

Análise numérica da punção em lajes lisas de concreto armado pelo método dos elementos finitos

Mateus G. M. Pereira¹, Bruno R. Amorim², Jerfson M. Lima³

¹ Centro Universitário Paraíso do Ceará
Juazeiro do Norte, Ceará, Brasil

mateus.pereira@aluno.fapce.edu.br, mateus.33.dm@gmail.com

² Centro Universitário Paraíso do Ceará
Juazeiro do Norte, Ceará, Brasil

bruno.amorim@fapce.edu.br

³Dept. de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília
Brasília, Distrito Federal, Brasil
jerfsonlm@gmail.com

Resumo. O sistema de lajes-lisas, onde não há presença de vigas, é bastante utilizado atualmente, contudo seu comportamento é bastante complexo devido ao surgimento de elevadas tensões cisalhantes nas regiões de ligação entre laje e pilar, possibilitando uma ruptura por punção. Essa ligação deve ser corretamente dimensionada, para evitar a ocorrência de rupturas frágeis e, em grande parte, com possibilidade de colapso progressivo da estrutura. Embora muitos métodos teóricos tenham sido propostos, não se obteve ainda um modelo exato aceito pelo meio técnico-científico capaz de estimar com precisão a resistência à punção dessas ligações. O presente estudo tem como principal objetivo analisar, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), a ligação laje-pilar no sistema de lajes lisas de concreto armado submetidas a carregamento uniforme, buscando fazer um comparativo da capacidade resistente de lajes lisas entre os resultados numéricos e os ensaios experimentais de Palhares [1]. Para isso, será desenvolvido um modelo tridimensional não-linear, levando em consideração o Concrete Plastic Damage Model (CPDM) como modelo constitutivo do concreto e um modelo elástico-plástico para o aço.

Palavras-chave: Lajes Lisas, Punção, Modelagem Numérica.

1 Introdução

Uma problemática decorrente da utilização de lajes lisas é a possibilidade de ruptura por punção nas regiões de ligação laje-pilar e, diante disso, o dimensionamento de armaduras para resistirem a esses esforços possuem grande importância a fim de evitar rupturas dessa natureza [1].

Diversos estudos foram desenvolvidos a fim de entender esse fenômeno e buscar soluções para o dimensionamento das estruturas nas quais é verificado. Os primeiros estudos se devem a Talbot [2], que analisou a punção em sapatas de concreto; Kinnunen e Nylander [3] propuseram o primeiro modelo analítico para estudo de lajes lisas submetidas à punção (ainda sem armaduras de cisalhamento) e um método de cálculo que leva em consideração simultaneamente a influência dos esforços de flexão e esforços cortantes para estimar a capacidade resistente; já Moe [4] desenvolveu estudos experimentais que tiveram como conclusão uma equação empírica para cálculo da resistência última de punção considerando a utilização de armaduras de cisalhamento nas ligações laje-pilar. Apesar do desenvolvimento dessas e de outras pesquisas, até hoje não há um modelo exato aceito pela comunidade técnico-científica que estime a capacidade resistente das ligações laje-pilar e sua relação com as variáveis envolvidas. Nesse sentido, a verificação desse fenômeno e o dimensionamento das ligações laje-pilar recomendadas pelas normativas vigentes, utilizam bases puramente empíricas.

As pesquisas atuais na área da engenharia estrutural buscam implementar métodos numéricos para a modelagem e análise das estruturas como a que foi apresentada neste trabalho. O MEF e os softwares que utilizam

essa metodologia tem sido uma ferramenta poderosa nos estudos a respeito do comportamento das estruturas diversas. Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo numérico tridimensional não-linear, utilizando o software ABAQUS, capaz de simular o comportamento de um modelo experimental de laje-lisa ensaiado por Palhares [1], e comparar os resultados obtidos com o estudo experimental.

2 Modelo computacional

Para o desenvolvimento e simulação do modelo numérico, foi utilizado o software ABAQUS, que é baseado no Método dos Elementos Finitos. O modelo numérico não-linear (física e geométrica) foi desenvolvido de modo a simular a laje-lisa ensaiada por Palhares [1] em seus ensaios experimentais.

As dimensões utilizadas no modelo estão descritas na Fig. 1.

