

# Finite element modeling the structural effects of chloride corrosion in concrete cover

Éverton S. Ramos<sup>1</sup>, Matheus G. Tavares<sup>1</sup>, Rogério Carrazedo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departament of Structural Engineering, São Carlos School of Engineering, University of São Paulo  
Av. Trabalhador São Carlense, 400, 13566-590, São Carlos, SP, Brazil  
evertonramos@usp.br, matheust@usp.br, rogarrazedo@sc.usp.br

**Abstract.** As the construction industry grows, corrosion-related pathologies in reinforced concrete members intensified. These pathologies evolve from the ingress of chloride ions, decreasing structural elements safety. Formation of pitting in the steel bars characterizes this phenomenon, which non-uniformly corrodes the cross section of the reinforcements. The main objective of this study is to develop a computational tool to evaluate the corrosion of concrete structures due to the action of chloride ions. We use a total Lagrangian description of the equilibrium with the Positional Finite Element Method (Positional FEM). Two-dimensional finite elements with cubic approximation using Mazar's damage criterion has been used to model the concrete matrix, while two-dimensional (particles) finite elements has been used to model the steel bars, coupled by the embedded technique. A deterministic approach is adopted to evaluate the harmful effects of the corrosion propagation on cross section of reinforced concrete elements, in particular, the non-uniform stresses generated by the advance of the rust layer. Finally, a numerical example is presented to demonstrate the efficiency of the developed code and its applicability in evaluating of non-uniform corrosion.

**Keywords:** Chloride corrosion, Reinforced concrete structures, Positional FEM, Damage model.

## 1 Introdução

O processo de degradação das estruturas de concreto armado pode ocorrer por distintos mecanismos de deterioração, tais como, o ataque de sulfatos, a reação álcali-agregado e a corrosão, sendo a última, a mais recorrente. Os elevados custos com as atividades relacionadas à prevenção, manutenção e reparação de estruturas suscetíveis à corrosão impulsionam o desenvolvimento de ferramentas numéricas capazes de prever seu comportamento mecânico frente às ações deletérias manifestadas ao longo do tempo.

A corrosão das armaduras pode ser dividida em dois estágios: período de iniciação e período de propagação. O primeiro período corresponde ao tempo necessário para ocorrer a despassivação das armaduras, enquanto que o segundo está associado efetivamente ao processo corrosivo. A maioria dos métodos de previsão de vida útil considera somente a primeira fase. No entanto, Raupach [1] afirma que pode haver um acréscimo substancial de tempo para que a corrosão conduza a estrutura a um estado limite.

Os principais agentes agressivos que desencadeiam o processo corrosivo são o  $\text{CO}_2$  e os íons cloreto. A corrosão gerada pelo  $\text{CO}_2$  é denominada de corrosão por carbonatação, em que a despassivação das armaduras é caracterizada pela perda de alcalinidade do concreto de cobertura. Este processo provoca a corrosão generalizada das armaduras, com a formação uniforme dos produtos de corrosão. A corrosão por cloretos decorre da migração e acúmulo destes íons na superfície do aço, promovendo a ruptura pontual da capa passivante. Neste caso é observado a distribuição não linear dos produtos de corrosão ao redor da armadura [2, 3]. Desse modo, tal corrosão é classificada como localizada, formando pites de profundidade considerável, oferecendo maior grau de agressividade e intensificando os efeitos nocivos quando comparado com a corrosão por carbonatação [4, 5].

O fenômeno da corrosão do aço no concreto possui natureza eletroquímica, caracterizada pela existência de reações de oxirredução. Assim, forma-se uma região anódica e outra catódica, com a circulação dos elétrons através das substâncias presentes na rede porosa do concreto, a qual se comporta como um eletrólito. Basicamente, este processo implica na formação de micropilhas na superfície do aço [6, 7]. Como principais consequências, encontram-se a redução da área da seção transversal do aço e a formação dos produtos de corrosão, compostos por uma variada gama de óxidos e hidróxidos. Tais produtos ocupam volume superior ao aço corroído, acarretando

no surgimento de tensões expansivas na interface aço / concreto. Quando estas tensões atingem níveis superiores à resistência à tração do concreto de cobrimento, desencadeia-se o processo de fissuração do material, que a depender da intensidade pode ocasionar o destacamento (*spalling*) do concreto de cobrimento. Além da redução da capacidade mecânica das armaduras e a manifestação das tensões expansivas, a perda de aderência na interface aço / concreto é outro fator agravante. A formação dos produtos de corrosão e o desgaste superficial do aço afeta gradativamente a distribuição de tensões entre os meios, prejudicando sua aderência inicial [8, 9]. A Fig. 1 apresenta a evolução do processo corrosivo induzido por íons cloreto, contemplando os estágios de iniciação e propagação da corrosão.

