

Análise comparativa entre modelos da micromecânica e valores experimentais das propriedades de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais

Eliédson Rafael de Carvalho¹, Márcio André Araújo Cavalcante², Severino Pereira Cavalcanti Marques¹

¹*Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas*

Av. Lourival Melo Mota, S/N, Tabuleiro do Martins, Maceió, 57072-900, Alagoas, Brasil

eliédsonrc@gmail.com, smarques@ctec.ufal.br

²*Campus de Engenharia e Ciências Agrárias, Universidade Federal de Alagoas*

BR-104, S/N, Rio Largo, 57100-000, Alagoas, Brasil

marcio.cavalcante@ctec.ufal.br

Resumo. Uma das limitações na aplicação dos materiais compósitos está na determinação com exatidão de suas propriedades, devido, principalmente, às diversas variáveis consideradas nos procedimentos experimentais. Diante disso, a análise micromecânica surge como forte aliada na elaboração de projetos que envolvam materiais compósitos, servindo como estudo prévio e norteador. Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa entre valores teóricos obtidos através dos modelos da micromecânica e valores experimentais das propriedades mecânicas efetivas de material compósito reforçado por fibras longas unidirecionais. Os modelos da micromecânica estudados foram: Modelo baseado em Resistência dos Materiais, Modelo de Três Fases, Método de Mori-Tanaka, Método Auto-Consistente e Esquema Diferencial (Eshelby) e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka). Para a realização da análise comparativa, os valores experimentais das propriedades mecânicas dos compósitos e seus constituintes foram coletados na literatura. Foram construídos gráficos para o comportamento das propriedades mecânicas do compósito em função da fração volumétrica de fibras e, posteriormente, foram adicionados os correspondentes valores experimentais. A análise dos gráficos permitiu avaliar quais os modelos que apresentaram as melhores aproximações em relação aos dados experimentais. Por fim, o artigo apresenta um papel fundamental na produção do conhecimento acerca da análise micromecânica de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais.

Palavras-chave: materiais compósitos, micromecânica, análise comparativa.

1 Introdução

Os materiais compósitos reforçados por fibras vêm sendo alvo de estudos tanto pela comunidade científica, quanto pela industrial, com o intuito de tornar seu uso cada vez mais viável e eficiente. Normalmente, os materiais compósitos são aplicados em estruturas que necessitam de uma alta relação entre resistência e peso próprio, ou rigidez e peso próprio [1]. As indústrias da aeronáutica, automobilística e naval aparecem como bons exemplos de setores nos quais a utilização de materiais compósitos se mostra uma alternativa viável, uma vez que os seus produtos exigem estruturas mais leves e resistentes.

Os compósitos reforçados por fibras, ou compósitos fibrosos, são formados por dois componentes básicos: matriz e fibras. Basicamente, as fibras fornecem a maior parte da rigidez e resistência, enquanto a matriz mantém as fibras unidas juntas, promovendo a transferência de carga entre as fibras, o compósito, os carregamentos externos e os apoios [2].

De modo geral, as fibras podem ser classificadas em contínuas ou descontínuas, também chamadas de fibras longas e curtas, respectivamente. Assim, um material compósito reforçado por fibras longas unidirecionais é aquele composto de fibras contínuas e orientadas em uma única direção.

Existem inúmeros fatores que influenciam no desempenho das propriedades físico-mecânicas dos materiais compósitos reforçado por fibras. De acordo com Kaw [3], dentre esses fatores estão: tipo de material constituinte,

orientação e comprimento das fibras, fração volumétrica dos componentes, aspectos de geometria, microestrutura e processo de fabricação.

Uma das limitações para a efetiva aplicação dos materiais compósitos reforçados por fibras está na determinação com exatidão de suas propriedades físicas e mecânicas, visto que diversas variáveis estão envolvidas na análise. Assim, o processo experimental tende a apresentar uma maior duração e custo mais elevado.