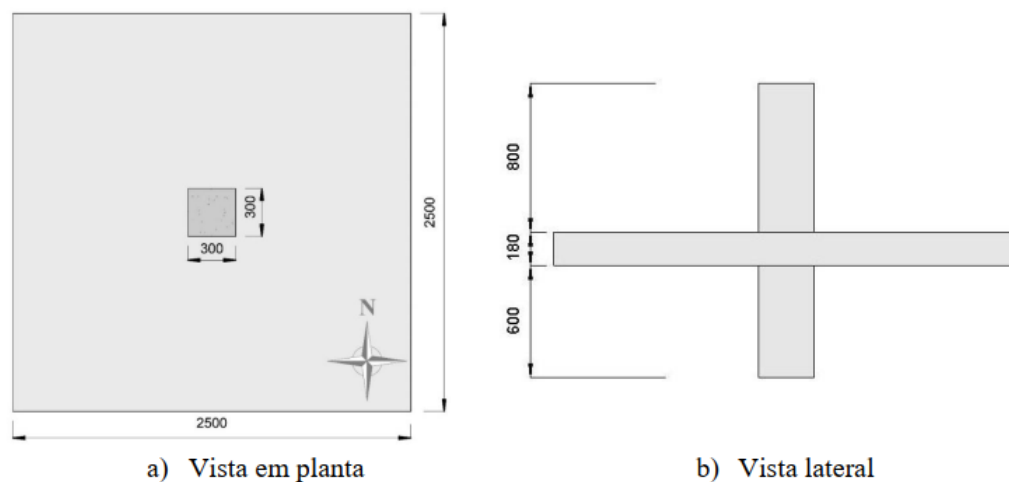


Figura 1. Dimensões das lajes ensaiadas [1].

As armaduras de flexão se constituem de duas malhas (superior e inferior com barras retas de aço CA-50 com 16 e 10 mm de diâmetro respectivamente dispostas simetricamente em direções ortogonais espaçadas 155 mm). Há um distanciamento de 20 mm das extremidades, referente ao cobrimento da laje. Além disso, as bordas das malhas foram fechadas com ganchos de ancoragem em forma de “u” formadas por barras de 16 mm de diâmetro. As armaduras de cisalhamento utilizadas foram do tipo estribo fechado distribuídos simetricamente em cinco camadas no entorno do pilar e dispostas em forma de “cruz”, com 5,0 mm de diâmetro. Os estribos são unidos por barras de 10,0 mm de diâmetro que transpassam os pilares. As armaduras dos pilares são compostas de 8 barras longitudinais de 16,0 mm de aço CA-50 e estribos de 10,0 mm de diâmetro espaçados a cada 80 mm. Foi considerada uma distância de 25 mm das extremidades referentes ao cobrimento nos pilares.

Com o intuito de simular as chapas de aço utilizadas no ensaio experimental, que possuem o intuito de distribuir as tensões aplicadas pela prensa hidráulica utilizada, foram definidas chapas de aço com dimensões de 150 x 150 mm de comprimento e 40 mm de espessura. Para uma maior eficiência na distribuição das tensões, a chapa foi modelada com uma rigidez bem maior que os demais materiais utilizados ($E_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ GPa}$).

Para facilitar a análise, foi aproveitada a simetria da laje e traçou-se dois planos de corte ortogonais passando pelo centro do modelo. Nas superfícies geradas por esses planos foram previstas condições de contorno que serão descritas na seção 4. A laje de concreto e as chapas de aço foram descritas como elementos tridimensionais sólidos (*Solid*). Já as armaduras foram descritas como elementos bidimensionais de treliça (*Truss*).

3 Modelos constitutivos dos materiais

Na modelagem numérica, para se ter uma análise fiel do comportamento dos materiais, deve-se levar em

conta todas as não linearidades dos materiais. Para isso, um modelo constitutivo consistente deve ser utilizado. Para o presente estudo, foram introduzidos os modelos constitutivos do concreto e do aço descritos a seguir.

3.1 Concreto

Com o intuito de considerar todas as características do concreto, foi utilizado nesse trabalho o Concrete Plastic Damage Model (CPDM). Esse modelo considera como principais mecanismos de falha a fissuração por tração e o esmagamento por compressão e é considerado um dos melhores modelos para representar o complexo comportamento do concreto, pois combina conceitos de dano isotrópico com uma regra de fluxo plástico não associativo [5] [6].

Para a implementação do CPDM no *software* ABAQUS, foi necessária a inserção de parâmetros plásticos, curvas tensão x deformação uniaxial de compressão e tração e as leis de evolução dos parâmetros de dano, de acordo com Lima [7].

