

# RBDO MODEL APPLIED TO WELL CASING SELECTION CONSIDERING RANDOM LOAD SCENARIOS

Luis Philippe R. Almeida<sup>1</sup>, Thiago B. da Silva<sup>1</sup>, Lucas P. de Gouveia<sup>1</sup>, Eduardo T. de Lima Junior<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Laboratório de Computação Científica e Visualização, Universidade Federal de Alagoas  
Av. Lourival Melo Mota, s/n, Tabuleiro do Martins, 57072-900, Maceió, Alagoas, Brasil  
luisphilipealmeida@lccv.ufal.br, thiago.barbosa@lccv.ufal.br,  
lucasgouveia@lccv.ufal.br, limajunior@lccv.ufal.br*

**Abstract.** This paper addresses the coupling of reliability-based models with optimization routines in the selection of casing tubulars, regarding the failure modes defined in API/TR 5C3 code. The casing system has great relevance in the construction and operation of oil and gas wells, considering the high costs associated with its material selection and execution. In this context, regulatory agencies have become more rigorous and are moving towards the adoption of probabilistic criteria for well integrity evaluation. Methodologies based on structural reliability, taking into account uncertainties associated with the design variables, have been disseminated in normative documents and adopted in the industry, with a positive impact on the design practice. The proposed solution comprises integer programming routines combined to a probabilistic casing design model, dealing with uncertainties associated with the tube manufacturing, as variations in geometrical and mechanical properties, and the variability in load parameters, as pore pressure gradient and fracture gradient. The First Order Reliability Method (FORM) is applied to the reliability index evaluation. The case study presented shows that the probabilistic optimization strategy can provide interesting solutions on the composition of casing strings, saving investments but complying with the casing integrity for the relevant load scenarios.

**Keywords:** Reliability-Based Design Optimization, Well integrity, Casing Design, Random Load.

## 1 Introdução

A demanda por projetos de revestimento que apresentem segurança estrutural a um custo admissível motivou o interesse da comunidade técnico-científica do setor de óleo e gás o que vem resultando em esforços na área de otimização e confiabilidade. O documento API/TR 5C3 [1], que normatiza o dimensionamento dos tubulares que compõem o sistema de revestimento de poços, contemplando sugestões de procedimentos de dimensionamento probabilístico, ainda que de forma sutil, apresentados como anexos informativos. Ainda, traz modelos de resistência em Estado Limite Último (ELU), os quais preveem com mais fidelidade os limites de aplicabilidade dos tubulares.

Em alinhamento com a tendência de adoção do projeto probabilístico na análise de integridade de revestimento de poços de óleo e gás, vários trabalhos na literatura apontam para a necessidade da quantificação de incertezas associadas a tubos de revestimento de poços, considerando a aleatoriedade nos parâmetros de resistências mecânicas [2]. Por outro lado, a quantificação de incertezas relacionadas a carregamentos atuantes em revestimentos ainda é um tema pouco explorado, uma vez que, a maior parte dos trabalhos disponíveis na literatura costumam adotar esses parâmetros como determinísticos. Alguns trabalhos que consideram as incertezas de carregamento na estimativa da probabilidade de falha podem ser citados, Zhang e Feng [3], Long et al. [4], Oliveira [5], Silva [6] e Tessari [7]. Em sua grande maioria, esses trabalhos propõem a caracterização estatística do carregamento imposto pelo gradiente de fratura e de poros.

Neste trabalho, apresenta-se uma metodologia para seleção ótima de revestimento de poços de óleo e gás com base em requisitos expressos em termos de probabilidades de falha e em fatores de segurança (FS). Critérios clássicos de seleção de revestimentos, como o método do mínimo custo [8], foram incorporados a algoritmos de otimização inteira do tipo Branch and Bound [9], tendo sua aplicação totalmente automatizada. Consideram-se alguns cenários de carregamento usuais em projeto, contemplando a ação de pressões interna e externa, além de

força axial sobre as colunas de revestimento. Na metodologia determinística, para os cenários de carregamento de serviço, utilizam-se as equações da API/TR 5C3 [1] para Estado Limite de Serviço (ELS), baseadas no limite elástico dos tubulares. Já para os carregamentos de sobrevivência, são adotadas as equações da normativa para ELU, as quais se propõem a estimar a resistência última dos tubulares. Para a metodologia RBDO, as incertezas inerentes aos parâmetros dos critérios de resistência e carregamento são incorporadas, conforme caracterização estatística apresentada no anexo F da API/TR 5C3 [1] e em trabalhos da literatura [5, 6].