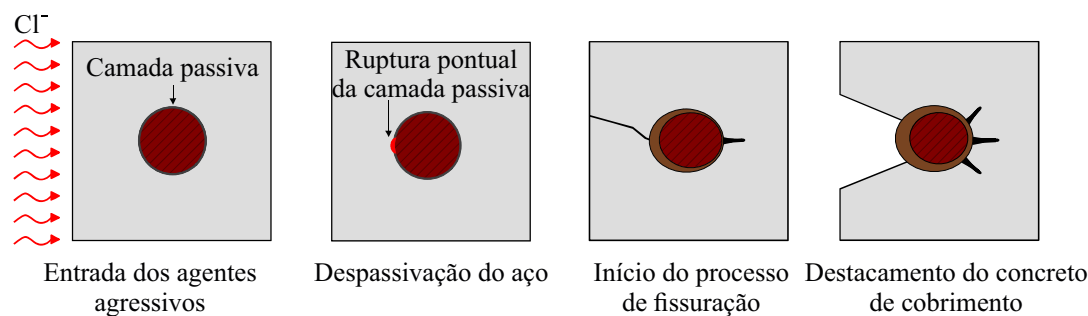


Figura 1. Evolução da corrosão por cloretos

Dentre os estudos pioneiros relacionados à presença das tensões expansivas atuantes no concreto de cobrimento, destacam-se os trabalhos de Bažant [10, 11]. Expandindo os horizontes desta área de conhecimento, diversos pesquisadores conduziram estudos objetivando o desenvolvimento de modelos destinados à representação da fase de propagação da corrosão, dentre os quais citam-se Liu e Weyers [12], Pantazopoulou e Papoulia [13], Yuan e Ji [14] e Balafas e Burgoyne [15].

Com o avanço da capacidade de processamento computacional, os métodos numéricos assumiram papel de destaque nos centros de pesquisa, em especial, o Método dos Elementos Finitos. A incorporação de hipóteses, antes desconsideradas, contribuiu com o desenvolvimento de modelos capazes de representar de forma mais fidedigna as respostas do material, promovendo notáveis avanços nos estudos envolvendo o comportamento mecânico do concreto. Alternativamente ao MEF convencional, que emprega deslocamentos e giros como parâmetros nodais, Bonet et al. [16] e, independentemente, Coda e Greco [17] desenvolveram uma abordagem posicional adotando posições e vetores generalizados como parâmetros nodais. A partir de uma descrição Lagrangiana total, tal formulação considera naturalmente a não linearidade geométrica.

Na literatura, diversas técnicas são empregadas para a incorporação da rigidez das armaduras na matriz de concreto. Neste sentido, a técnica de embutimento demonstrou-se bastante eficiente na simulação de estruturas constituídas por materiais compósitos [18–20]. A principal motivação para a aplicação desta abordagem consiste na independência da geração das malhas do reforço associado ao fato de não haver a necessidade de incluir graus de liberdade adicionais ao problema.

Desse modo, o presente trabalho visa a modelagem do comportamento mecânico de seções transversais de estruturas de concreto armado frente à progressão da corrosão não uniforme induzida por cloretos. A corrente de corrosão é estimada por meio de um modelo determinístico e a corrosão do aço avaliada por meio das leis de Faraday. A representação da redução da seção transversal das armaduras e a distribuição dos produtos de corrosão é realizada de acordo com o modelo proposto por Yuan e Ji [14]. A modelagem numérica é realizada empregando o Método dos Elementos Finitos Posicional (MEFP) associado à técnica de embutimento para determinar os campos mecânicos do concreto armado. A não linearidade física do concreto é abordada pela teoria da mecânica do dano contínuo, a fim de verificar a influência da corrosão na degradação mecânica do cobrimento.

