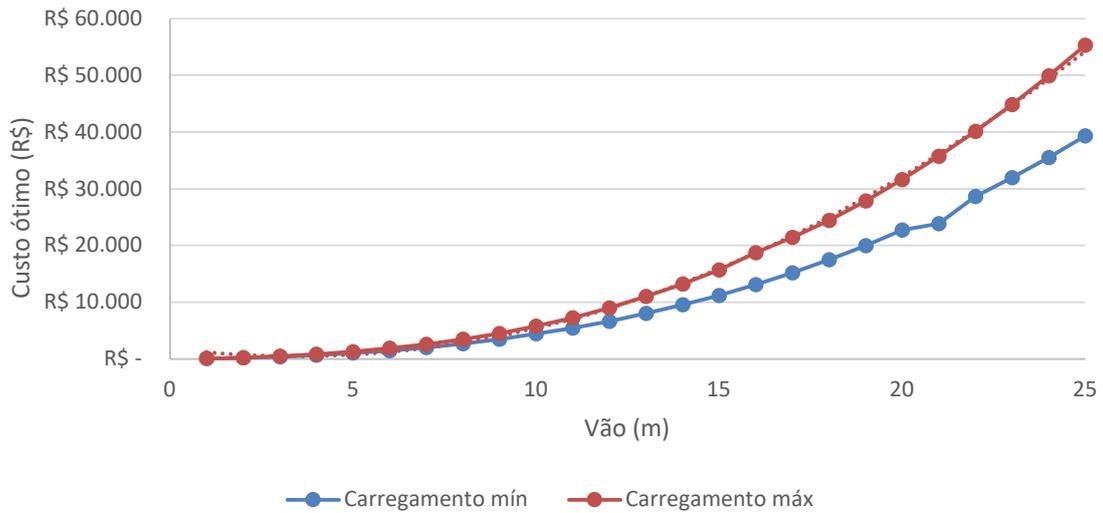


Figura 3 - Custo ótimo para vigas de aço em perfil "I"

Ao contrário do observado para o concreto armado, a flecha não foi a restrição ativa para nenhum vão considerado. A altura ótima da seção nos vãos iniciais é tomada com as dimensões mínimas prescritas pela ABNT NBR 5884:2000, para garantir a estabilidade da seção. Já para vãos maiores que 3 m, a altura varia entre 8 a 4% do vão, sendo a menor relação para vãos maiores.

### 3.4 Comparação entre os resultados otimizados

As curvas do custo ótimo obtidas através do dimensionamento otimizado para ambos os tipos de vigas obtiveram um comportamento bastante semelhante, como pode ser observado na Fig. 4, para a aplicação do carregamento máximo. Percebe-se que, para vãos inferiores a 15 m., o custo otimizado não possui diferença significativa para os diferentes tipos de viga, enquanto para o maior vão a viga de concreto armado é 19% mais barata em relação à de aço.

