

## **Estudo Analítico e Numérico via Método dos Elementos Finitos da Rigidez dos Pilares de Pontes em Concreto Armado**

**Juarez do Nascimento Barbosa Junior<sup>1</sup>, Hugo Ribeiro da Silva<sup>1</sup>; Pablo Juan Lopes e Silva Santos<sup>2</sup>; Rebeka Manuela Lobo Sousa<sup>2</sup>; Sávio Torres Melo<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> **Faculdade de Ensino Superior de Floriano (FAESF) / Departamento de Engenharia Civil / savio.melo@hotmail.com ; juarezjunin28@gmail.com; hugoribeyro7@outlook.com**

<sup>2</sup> **Instituto Federal do Piauí (IFPI) / Departamento de Engenharia Civil / pablojuan.engenhariacivil@gmail.com; rebekamanuela28@gmail.com**

### **Resumo:**

As obras de concreto armado prevalecem na construção civil mesmo com uma demanda para a utilização do concreto protendido e da estrutura metálica. A escolha do material sempre incide no menor custo técnico-econômico e nas condições de infraestrutura, até que haja uma preferência relativa ao sistema estrutural ou aço de maior resistência. Na engenharia para que a influência da flambagem seja avaliada de forma correta, deve-se associar ao comportamento da estrutura, além da não linearidade geométrica, a não linearidade física. A rigidez flexional  $EI$  é significativamente sensível aos níveis de esforços internos atuantes nas peças de concreto armado. Desta forma, esta pesquisa teve como objetivo fazer, por meio de modelos analítico e numérico utilizando o programa ABAQUS via Método dos Elementos Finitos (MEF), com propósito de observar as perdas de rigidez em pilares de pontes, a fim de elaborar novas curvas com rigidez flexionais com a finalidade de verificar os deslocamentos devido ao acréscimo do carregamento. Os resultados numéricos encontrados mostraram convergência com os obtidos analiticamente.

### **Palavras Chave:**

Ponte, Pilar, Rigidez, Modelagem via MEF.

### **Abstract:**

Reinforced concrete works prevail in civil construction even with a demand for the use of prestressed concrete and the metallic structure. The choice of material always focuses on the lowest technical-economic cost and infrastructure conditions, until there is a preference for the structural system or steel of greater strength. In engineering for the influence of buckling to be evaluated correctly, it must be associated with the behavior of the structure, in addition to geometric non-linearity, physical non-linearity. The flexural stiffness  $EI$  is significantly sensitive to the levels of internal forces acting on reinforced concrete parts. In this way, this research aimed to make, through analytical and numerical models using the ABAQUS program via Finite Element Method (MEF), with the purpose of observing the stiffness losses in bridge pillars, in order to elaborate new curves with flexural stiffness in order to check displacements due to increased loading. The numerical results found showed convergence with those obtained analytically.

### **Keyword:**

Bridge, Pillar, Rigidity, Modeling via MEF.

## 1 Introdução

Considerando a grande importância do transporte rodoviário de pessoas e cargas no Brasil (onde os veículos pesados são comuns), buscando economia no dimensionamento dos elementos estruturais, sem deixar de lado a funcionalidade e a segurança. Nas pontes, os pilares são responsáveis por transmitir as cargas verticais, cargas horizontais longitudinais e transversais provenientes da superestrutura à sua fundação (infraestrutura), provocando três de translações e três de rotações (seis graus de liberdade) devido às aplicações simultâneas, conforme pode ser visualizado na figura 1.

