

Confiabilidade estrutural aplicada a um modelo de bielas e tirantes para consolo curto de concreto

João P. L. Lessa¹, Iva E. P. Lima¹, Mariana F. Marques¹, Paulo C. do Carmo¹, Eduardo T. de Lima Junior¹

¹*Centro de Tecnologia, Universidade Federal de Alagoas
Maceió, 57072-900, Alagoas, Brasil
joaopaulolessa_@hotmail.com, limajunior@lccv.ufal.br*

Resumo. Os consolos de concreto são elementos estruturais que se projetam de pilares ou paredes para servir de apoio a outras partes da estrutura, tendo a importante função de redistribuir os esforços entre os elementos constituintes do sistema. Assim, visando uma adequada modelagem de seu comportamento mecânico, a confiabilidade estrutural surge como uma importante ferramenta, permitindo uma estimativa, a priori, da probabilidade de falha, ainda na fase de projeto. Incertezas associadas aos parâmetros de resistência e carregamento são incorporadas ao modelo a partir da descrição estatística das variáveis de projeto. Apresenta-se um estudo associado a quatro mecanismos de falha em um consolo, relacionados com esforços de tração e compressão avaliados em um modelo de bielas e tirantes, por meio dos métodos de confiabilidade FOSM, FORM e Monte Carlo. A representação estatística das dimensões do consolo, das propriedades dos materiais, e dos carregamentos atuantes é feita a partir de dados disponíveis na literatura. Os resultados indicam que o modo de falha governante é devido ao esforço secundário horizontal de tração no tirante. Na análise dos cenários de tração, a carga permanente e o limite de escoamento do aço se mostram mais importantes na composição do valor de probabilidade de falha obtido, enquanto que, nos cenários de compressão, a resistência do concreto se mostra como variável aleatória dominante. Por fim, faz-se uma análise da interação entre os modos de falha, através de sua combinação segundo a teoria de confiabilidade de sistemas. Entende-se que o uso de modelos probabilísticos contribui significativamente com a avaliação do nível de segurança estrutural, de seu balanço com o custo da estrutura, auxiliando o projetista no processo de tomada de decisão.

Palavras-chave: Consolos de concreto, Bielas e tirantes, Confiabilidade Estrutural.

1 Introdução

O comportamento estrutural dos consolos deve ser idealizado de modo a atender à sua principal função ao longo de sua vida útil, que é redistribuir os esforços dos elementos constituintes do sistema. Os consolos devem apresentar condições adequadas de segurança, sem o comprometimento estrutural de seus elementos, assim como do sistema como um todo, explicam Almeida [1] e El Debs [2]. Para que isso ocorra de maneira efetiva, e acerca do ponto de vista confiabilístico, Costa [3] e Torres [4] apontam que se faz necessário a compreensão do comportamento estrutural próximo à situação de ruína, onde é crucial observar os mecanismos de falha destes elementos.

Os principais mecanismos de ruína observados em consolos podem ser dados por ruptura à flexão, que é caracterizada pelo escoamento do aço do tirante principal (barras da armadura), e por fendilhamento da biela comprimida, que ocorre em consolos com pequena área de concreto para resistir aos esforços na biela comprimida ou em consolo com deficiência de armadura distribuída ao longo da altura, ressaltam Costa [3], Hughes and Fatthui [5], Silva and Giongo [6].

Diante disso, e sabendo que a segurança estrutural desses elementos pode ser avaliada a partir do cálculo da probabilidade de falha de cada modo de ruína, o objetivo deste trabalho é quantificar as probabilidades de falha em um consolo curto quanto aos esforços de tração vertical, horizontal e resultante no tirante e ao esforço de compressão na biela, a fim de aplicar a confiabilidade de sistemas para verificar o comportamento associado e a dependência entre os quatro modos de falha estudados.