Nesse contexto, a análise micromecânica pode ser considerada uma forte aliada na elaboração de projetos que envolvam materiais compósitos, uma vez que serve como estudo prévio e norteador. Além disso, a realização da análise micromecânica pode representar uma economia financeira e de tempo para experimentos, limitando o número de variáveis e direcionando o processo.

Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise comparativa entre valores teóricos obtidos através dos modelos da micromecânica e valores experimentais coletados na literatura das propriedades mecânicas efetivas de material compósito reforçado por fibras longas unidirecionais.

2 Modelos da Micromecânica

A análise micromecânica dos compósitos consiste no estudo das características de cada material constituinte e suas interações, com o intuito de estimar valores médios para propriedades do compósito. Além disso, a micromecânica permite, ainda, que os modos de falhas de modo sejam verificados, possibilitando a determinação de critérios de resistência para os compósitos [4].

De modo geral, as propriedades mecânicas efetivas são calculadas com base no conhecimento prévio das propriedades individuais das fases constituintes, bem como suas proporções para a construção compósito. Vale ressaltar que a análise micromecânica não se restringe ao cálculo das propriedades mecânicas, incluindo propriedades de expansão térmica, expansão por umidade e de condutividade térmica, por exemplo [5].

Segundo Jones [1], a modelagem micromecânica pode ser considerada extremamente ampla, partindo de conceitos tecnicamente simples, até métodos bem mais sofisticados baseados na Teoria da Elasticidade.

Neste artigo, serão analisadas as propriedades mecânicas efetivas de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais por meio dos seguintes modelos da micromecânica: Modelo baseado em Resistência dos Materiais, Modelo de Três Fases, Método de Mori-Tanaka, Método Auto-Consistente, Esquema Diferencial (Eshelby) e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka).

2.1 Modelo baseado em Resistência dos Materiais

O Modelo baseado na Resistência dos Materiais pode ser considerada um método simples de análise micromecânica. No caso de compósitos reforçados por fibras, as formulações das propriedades mecânicas teóricas são desenvolvidas a partir do modelo de volume representativo apresentado na Fig. 1.

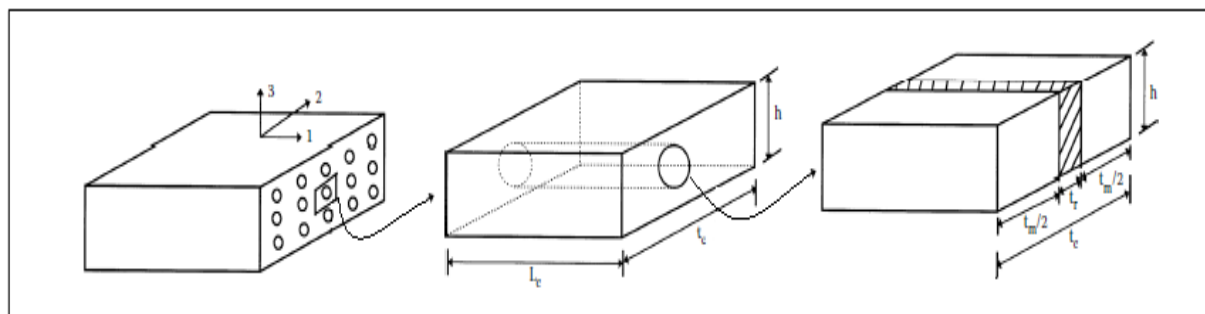


Figura 1. Modelo esquemático de volume representativo [3]

Considerando este modelo e as respectivas direções principais apresentadas na Fig. 1, as expressões das propriedades elásticas efetivas do compósito reforçado por fibras longas unidirecionais podem ser calculadas pelas expressões a seguir.

$$E_1 = f_f E_f + f_m E_m \quad (1)$$

$$E_2 = E_3 = \frac{E_f E_m}{f_f E_m + f_m E_f} \quad (2)$$

$$v_{12} = v_{13} = f_f v_f + f_m v_m \quad (3)$$

$$G_{12} = G_{13} = \frac{G_f G_m}{f_f G_m + f_m G_f} \quad (4)$$

De modo que E , G , v , e f correspondem ao módulo de elasticidade, ao módulo de cisalhamento, ao coeficiente de Poisson e à fração volumétrica, respectivamente, enquanto os índices subscritos m e f se referem ao material da matriz e da fibra, nessa ordem.