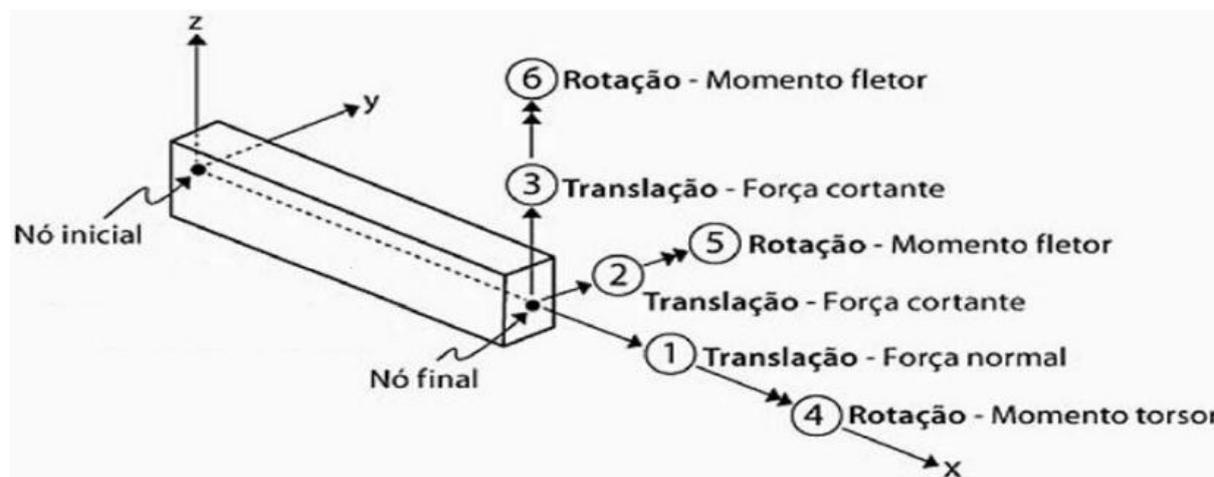


Figura 1 – Graus de Liberdade  
Fonte: Kimura, 2007

A intenção de analisar o comportamento em todas as direções e sentidos corresponde em determinar o deslocamento em toda a estrutura, a fim de acompanhar um enorme desenvolvimento nos métodos numéricos e modelos computacionais que permitem analisar estruturas com elevado grau de precisão considerando a sua não linearidade. Assim, as análises não lineares vêm sendo consideradas um paradigma nos dias atuais, influenciando de forma significativa na evolução dos modelos estruturais usualmente empregados nos cálculos das estruturas. Além disso, os sistemas computacionais modernos destinados à análise e cálculo de elementos estruturais de concreto armado dispõem de inúmeros tipos de análises não lineares, tornando assim fundamental que os projetistas tenham conhecimento da influência dos seus efeitos nas estruturas (Siqueira, 2016).

Deste fato surge à necessidade de estudar à mesoestrutura dessas Obras de Artes Especiais (OAEs), em especial os pilares, devido às suas rigidezes e tipos de solicitações, fatores que podem potencializar a ruptura por flambagem desses elementos. Na mesoestrutura o problema da flambagem em pilares de pontes em concreto armado pode influenciar de modo significativo o dimensionamento destas e está diretamente ligado a não linearidade geométrica associada à influência da deformação sobre os esforços aplicados. Entretanto, para que a influência da flambagem seja avaliada de forma correta, deve-se associar ao comportamento da estrutura, além da não linearidade geométrica, a não linearidade física.

Este estudo corresponde em realizar uma análise dos deslocamentos diante da rigidez existente através dos Métodos Analíticos, formados pela literatura, a norma brasileira de Concreto 6118/2014 e uma criada pelos próprios autores, a fim de comparar com o Método Numérico pelo uso do software ABAQUS, no qual o mesmo apresenta uma interface envolvendo o Método dos Elementos Finitos (MEF), com a intenção de propiciar perspectivas em diversos casos de diferentes formas para informar a importância das interações dos elementos estruturais em conjunto.

A pesquisa está organizada nas seguintes seções: a seção 2 apresenta a rigidez relacionada a interação solo estrutura e com a sua ausência; a seção 3 mostra os informes e os procedimentos realizados na ponte; a seção 4 retrata os resultados deste estudo, deixando claro os comparativos existentes e, por fim, na seção 5 apresentadas às conclusões.