2 Metodologia

2.1 Área de estudo e dados de projeto

Para o desenvolvimento desse estudo, foram analisados quatro modos de falha associados ao Estado Limite Último de um consolo curto. O elemento analisado (ver Figura 1) está contido em um projeto de elementos pré-moldados para uma edificação localizada na cidade de Maceió-Alagoas.

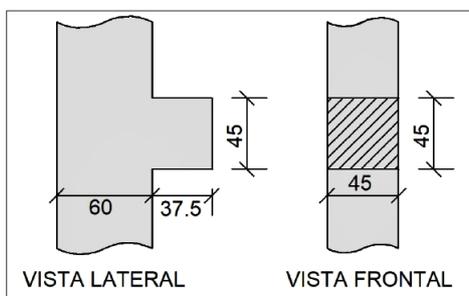


Figura 1. Modelo adotado (dimensões em cm)

Para o dimensionamento, além das características geométricas mostradas na Figura 1, considerou-se uma carga F_d , perpendicular ao consolo, de 500 kN e uma força horizontal H_d , no consolo, de 100 kN, conforme ilustra a Figura 2. Ademais, utilizou-se a resistência do concreto para a classe C35 e o uso de aço CA-50.

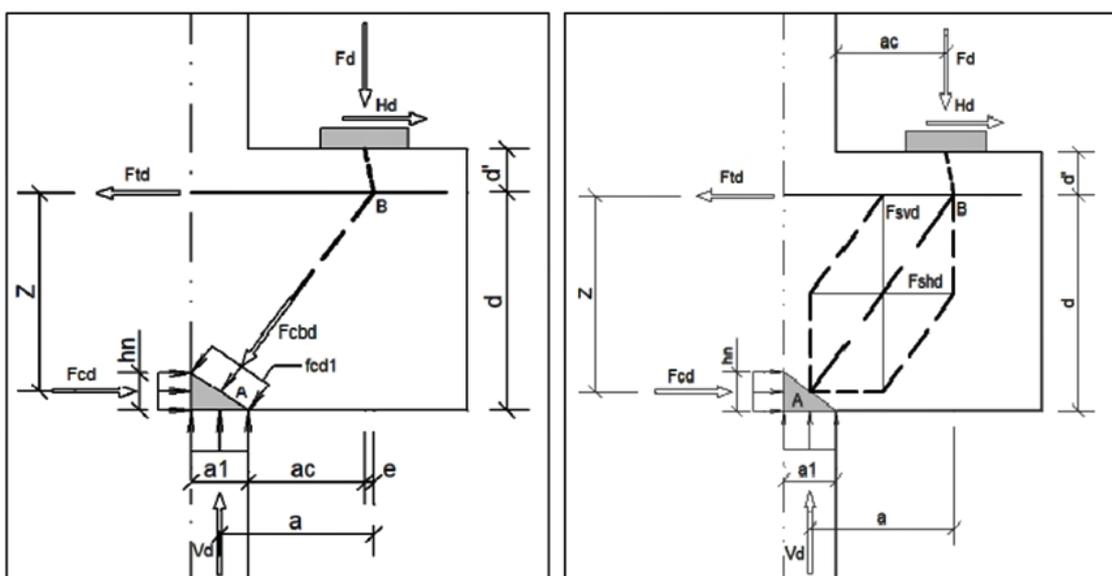


Figura 2. Distribuição de forças no modelo de bielas e tirantes

2.2 Modos de falha analisados

Os modos de falha verificados estão relacionados com esforços de tração e compressão. No modelo de bielas e tirantes, as bielas são responsáveis por resistirem aos esforços de compressão e os tirantes aos de tração. Para a tração, foram analisados modos de falha relacionados à esforços secundários que surgem devido ao equilíbrio de tensões na biela, com componentes horizontal e vertical, além do modo de falha associado ao esforço resultante principal no tirante. Já para a compressão, a falha analisada é devida ao esforço na biela de compressão. As funções de falha analisadas neste trabalho estão ilustradas na Tabela 1. As variáveis a , z e α são tomadas como determinísticas, já as demais variáveis foram tratadas como aleatórias.