No emprego do modelo de dano-plástico foram utilizados os dados de resistência média à compressão definida por Palhares [1] como $f_{cm} = 30,5 \text{ MPa}$ através do ensaio de compressão axial do concreto. As demais propriedades mecânicas do concreto estão descritas na Tab. 1.

Embora o valor de ângulo de dilatação recomendado por Alfarah, López-Almansa e Oller [5] seja 13° , para a simulação da punção desenvolvida por Genikomsou e Polak [8] foi utilizado um valor mais alto de ângulo de dilatação ($\varphi = 40^\circ$), obtendo-se melhores resultados. Diante disso, após um ajuste no modelo desenvolvido, foi utilizado um ângulo de dilatação de 45° . Segundo Lima [7], concretos com baixos valores de ângulo de dilatação apresentam comportamento mais frágil, por outro lado, concretos com altos valores desse parâmetro possuem comportamento mais dúctil. Os demais dados de tensão e deformação à compressão e à tração foram definidos utilizando o método preconizado por Alfarah, López-Almansa e Oller [5].

Tabela 1. Propriedades mecânicas do concreto

Módulo de Elasticidade (GPa)	Coefficiente de Poisson	Parâmetros Plásticos Modificado de Alfarah, López-Almansa e Oller [5]	
30,9	0,2	Ângulo de Dilatação	$\varphi = 45^\circ$
		Excentricidade	$\epsilon = 0,1$
		Rel. tensão Biaxial – Uniaxial	$f_{bo}/f_{co} = 1,16$
		Relação 2º invariante	$K_c = 0,7$
		Viscosidade	$\nu = 0$

3.2 Aço

O modelo constitutivo do aço utilizado é elástico-plástico com escoamento isotrópico. Nesse modelo, a resposta obtida independe da taxa de deformação. No ABAQUS, esse modelo está disponível como PLASTIC e adota o critério de escoamento de *Von Mises*. Ele exige um comportamento uniaxial do aço que, para o presente estudo, foi modelado pela curva tensão x deformação bi-linear (Fig. 6) [7].

As propriedades mecânicas das barras de aço foram implementadas de acordo com Palhares [1], exceto a barra de 10 mm de diâmetro, cujas propriedades foram adaptadas por ausência de dados referente a esta parte. As propriedades mecânicas do aço estão descritas na Tab. 2.

Tabela 2. Propriedades Mecânicas do Aço - Adaptado de Palhares [1]

Diâmetro (mm)	f_{ys} (MPa)	ϵ_{ys} (‰)	E_s (GPa)	Coefficiente de Poisson
5,0	698,1	3,6	193,2	0,3
10,0	500,0	-	200	
16,0	615,2	3,4	179,4	

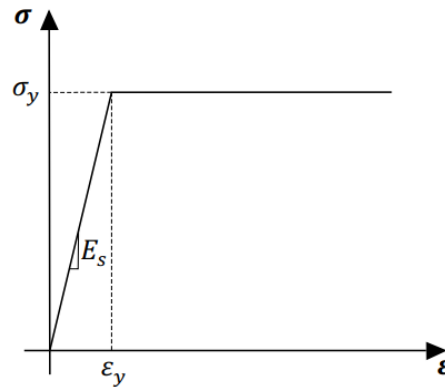


Figura 2. Comportamento uniaxial do aço (curva bi-linear) [7].

4 Condições de Contorno e Restrições

Para as condições de apoio foram utilizadas as mesmas restrições do modelo experimental (na base e topo do pilar, temos $U_1=U_2=U_3=0$), mais as condições de contorno referente às restrições nos planos de corte estabelecidos, apenas na horizontal ($U_1=0$ na direção do eixo “x” e $U_3=0$ na direção do eixo “z”).

Para a descrição do sistema de ensaio, as cargas foram aplicadas em dois pontos sobre as chapas distribuidoras localizadas simetricamente em um raio de 1124 mm do centro do pilar. No módulo Load do ABAQUS foi definida uma carga pontual inicial no centro da chapa e no módulo Step o tipo *Static, Riks* (Método de análise não-linear).

No módulo *Interaction* do ABAQUS foi definido, primeiramente, a restrição *Tie* para o contato da chapa com a laje, que considera a não existência de deslocamento no contato entre duas superfícies, proporcionando uma transferência efetiva de tensões. [9] Em seguida, o embutimento da armadura no concreto através da restrição *Embedded Region* (aderência perfeita).