## 2 Modelagem numérica

A determinação dos campos mecânicos é realizada utilizando a abordagem posicional do MEF. Vislumbrando estudar o problema sob a ótica do estado plano de tensão e deformação, a implementação computacional da formulação é desenvolvida para o elemento finito bidimensional triangular, descrita didaticamente no texto de Coda [21]. Tal elemento finito é destinado tanto para a discretização espacial da matriz de concreto quanto para as armaduras. O acoplamento cinemático entre os domínios, isto é, a incorporação das armaduras na matriz de concreto, é realizado utilizando uma estratégia de imersão baseada nas técnicas de embutimento, conforme apresentado em

Sampaio et al. [18], Paccola et al. [19] e Paccola e Coda [20]. Esta metodologia permite tratar os parâmetros nodais da armadura em função dos parâmetros nodais do concreto.

As equações de equilíbrio estático são obtidas utilizando uma abordagem energética. Desse modo, a energia mecânica total é dada pelo seguinte funcional:

$$\Pi = \tilde{U} + \hat{U} + \mathbb{P}, \quad (1)$$

no qual  $\tilde{U}$  e  $\hat{U}$  representam a energia interna de deformação do concreto e da armadura, respectivamente, e  $\mathbb{P}$  indica a energia potencial das forças externas.

A condição de equilíbrio é estabelecida pelo princípio da estacionariedade da energia mecânica total, traduzindo-se na minimização de seu funcional em relação às posições, resultando no seguinte conjunto de equações:

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \vec{Y}} + \frac{\partial \hat{U}}{\partial \vec{Y}} + \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \vec{Y}} = \vec{F}^{\rightarrow int} + \vec{F}^{\rightarrow int} + \vec{F}^{\rightarrow ext} = \vec{0}, \quad (2)$$

no qual  $\vec{Y}$  corresponde ao vetor que reúne as posições nodais,  $\vec{F}^{\rightarrow int}$  e  $\vec{F}^{\rightarrow int}$  são as forças internas da matriz de concreto e da armadura e  $\vec{F}^{\rightarrow ext}$  refere-se às forças externas.

A formulação utiliza a medida de deformação Lagrangiana de Green para representar a descrição geometricamente exata do sólido e, portanto, a eq. (2) representa um sistema de equações não lineares em relação às posições, cuja a solução é determinada pelo método de Newton-Raphson. Adicionalmente, visando analisar a degradação mecânica do concreto, o modelo de dano escalar proposto por Mazars [22] é implementado na matriz de elementos finitos, modificando diretamente a parcela das forças internas desenvolvidas no concreto.

### 3 Corrosão não uniforme

A modelagem da corrosão não uniforme é realizada empregando o modelo proposto em Yuan e Ji [14]. Baseado em análises experimentais, este modelo considera uma configuração semi-elíptica para a seção transversal da armadura corroída, admitindo que somente sua superfície voltada para o cobrimento é suscetível ao fenômeno (ver Fig. 2). O embasamento teórico que apoia tal consideração provém do menor tempo de despassivação e maior corrente de corrosão nas regiões superficiais da armadura mais próximas ao cobrimento. Logo, a redução do raio da armadura ( $u_{st}$ ) pode ser escrita em função da redução máxima  $u_a$ , do seguinte modo:

$$u_{st}(\theta, t_p) = R_{st} - \frac{R_{st} (R_{st} - u_a(t_p))}{\sqrt{(R_{st} - u_a(t_p))^2 \cos^2 \theta + R_{st}^2 \sin^2 \theta}}, \quad (3)$$

na qual  $\theta$  refere-se ao ângulo que descreve a superfície semi-elíptica suscetível à corrosão, em que  $0 \leq \theta \leq \pi$  e  $R_{st}$  é o raio inicial da armadura.

A determinação de  $u_a$  é realizada diretamente pela lei de Faraday, em concordância com os trabalhos de Cao e Cheung [5], Ožbolt et al. [23] e Cheng et al. [24], sendo expressa como:

$$u_a(t_p) = \frac{\int_0^{t_p} i_{corr}(t) dt A}{Z_{Fe} F \rho_{st}}, \quad (4)$$

sendo  $t_p$  o tempo de propagação da corrosão, dado em segundos,  $A = 55,85$  g/mol a massa atômica do aço corroído,  $Z_{Fe} = 2$  a valência da reação anódica,  $F = 96485$  C/mol a constante de Faraday,  $\rho_{st} = 7800000$  g/m<sup>3</sup> a densidade do aço e  $i_{corr}$  a densidade da corrente de corrosão ( $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ), dada pelo modelo proposto por Vu e Stewart [25], do seguinte modo:

$$i_{corr}(t) = \left[ \frac{37.8 (1 - w/c)^{-1.64}}{x_c} \right] 0.85 t^{-0.29}, \quad (5)$$

com  $w/c$  indicando o fator água / cimento e  $x_c$  o cobrimento.