## 2 Otimização e Confiabilidade

É possível determinar a configuração ótima em termos do comportamento mecânico, garantindo a segurança da estrutura pelo emprego de coeficientes de segurança [9].

Matematicamente, o problema de otimização determinística (OD) pode ser definido como:

$$\begin{aligned} & \text{Encontrar : } \mathbf{d}^* \text{ que minimiza } f(\mathbf{d}) \\ & \text{sujeito a : } \sigma_i(\mathbf{d}) \leq \sigma_{ADM} = \frac{R_k}{FS}, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $\mathbf{d}^*$  é o valor ótimo do vetor das variáveis de projeto  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ ;  $f(\mathbf{d})$  é a função objetivo;  $\sigma_i$  é a tensão atuante em um ponto  $i$  do material;  $\sigma_{ADM}$  a tensão admissível, resultante da ponderação da resistência mecânica característica  $R_k$  por um fator de segurança  $FS$  e  $n$  o número total de pontos.

A otimização estrutural baseada em confiabilidade, ou *Reliability Based Design Optimization* (RBDO), adiciona um novo tipo de restrição ao problema de otimização, abordando explicitamente os efeitos das incertezas sobre a segurança estrutural [10].

Matematicamente, o problema de RBDO pode ser descrito como:

$$\begin{aligned} & \text{Encontrar : } \mathbf{d}^* \text{ que minimiza } f(\mathbf{d}) \\ & \text{sujeito a : } P_{f,i}(\mathbf{d}) \leq P_{f,i}^T, i = 1, \dots, n_{LS} \end{aligned} \quad (2)$$

sendo  $P_{f,i}(\mathbf{d})$  a probabilidade de falha estimada do  $i$  –ésimo modo de falha;  $P_{f,i}^T$  a probabilidade de falha admissível para o referido modo de falha,  $n_{LS}$  o número de estados limites aplicáveis.

### 2.1 Otimização de Revestimento de Poços

Em geral, grande economia pode ser alcançada com uma seleção adequada de tubulares com extensão, peso e classe de aço variáveis ao longo da coluna de revestimento, garantindo-se que o tubular escolhido suporte um nível pré-estabelecido de segurança nas cargas aplicadas.

Nos últimos anos, foram desenvolvidas metodologias que abordam o problema da otimização da seleção de tubos, com o objetivo de minimizar o peso e/ou custo da coluna de revestimento, de forma a suportar as condições encontradas no poço. Os trabalhos desenvolvidos por Khosravian e Aadnoy [11] e Anon [12] apresentam metodologias nesse sentido. Nas seções subsequentes serão introduzidos os conceitos dos métodos de otimização baseado no custo mínimo.

### 2.2 Otimização baseada no custo mínimo

O método de custo mínimo se baseia na escolha do tubular com menor custo capaz de suportar as cargas máximas previstas [8]. Simplificadamente, o problema de custo mínimo pode ser formulado da seguinte forma:

$$C_{tot} = \min \sum_{i=1}^{n_{sec}} C_i \Delta l_i \quad (3)$$

onde  $C_{tot}$  é o custo total da coluna de revestimento;  $C_i$  o custo linear de um segmento  $i$  de revestimento, com comprimento  $\Delta l_i$ ;  $n_{sec}$  o número total de seções que compõem a coluna de revestimento.

No caso da otimização determinística (OD), a Equação (3) deve satisfazer as seguintes restrições impostas em termos de força axial ( $F_a$ ) pressão externa ( $P_{ext}$ ) e pressão interna ( $P_{int}$ ), para uma determinada cota de profundidade  $j$  referente ao segmento  $i$  de revestimento.

$$\begin{aligned}
(R_{rup})_j &\geq (\Delta p_r)_j \cdot FS_r \\
(R_{col})_j &\geq (\Delta p_c)_j \cdot FS_c \\
(R_{vm})_j &\geq \sigma_{vm}(P_{ext}, P_{int}, F_a)_j \cdot FS_{vm} \\
(R_a)_j &\geq F_{a_j} \cdot FS_a
\end{aligned} \tag{4}$$

onde:

$R_{rup}$ : resistência à ruptura conforme modelo para estado limite último [13] para cargas de sobrevivência, e limite elástico [1] para cargas de serviço);

$R_{col}$ : resistência ao colapso conforme modelo para estado limite último [14] para cargas de sobrevivência, e limite elástico [1] para cargas de serviço);

$R_{vm}$ : resistência a um estado de tensão triaxial (conforme modelo de von Mises,  $\sigma_{vm}$ );

$R_a$ : resistência à força axial;

$\Delta p_c$ : pressão diferencial de colapso ( $P_{ext} > P_{int}$ );

$\Delta p_r$ : pressão diferencial de ruptura ( $P_{ext} < P_{int}$ );

$F_a$ : força axial atuante.

Os fatores de segurança  $FS_r$ ,  $FS_c$ ,  $FS_{vm}$  e  $FS_a$  incorporam uma margem de segurança contra a falha por ruptura, colapso, von Mises e tensão axial, respectivamente. Ao adicionarmos a restrição em termos de confiabilidade (RBD), as restrições podem então ser reescritas em função do índice de confiabilidade  $\beta$ :

$$\begin{aligned}
(\beta_{rup})_j(\mathbf{d}) &\geq \beta_{rup}^T \\
(\beta_{col})_j(\mathbf{d}) &\geq \beta_{col}^T \\
(\beta_{vm})_j(\mathbf{d}) &\geq \beta_{vm}^T \\
(\beta_a)_j(\mathbf{d}) &\geq \beta_a^T
\end{aligned} \tag{5}$$

onde  $\beta_{rup}$ ,  $\beta_{col}$ ,  $\beta_{vm}$  e  $\beta_a$  são os índices de confiabilidade associados às falhas por ruptura, colapso, von Mises e força axial, respectivamente. O sobrescrito  $T$  representa o índice de confiabilidade alvo para o respectivo modo de falha. É importante mencionar que, para a abordagem probabilística, utilizam-se os modelos de Klever e Stewart [13] e Klever e Tamano [14], para ruptura dúctil e colapso, respectivamente.

### 3 Exemplo de aplicação

A metodologia para seleção de revestimento desenvolvida é validada com uma coluna (revestimento superfície) de um poço vertical hipotético. Admite-se um poço teste de injeção com lâmina de água de 1440 m. Destaca-se que a verificação da resistência dos tubulares a cada um dos modelos de carregamento analisados é realizada ponto a ponto ao longo da profundidade, obtendo-se os perfis dos coeficientes de segurança e das probabilidades de falha ao longo da fase do revestimento. Para a metodologia RBD, as variáveis estatísticas são tomadas conforme anexo F da API/TR 5C3 [1] e alguns trabalhos da literatura, no caso de gradiente de poros e de fratura [5,6]. Na abordagem determinística, as incertezas relacionadas a parâmetros de resistência e carregamento assumem valor nominal igual à média, vide Tabela 1. Destaca-se que os parâmetros estatísticos para gradiente de poros e de fratura foram estimados a partir das curvas correspondentes aos percentis 10 e 90, considerando-se distribuição gaussiana. Para mais detalhes, vide Oliveira [5]. O coeficiente de variação de uma variável aleatória (v.a.) é identificado por C.V.

Tabela 1. Parâmetros estatísticos das v.a. consideradas na análise

Variável	Símb.	Distribuição	Média	C.V. (%)
Erro de modelo (Klever-Stewart)	$Erro_{KS}$	Normal	1,004	4,70
Erro de modelo (Klever-Tamano)	$Erro_{KT}$	Normal	0,9991	6,70
Espessura da parede	$t$	Normal	1,0069	2,59
Módulo de Elasticidade	$E$	Normal	1,00	3,5
Ovalização	$ov$	Weibull min.	0,217	54,1
Excentricidade	$ec$	Weibull min.	3,924	66,1
Tensão de escoamento	$f_y$	Normal	1,10	4,64
Tensão última	$f_u$	Normal	1,1180	9,80
Gradiente de pressão de poros	$\rho_{poro}$	Normal	1,00	3,9
Gradiente de pressão de fratura	$\rho_{fratura}$	Normal	1,00	4,0