2.2 Modelo de Três Fases

O Modelo de Três Fases recebe esse nome por ter como base um elemento esquemático composto por três fases: inclusão, matriz e material efetivo (Fig. 2). Também chamado de Modelo Auto-Consistente Generalizado (ACG), o Modelo de Três Fases foi originalmente proposto e formulado por Christensen & Lo [6], e depois analisado por Christensen [7].

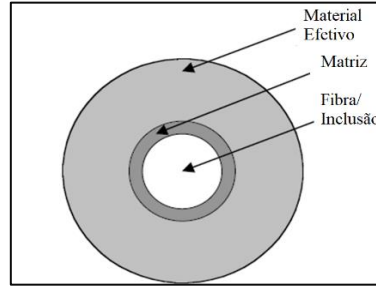


Figura 2. Esquema do Modelo de Três Fases [3]

Kaw [3] traz as expressões obtidas para o cálculo das propriedades elásticas efetivas de um compósito reforçado por fibras longas através da aplicação do Modelo de Três Fases. Adotando as mesmas direções principais consideradas anteriormente (Fig. 1), o compósito é transversalmente isotrópico (plano 2-3) e a direção 1 é longitudinal às fibras. Assim, as equações do Modelo de Três Fases estão expressas na Tab. 1.

Tabela 1. Equações das propriedades efetivas do Modelo de Três Fases

$$E_1 = f_f E_f + f_m E_m - \frac{2E_m E_f f_f f_m (v_f - v_m)^2}{E_f (2v_m^2 f_f - v_m + f_f v_m - f_f - 1) + E_m (2v_f^2 - 2v_f^2 f_f - f_f v_f + v_f + f_f - 1)} \quad (5)$$

$$v_{12} = v_{23} = f_f v_f + f_m v_m + \frac{f_f f_m (v_f - v_m) (2E_f v_m^2 + v_m E_f - E_f + E_m - E_m v_f - 2E_m v_f^2)}{E_f (2v_m^2 f_f - v_m + f_f v_m - f_f - 1) + E_m (2v_f^2 - 2v_f^2 f_f - f_f v_f + v_f + f_f - 1)} \quad (6)$$

$$G_{12} = G_{13} = G_m \left[\frac{G_f (1 + f_f) + G_m (1 - f_f)}{G_f (1 - f_f) + G_m (1 - f_f)} \right] \quad (7)$$

$$E_2 = E_3 = 2(1 + v_{23}) G_{23} \quad (8)$$

$$v_{23} = \frac{K^* - \left(1 + \frac{4K^* v_{12}^2}{E_1}\right) G_{23}}{K^* + \left(1 + \frac{4K^* v_{12}^2}{E_1}\right) G_{23}}; K^* = \frac{K_m (K_f + G_m) f_m + K_f (K_m + G_m) f_f}{(K_f + G_m) f_m + (K_m + G_m) f_f}; K_f = \frac{E_f}{2(1 + v_f)(1 - 2v_f)} \text{ e } K_m = \frac{E_m}{2(1 + v_m)(1 - 2v_m)} \quad (9)$$

$$G_{23} \rightarrow A \left(\frac{G_{23}}{G_m}\right)^2 + 2B \left(\frac{G_{23}}{G_m}\right) + C = 0; \text{ na qual}$$

$$A = 3f_f f_m^2 \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) \left(\frac{G_f}{G_m} + \eta_f\right) + \left[\frac{G_f}{G_m} \eta_m + \eta_f \eta_m - \left(\frac{G_f}{G_m} \eta_m - \eta_f\right) f_f^3\right] \left[f_f \eta_m \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) - \left(\frac{G_f}{G_m} \eta_m + 1\right)\right];$$