O deslocamento radial do concreto  $u_r$  em virtude dos produtos de corrosão, conforme revela a Fig. 2, pode ser estimado como:

$$u_r(\theta, t_p) = (n - 1) u_{st}(\theta, t_p), \quad (6)$$

em que  $n$  representa a taxa volumétrica de expansão, sendo adotado no presente estudo  $n = 3$ , conforme indicado por Cheng et al. [24].

O efeito expansivo é considerado por meio da imposição de deformações não uniformes nos pontos de integração dos elementos finitos que constituem a armadura. Desse modo, inclui-se aditivamente a parcela de deformação

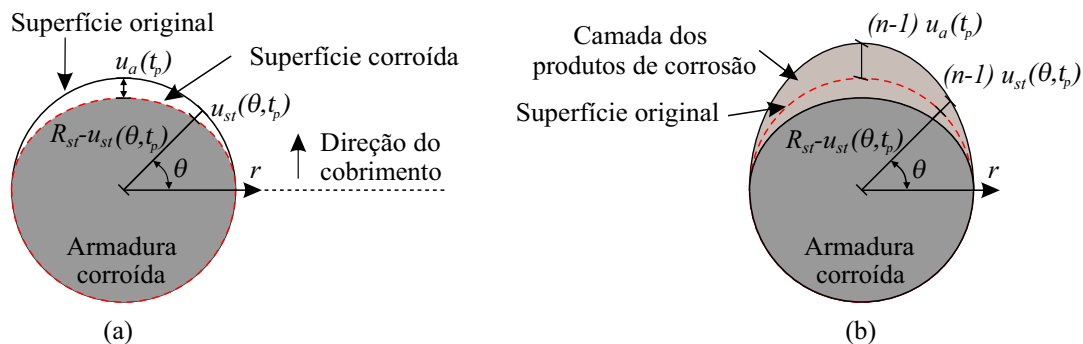


Figura 2. Modelo de corrosão: (a) configuração da amadura corroída e (b) distribuição dos produtos de corrosão

radial responsável por simular as tensões expansivas geradas pelos produtos de corrosão, sendo esta operação dada por:

$$E_{ij} = E_{ij}^0 - E_{ij}^r, \quad (7)$$

na qual  $E_{ij}^0$  correspondem às deformações elásticas iniciais da armadura e  $E_{ij}^r$  são as deformações equivalentes induzidas pelos produtos de corrosão.

Para considerar a redução da área de seção transversal das armaduras, adota-se como estratégia a ponderação do módulo de Young (ou elasticidade longitudinal) original, da seguinte maneira:

$$\mathbb{E}_{eq} = \frac{\mathbb{E}_{st} (2 R_{st} - u_a) + \mathbb{E}_r n u_a}{(2 R_{st} - u_a + n u_a)}, \quad (8)$$

sendo  $\mathbb{E}_{eq}$ ,  $\mathbb{E}_{st}$  e  $\mathbb{E}_r$  os módulos de Young equivalente (homogeneizado), do aço e dos produtos de corrosão, admitindo-se 0.15 GPa, conforme Nguyen et al. [26].

## 4 Exemplo numérico

Com o intuito de verificar a implementação do modelo numérico, nesta seção um exemplo é abordado. Tal exemplo busca analisar a consistência da metodologia desenvolvida perante os resultados provenientes da literatura, no que se refere à modelagem dos efeitos das tensões expansivas na seção transversal de elementos de concreto armado.

O presente exemplo trata-se de um elemento prismático de concreto contendo duas barras de aço imersas, uma suscetível à corrosão e a outra constituída por um aço inoxidável. Este exemplo é baseado no estudo experimental realizado por Ji et al. [27], os quais almejam quantificar a espessura da camada dos produtos de corrosão ao longo do tempo. Os autores utilizaram um ambiente controlado para acelerar o processo de iniciação da corrosão por cloretos e, em seguida, o corpo de prova foi exposto às condições naturais. Este exemplo também foi objeto de estudo de Cao e Cheung [5], os quais procederam com uma análise numérica baseada nos princípios eletroquímicos. As propriedades geométricas do elemento prismático são destacadas na Fig. 3.

