

Análise de uma metodologia de modelagem proposta para lajes lisas de concreto armado sem e com armadura de cisalhamento

Frederico P. Maués¹, Lucas N. Andrade², Maurício P. Ferreira³

¹Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Corrêa, 01 – Guamá, 66075-110, Belém/PA, Brasil
fred.maués@gmail.com

²Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Corrêa, 01 – Guamá, 66075-110, Belém/PA, Brasil
negrao.lucas68@gmail.com

³Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Corrêa, 01 – Guamá, 66075-110, Belém/PA, Brasil
mpinaf@gmail.com

Resumo. Este artigo tem como objetivo discutir a precisão dos resultados obtidos através de uma metodologia de modelagem computacional, feita no programa ATENA, para o problema da punção. Buscou-se definir uma malha de elementos finitos e calibrar as propriedades do concreto com base em um ensaio de referência realizado em laboratório por RUIZ [1] e que também serviu como referência de laje sem armadura de punção para a série de LIPS [2]. Os parâmetros de calibração do concreto foram a resistência à tração, o módulo de elasticidade e a energia de fratura – todos derivados da resistência à compressão, utilizando-se equações de normas vigentes. Além disso, foi avaliado o modelo de fissura a ser usado e o tamanho dos elementos da malha. Em seguida, foi modelada uma laje de LIPS [2] com armadura de cisalhamento para avaliar a melhor forma de implementar essas armaduras. As definições finais dos modelos de referência foram usadas para a modelagem de dois espécimes de FERREIRA [3], os quais apresentavam resistência do concreto e geometria diferentes da laje de referência. Foram determinados comportamento carga vs rotação nos modelos e comparados com as respostas experimentais para a validação da estratégia de modelagem, aonde foi obtida boa correlação.

Palavras-chave: punção, laje lisa, concreto armado, análise computacional.

1 Introdução

A ruptura por punção em lajes lisas de concreto armado é um modo de ruptura frágil da ligação laje-pilar, caracterizada pela formação de uma superfície de ruptura em forma de cone. Apesar de ser um tema estudado há décadas ainda existe discussão sobre funcionamento dos mecanismos envolvidos neste modo de ruptura.

A análise computacional de estruturas tem sido usada por diversos autores como forma de contribuir para o estudo dos mecanismos envolvidos na ruptura por punção, sendo alguns exemplos recentes CERVENKA [4], NAVARRO et al. [5] e VOLLUM et al. [6]. A confiabilidade dos resultados depende da inserção adequada de dados de entrada como propriedades de materiais e definição da malha de elementos finitos. Sendo assim, existem trabalhos como os de BELLETTI [7] e SHU [8] que testaram diferentes formas de modelar lajes lisas sem armadura de cisalhamento, previamente ensaiadas em laboratório, com objetivo de comparar as respostas e definir quais os parâmetros de entrada mais adequados.

Neste contexto, este artigo terá como objetivo discutir a precisão dos resultados obtidos através de uma metodologia de modelagem computacional para o problema da punção usando o programa ATENA e baseada em recomendações de diversos autores. Buscou-se definir uma malha de elementos finitos e calibrar propriedades do concreto validando as respostas com base na laje PV1 ensaiada em laboratório por RUIZ [1] e que também serviu como referência de laje sem armadura de punção para a série de LIPS [2]. Os parâmetros de calibração foram a

resistência à tração, o módulo de elasticidade e a energia de fratura do concreto – todos foram derivados da resistência à compressão do concreto utilizando equações de normas vigentes. Além disso, foi avaliado o modelo de fissura a ser usado e o tamanho dos elementos da malha. Usando as definições da calibração foi modelada a laje PL7 de LIPS [2] já com o acréscimo da armadura de cisalhamento. Por fim foram simuladas as lajes LS05 e LC08 de FERREIRA [3], sem e com armadura de cisalhamento, respectivamente. Estas duas últimas tem detalhamento e resistência a compressão do concreto diferentes dos espécimes de LIPS [2] e foram escolhidas para avaliar se os resultados manteriam a precisão ainda com estas variações.