## 2 Rigidez Equivalente

À medida que as estruturas passam a ter maior importância, seja pela sua magnitude ou pela sua complexidade, devem-se propor modelos que permitam caracterizar melhor o comportamento da estrutura. Segundo Colares (2006) a Interação Solo-Estrutura (ISE) pode ser avaliada em diversas situações como em projetos de edificações, pontes, silos e contenções. A ISE consiste, portanto, no caso específico de pontes, na análise conjunta da mesoestrutura e do maciço de solo. Esta interação tem início já nas primeiras fases da construção e se prolonga até que exista uma situação de equilíbrio, ou seja, quanto às tensões e deformações se estabilizam tanto na estrutura como no maciço de solo. Para computar o efeito das ações é necessário conhecer a rigidez do conjunto (fundação + pilar + aparelho de apoio), conforme a equação de Pfeil (1985):

$$\frac{1}{K_c} = \frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_n} \quad (1)$$

No qual é  $K_c$  a rigidez do conjunto,  $K_f$  é a rigidez da fundação,  $K_p$  é a rigidez do pilar,  $K_n$  é a rigidez do aparelho de apoio.

Se torna importante evidenciar que essas rigidezes podem ser obtidas considerando ou não à interação solo-estruturas conforme mostra os comentários nos itens subsequentes.

### 2.1 Análise sem considerar a Interação Solo-Estrutura (ISE)

Existem situações de sistemas estruturais e tipos de solos que permitem a não consideração da ISE, conforme pode ser visualizado na figura 2. Nesse caso, para uma análise da rigidez do conjunto, considera-se o solo como um maciço com rigidez infinita e o pilar com rotação nula na região do engaste. Vale ressaltar que quando existem aparelhos de apoio elastoméricos (Neoprene fretado) conduzindo os esforços da superestrutura para os pilares, a rigidez dos pilares sofre alterações devido à colaboração do elastômero no topo do pilar (PFEIL, 1985). Assim pode-se através das equações (2) e (3) fazer o cálculo os coeficientes de rigidezes para pilares prismáticos com inércia constante engastados na base:

$$K_p = \frac{3EI}{h_0^3} \quad (2)$$

$$K_n = G \frac{A_n}{e_n} \quad (3)$$

Onde  $K_p$  é a rigidez do pilar,  $K_n$  é a rigidez do aparelho de apoio,  $E$  é o módulo de elasticidade do concreto,  $I$  é a inércia da seção do pilar,  $h_0$  é a altura do pilar,  $G$  é módulo de elasticidade transversal do neoprene (em torno de 1000 kN/m<sup>2</sup>),  $A_n$  é a área do aparelho de apoio (neoprene) e  $e_n$  é a sua espessura.

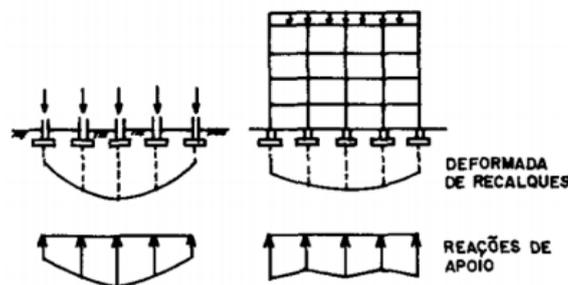


Figura 2 – Comparativo entre Análise Convencional e Interação Solo-Estrutura  
Fonte: Gusmão, 1994

### 2.2 Análise considerando a Interação Solo-Estrutura (ISE)

Em vários projetos de ponte, a rigidez que consta na equação (2) se refere apenas ao pilar. Desta forma, quando é possível considerar a interação solo-estruturas, o cálculo da rigidez final deverá sofrer o acréscimo da rigidez da fundação. Ao se fazer uma análise simplificada do problema, pode-se utilizar um modelo teórico aproximado no qual se admite que o comportamento da estaca carregada horizontalmente se assemelhe ao

comportamento de uma viga na vertical, na qual o solo pode ser modelado como uma série de molas idênticas e isoladas, em comportamento linear elástico, como ilustrado na Figura 3.