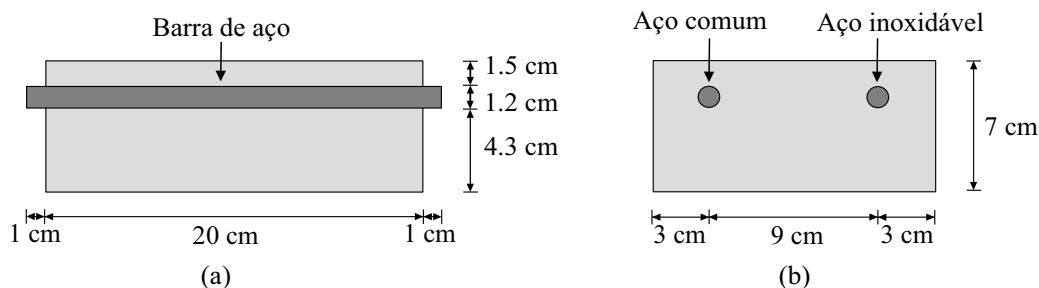


Figura 3. Propriedades geométricas: (a) vista longitudinal e (b) vista transversal

Os seguintes parâmetros físicos foram adotados:  $w/c = 0.60$ ,  $E_c = 2470 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\nu_c = 0.20$ ,  $E_s = 21000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\nu_s = 0.20$ ,  $\varepsilon_{d0} = 6.5 \times 10^{-5}$ ,  $A_c = 1.13$ ,  $B_c = 1624.35$ ,  $A_t = 0.995$  e  $B_t = 8000$ . Para o modelo numérico

admitiu-se configuração idêntica à empregada por Cao e Cheung [5], os quais consideram entrada dos agentes agressivos somente na face superior da seção transversal do corpo de prova. Desse modo, a geometria e condições de contorno, bem como a discretização adotada são explicitados na Fig. 4. A discretização da matriz de concreto foi realizada por 1281 elementos finitos triangulares com ordem de aproximação cúbica, totalizando 5899 nós. Para a armadura utilizou-se 1408 elementos finitos triangulares com aproximação linear, resultando em 749 nós.

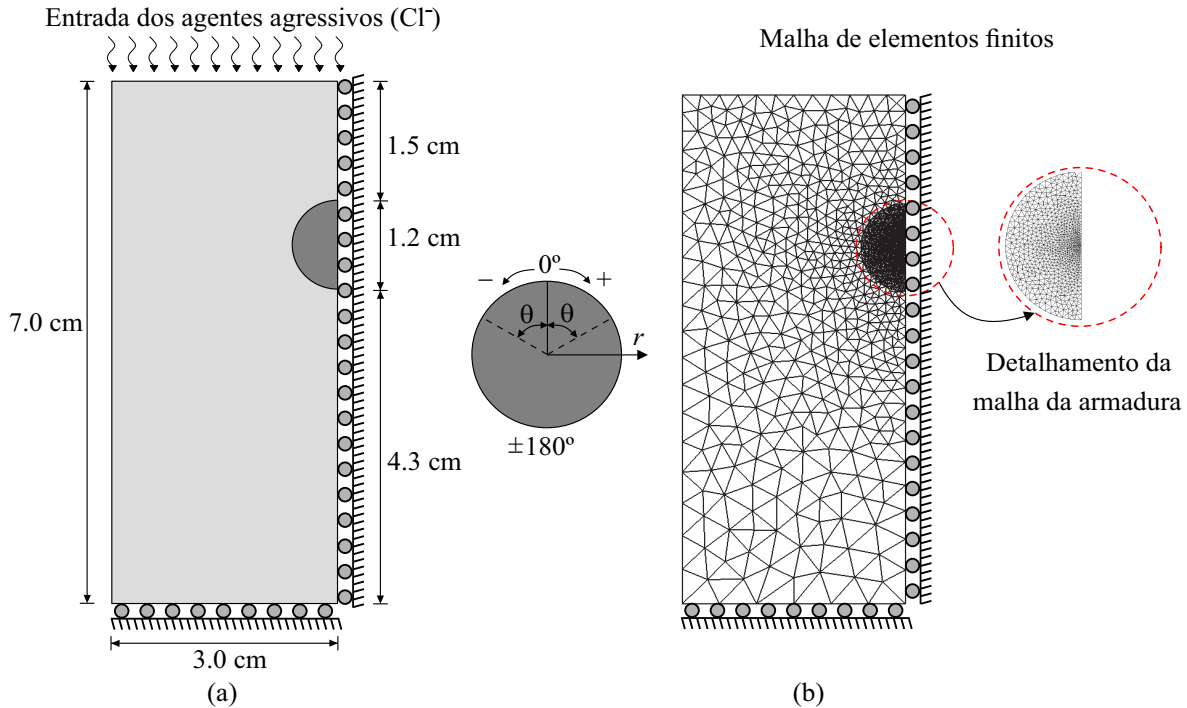


Figura 4. Detalhamento do modelo simulado: (a) configuração estática e (b) malha de elementos finitos