Ovalização e excentricidade representam o desvio percentual da geometria do tubular em relação a uma seção transversal perfeitamente circular e concêntrica. Já a variável erro de modelo, por definição, é adimensional. Por fim, as variáveis  $t$ ,  $f_y$ ,  $f_u$  e  $E$  foram normalizadas em relação a seus valores nominais para aplicação nas análises de confiabilidade, sendo apresentados os respectivos coeficientes adimensionais de média. Admite-se que a coluna está ancorada ao nível do sistema de cabeça de poço. Ressalta-se que, nas análises de otimização, utilizou-se o catálogo de tubulares dado em Rahman e Chilingarian [15]. É comum na literatura a distinção entre valores para índice de confiabilidade alvo e fator de segurança mínimo correspondentes às solicitações de ruptura e colapso. Uma possível alternativa refere-se a distinção desses parâmetros para cargas solicitantes de serviço e sobrevivência. No entanto, não foram encontrados trabalhos na literatura que amparassem tal abordagem. Desta forma, faz-se a distinção nos níveis de segurança apenas em termos da solicitação atuante. Para a escolha do tubo ótimo em cada seção do revestimento, os valores alvo de índice de confiabilidade foram,  $\beta_{rup} = 4,26$  e  $\beta_{col} = \beta_a = \beta_{vm} = 3,09$ , correspondentes a probabilidades de falha de  $10^{-5}$  e  $10^{-3}$ , respectivamente. Já para os fatores de segurança, adota-se  $FS_{rup} = 1,1$ ,  $FS_{col} = 1,0$ ,  $FS_{vm} = 1,25$  e  $FS_{axl} = 1,30$ . Os valores para índice de confiabilidade alvo e fator de segurança mínimo foram retirados da API/TR 5C3 [1].

Na Tabela 2, os cenários de carregamento correspondentes a coluna do revestimento de superfície são apresentados. Já na Tabela 3, o detalhamento de coluna é apresentado, bem como o número de seções e diâmetro externo  $D$  correspondente. É importante mencionar que a cota do topo de cimento (TOC) está na profundidade de 1459 m e a sapata na cota de 2002,7 m.

Tabela 2. Cenários de carregamento para o revestimento de superfície

Carregamentos	Etapa	Classificação	Cenário
Teste de pressão	Perfuração	Serviço	Pressão interna
Poço com fluido de formação	Perfuração	Sobrevivência	Pressão interna
Cimentação	Perfuração	Serviço	Pressão externa
Perda de Circulação	Perfuração	Serviço	Pressão externa

Tabela 3. Detalhamento da coluna do revestimento de superfície

Seção	D (pol)	Topo (m)	Base (m)
1	13 3/8	1459	1990,35
2	13 3/8	1990,35	2002,7

### 3.1 Análise considerando o carregamento determinístico

Para este primeiro caso, analisa-se a otimização probabilística para o revestimento de superfície e as variáveis básicas de carregamento (gradiente de poros e de fratura) são tidas como determinísticas. Verificam-se quatro casos de carregamento (Tabela 2). Esta fase é composta por duas seções, descritas na Tabela 3. Um diferencial de 3600 psi é aplicado ao longo de toda a coluna para o cenário teste de pressão.

A evolução do custo para valores de índice de confiabilidade ( $\beta_{alvo}$ ) e fatores de segurança ( $FS_{min}$ ) é apresentada na Figura 1 para dois carregamentos distintos, Teste de pressão e Cimentação. Além disso, realiza-se um estudo comparativo para valores de  $FS$  retirados das equações para ELS [1] e ELU [13, 14]. Para o caso probabilístico, apenas as equações para ELU foram consideradas. É notável o conservadorismo ao utilizar as equações clássicas da API (Barlow e colapso para quatro regimes) em ambos cenários de carregamento. Além disso, na otimização baseada em confiabilidade (RBDO), percebe-se que o carregamento de cimentação apresentou valores para  $\beta$  relativamente maiores em comparação ao teste de pressão para um mesmo valor de custo. A mesma afirmativa pode ser feita para o caso determinístico (OD). Infere-se então, que o cenário teste de pressão foi determinante na escolha ótima do tubo nas duas abordagens.