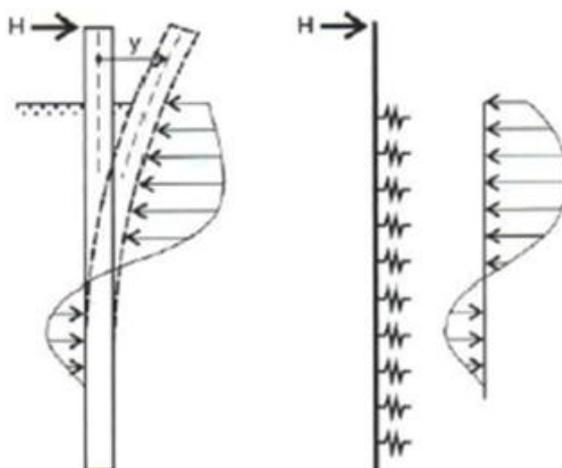


Figura 3 – Modelo de carregamento lateral de estacas de acordo com Winkler  
Fonte: Velloso & Lopes, 2012

Cintra (2002) menciona que para determinar tanto a rigidez do solo como a rigidez à flexão da estaca, leva-se em consideração a variação do módulo de reação horizontal, pois a rigidez do solo pode variar com a profundidade. Desta forma, admite-se a seguinte equação:

$$K_f = \sqrt[m+2]{\frac{EI}{k_h}} \quad (4)$$

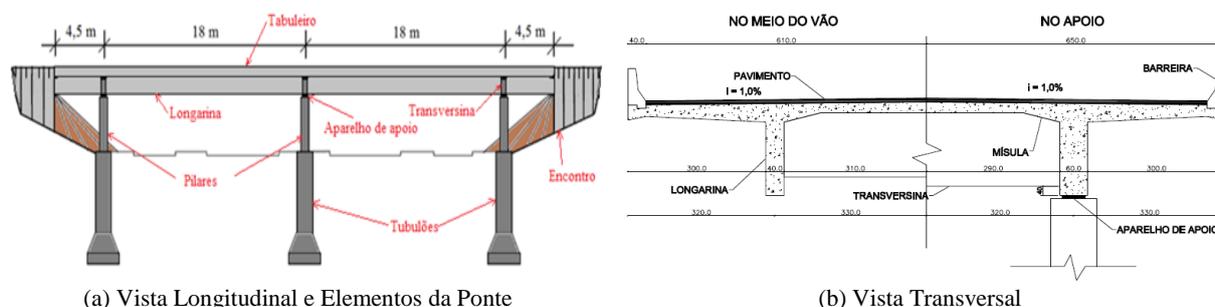
Sendo  $K_f$  a rigidez da fundação,  $k_h$  módulo de reação horizontal do terreno, o “m” apresenta o valor de 0 para o módulo de reação horizontal constante e 1 para o módulo de reação horizontal variando linearmente com a profundidade.

Por fim, após o cálculo das rigidezes finais, considerando ou não a ISE, as ações horizontais longitudinais e transversais podem ser distribuídas em cada um dos pilares da ponte através da seguinte expressão:

$$\text{Distribuição} = \frac{K_c}{\sum K_c} \quad (5)$$

### 3 Método de Análise

A ponte em estudo possui 45 m de comprimento divididos em dois tramos de 18 m e balanços nas extremidades de 4,5 m como mostra a Figura 3. A largura é de 13 m, obedecendo ao prescrito pelo manual do Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (DNIT, 1996) e respeita as características da rodovia (DNIT, 1973), como a faixa de rolamento, com um capeamento asfáltico de 9 cm de espessura e inclinação de 1% na laje do tabuleiro conforme mostra a Figura 4.