A fins de comparação, os efeitos expansivos no concreto gerados pela corrosão das armaduras foram avaliados para um período de 5 meses. Para isso, duas análises numéricas foram conduzidas, na primeira considerou-se o concreto em regime elástico linear, enquanto na segunda admitiu-se a danificação material. Em ambos os casos, a investigação da evolução das tensões expansivas foi realizada por meio de 100 passos de tempo.

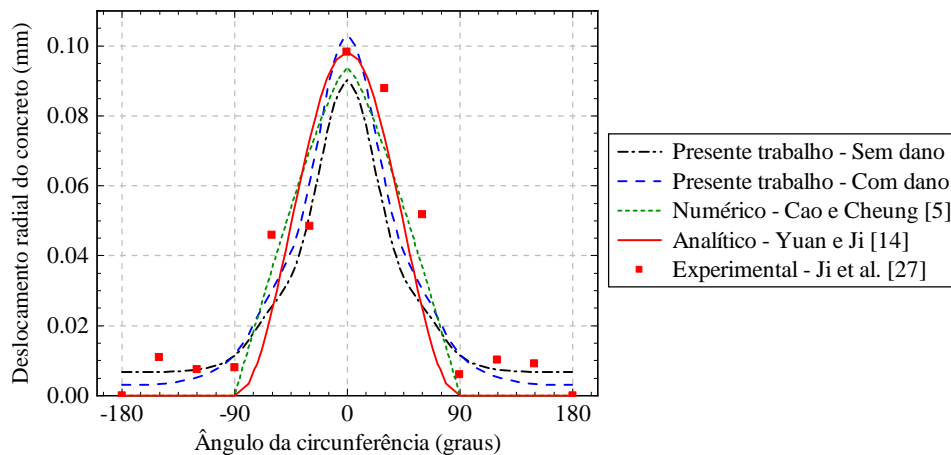


Figura 5. Efeito expansivo no concreto devido à formação dos produtos de corrosão

A Fig. 5 apresenta os resultados obtidos referentes aos deslocamentos radiais do concreto em contato com o aço. Os valores são comparados com os aferidos experimentalmente e numericamente por Ji et al. [27] e Cao e Cheung [5], respectivamente. Adicionalmente é evidenciado os valores analíticos determinados considerando o modelo proposto por Yuan e Ji [14], utilizando como parâmetro o máximo valor experimental da redução do raio da armadura obtido por Ji et al. [27]. Verifica-se que os resultados obtidos no presente trabalho apresentaram concordância com os valores provenientes da literatura. Na presença da degradação mecânica do concreto houve

um acréscimo de 12,43% do deslocamento radial em comparação com o comportamento elástico linear. Desse modo, conclui-se que a incorporação do dano promoveu maior aderência do modelo numérico aos valores de referência.

Para evidenciar a participação do modelo de dano na degradação mecânica do concreto de cobrimento, a Fig. 6 revela o mapeamento da variável de dano correspondente aos tempos de 12, 30 e 150 dias. Verifica-se a tendência da primeira fissura surgir diagonalmente, iniciando-se na região de acúmulo dos produtos de corrosão. Decorrido um certo tempo, a região superior começa a se degradar, indicando a formação de uma fissura vertical no sentido da armadura. Desse modo, nota-se que o comportamento da variável de dano é capaz de prever o estado de degradação mecânica do cobrimento. Além disso, quando avaliado em um estágio inicial, a variável de dano proporciona um panorama do padrão de fissuração que ocorrerá ao longo do tempo.