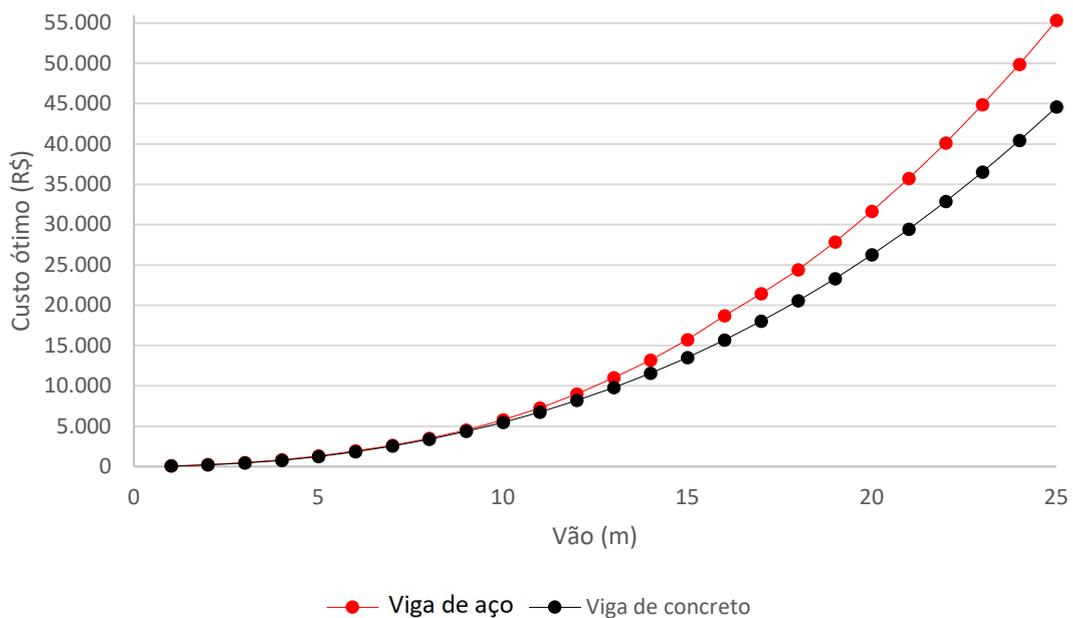


Figura 4 - Comparativo entre o custo ótimo

Com relação às alturas otimizadas (Fig.5), as diferenças são bastante expressivas, especialmente para vãos superiores a 10 m. Para esse vão, a altura para viga de concreto armado é de 15% em relação ao comprimento do vão, enquanto para a viga de aço a mesma relação é 7%.

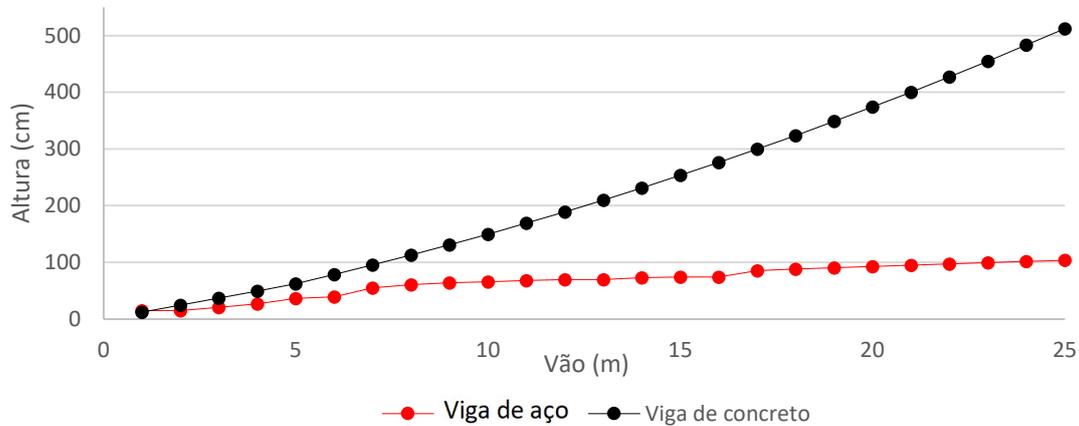


Figura 5 - Comparativo entre a altura ótima para vigas de concreto armado e de aço

A Figura 6 mostra as curvas de peso próprio obtidas, onde é percebida a grande diferença entre o peso próprio para os diferentes tipos de viga, sendo as vigas de concreto armado muito mais pesadas que as de aço, chegando a diferenças superiores que 6 vezes para os maiores vãos. Para vãos inferiores a 10 m o peso próprio possui diferenças menos expressivas mas, ainda assim, bastante significativas.

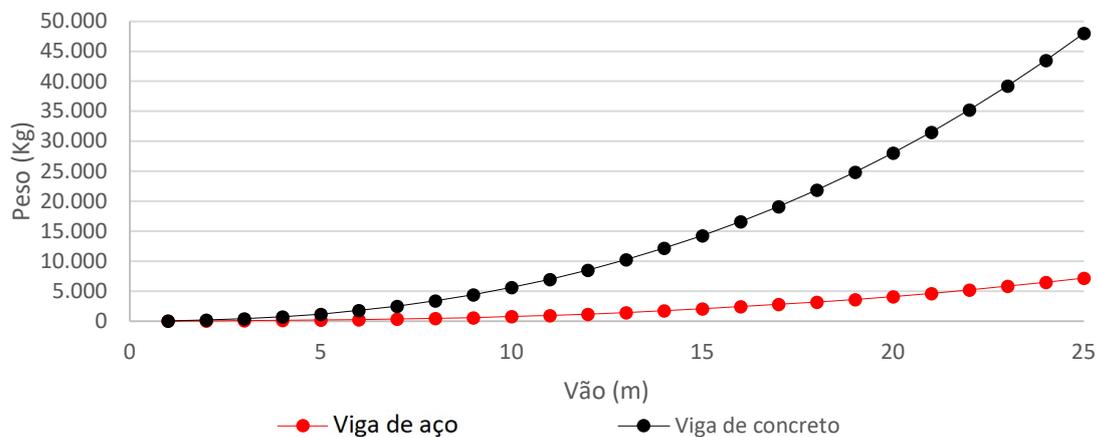


Figura 6 - Comparativo entre o peso próprio para as vigas

## 4 Conclusões

O presente trabalho teve o objetivo de efetuar um estudo comparativo entre o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado e de aço. Foi possível observar que:

- O dimensionamento ótimo de vigas de concreto armado é bastante influenciado pela limitação de flecha;
- A relação vão/altura para as vigas de concreto armado obteve uma relação bem próxima a 10 para o caso de a flecha estar limitada apenas à efeitos visuais, porém, quando otimizadas vigas sob a condição mais restritiva de

flecha (efeitos em elementos não estruturais) essa relação é ligeiramente menor, ficando na maioria dos casos entre 6 e 8, produzindo portanto seções com maior altura;

- O comportamento do custo ótimo para vigas de concreto armado e de aço foram bastante semelhantes para vãos de até 25 m. Os custos finais para vigas de aço foram sempre superiores ao concreto armado, porém para vãos de até 10 m a diferença é pouco significativa, aumentando na medida que o vão assume valores maiores. Para o maior vão estudado (25 m) a viga de concreto foi 19% mais barata em relação à de aço;
- Para vigas de aço, a relação vão/altura foi, em média, de 18 para o carregamento mínimo e 19 para o carregamento máximo, gerando seções com alturas bem menores se comparadas com as vigas de concreto armado;
- Por fim, observou-se que as vigas de concreto são significativamente mais pesadas que as vigas de aço.

**Agradecimentos.** O terceiro autor agradece ao CNPq pelo auxílio concedido na forma de Bolsa Produtividade em Pesquisa.

**Declaração de autoria.** Os autores confirmam que são as únicas pessoas responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte deste artigo é de propriedade (e autoria) dos autores ou tem a permissão dos proprietários a serem aqui incluídos.

## Referências

- [1] I. Rahmanian.; Y. Lucet and S.Tesfamariam. Optimal design of reinforced concrete beams: A review. *Computers and Concrete*. v. 13, n.4, p. 457-485. 2014.
- [2] K.C. Sarma and H. Adeli. Life-cycle cost optimization of steel structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. v. 55, p. 1451-162. 2002.
- [3] J.I.F. Oliveira. Otimização multiobjetivo aplicada à análise estrutural de edifícios. 2017. 76 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília - DF.
- [4] R. Pagnussat and M. Kripka. Parâmetros para o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado. *Revista Técnica*, jul. 2010.
- [5] J.L.Y. Fraga. Otimização de vigas de concreto armado segundo a NBR 6118:2014. 2015. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil), Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo.
- [6] T.Garcia-Segura; V. Yepes; J.V. Martí and J. Alcalá. Optimization of concrete I-beams using a new hybrid glowworm swarm algorithm. *Lat. Am. j. solids struct.* [online]. 2014, vol.11, n.7, pp.1190-1205.
- [7] J.P.R. Maia. Otimização estrutural: estudo e aplicações em problemas clássicos de vigas utilizando a ferramenta Solver. 2009. 83 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP.
- [8] G.A. Drehmer. Otimização de estruturas metálicas formadas por perfis “I” soldados. 2005. 86 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia: Infraestrutura e meio ambiente), Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo.
- [9] J.A. Lazzari and E.C. Alves. Dimensionamento otimizado de perfis laminados I. *Engenharia Estudo e Pesquisa. Associação Brasileira de Pontes e Estruturas*. V. 17, n. 2, p. 17-30, 2017.
- [10] I. Merta; S. Kravanja and U. Klansek. Optimization based cost comparison between reinforced concrete and steel beams. *High Performance Structures and Materials IV*. v. 97, p. 449-456, 2008..
- [11] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [12] G.F. Medeiros and M.Kripka. Structural optimization and proposition of pre-sizing parameters for beams in reinforced concrete buildings. *Computers and Concrete, an International Journal (Print)*, v. 11, p. 253-270, 2013.
- [13] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- [14] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5884: Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico: Especificação. Rio de Janeiro, 2000.
- [15] L. Reginato and M.Kripka. Dimensionamento otimizado da estrutura de um edifício em concreto armado: validação através de software comercial. *Revista de Engenharia e Tecnologia*. V. 10, n. 2, p. 144-159. 2018.