(a) Vista Longitudinal e Elementos da Ponte

(b) Vista Transversal

Figura 4 – Ponte do Estudo  
Fonte: Autores, 2020

### 3.1 Etapa Analítica

Como a ponte em estudo apresenta três linhas de pilares de mesma altura, a distribuição de carga para cada pilar foi feita através da rigidez, de forma proporcional, como mostrado na Tabela 1. O carregamento horizontal resultante nos pilares com eixos de simetria pode ser assumido como a soma vetorial das ações existentes.

Tabela 1 – Rigidez e Distribuição nos Pilares

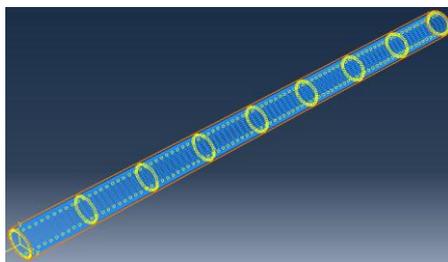
Pilar	Rigidez (K)				Distribuição $\frac{K}{\sum K}$
	Neoprene	Pilar	Fundação	Resultante	
Extremo 1	13333,33	3204,43	4619,42	1656,88	0,333
Central					
Extremo 2					

Fonte: Autores, 2020

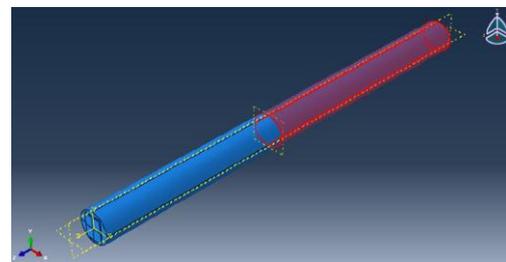
### 3.2 Etapa Numérica

O *software* ABAQUS busca contemplar as etapas do projeto e simulação de elementos estruturais, no intuito de prever para tentar mitigar possíveis efeitos indesejáveis. Através do uso dos elementos finitos foi realizada uma modelagem dos pilares no qual se executou os procedimentos descritos a seguir:

- Materiais e Armadura: apresentam-se as propriedades ao quais os pilares estão submetidos e o posicionamento da armadura;
- Carregamento: fornece informações sobre a sequência de eventos ou cargas aplicadas, que podem ser caracterizadas como forças pontuais, de superfície, de corpo, geradas por variação de temperatura, etc.;
- Apoios: mostra as condições aos quais os pilares estão posicionados;
- Malha: contém a descrição dos nós, tipos de elemento e suas respectivas conectividades.



(a) Interação Aço e Concreto



(b) Modelo de Winkler

Figura 5 – Interface do Software ABAQUS

Fonte: Autores, 2020

## 4 Resultados e Discussões

A rigidez flexional EI é significativamente sensível aos níveis de esforços internos atuantes nas peças de concreto armado. Assim, com intuito de considerar as perdas de rigidez dos pilares da ponte em estudo, foram realizadas calibrações nas curvas de "carga versus deslocamento" a fim de compor novas curvas com rigidezes flexionais (E.I) reduzidas, através da manutenção da inércia da seção e da redução do módulo de elasticidade do concreto em cada passo de carga pré-definido na pesquisa, com o objetivo de computar o aumento dos deslocamentos com a aplicação dos carregamentos. Neste sentido, conforme ilustrado na Figura 6, foram confeccionadas quatro curvas para a análise.

$$\text{CURVAS} \left\{ \begin{array}{l} \text{NBR} \\ \text{LITERATURA (CCL)} \\ \text{AUTOR (CCA)} \\ \text{MEF} \end{array} \right.$$

Figura 6 – Especificação das Curvas Analisadas

Fonte: Autores, 2020

A curva calibrada da literatura (CCL) foi baseada em estudos de pesquisadores como MacGregor & Hage (1977) que indicaram reduções de valores de rigidezes flexionais após o aparecimento da 1ª fissura de até 60% (0,4EI) nas vigas e de até 20% (0,8EI) nos pilares. Já Vasconcelos & Franco (1991) sugerem uma redução de rigidezes flexionais de até 50% (0,5EI) para vigas e até 20% (0,8EI) para pilares, ou simplesmente 0,7EI para a rigidez inicial na estrutura como um todo, sem fazer referência ao tipo de estrutura ou quaisquer outros fatores dos quais EI depende; e Furlog (1980), referenciado por MacGregor (1993), que sugeriu o valor de redução de EI de até 40% (0,6EI) para os pilares; valor este adotado para esta pesquisa.