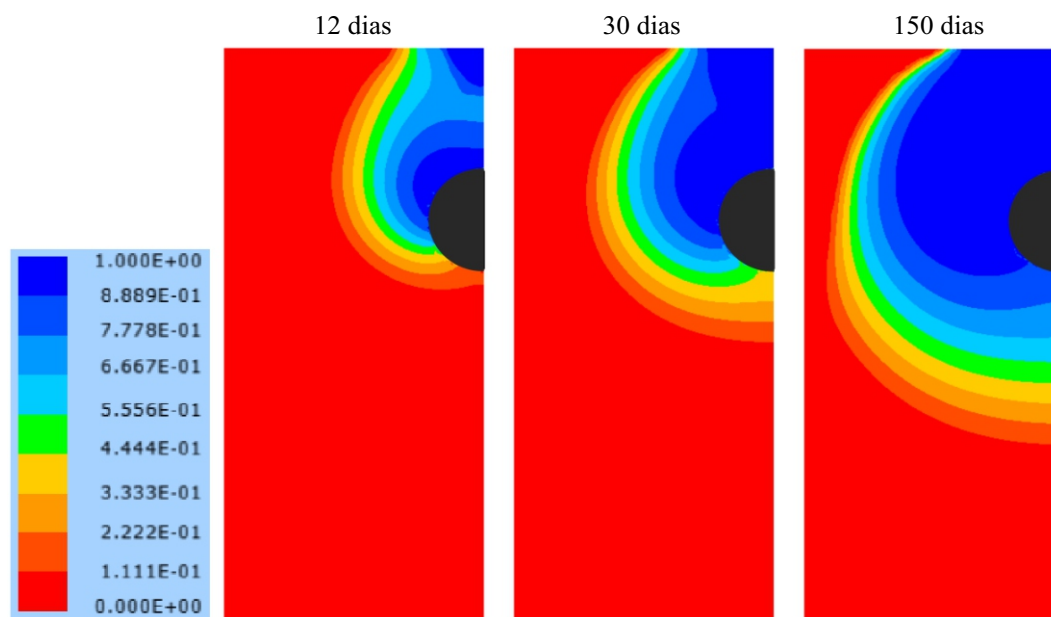


Figura 6. Evolução da variável de dano ao longo do tempo

## 5 Conclusões

Conforme os exemplos abordados, verifica-se que o modelo de corrosão não uniforme acoplado ao modelo mecânico baseado na versão posicional do MEF foi capaz de representar consistentemente a evolução do processo corrosivo. A incorporação do modelo de dano de Mazars possibilitou uma avaliação mais realística dos efeitos deletérios provocados pela corrosão não uniforme.

A partir dos resultados obtidos, infere-se que a técnica de imposição das tensões expansivas por meio da decomposição aditiva do tensor de deformações de Green apresentou bons resultados na simulação da corrosão não uniforme. Também verificou-se que, a partir da localização da degradação mecânica, é possível determinar a direção de propagação das fissuras, as quais são desencadeadas pelas tensões expansivas na interface aço / concreto em virtude da formação dos produtos de corrosão.

Por fim, os resultados apontam a eficiência e potencialidade do modelo proposto, evidenciando a aplicabilidade da ferramenta numérica desenvolvida na simulação da progressão da corrosão não uniforme devido ao ingresso dos íons cloreto. Ademais, os frutos deste trabalho visam contribuir com os estudos concernentes à área de mecânica computacional aplicada à simulação do comportamento mecânico de estruturas de concreto armado.

**Agradecimentos.** Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo nº 140996/2020-6, pelo fomento oferecido à pesquisa.

**Declaração de autoria.** Os autores confirmam que são as únicas pessoas responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente artigo é de propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários para serem incluídos aqui.