2 Referencial experimental

As lajes de RUIZ [1] e LIPS [2] selecionadas, PV1 e PL7, apresentavam 3000 mm de lado e 250 mm de espessura. A seção do pilar foi representada por uma chapa de apoio nas dimensões de 260 x 260 mm, as quais representam o posicionamento dos pontos de aplicação de carga. Foi mantida uma taxa de armadura de flexão média de 1,50 % sendo que foi usado espaçamento de 100 mm entre as barras de 20 mm de diâmetro. As taxas de armadura de cisalhamento usadas na laje PL7 foi 0,93%, sendo o diâmetro dos *studs* de 14 mm com altura igual a 215 mm, com espaçamentos S0 e S1 de 80 e 160 mm, respectivamente. Foram instaladas 7 camadas de 16 *studs* cada. Foram usados inclinômetros para medir a rotação da laje, instalados a uma distância de 1380 mm a partir do centro da superfície superior da laje. As resistências médias apresentadas para PV1 e PL7 foram 34 MPa e 35,9 MPa, respectivamente. Para a armadura de flexão foram usadas barras com tensão de escoamento igual a 583 MPa para a PL7 e 709 MPa para PV1. Para a armadura de cisalhamento da laje PL7 foram usadas barras de resistência igual a 519 MPa. Foram medidas as deformações axiais na armadura de cisalhamento, na região superior e inferior da armadura de punção até a terceira camada. O autor não especificou quais pinos teriam sido monitorados, portanto, considerou-se que ele monitorou todos os pinos e informou a média das medições por camada.

As lajes de Ferreira [3] selecionadas, LS05 e LC08, tinham 2500 mm de lado e 180 mm de espessura, com segmentos de pilar no centro da geometria da laje, com 800 mm de comprimento superior e 600 mm de inferior. A laje LS05, foi ensaiada sem armadura de cisalhamento e com pilar quadrado e a LC08 com armadura e pilar circular. As armaduras foram compostas por barras retas de Aço CA50. Na região tracionada foram usadas barras de 16,0 mm, com espaçamento médio de 100 mm na direção menos armada, resultando num total de 24 barras, e 90 mm na região mais armada, resultando num total de 28 barras. O diâmetro da armadura de cisalhamento foi de 10 mm e altura igual a 150 mm. Foram usados ao todo 14 defletômetros analógicos para medir os deslocamentos. Extensômetros elétricos de resistência foram usados na medição das deformações, tanto nas armaduras de flexão, quanto na de cisalhamento. Os *studs* foram monitorados e a deformação foi medida sempre a meia altura. A resistência a compressão média do concreto usado foi de 50MPa. A tensão de escoamento informada para as barras de aço de 16 mm foi de 557 MPa, e módulo de elasticidade foi de 222 GPa.

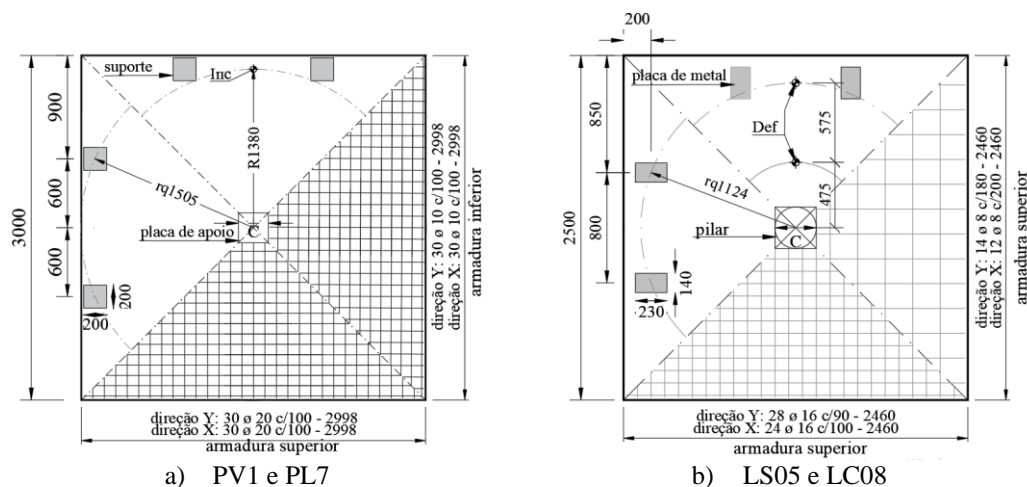


Figura 1. Detalhamento das lajes de RUIZ [1], LIPS [2] e FERREIRA [3]