5 Malha de Elementos Finitos

Para o desenvolvimento do modelo computacional, foi feito um estudo das malhas, a fim de garantir uma maior consistência dos resultados. É importante destacar que o tamanho da malha influencia diretamente o modelo do dano plástico do concreto. Na Tab. 3 são descritas as características das malhas utilizadas.

Tabela 3. Características dos elementos finitos

Elemento	Característica	Ordem de Interpolação	Nomenclatura	Tamanho (mm)
Laje de Concreto	Sólido	Quadrática	C3D8R	40
Armaduras	Treliça	Linear	T3D2	10
Chapa	Sólido	Quadrática	C3D8R	40

6 Resultados

6.1 Curva carga-deslocamento

O diagrama carga x deslocamento obtido por Palhares [1] apresenta a relação entre a carga aplicada pelo equipamento do ensaio e o deslocamento vertical da laje, dado pela média dos valores de deslocamento vertical em pontos das extremidades da laje, a uma distância de 1170 mm do centro do pilar. Da mesma forma, foram extraídos os resultados experimentais, tendo-se que multiplicar os dados de carga por quatro, devido à adaptação do modelo experimental que consiste de quatro cilindros hidráulicos. Além disso, a média dos valores de deslocamentos foi retirada de apenas dois pontos nas extremidades do modelo, coincidindo com dois dos pontos

utilizados no experimental. As curvas geradas na simulação e no ensaio apresentam um comportamento semelhante e são mostradas na Fig. 5.

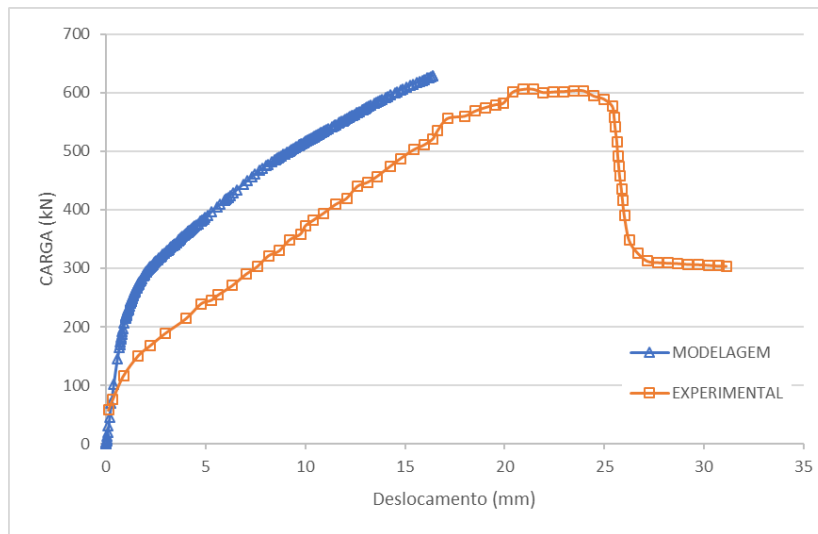
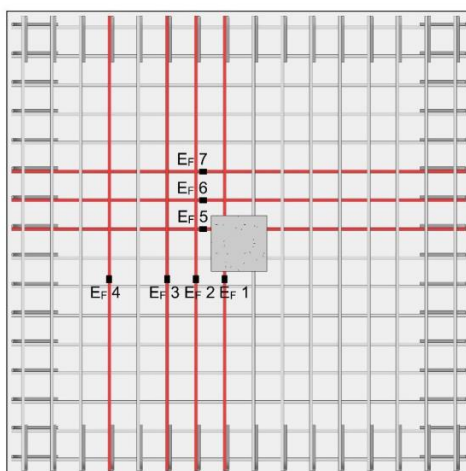


Figura 3. Curva carga x deslocamento utilizada na comparação dos resultados.

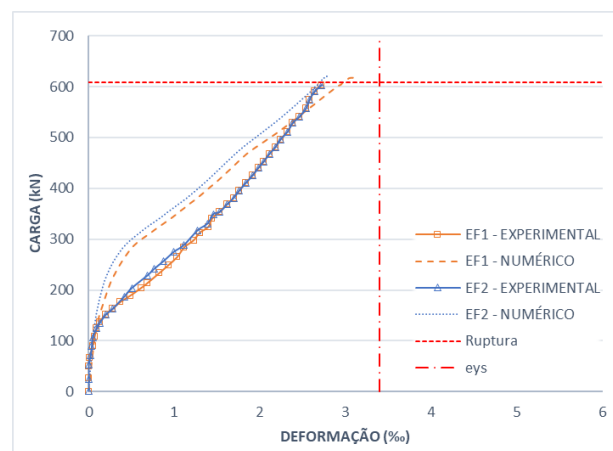
Os dados do modelo numérico, embora tenham resultado numa curva mais rígida que os resultados experimentais, mostram-se condizentes com este. A discrepância existente se dá pela provável necessidade de ajustes nos parâmetros implementados na simulação, bem como um estudo mais refinado do método de análise.