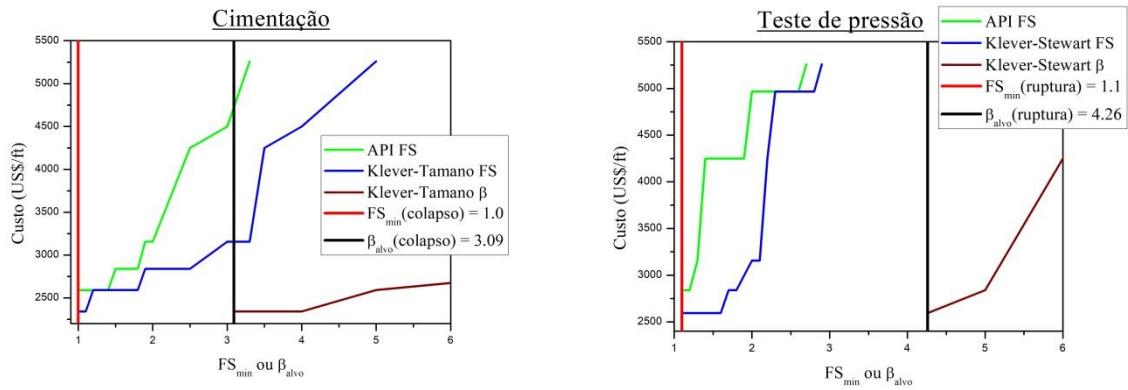


Figura 1. Revestimento de Superfície: Evolução do custo para valores de FS e índice de confiabilidade para os critérios de ruptura e colapso para ELU e ELS

Em ambas as metodologias implementadas, a escolha ótima para o revestimento de superfície convergiu para um mesmo tubo, em ambas as seções da coluna, vide Tabela 4, na qual ID representa o diâmetro interno do tubular. Ressalta-se que esse estudo foi realizado com base na ação combinada dos quatro carregamentos apresentados, vide Tabela 2. Para a metodologia RBDO, apenas as equações para ELU são utilizadas nos cenários de ruptura e colapso.

Tabela 4. Tubo ótimo escolhido para o revestimento de superfície com base nas metodologias OD/RBDO.

OD/RBDO	ID (pol)	Peso (lbf/ft)	Classe de Aço	Preço (US\$/ft)
Seção 1	12,515	61	K55	2839,45
Seção 2	12,515	61	K55	2839,45

### 3.2 Análise considerando o carregamento aleatório

Neste segundo momento, as variáveis básicas de carregamento (gradiente de poros e de fratura) são consideradas como aleatórias, apenas dois carregamentos são considerados, perda de circulação e poço com fluido de formação e apenas as equações para ELU [13,14] são utilizadas. As mesmas configurações geométricas da seção 3.1 são mantidas, vide Tabela 3.

Na Figura 2, é apresentada a evolução do custo para os casos de perda de circulação, analisado com o critério de resistência de Klever-Tamano, e poço com fluido de formação, no qual o modelo de resistência adotado é o de ruptura dúctil (Klever-Stewart). Percebe-se um cenário mais conservador para os dois carregamentos analisados quando as variáveis básicas de carregamento (gradiente de poros e de fratura) são consideradas como aleatórias.

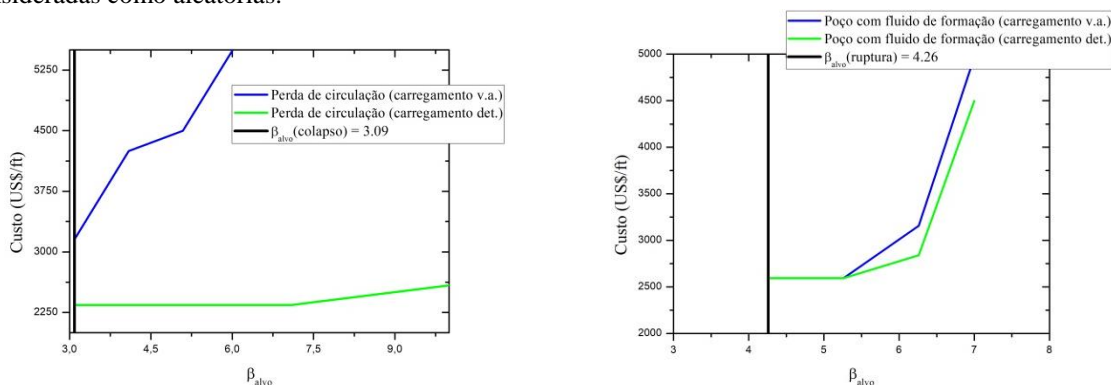


Figura 2. Revestimento de Superfície: Evolução do custo para valores de índice de confiabilidade