Tabela 1. Funções de falha analisadas

Descrição	Equação (R-S)
Esforço secundário vertical na região da biela comprimida (Tração)	$G_1 = A_{svd} \cdot f_y k - (g_{vd} + q_{vd}) \frac{(2 \cdot a - 1)}{3}$
Esforço secundário horizontal na região da biela comprimida (Tração)	$G_2 = A_{shd} \cdot f_y k - (g_{vd} + q_{vd}) (0.4 - \frac{0.2 \cdot a}{z})$
Esforço resultante principal no tirante (Tração)	$G_3 = A_{stir} \cdot f_y k - (g_{hd} + q_{hd}) - (g_{vd} + q_{vd}) \frac{1}{\tan(\alpha)}$
Esforço na biela (Compressão)	$G_4 = 0.6192 \left(\frac{f_{ck}}{1.4} \right) - \frac{g_{vd} + q_{vd}}{b \cdot a \cdot \sin(\alpha)}$

Nas equações, a representa a distância do nó até o ponto B, z a distância vertical de B até a componente F_{cd} , b a largura do consolo, A_{svd} a área de aço para solitação V_d , A_{shd} equivale a área de aço para solitação H_d , já A_{stir} corresponde a área de aço para solitação do tirante, α representa o ângulo de inclinação da biela, $f_y k$ a resistência característica do aço, f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão, g_{vd} a parcela vertical da carga permanente, q_{vd} a parcela vertical da carga acidental, g_{hd} a parcela horizontal da carga permanente e por fim, q_{hd} a parcela horizontal da carga acidental.

2.3 Procedimento e análise dos dados

A caracterização estatística das variáveis foi tomada de Stucchi and Santos [7] e a Tabela 2 resume os valores e distribuições adotados.

Tabela 2. Definição das variáveis aleatórias do problema

Variável	Distribuição	Unidade	Média	COV	Distribuição
A_{shd}	Normal	cm^2	3,00	0,015	Nominal
A_{svd}	Normal	cm^2	1,50	0,015	Nominal
A_{stir}	Normal	cm^2	10,30	0,015	Nominal
$f_y k$	Normal	kN/cm^2	54,45	0,050	1,089. $f_y d$
b	Normal	cm	45,00	0,067	Nominal
g_{vd} (80%)	Normal	$kN \cdot cm$	420,00	0,100	1,05. p
q_{vd} (20%)	Gumbel	$kN \cdot cm$	93,40	0,200	0,934. q
g_{hd} (80%)	Normal	$kN \cdot cm$	84,00	0,100	1,05. p
q_{hd} (20%)	Gumbel	$kN \cdot cm$	18,68	0,200	0,934. q
f_{ck}	Normal	kN/cm^2	4,19	0,150	1,196. f_{ck}

Nota: g = Carga permanente; q = Carga variável.

Com as variáveis aleatórias caracterizadas e os modos de falha definidos, foram utilizados dois tipos de métodos: os métodos de simulação e os de transformação. Para este primeiro tipo de método, utilizou-se a simulação de Monte Carlo, que é caracterizado por criar amostras baseadas nas distribuições marginais das variáveis e a obtenção da probabilidade de falha (P_f) de forma discreta através da combinação de amostras. Para o segundo tipo, utilizou-se o FOSM e FORM, que são métodos semi-analíticos de confiabilidade baseados na transformação das variáveis aleatórias originais em variáveis aleatórias normais equivalentes, assim como na linearização da função de falha do problema.

Fez-se a análise da P_f para cada equação e foi realizado um estudo de sensibilidade com base nos resultados de FORM, verificando assim o fator de importância de cada variável aleatória na função de falha em questão. Em seguida, foi realizada uma análise confiabilística considerando-se a combinação em série dos modos de falha.