6.2 Deformação nas armaduras de flexão

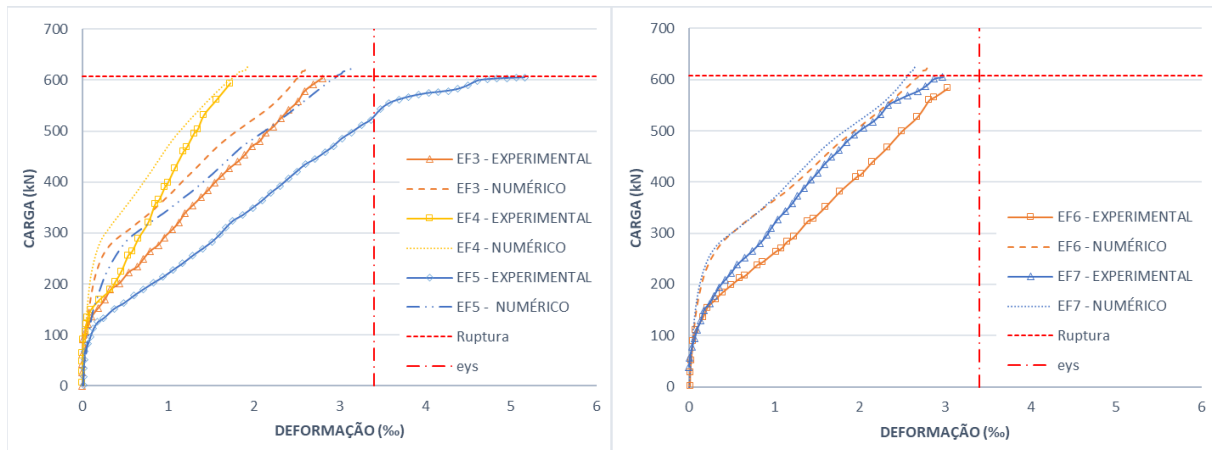
Na sequência, procedeu-se com a análise das deformações nas armaduras de flexão da laje. No modelo experimental, posicionou-se 07 extensômetros para medição das deformações nas armaduras de flexão da camada superior (definidos por EF1 a EF7) em pontos definidos por Palhares [1] (Fig. 4a). Esse procedimento tem como intuito verificar se ocorreu ruptura por flexão na laje, através do acompanhamento do nível de deformação destas armaduras e analisando se atingem o escoamento [1].



(a) Posicionamento de Extensômetros [1]



(b) EF1 e EF2



(c) EF3, EF4 e EF5

(d) EF6 e EF7

Figura 4. Posicionamento dos extensômetros de acordo com Palhares [1](a) e comparativo entre curvas carga x deformação entre os modelos experimental e numérico (b, c e d).

Foi feito um comparativo entre os resultados obtidos com os do trabalho experimental (Fig. 4). Observou-se um bom ajuste entre as curvas experimentais e numéricas, embora algumas delas tenham apresentado um comportamento mais rígido. Um melhoramento dos resultados poderia ter sido obtido com a implementação de mais informações para o ajuste de uma curva Tri-linear para o modelo elástico-plástico do aço, contudo, os dados obtidos no estudo de Palhares [1] não informam a tensão e deformação últimas, impossibilitando a aplicação da curva tri-linear. Apesar disso, os resultados obtidos nesse estudo foram satisfatórios com a verificação de um modelo Bi-linear.

6.3 Deformação nas armaduras de cisalhamento

No ensaio de Palhares [1] foram verificadas as deformações nas armaduras de cisalhamento. Com o intuito de estabelecer um comparativo, analisou-se também no modelo numérico esse parâmetro. Com isso, pode-se observar graficamente a evolução das deformações nas armaduras de cisalhamento (Fig. 5).