$$B = -3f_f f_m^2 \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) \left(\frac{G_f}{G_m} + \eta_f\right) + \frac{1}{2} \left[\frac{G_f}{G_m} \eta_m + \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) f_f + 1\right] \left[(\eta_m - 1) \left(\frac{G_f}{G_m} + \eta_f\right) - 2 \left(\frac{G_f}{G_m} \eta_m - \eta_f\right) f_f^3\right] + \frac{v_f}{2} (\eta_m + 1) \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) \left[\frac{G_f}{G_m} + \eta_f + \left(\frac{G_f}{G_m} \eta_m - \eta_f\right) f_f^3\right];$$

$$C = 3f_f f_m^2 \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) \left(\frac{G_f}{G_m} + \eta_f\right) + \left[\frac{G_f}{G_m} \eta_m + \left(\frac{G_f}{G_m} - 1\right) f_f + 1\right] \left[\frac{G_f}{G_m} + \eta_f + \left(\frac{G_f}{G_m} \eta_m - \eta_f\right) f_f^3\right];$$

$$\eta_m = 3 - 4v_m \quad \text{e} \quad \eta_f = 3 - 4v_f \quad (10)$$

Nota: E , G , v , e f correspondem ao módulo de elasticidade, ao módulo de cisalhamento, ao coeficiente de Poisson e à fração volumétrica, respectivamente, enquanto os índices subscritos m e f se referem ao material da matriz e da fibra, nessa ordem.

2.3 Método de Mori-Tanaka

O problema de Eshelby [8], que trata de uma inclusão elipsoidal imersa em um meio infinito, serve como base para o desenvolvimento da maioria dos modelos da micromecânica fundamentados na teoria dos campos médios. Basicamente, os métodos se diferem na forma de considerar as interações entre as inclusões.

De acordo com Qu & Cherkaoui [9], o Método de Mori-Tanaka se assemelha ao de Eshelby [8], no entanto, seu modelo de cálculo se difere do problema original pelo fato de levar em consideração, de certo modo, o efeito da interação das inclusões.

O Método de Mori-Tanaka permite a obtenção da matriz de rigidez efetiva, \bar{L} , e, conseqüentemente, o cálculo das propriedades elásticas efetivas do compósito. Com base nas expressões apresentadas por Qu & Cherkaoui [9] e considerando apenas um tipo de inclusão, a equação da matriz de rigidez deste método é dada por:

$$\bar{L} = [(1 - f_f)L_m + f_f L_f T_f][(1 - f_f)I + f_f T_f]^{-1} \quad (11)$$

De modo que L_m e L_f representam as matrizes constitutivas da matriz e das fibras, respectivamente, f_f a fração volumétrica de fibras, I a matriz identidade e $T_f = [I + S_f(L_m^{-1}L_f - I)]^{-1}$, na qual S_f é o tensor de Eshelby para inclusão cilíndrica com uma das dimensões infinitas, uma vez que se trata de uma fibra longa unidirecional.

2.4 Método Auto-Consistente

O Método Auto-Consistente leva em consideração que a inclusão está envolvida pelo material efetivo cujas propriedades elásticas ainda são desconhecidas [10]. Baseando-se no estudo de Qu & Cherkaoui [9], a matriz de rigidez efetiva do compósito, \bar{L} , pode ser obtida por meio da seguinte equação implícita.

$$\bar{L} = L_m + f_f(L_f - L_m)[I + \bar{S}(\bar{L}^{-1}L_f - I)]^{-1} \quad (12)$$

Na qual \bar{S} representa o Tensor de Eshelby para inclusão cilíndrica infinita em meio efetivo.

2.5 Esquema Diferencial (Eshelby)

A motivação da elaboração do Esquema Diferencial se dá pelo fato de que os métodos clássicos de Eshelby e Mori-Tanaka fornecem estimativas com uma ótima precisão para pequenas frações de inclusões [9]. Desse modo, Bohm [10] revela que o Esquema Diferencial consiste na adição de inclusões, em pequenas concentrações, de forma cíclica e seguida de homogeneização. Desse modo, as propriedades elásticas do compósito são descritas por meio de equações diferenciais.