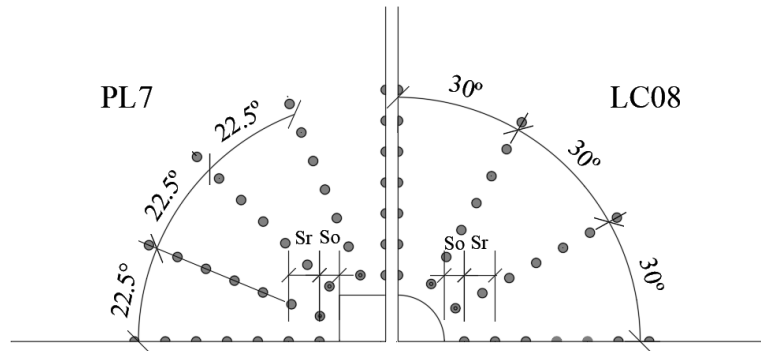


Figura 2. Detalhamento da armadura de cisalhamento de PL7 e LC08

3 Modelo de elementos finitos

Para a calibração inicial do modelo foi usada a Laje PV1 de RUIZ et al. [1]. Devido à simetria do ensaio, foi conveniente modelar somente um quarto da laje, poupando custo computacional. A continuidade nas regiões de simetria foi simulada com a restrição de movimento horizontal na mesma direção dos eixos. Foram modeladas placas com propriedade de aço para os pontos de aplicação de carga. Foram medidos deslocamentos de acordo com os pontos apresentados na Fig. 3, e a partir destas medições foi calculada a rotação do modelo conforme a eq. (1) e feita a comparação com os resultados do ensaio.

$$\Psi = (\delta_1 - \delta_2)/r_{1-2}. \quad (1)$$

Onde Ψ é a rotação; δ_1 é o deslocamento medido no ponto de aplicação de carga; δ_2 é o deslocamento medido a 20 cm do pilar; r_{1-2} é a distância entre os pontos de medida de δ_1 e δ_2 .

A carga suportada foi medida como um somatório das reações na base do pilar. A Fig. 3 ilustra a geometria da laje e a disposição dos apoios e pontos de aplicação de carga. A translação da laje foi travada na região da base do pilar e nos eixos de simetria.

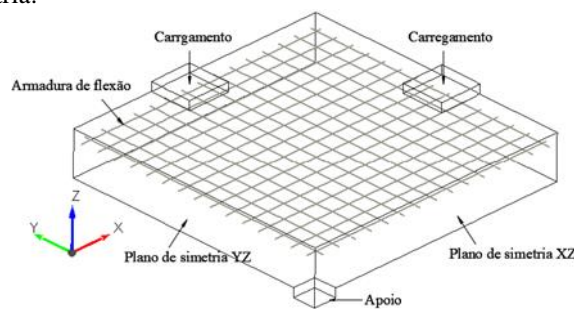


Figura 3. Geometria do modelo da Laje PV1

O carregamento foi aplicado na forma de incrementos de deslocamento pontual no centro de cada placa, ao longo de 100 passos de carga. O método de iteração utilizado foi o de *Newton-Raphson* e os critérios de convergência foram mantidos como o padrão do programa, 0.01 em deslocamento e 0.0001 em energia.

A malha do concreto e das placas de apoio foi construída com elementos hexaédricos do tipo *CSIsoBrick*. A utilização do elemento do tipo *brick* é usual neste tipo de modelagem, sendo usada por autores como MAMEDE et al. [9], BELLTTI et al. [7], NAVARRO et al. [5] e SHU et al. [10]. As armaduras de flexão foram constituídas por elementos do tipo *CCIsoTruss*, os quais são elementos lineares de treliça.