Na Figura 3, apresentam-se os fatores de importância para as variáveis envolvidas na análise. Destaca-se o nível de significância para a resistência última a tração do material, a qual alcançou valores próximos a 80%. No

caso em que as variáveis aleatórias apresentam configuração tal que a pressão em frente à sapata excedeu a pressão de fratura ( $P_{sap} > P_{frat,sap}$ ), o gradiente de poros ( $\rho_{poro}$ ) apresentou cerca de 15% de importância na análise. Já para o caso em que a pressão em frente à sapata foi menor que a pressão de fratura ( $P_{sap} < P_{frat,sap}$ ), o gradiente de fratura ( $\rho_{frat}$ ), foi a segunda variável com maior importância na análise, também em torno de 15%.

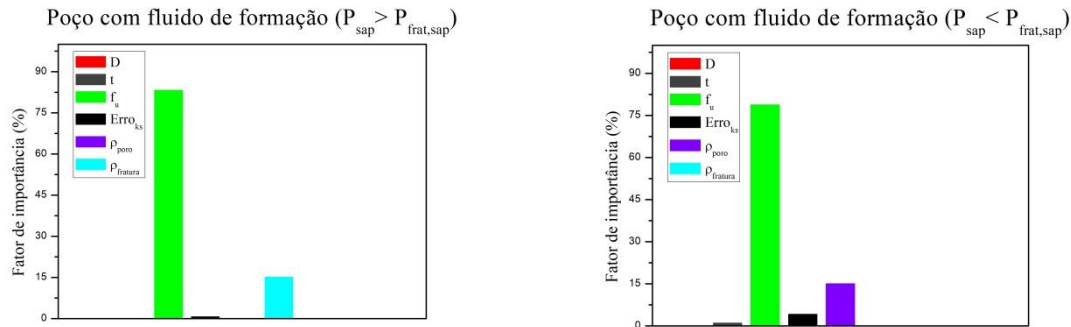


Figura 3. Fatores de importância para o cenário poço com fluido de formação

Na Figura 4, são apresentados os fatores de importância para o cenário perda de circulação, onde o gradiente de poros apresentou maior relevância na resposta. A forte influência deste parâmetro pode ser justificada por se tratar de um cenário de colapso, onde a pressão externa é dominante na análise.

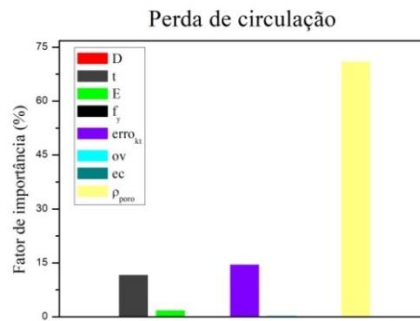


Figura 4. Fatores de importância para o cenário perda de circulação

Por fim, apresenta-se na Tabela 5 e na Tabela 6, o resultado da análise RBDO para o caso em que as variáveis básicas de carregamento são determinísticas (caso 1) e para o caso em que são aleatórias (caso 2). Nota-se um caráter mais conservador ao considerarmos as incertezas presentes no gradiente de poros e de fratura, com um aumento em termos de custo de cerca de 18%. No entanto, é importante destacar que a adoção do valor médio para o gradiente de poros e fratura no caso 1, pode ter resultado em uma abordagem menos conservadora.

Tabela 5. Tubo ótimo escolhido para o revestimento de superfície considerando carregamento determinístico, via RBDO

RBDO (caso 1)	ID (pol)	Peso (lbf/ft)	Classe de Aço	Preço (US\$/ft)
Seção 1	12,615	54,5	K55	2593,04
Seção 2	12,615	54,5	K55	2593,04

Tabela 6. Tubo ótimo escolhido para o revestimento de superfície considerando carregamento aleatório, via RBDO

RBDO (caso 2)	ID (pol)	Peso (lbf/ft)	Classe de Aço	Preço (US\$/ft)
Seção 1	12,415	68	K55	3156,37
Seção 2	12,415	68	K55	3156,37