Qu & Cherkaoui [9] apresentam as equações do Esquema Diferencial, partindo tanto do Método de Eshelby, quanto do Método de Mori-Tanaka. Assim, a equação do Esquema Diferencial, utilizando Eshelby, para o cálculo da matriz de rigidez efetiva do compósito é dada por:

$$\frac{d\bar{L}}{df_f} = \frac{1}{1 - f_f}(L_f - \bar{L})[I + S_f(\bar{L}^{-1}L_f - I)]^{-1} \quad (13)$$

2.6 Esquema Diferencial (Mori-Tanaka)

Quando o Método de Mori-Tanaka é utilizado como base para o Esquema Diferencial, a matriz de rigidez efetiva pode ser calculada por:

$$\frac{d\bar{L}}{df_f} = \frac{1}{1 - f_f}(L_f - \bar{L})T_f[(1 - f_f)I + f_f T_f]^{-1} \quad (13)$$

3 Considerações para a Análise Comparativa

O Tensor de Eshelby, S_f , aplicado no Método de Mori-Tanaka e em ambos Esquema Diferenciais para inclusões cilíndricas em meio isotrópico, foi construído a partir dos estudos de Qu & Cherkaoui [9]. Por outro lado, o Tensor de Eshelby para inclusão cilíndrica em meio efetivo, que nesse caso é transversalmente isotrópico, \bar{S} , utilizado no Método Auto-Consistente, foi utilizado com base no que apresenta Suvorov & Dvorak [11]. Vale lembrar que todas as equações apresentadas neste trabalho consideram fibras isotrópicas.

Todos os valores experimentais foram coletados a partir de dados apresentados por Kaw [3], tanto para as propriedades dos compósitos, quanto as de seus constituintes. Os valores experimentais coletados para as propriedades dos compósitos estudados estão expressos somente nos gráficos.

Na primeira análise, foram comparados valores do Módulo de Elasticidade na direção transversal, E_2 , para diferentes frações volumétricas de fibras de um compósito de matriz de epóxi reforçado por fibra de boro. Com o intuito de embasar os modelos teóricos, os valores experimentais coletados das propriedades dos materiais constituintes são: $E_m = 4,14$ GPa, $\nu_m = 0,35$, $E_f = 414$ GPa e $\nu_f = 0,20$.

Em seguida, realizou-se uma análise comparativa entre os valores do Módulo de Cisalhamento, G_{12} , de um compósito de fibra de vidro com matriz de epóxi. Os valores experimentais coletados das propriedades dos materiais constituintes são: $G_m = 1,83$ GPa, $G_f = 30,19$ GPa, $\nu_m = 0,30$ e $\nu_f = 0,20$ (Kaw [3]). A partir desses, foram calculados $E_m = 4,758$ GPa e $E_f = 72,456$ GPa.

As análises foram realizadas por meio de gráficos que trazem a propriedade elástica estudada em função da fração volumétrica de fibras, incluindo os respectivos valores experimentais coletados.

4 Resultados e Discussão

A Figura 3 apresenta as curvas do Módulo de Elasticidade na direção transversal, E_2 , em função da Fração Volumétrica de Fibras, f_f , para os modelos da micromecânica baseado na Resistência dos Materiais, Três Fases, Mori-Tanaka, Auto-Consistente, Esquema Diferencial (Eshelby) e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka).