3.1 Modelos de materiais

O modelo de material usado para o concreto foi o *CC3DNonLinCmemtitious2*. Ele combina modelos

constitutivos para comportamento sob tração (fissuração) e compressão (plasticidade). O modelo de fissuração é descrito pela formulação da abordagem “*smearred crack*” combinado com a abordagem “*crack band width*”, enquanto o modelo plástico de endurecimento/amolecimento é baseado na “*failure surface*” de Menétrey-Willam.

O comportamento das armaduras é descrito por uma lei multi-linear, capaz de considerar as fases elástica, de escoamento, endurecimento e ruptura do aço. Para este trabalho foram consideradas apenas as duas primeiras fases.

3.2 Calibração do modelo sem armadura de cisalhamento

A calibração das propriedades do concreto foi feita tendo como referência a Laje PV1, sem armadura de cisalhamento. Foram comparadas as respostas de carga – rotação dos modelos para diferentes valores de módulo de elasticidade, resistência a tração do concreto, energia de fratura e modelo de fissura variados isoladamente.

Foi conduzido um estudo de malha variando a razão entre a espessura da laje e a raiz cúbica do volume dos elementos (h/L).

Foram testados dois valores de módulo de elasticidade, um calculado de acordo com o fib Model Code 2010 [11] e outro obtido pela recomendação da EN1992-1-1 Eurocode 2 [12].

Foram testadas duas recomendações normativas para a obtenção da energia de fratura, uma do fib Model Code 2010 [11] e outra do CEB-FIP Model Code 1990 [13]. Autores como CERVENKA et al. [4], SHU et al. [8] e MAMEDE et al. [9] dão preferência a recomendação do CEB-FIP Model Code 1990 [13] pois a do fib Model Code 2010 [11] não leva em conta o diâmetro dos agregados, podendo, portanto, superestimar os valores de G_f principalmente para agregados menores.

Para a resistência a tração do concreto foram testados valores de f_{ctm} e $f_{ctm,inf}$, obtidos pelas equações do fib Model Code 2010 [11].

Os principais valores de entrada usados no modelo de referência da laje PV1, para o concreto, foram o modelo de fissura fixo, f_{cm} (MPa) igual a 34, $f_{ctm,inf}$ (MPa) igual a 1,84, G_f (N/mm) igual a 0,0138, módulo de elasticidade (GPa) igual a 32,33, e ν (coeficiente de poisson) igual a 0,2. Já para o aço, os principais valores foram f_{ys} (MPa) igual a 709, módulo de elasticidade (GPa) igual a 200, e ν (coeficiente de poisson) igual a 0,2.