## Referências

- [1] Raupach, M., 2006. Models for the propagation phase of reinforcement corrosion - an overview. *Materials and Corrosion*, vol. 57, n. 8, pp. 605–613.
- [2] Meira, G. R., 2017. *Corrosão de armaduras em estruturas de concreto: fundamentos, diagnóstico e prevenção*. Editora IFPB, João Pessoa.
- [3] Ribeiro, D. V., Sales, A., Tutikian, B. F., Souza, C. A. C., Almeida, F. C. R., Cunha, M. P. T., Lourenço, M. Z., & Oswaldo Cascudo, Helene, P. R. L., 2018. *Corrosão e degradação em estruturas de concreto: teoria, controle e técnicas de análise e intervenção*. Elsevier Brasil, Rio de Janeiro, 2 edition.
- [4] Duprat, F., 2007. Reliability of RC beams under chloride-ingress. *Construction and Building Materials*, vol. 21, n. 8, pp. 1605–1616.
- [5] Cao, C. & Cheung, M. M. S., 2014. Non-uniform rust expansion for chloride-induced pitting corrosion in RC structures. *Construction and Building Materials*, vol. 51, pp. 75–81.
- [6] Cascudo, O., 1997. *O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas*. PINI Ltda, 1 edition.
- [7] Gentil, V., 2011. *Corrosão*. Editora LTC, Rio de Janeiro, 6 edition.
- [8] Rosenberg, A., Grace, W. R., Hanson, C. M., & Andrade, C., 1989. Mechanisms of corrosion of steel in concrete. *Materials Science of Concrete*, vol. 1, pp. 285–316.
- [9] Gonzalez, J. A., Feliu, S., Rodriguez, P., Ramirez, E., Alonso, C., & Andrade, C., 1996. Some questions on the corrosion of steel in concrete - part i: when, how and how much steel corrodes. *Materials and Structures*, vol. 29, n. 1, pp. 40–46.
- [10] Bažant, Z. P., 1979a. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures - Theory. *Journal of the Structural Division*, vol. 105, n. 6, pp. 1137–1153.
- [11] Bažant, Z. P., 1979b. Physical model for steel corrosion in concrete sea structures - Application. *Journal of the Structural Division*, vol. 105, n. 6, pp. 1155–1166.
- [12] Liu, T. & Weyers, R. W., 1998. Modeling the dynamic corrosion process in chloride contaminated concrete structures. *Cement and Concrete Research*, vol. 28, n. 3, pp. 365–379.
- [13] Pantazopoulou, S. J. & Papoulia, K. D., 2001. Modeling cover-cracking due to reinforcement corrosion in RC structures. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, n. 4, pp. 342–351.
- [14] Yuan, Y. & Ji, Y., 2009. Modeling corroded section configuration of steel bar in concrete structure. *Construction and Building Materials*, vol. 23, n. 6, pp. 2461–2466.
- [15] Balafas, L. & Burgoyne, C. J., 2010. Modeling the structural effects of rust in concrete cover. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 137, n. 3, pp. 175–185.
- [16] Bonet, J., Wood, R., Mahaney, J., & Heywood, P., 2000. Finite element analysis of air supported membrane structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, n. 5, pp. 579–595.
- [17] Coda, H. B. & Greco, M., 2004. A simple FEM formulation for large deflection 2D frame analysis based on position description. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, n. 33-35, pp. 3541–3557.
- [18] Sampaio, M. S. M., Paccola, R. R., & Coda, H. B., 2013. Fully adherent fiber-matrix FEM formulation for geometrically nonlinear 2D solid analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 66, pp. 12–25.
- [19] Paccola, R. R., Piedade Neto, D., & Coda, H. B., 2015. Geometrical non-linear analysis of fiber reinforced elastic solids considering debonding. *Composite Structures*, vol. 133, pp. 343–357.
- [20] Paccola, R. R. & Coda, H. B., 2016. A direct FEM approach for particulate reinforced elastic solids. *Composite Structures*, vol. 141, pp. 282–291.
- [21] Coda, H. B., 2018. *O Método dos Elementos Finitos Posicional: Sólidos e Estruturas - Não Linearidade Geométrica e Dinâmica*. São Carlos: EESC/USP.
- [22] Mazars, J., 1984. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. PhD thesis, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris 6, Paris.
- [23] Ožbolt, J., Balabanić, G., & Kušter, M., 2011. 3D numerical modelling of steel corrosion in concrete structures. *Corrosion Science*, vol. 53, n. 12, pp. 4166–4177.
- [24] Cheng, X., Su, Q., Ma, F., Liu, X., & Liang, X., 2018. Investigation on crack propagation of concrete cover induced by non-uniform corrosion of multiple rebars. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 201, pp. 366–384.
- [25] Vu, K. A. T. & Stewart, M. G., 2000. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. *Structural Safety*, vol. 22, n. 4, pp. 313–333.
- [26] Nguyen, Q. T., Caré, S., Millard, A., & Berthaud, Y., 2007. Analyse de la fissuration du béton armé en corrosion accélérée. *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, n. 2, pp. 99–104.
- [27] Ji, Y. S., Zhang, B.-Y., Zhang, L.-L., Ma, H.-R., & Zeng, P., 2012. Propagation of the corrosion layer and model of corrosion distribution on steel re-enforcing bar in concrete. *Zhongguo Kuangye Daxue Xuebao (Journal of China University of Mining & Technology)*, vol. 41, n. 3, pp. 355–360.