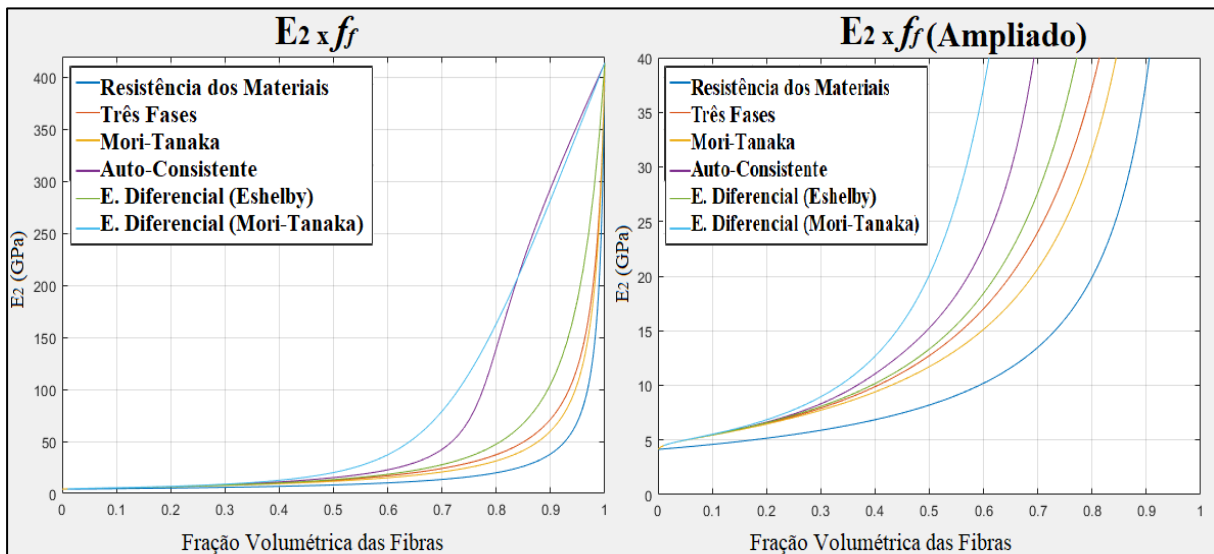


Figura 3. Valores teóricos de E_2 em função da f_f

Analisando a Fig. 3, é possível observar que todos os modelos estudados fornecem valores semelhantes do Módulo de Elasticidade Transversal para Frações Volumétricas menores que de 30%, exceto o Modelo baseado em Resistência dos Materiais. Além disso, as curvas geradas a partir dos métodos Auto-Consistente e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka) são as que mais se distanciam das demais em concentrações de fibras acima de 70%.

Outro ponto relevante é que apesar do comportamento distinto, todos os modelos apresentam curvas de E_2 que partem de $E_m = 4,14$ GPa, quando a $f_f = 0$, ou seja, um material formado somente pela matriz, e vão até $E_f = 414$ GPa, quando $f_f = 1$, resultando em um material unicamente composto por fibra. É importante ressaltar que esse é o comportamento teórico ideal esperado para qualquer modelo neste tipo de análise.

Com o gráfico ampliado, é possível se observar que o modelo baseado em Resistência dos Materiais sempre apresenta valores menores que os demais. Esse fato pode ser associado a simplicidade na elaboração do modelo.

Na Figura 4, foram adicionados os valores experimentais ao gráfico para fins de comparação. Para a melhor visualização dos valores, o gráfico foi ampliado para as frações volumétricas entre 45% e 75%.

Para as frações volumétricas apresentadas, as curvas que estão mais distantes dos valores experimentais são aquelas do Modelo baseado em Resistência dos Materiais e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka). Por outro lado, todos os outros modelos apresentam boas estimativas, em termos efetivos, se comparados com os valores experimentais.