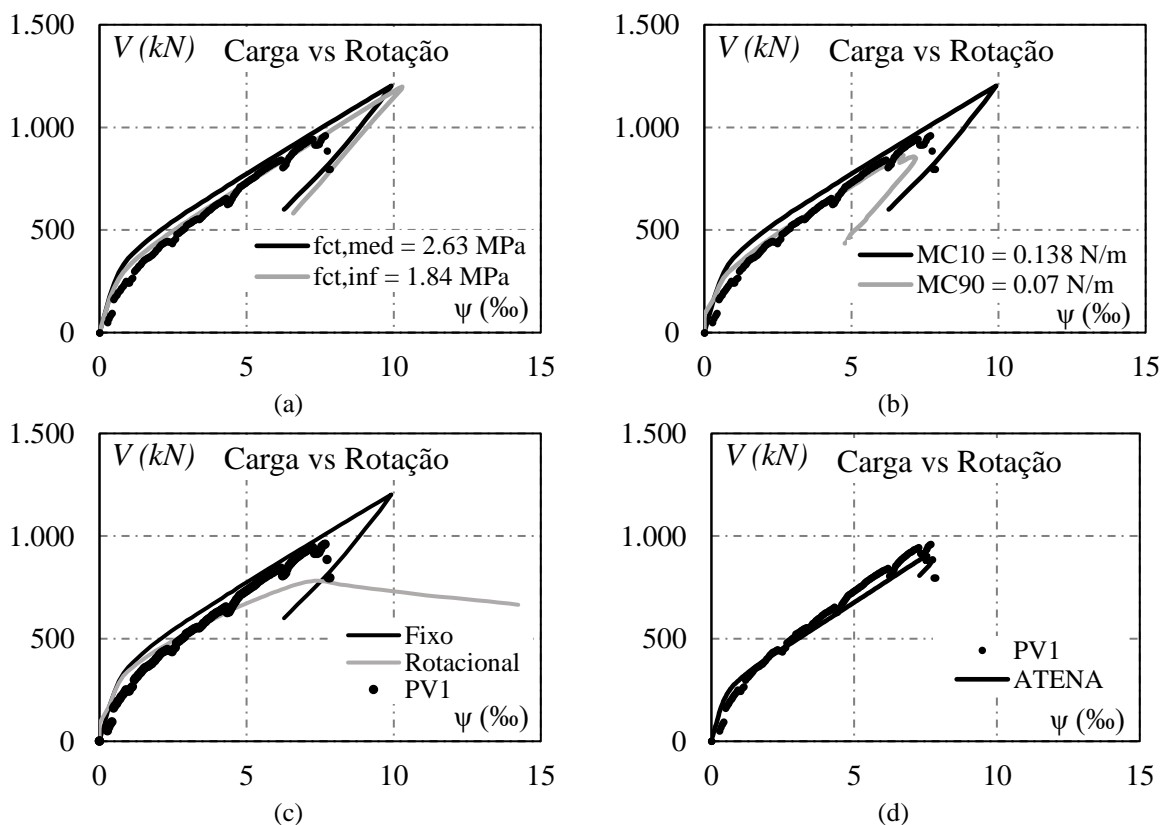


Figura 4. Resultado da resistência à tração, da energia de fratura, do modelo de fissura do concreto e da carga de rotação para a laje PV1

Os valores de h/L testados foram escolhidos com base na conclusão de SHU et al. [8] de que 7 elementos ao longo da espessura da laje seriam o bastante para a obtenção de bons resultados. Foi testada também uma malha menos discretizada com apenas 6 elementos. Como não houve alteração significativa entre os resultados prezou-se pela otimização do tempo de processamento dos modelos, optando-se pela malha mais leve.

Os valores calculados para módulo de elasticidade do concreto foram muito próximos, sendo 32329 MPa pelo fib Model Code 2010 [11] e 31758 MPa pelo EN1992-1-1 Eurocode 2 [12]. Desta forma a variação nas respostas foi irrelevante. Foi usado o valor de 31758 MPa seguindo recomendação de MAMEDE et al. [9]. Na Fig. 4a observa-se que, como esperado, a fissuração do modelo começa mais cedo usando $f_{ct,inf}$, e deste modo apresenta melhor correlação com a resposta experimental.

Analisando o gráfico da Fig. 4b, percebe-se que além de reduzir a carga de início da fissuração, o valor de G_f mais baixo adequou a carga de ruptura, superestimada com o valor obtido pela recomendação do fib Model Code 2010 [11].

O modelo de fissura influencia diretamente a rigidez após início da fissuração. Na Fig. 4c observa-se que utilizando o modelo rotacional os resultados mostram uma rigidez muito reduzida em relação ao ensaio. Este modelo de fissura não leva em conta um mecanismo relevante para a resistência do concreto, que é o engrenamento dos agregados. Foi considerado mais adequado o uso do modelo de fissura fixo.

Os dados de entrada escolhidos após a calibração do modelo para o concreto foram o modelo de fissura fixo, f_{cm} (MPa) igual a 34 (informado pelo autor), $f_{ctm,inf}$ (MPa) igual a 1,84 (fib Model Code 2010 [11]), G_f (N/mm) igual a 0,007 (CEB-FIP Model Code 1990 [13]), módulo de elasticidade (GPa) igual a 31758 (fib Model Code 2010 [11]), ν igual a 0,2 e geometria do material linear. Já para o aço, os principais valores foram f_{ys} (MPa) igual a 709 (informado pelo autor), módulo de elasticidade (GPa) igual a 200, ν igual a 0,3 e geometria do material linear. A Fig. 4d mostra o resultado de carga – rotação para as lajes PV1. As diferenças entre carga de ruptura e rotação foram de 13% e 11% respectivamente.