Para sistemas associados em série, onde não existe redundância, a falha de um componente significa a falha do sistema, ou seja, para que este permaneça íntegro, todos os componentes devem estar ativos. Na Figura 3 tem-se

a representação do esquema de um sistema em série.



Figura 3. Sistema formado por componentes associados em série

Sendo F_i o evento que corresponda à falha do i -ésimo componente, o evento que corresponde à falha do sistema é dado pela união dos eventos de falha de cada modo. Beck [8] e Ditlevsen [9] explicam que fazendo-se uso de conceitos acerca da teoria dos conjuntos, a probabilidade de falha de um sistema em série pode ser determinada através do cálculo dos limites superior e inferior da probabilidade de falha do sistema. A Equação 1 apresenta, de forma generalizada, o cálculo da P_f para sistemas em série.

$$P_f = \sum_{i=1}^n P[F_i] - \sum_{\substack{j=i, \\ j < i}}^{i-1} P[F_i \cap F_j] + \sum_{i=3}^n \sum_{\substack{j=2, \\ j < i}}^{i-1} \sum_{\substack{k=1, \\ k < j}}^{i-2} P[F_i \cap F_j \cap F_k] - \dots \quad (1)$$

Uma forma de calcular a função cumulativa normal padrão bidimensional $\Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij})$ é dada pela Equação 2 [10].

$$\Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) = \Phi(-\beta_i)\Phi(-\beta_j) + \int_0^{\rho_{ij}} \varphi(-\beta_i, -\beta_j, z) dz \quad (2)$$

Na qual β_i e β_j são os índices de confiabilidade de cada componente, $\rho_{ij} = \alpha_i \cdot \alpha_j$ é a correlação entre os modos de falha i e j , dada pelo produto dos cossenos diretores dos respectivos componentes e $\varphi(x, y, \rho_{xy})$ sendo a PDF normal padrão bivariada, definida de forma geral pela Equação 3.

$$\varphi(x, y, \rho_{xy}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 - 2\rho_{xy}xy}{2(1-\rho_{xy}^2)}\right) \quad (3)$$

3 Resultados e discussões

3.1 Análise Unimodal

É possível estabelecer um número mínimo de cenários (N_{min}) tendo em vista uma dispersão aceitável para a probabilidade de falha, dado que esta, por natureza, já é uma variável aleatória.

De acordo com Ang and Tang [11], esta dispersão pode ser medida pelo coeficiente de variação COV , onde os valores atribuídos a este coeficiente devem ser mantidos em níveis aceitáveis – utilizando-se para este trabalho $COV=5\%$. Frente a uma probabilidade de falha alvo P_f^{alvo} , o número mínimo de cenários é dado por:

$$N_{min} = \frac{1}{COV^2} \frac{1 - P_f^{alvo}}{P_f^{alvo}} \quad (4)$$

Como não se tem um valor de P_f^{alvo} por Monte Carlo sem que haja uma análise por um determinado número prévio de simulações, pode-se considerar, para o cálculo preliminar de N_{min} , os resultados de P_f obtidos pelos métodos de transformação, tal como o FORM, com uma posterior análise da convergência dos resultados simulados por Monte Carlo, com aumento gradual do número de simulações.

Neste contexto, calcula-se os seguintes valores para o número de simulações em detrimento de cada uma das funções de falha consideradas:

Tabela 3. Número mínimo de simulações (N_{min})

Função de falha	N_{min} de simulações
G_1	22000
G_2	16000
G_3	42000
G_4	444000

Para verificar a probabilidade de falha do consolo em questão, foi definida uma função de estado limite para cada mecanismo de ruína analisado, vide Tabela 1. Ao que se refere à ruptura por flexão, três modos de falha foram verificados, onde estes correspondem ao esforço secundário vertical, horizontal e principal resultante de tração no tirante, que são representados, respectivamente, pelas funções de falha G_1 , G_2 e G_3 , e para o modo de falha que está relacionado à falha por compressão da biela, analisou-se, a partir da função de falha G_4 , sua probabilidade de ocorrência. Os valores de probabilidade de falha obtidos estão dispostos na Tabela 4, com a ressalva de que utilizou-se o método de simulação de Monte Carlo para a validação dos métodos FOSM e FORM.