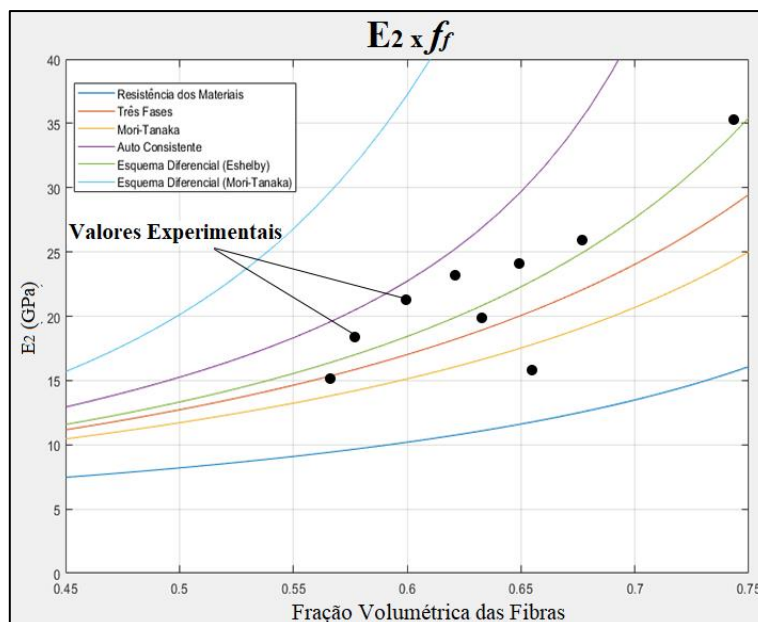


Figura 4. Valores teóricos e experimentais de E_2 em função da f_f

Além disso, os modelos de Três Fases e Esquema Diferencial (Eshelby) apresentam resultados que se aproximaram muito dos valores experimentais, inclusive com alguns pontos coincidentes entre as concentrações de fibras de 50% e 60%. Os métodos Auto-Consistente e de Mori-Tanaka também trazem estimativas com resultados significativos, porém com valores superiores e inferiores aos experimentais, respectivamente.

A Figura 5 apresenta as curvas do Módulo de Cisalhamento, G_{12} , em função de f_f , para os modelos da micromecânica baseado na Resistência dos Materiais, Três Fases, Mori-Tanaka, Auto-Consistente, Esquema Diferencial (Eshelby) e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka). Além disso, foi construído um segundo gráfico ampliado para as frações volumétricas entre 45% e 75%, no qual foram adicionados os valores experimentais.

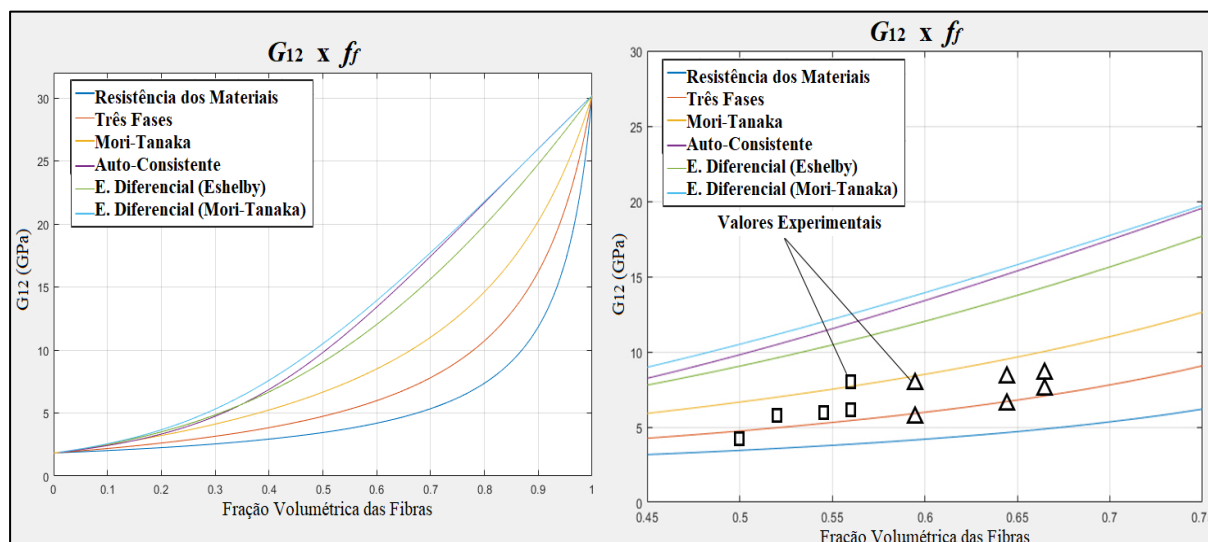


Figura 5. Valores teóricos e experimentais de G_{12} em função da f_f

A análise da Fig. 5 permite observar que todos os modelos estudados apresentam comportamento das curvas do Módulo de Cisalhamento similar somente para pequenas concentrações de fibras, menores que de 5%. Como consequência, para quase todo domínio, os modelos trazem valores efetivos do Módulo de Cisalhamento com uma diferença que pode ser considerada significativa. De modo geral, o comportamento ideal esperado para todas as curvas, começar em $G_m = 1,83$ GPa e terminar em $G_f = 30,19$ GPa, é atendido.