3.3 Estratégia de modelagem da armadura de cisalhamento

Baseado nos resultados de Genikomsou e Polak [14] a armadura de cisalhamento foi simulada usando elementos lineares com propriedades de aço e aderência perfeita entre concreto e aço. Além disso, a cabeça do conector de aço foi simulada por meio de elementos lineares iguais aos do resto da armadura, pois, segundo estes autores, esta é uma forma de distribuir os esforços entre nós adjacentes, contribuindo com a prevenção de rupturas localizadas do concreto.

Então, foi modelada a laje PL7 de LIPS [2], já configurada com os parâmetros resultantes da calibração anterior, e avaliada a variação da resposta dos modelos com e sem a cabeça do conector. A Fig. 5 ilustra a geometria da laje PL7, dando destaque ao posicionamento das armaduras de cisalhamento, à esquerda dos conectores com cabeça e à direita dos conectores sem cabeça.

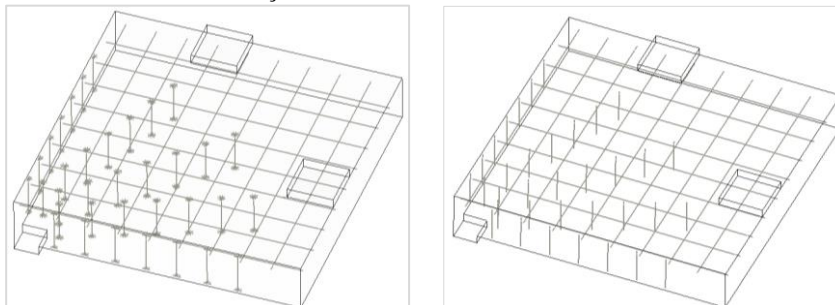


Figura 5. Geometria do modelo da laje PL7

A Fig. 6 apresenta a comparação entre as respostas de carga-rotação. Observa-se que nos dois casos houve ganho relevante de resistência, chegando a uma carga de ruptura aproximada do valor experimental. Com a

inclusão da cabeça dos conectores a resposta foi mais próxima do esperado, considerando-se, portanto, relevante a sua inclusão.

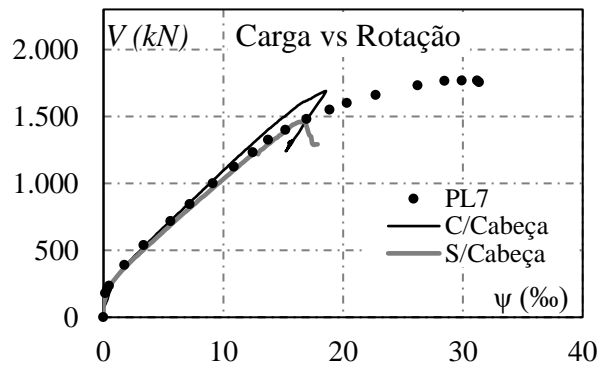


Figura 6. Resposta carga-rotação simulando ou não a cabeça dos conectores

3.4 Validação da estratégia de modelagem proposta

A mesma estratégia de modelagem testada nos espécimes de LIPS [2] foi utilizada para os modelos da série de FERREIRA [3]. Para fins de validação, foram modeladas as lajes LS05, com pilar quadrado e sem armadura de cisalhamento, usada como referência para validação das propriedades do concreto, e a LC08 com pilar circular e armadura de cisalhamento. A discretização da malha, aplicação de carga e condições de contorno foram as mesmas usadas na modelagem da PV1 e PL7.

A Fig. 7 apresenta o resultado de carga vs rotação das lajes LS05, LC08 PV1 e PL7. Para as lajes sem armadura de cisalhamento, observa-se ótima correlação entre as respostas tanto para a PV1, alvo da calibração inicial, quando para a LS05, mostrando que a estratégia proposta funciona bem para previsão de resistência e rotação para estes casos.