Tabela 4. Probabilidade de falha referente as funções G_1 , G_2 , G_3 e G_4

Método de análise	G_1	ΔG_1 (%)	G_2	ΔG_2 (%)	G_3	ΔG_3 (%)	G_4	ΔG_4 (%)
Monte Carlo	$1,69e^{-2}$	-	$2,37e^{-2}$	-	$8,90e^{-3}$	-	$1,00e^{-3}$	-
FOSM	$1,71e^{-2}$	-1,18	$2,36e^{-2}$	+0,42	$6,10e^{-3}$	+31,68	$9,00e^{-4}$	+10,00
FORM	$1,79e^{-2}$	-5,92	$2,47e^{-2}$	-4,22	$9,10e^{-3}$	-1,70	$9,00e^{-4}$	+10,00

Nota: G_i = Função de falha i ; ΔG_i = Variação da função de falha i .

Em análise dos valores dispostos na Tabela 4, percebe-se que para a equação G_1 o FORM apresentou um valor de probabilidade de falha maior que os demais, em que verifica-se que o Monte Carlo foi menor que o FORM cerca de 6% e o FOSM menor que o Monte Carlo em torno de 1%, o que mostra variações consideravelmente pequenas. Para a equação G_2 , observou-se que o FORM também apresentou um valor de probabilidade de falha maior que os demais, tendo uma variação inferior a 5% quando comparado ao Monte Carlo, e de cerca de menos de 1% quando avaliada a variação entre FOSM e Monte Carlo, o que também mostra discrepâncias insignificantes.

Na equação G_3 , analisa-se que o FORM apresentou um valor de probabilidade de falha maior que os demais, tendo uma variação de menos de 2% quando comparado ao Monte Carlo, já no FOSM ocorreu uma maior variação, cerca de 32% quando comparada ao Monte Carlo. Para a equação G_4 , verifica-se que o Monte Carlo apresentou um valor de probabilidade de falha maior que os demais, em que verifica-se que o FOSM foi equivalente ao FORM e apresentando uma variação de cerca de 10% do Monte Carlo.

Ainda, ao observar a Tabela 4, avalia-se que a maior probabilidade de falha verificada foi em relação ao esforço secundário horizontal de tração no tirante. E, isso está bastante coerente com o que se espera na análise estrutural desse tipo de elemento, pois os consolos tendem a falhar por flexão e, principalmente, pela transmissão de esforços horizontais devido ao efeito desfavorável da resultante inclinada das cargas sobre o apoio. Ao que refere-se a menor probabilidade de falha, que foi referente ao esforço de compressão na biela, a mesma também está de acordo com o esperado, uma vez que, geralmente, ocorre primeiro a falha do tirante para, então, ocorrer o esmagamento da biela.

Ademais, para complementar o estudo, foram calculados os fatores de importância de cada variável, com base no FORM, onde esses parâmetros dizem respeito à importância de cada variável aleatória para o cálculo do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha e, quanto maior for esse índice para um determinado parâmetro, maior será a sua influência nos resultados obtidos. Os resultados referentes a essa análise estão ilustrados na Tabela 5.