## 4 Considerações finais

A metodologia proposta neste trabalho se baseia na seleção automatizada de revestimento de poços com base em requisitos mínimos de performance que incluem probabilidade de falha. Para isto, consideram-se diferentes cenários de carregamento, e modelos de resistência preconizados na norma API/TR 5C3 [1]. Para o atendimento às restrições impostas para seleção ótima do revestimento, utiliza-se um modelo de otimização inteira do tipo branch and bound. Na seção 3.1 as metodologias OD e RBDO foram utilizadas, e apenas as incertezas relacionadas as resistências mecânicas do tubo foram consideradas. Para esta situação, as duas metodologias convergiram para a mesma escolha de tubo (Tabela 4). Na seção 3.2, apenas a metodologia RBDO foi considerada. É possível observar que a consideração de incertezas presente em parâmetros de carregamento (gradiente de poros e de fratura) trouxe um caráter mais conservador para a análise (Tabela 5 e Tabela 6). No entanto, este resultado deve ser considerado com cautela, uma vez que o valor médio para essas variáveis foi considerado no caso 1 (Tabela 5). Além disso, observa-se a importância do gradiente de pressão de poros no cenário perda de circulação. Em geral, destaca-se a forte influência de parâmetros básicos de carregamento (gradiente de poros e de fratura) na escolha ótima do tubo para o revestimento aqui analisado, conforme observado na Figura 3 e Figura 4. Ainda, note-se o caráter apenas ilustrativo dos resultados de custo apresentados, levando-se em conta o catálogo de tubulares adotado, cujos preços não estão atualizados com os valores praticados atualmente.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem à Petrobras pelo suporte técnico e financeiro oferecido.

**Declaração de autoria:** Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material incluso é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários para ser incluído.

## Referências

- [1] API/TR 5C3. Technical Report on Equations and Calculations for Casing, Tubing, and Line Pipe Used as Casing or Tubing; and Performance Properties Tables for Casing and Tubing.
- [2] Gouveia, L.P., Lima Junior, E.T., Santos, J.P.L. et al. Probabilistic assessment of API casing strength in serviceability limit state. *J Petrol Explor Prod Technol* 10, 2089–2104, 2020.
- [3] Zhang, X.Y.; Feng, J. Reliability Analysis of Wear Casing Internal Pressure Strength. *Advanced Materials Research*, v. 652-654, p. 1362-1366, 2013. ISSN 1662-8985.
- [4] Long, G.; Guan, Z. C.; Liao, H.L. Quantitative Risk Assessment of Oil Well Casing Strings under Non-Uniform External Loadings. *Advanced Materials Research*, v. 785-786, p. 1036-1040, 2013. ISSN 1662-8985.
- [5] Oliveira, F. L. “Carregamentos Aleatórios no Dimensionamento Probabilístico de Revestimentos de Poços de Petróleo”. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2017.
- [6] Silva, T. B. “Contribuição à análise de integridade em Sistemas de Revestimento via Confiabilidade Estrutural”. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Alagoas (UFAL), 2018.
- [7] Tessari, K. T. “Otimização Conceitual de Revestimentos de Poços de Petróleo Baseada em Confiabilidade”. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos (USP), 2019.
- [8] Roque, J. L. “Dimensionamento de Revestimentos para Poços Profundos, Poços Direcionais e Horizontais de Longo Afastamento Horizontal Pelo Método do Mínimo Custo Global”. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1992
- [9] Conforti, M.; Cornuéjols, G.; Zambelli, G. *Integer Programming*, Springer, 2015.
- [10] Beck, A. T. *Confiabilidade e segurança das estruturas*. Elsevier, 2019
- [11] Khosravianian, R.; Aadnoy, B. “Optimization of casing string placement in the presence of geological uncertainty in oil wells”. Em: *JPT, Journal of Petroleum Technology* 1142 (2016), pp. 141–151
- [12] Anon. “Multistring-casing-design optimization with wellhead growth”. Em: *Journal of Petroleum Technology* 52, 2000, p. 49.
- [13] Klever, F.; Stewart, G. “Analytical Burst strength prediction of OCTG with and without defects”. Em: *SPE Applied Technology Workshop on Risk Based Design of Well Casing and Tubing*, 1998.
- [14] Klever, F.; Tamano, T. “A new octg strenght equation for collapse under combined loads”. Em: *SPE Drilling & Completion* 21.03, 2006
- [15] Rahman, S.; Chilingarian, G. *Casing Design: theory and practice*. Elsevier, 1995