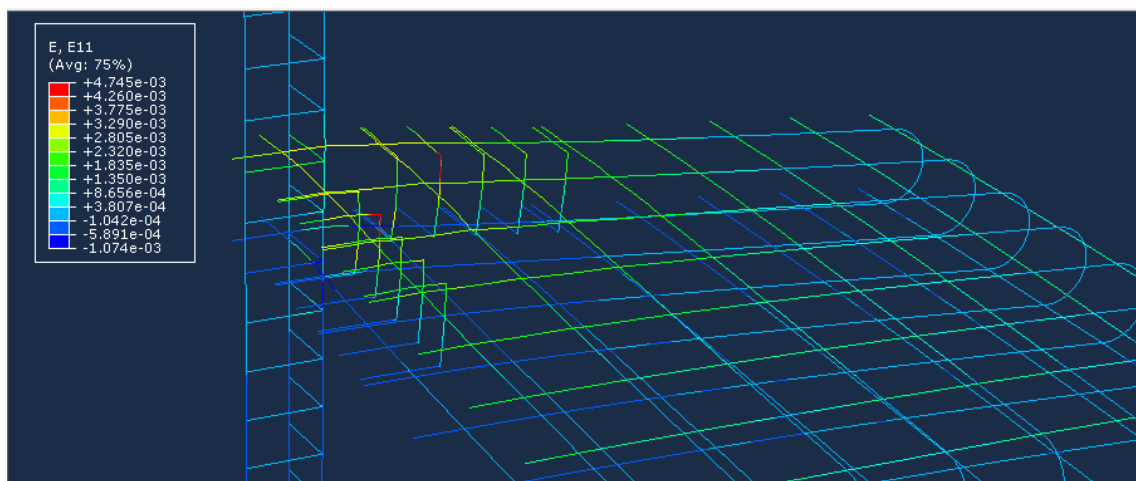


Figura 5. Deformações nas armaduras (%).

Destaca-se que o modelo numérico apresentou, em alguns trechos, deformações que ultrapassaram o limite de escoamento do aço, verificando a punção como possível causa da ruptura na laje do modelo proposto.

Embora tenha ocorrido algumas discrepâncias quanto às deformações nas armaduras de cisalhamento do modelo computacional desenvolvido em comparação ao ensaio, pode-se observar um bom direcionamento do estudo no tocante a possíveis ajustes dos parâmetros envolvidos na simulação.

7 Conclusões

No presente estudo foi desenvolvido um modelo não-linear por elementos finitos com o intuito de analisar o fenômeno de punção em lajes lisas de concreto armado, estabelecendo um comparativo dos resultados com os estudos desenvolvidos por Palhares [1]. Observou-se que os resultados numéricos obtiveram uma boa aproximação em sua curva carga x deslocamento e nas deformações apresentadas no modelo, entretanto, por algumas vezes mostrou-se com um comportamento mais rígido do que o experimental.

Mesmo assim, o modelo apresentou resultados que serviram de subsídio para a verificação do fenômeno de punção ocorrido nas condições simuladas. Além disso, através do comparativo dos resultados obtidos com o ensaio, obteve-se um direcionamento para a sequência do estudo, buscando um refinamento dos parâmetros utilizados na simulação. Em suma, para a análise desenvolvida, os resultados se mostraram bastante conclusivos a respeito do fenômeno de punção estudado.

Referências

- [1] R. A. Palhares. Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Variação da Ancoragem da Armadura de Cisalhamento. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2018.
- [2] A. N. Talbot. Reinforced concrete wall footings and column footings. University of Illinois, Engineering Experiment Station, 1913.
- [3] S. Kinnunen e H. Nylander. Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. Royal Institute of Technology, 1960.
- [4] J. Moe. Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Portland Cement Association, 1961.
- [5] B. Alfarah, F. López-Almansa e S. Oller, “New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures”. *Engineering Structures*, vol. 132, n. January, pp. 70-86, 2017.
- [6] F. López-Almansa, B. Alfarah e S. Oller, “Numerical simulation of RC frame testing with damaged plasticity model comparison with simplified models”, 2nd European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, pp. 1 - 12, 2014.
- [7] J. M. Lima. Estudo da capacidade resistente do conector de cisalhamento treliçado via método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2018.
- [8] A. S. Genikomsou e M. A. Polak, “Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS,” *Engineering Structures*, vol. 98, n. September, pp. 38-48, 2015.
- [9] N. R. Rojas. Análise computacional de vigas reforçadas ao cisalhamento com sistemas EB-FRP: efeitos das interação estribos-fibras. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2017.