Em análise dos valores dispostos na Tabela 5, referente ao esforço secundário vertical (G_1) e horizontal de tração no tirante (G_2), observa-se que as variáveis que mais influenciam são a força permanente devido ao esforço vertical e a resistência característica de escoamento à tração do aço. Analisando os resultados relacionados ao esforço resultante principal de tração no tirante (G_3), verifica-se que as variáveis que mais influenciam são a força permanente devido ao esforço horizontal e a resistência característica de escoamento à tração do aço. Com relação ao esforço de compressão na biela (G_4), nota-se que a variável referente a resistência característica do concreto se

Tabela 5. Fatores de importância, em %

Variável aleatória	G_1	G_2	G_3	G_4
A_{svd}	2,74	-	-	-
A_{shd}	-	2,60	-	-
A_{stir}	-	-	3,25	-
f_{ck}	-	-	-	85,86
f_{yk}	32,64	32,13	41,99	-
g_{hd}	-	-	45,43	-
q_{hd}	-	-	4,98	-
g_{vd}	58,06	58,55	3,82	7,06
q_{vd}	6,56	6,72	0,53	0,92
b	-	-	-	6,16

sobressai as demais.

Diante do exposto, percebe-se que para as análises referentes ao esforço de tração, os fatores de importância preponderantes se encontram nas cargas permanentes e na resistência característica de escoamento à tração do aço. Isso ocorre porque, ao que está relacionado a sollicitação, as cargas permanentes têm valores bem superiores aos das cargas acidentais e, ao que refere-se a resistência, a resistência característica de escoamento à tração do aço é o principal fator de influência. Em análise do esforço de compressão, ao que está relacionado com a sollicitação, de maneira análoga, as cargas permanentes têm valores bem superiores aos das cargas acidentais e, ao que refere-se a resistência, a resistência característica do concreto se sobressai as demais variáveis.

3.2 Análise da Associação em Série

Como mencionado anteriormente, os elementos que compõem um sistema, em geral, apresentam múltiplos modos de falha. Para os sistemas associados em série, como o caso do presente trabalho, a falha de um elemento significa a falha da estrutura. Diante disso e, após a quantificação das probabilidades unimodais de falha em um consolo curto, via FORM, fez-se o cálculo referente a probabilidade de falha do sistema, conforme apresenta a Tabela 6.

Tabela 6. Dados referentes a probabilidade de falha do sistema em série

Probabilidade de falha	Valor correspondente	Probabilidade de falha	Valor correspondente
P_{f1}	$1,79e^{-2}$	P_{f14}	$9,00e^{-5}$
P_{f2}	$2,47e^{-2}$	P_{f23}	$5,80e^{-3}$
P_{f3}	$6,10e^{-3}$	P_{f24}	$1,00e^{-4}$
P_{f4}	$9,00e^{-4}$	P_{f34}	$3,00e^{-5}$
P_{f12}	$1,59e^{-2}$	P_f	$2,22e^{-2}$
P_{f13}	$5,50e^{-3}$		

Em análise dos valores apresentados na Tabela 6, nota-se que as seguintes probabilidades de ruína (P_{fij}), onde este termo representa as associações bimodais das probabilidades de falha $P_f[G_i \cap G_j]$, apresentam valores superiores, se comparadas com as demais probabilidades conjuntas. Isso pode ser justificado porque essas três probabilidades de ruína apresentam altos índices de correlação e compartilham, de maneira geral, das mesmas variáveis aleatórias, enquanto que as demais possuem baixo coeficiente de correlação e suas variáveis não apresentam tanta dependência.

Diante disso, o valor da probabilidade conjunta entre dois modos de ruína aumenta à medida que o seu coeficiente de correlação também aumenta, e as suas respectivas variáveis aleatórias apresentam dependência entre si, como mostrado para os modos de ruína correspondentes ao esforço de tração. No entanto, caso aconteça o contrário, como ocorreu para as probabilidades conjuntas que relacionavam esforço de tração com esforço de compressão, além destas não compartilharem, na sua grande maioria, das mesmas variáveis, a correlação verificada foi baixa e, conseqüentemente, a probabilidade conjunta também o foi.