Assim, na calibração, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 40% no último passo de carga, obtendo novos valores de valores de deslocamento, conforme ilustrado na Figura 7a. Na curva calibrada pelo autor (CCA), após a aplicação de 10% da carga característica, foi aplicada uma perda de 10% da rigidez em cada passo de carga incrementado, até a carga final, obtendo novos valores de deslocamento conforme mostra a Figura 7b. A Figura 7c representa a curva gerada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicando incrementos de cargas através do comando *STEP* e critérios de convergência do próprio programa ABAQUS.

A curva calibrada referente à NBR 6118/2014 recomenda a redução dos valores de rigidezes flexionais após a carga correspondente a 1ª fissura de até 70 % nas lajes (0,3EI), até 50 % nas vigas (0,5EI) e até 20 % nos pilares (0,8EI) para avaliar de forma aproximada os efeitos da não linearidade dos elementos estruturais. Dessa forma, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 20% no último passo de carga, obtendo novos valores de deslocamento, como pode ser observado na Figura 7d.

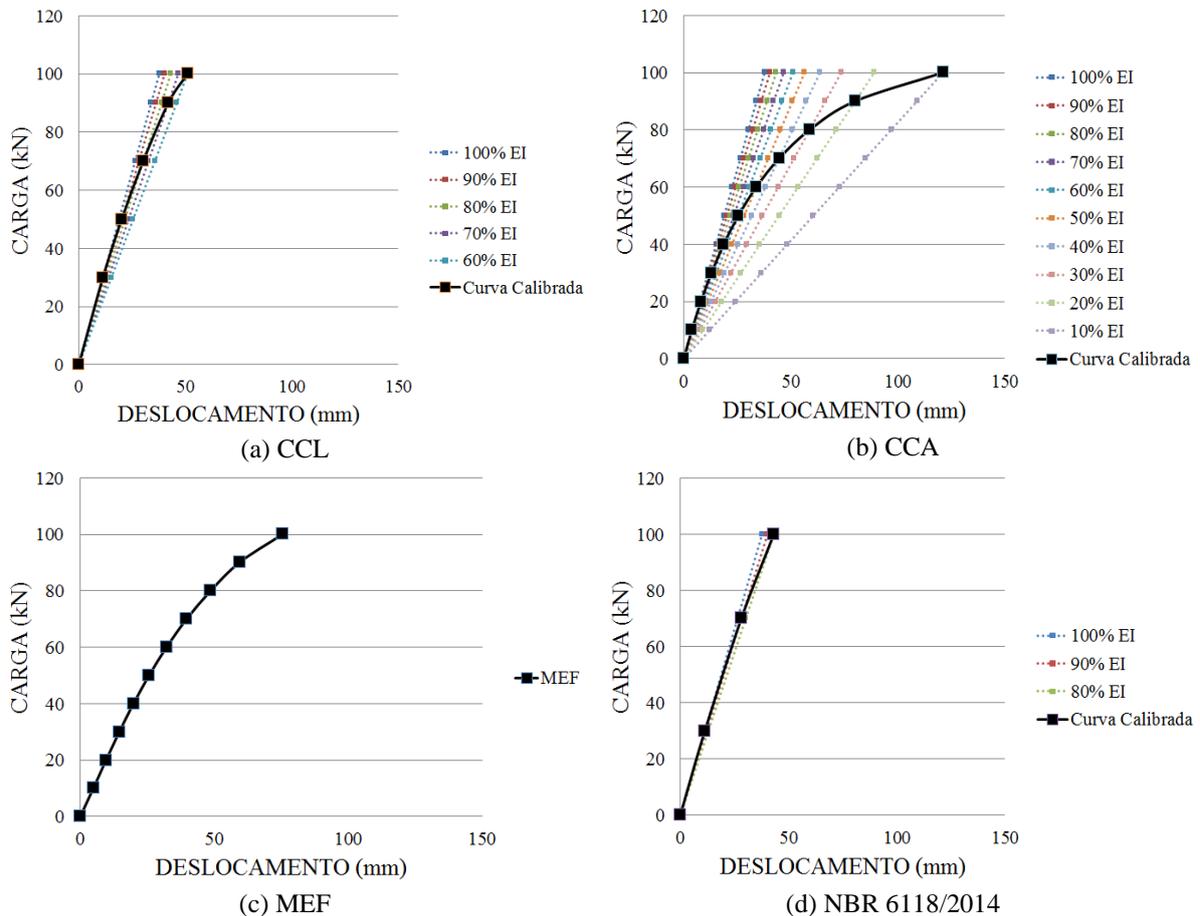


Figura 7 – Calibração devido a Rigidez  
Fonte: Autores, 2020

Diante da obtenção das curvas representando o comportamento não linear dos pilares, pôde-se visualizar com clareza o comparativo entre os deslocamentos horizontais finais máximos no topo dos pilares para cada situações de rigidez existentes.

## 5 Conclusão

A intenção de efetuar procedimentos analíticos e numéricos corresponde em comprovar os métodos por outros autores, além da própria norma que funciona como base para todos os cálculos essenciais tornando a conferência diante do método numérico mais eficaz e satisfatória .

A finalidade de reproduzir modelos não lineares foi justamente para mostrar o comportamento real desse material, visto que em uma análise linear não apresenta este tipo de procedimento. Estes modelos procuram incorporar fenômenos como a fissuração, o esmagamento, a interação concreto/aço, dentre outros. Para as análises lineares, realizando as modificações na força e deixando a rigidez constante (100% EI), pôde-se comprovar que quanto maior a carga maior o deslocamento provocado, enquanto nas análises não lineares, com modificações tanto na força quanto na rigidez, resultaram numa menor estabilidade. Essa redução da rigidez do pilar apresentou um acréscimo significativo no deslocamento.