Para as frações volumétricas apresentadas, as curvas que estão mais distantes, em termos efetivos, dos valores experimentais são aquelas do Modelo Auto-Consistente, Esquema Diferencial (Eshelby) e Esquema Diferencial (Mori-Tanaka). No entanto, os demais modelos apresentam excelentes estimativas quando comparados com os valores experimentais.

Se tratando de valores efetivos, os modelos de Três Fases e Mori-Tanaka trazem os melhores resultados em comparação aos valores teóricos, inclusive com alguns pontos coincidentes entre as frações volumétricas de fibras de 50% e 70%. Observando a Fig. 5, fica evidente que os resultados experimentais se concentram nas proximidades das curvas desses dois modelos, inclusive, com alguns valores coincidentes.

5 Considerações Finais

Com base nos resultados apresentados na análise comparativa do Módulo de Elasticidade na direção transversal, E_2 , o Modelo de Três Fases, Esquema Diferencial (Eshelby) e o Modelo Mori-Tanaka apresentaram as melhores estimativas quando comparados aos valores experimentais. Já em relação à análise do Módulo de Cisalhamento, o método de Mori-Tanaka e o Modelo de Três Fases foram os que mais se aproximaram dos valores experimentais apresentados.

Além disso, é importante ressaltar que todos os modelos, em ambas análises, demonstraram curvas com o comportamento teórico esperado, confirmando, em tese, que foram aplicados de maneira correta.

Assim, estes resultados vêm para fortalecer o emprego dos modelos da micromecânica como estudo prévio e norteador na elaboração de projetos que envolvam materiais compósitos reforçados por fibras. De fato, a análise gráfica apresentada evidencia a eficiência, por parte desses modelos, na geração de estimativas para as propriedades elásticas efetivas de compósitos reforçados por fibras.

Por fim, o artigo apresenta um papel fundamental na produção do conhecimento acerca da análise micromecânica de materiais compósitos reforçados por fibras longas unidirecionais.

Agradecimentos. À CAPES pela concessão de bolsa de estudos e aos orientadores por todo apoio ao desenvolvimento da pesquisa que motivou a elaboração do presente artigo.

Declaração de Autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído é propriedade dos autores, ou apresenta consentimento dos proprietários a serem incluídos aqui.

Referências

- [1] R. M. Jones. Mechanics of composite materials. Second Edition. Taylor & Francis, 1999.
- [2] E. J. Barbero. Introduction to composite materials design. Second Edition. CRC Press, 2010.
- [3] A. K. Kaw. Mechanics of composite materials. Second Edition. Taylor & Francis Group LLC, 2005.
- [4] R. O. Santos. Modelagem de tubos compósitos laminados considerando efeitos de temperatura e falhas. Dissertação. Universidade Federal de Alagoas. Maceió, AL, 2016.
- [5] I. M. Daniel and O. Ishai. Engineering mechanics of composite materials. Second Edition. Oxford University Press, 2006.
- [6] R. Christensen and K. Lo, "Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 27, pp. 315-330, 1979.
- [7] R. Christensen, "A critical evaluation for a class of micro-mechanics models". Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 38 (3), pp. 379-404, 1990.
- [8] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems". *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, vol. 241, pp. 376-96, 1957.
- [9] J. Qu and M. Cherkaoui. Fundamentals of micromechanics of solids. John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [10] H. J. Bohm. A short introduction to basic aspects of continuum micromechanics. Institute of Lightweight Design and Structural Biomechanics (ILSB). Vienna University of Technology, 2020.
- [11] A. P. Suvorov and G. J. Dvorak, "Rate form of Eshelby and Hill tensors". International Journal of Solids and Structures. vol. 39, p. 5659–5678, 2002.