Ainda, avaliando os dados da Tabela 6, verifica-se que a probabilidade de falha do sistema corresponde a cerca de 2,22%, valor similar ao modo de falha preponderante apresentado na Tabela 4, com probabilidade de ocorrência de 2,47%, sendo essa a maior probabilidade de falha calculada dentre os quatro mecanismos de ruína analisados (pelo método FORM). Isso mostra que a probabilidade de falha do sistema tende ao valor referente ao esforço secundário horizontal de tração no tirante, modo dominante do sistema.

4 Conclusões

De acordo com a investigação feita, a maior probabilidade de falha verificada foi em relação ao esforço secundário horizontal de tração na região de equilíbrio de tensões da biela, e a menor foi referente ao esforço de compressão na biela. Também foi realizado um estudo sobre o fator de importância para cada variável, em que verificou-se que para as análises referentes ao esforço de tração, os fatores de importância preponderantes se encontram nas cargas permanentes e na resistência característica de escoamento à tração do aço e, em análise do esforço de compressão, a resistência característica do concreto se sobressai às demais variáveis.

Ao que refere-se à probabilidade de falha do sistema, notou-se que o valor da probabilidade conjunta entre dois modos de ruína aumenta à medida que o seu coeficiente de correlação também aumenta e as suas respectivas variáveis apresentam dependência entre si. Ademais, avaliou-se que a probabilidade de falha do sistema é similar a maior probabilidade de falha calculada, o que mostrou que a probabilidade do conjunto ocorre na mesma ordem de grandeza que a maior probabilidade de falha calculada.

Sendo assim, pode-se dizer que o presente trabalho alcançou as metas sugeridas inicialmente, onde verificou-se a segurança estrutural do consolo a partir do cálculo dos quatro modos de ruína, isoladamente, com posterior aplicação da confiabilidade de sistemas para verificar a interação entre os múltiplos modos de falha estudados, e estimar a probabilidade de falha global.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído é propriedade dos autores, ou apresenta consentimento dos proprietários a serem incluídos aqui.

Referências

- [1] Almeida, H. D., 2014. *Comportamento estrutural de pórticos planos formados por elementos pré-moldados levando-se em consideração a semi-rigidez das ligações e as não-linearidades física e geométrica*. PhD thesis, Universidade Federal de Alagoas - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Maceió, Brasil.
- [2] El Debs, M. K., 2017. *Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações*. 2 ed. Oficina de Textos.
- [3] Costa, J. B. A., 2009. *Estudo experimental de consolos de concreto com fibras moldados em etapas distintas dos pilares*. PhD thesis, Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, Brasil.
- [4] Torres, F. M., 1998. *Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado*. PhD thesis, Universidade de São Paulo - Departamento de Engenharia de Estruturas, São Paulo, Brasil.
- [5] Hughes, B. P. & Fatthui, N. I., 1989. Reinforced steel and polypropylene fibre concrete corbel tests. *The Structural Engineer*, vol. 67, pp. 68–72.
- [6] Silva, R. C. & Giongo, J. S., 2000. *Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado*. 1 ed. EESC-USP, São Paulo, Brasil.
- [7] Stucchi, F. R. & Santos, S. H. C., 2010. Evaluation of the safety criteria of brazilian standard nbr 6118 based on reliability analyses. In: *Joint IABSE Fib Conference*.
- [8] Beck, A. T., 2019. *Confiabilidade e Segurança Das Estruturas*. Elsevier Editora.
- [9] Ditlevsen, O., 1979. Narrow reliability bounds for structural systems. *Journal of Structural Mechanics*, vol. 7, n. 4, pp. 453–472.
- [10] Madsen, H. O., Krenk, S., & Lind, N. C., 2006. *Methods of Structural Safety*. Dover Publications, Mineva, NY.
- [11] Ang, A. H.-S. & Tang, W. H., 2007. *Probability concepts in engineering: emphasis on applications to civil and environmental engineering*. Hoboken: John Wiley & Sons.