## Referências Bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118/2014: **Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado**, Rio de Janeiro;
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187/2003: **Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido**, Rio de Janeiro;
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188/2013: **Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e outras Estruturas**, Rio de Janeiro;
- [4] CINTRA, J.C. Ângelo. **Carregamento Lateral em Estacas**. Oficina de Textos. Departameto de Geotécnia, São Carlos, 2002;
- [5] COLARES, G. M. **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.
- [6] GUSMÃO, A. D. **Aspectos relevantes da interação solo-estrutura em edificações**. São Paulo: Revista Solos e Rochas, v.17 (1), p.47-55, 1994;
- [7] KIMURA, A. Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com uso de sistemas computacionais. Editora PINI, 632 p. São Paulo, 2007;
- [8] MACGREGOR, J.G. HAGE, S. E. (1977). **Stability Analysis and Design of Concrete**, Proceedings, ASCE, V. 103, No ST10, October;
- [9] PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado**, 3ª edição, volume 2 - Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985;
- [10] SIMULIA. ABAQUS 6.14 User Subroutines Reference Manual. [S.l.], 2014;
- [11] SIQUEIRA, T. M. **Análise dinâmica não linear geométrica de estruturas e mecanismos reticulados planos com ligações deslizantes**. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos – EESC-USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Paulo, SP, 2016;
- [12] VASCONCELOS A. C.; FRANCO, M. (1991). **Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings**. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MODEL CODE 90, COPPE/CEB, Rio de Janeiro, Agosto;
- [13] VELLOSO, D. A. & LOPES, F. R. **Fundações – Critérios de Projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais, Fundações Profundas**, Oficina de Textos, São Paulo, 2012.