Nos modelos com armadura de cisalhamento, a laje PL7 computacional subestima a resistência obtida experimentalmente, enquanto a LC08 computacional apresenta carga de ruptura acima do valor experimental. A quantidade de armadura usada na PL7 é altíssima sendo o modelo da série de LIPS [2] com maior taxa de armadura de cisalhamento, deste modo, supõe-se que a estratégia de modelagem em questão tem dificuldades para estimar a resistência proporcionada por quantidades muito elevadas de armadura.

Os modelos de LS05 e LC08 apresentaram respostas mais rígidas que as observadas experimentalmente, enquanto a PV1 foi menos rígida. Uma possível causa desta diferença é a dificuldade de se estimar teoricamente os valores de módulo de elasticidade e resistência a tração do concreto, através apenas de sua resistência a compressão. Apesar dos desvios, considera-se que os resultados computacionais tiveram boa correlação com os resultados experimentais.

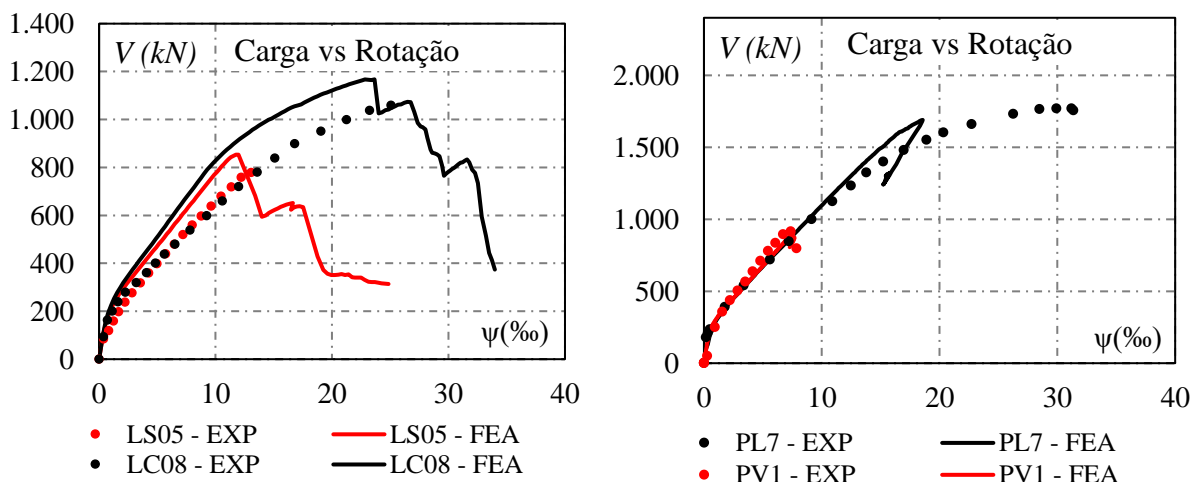


Figura 7. Resultados de carga-rotação para as lajes LS05, LC08, PV1 e PL7

4 Conclusões

Foram seguidas recomendações e conclusões de outros trabalhos para a modelagem computacional da laje de referência PV1. A partir destas recomendações e da calibração de algumas propriedades do concreto, foi obtida boa resposta de carga rotação para o modelo em questão.

A implementação do corpo e cabeça dos conectores de aço como elementos de treliça demonstrou ser uma forma eficaz de simular a armadura de cisalhamento, evidenciado pelo expressivo ganho de carga e rotação máxima nos modelos.

Ao estender definições básicas usadas nas lajes PV1 e PL7 para a modelagem das lajes de FERREIRA [3] foram obtidas boas respostas de resistência e rotação máxima, mesmo estas apresentando detalhamento e resistências de concreto e aço diferentes, validando assim a estratégia de modelagem proposta.

Agradecimentos. Os autores gostariam de agradecer pelo apoio a esta e a outras pesquisas à: Universidade Federal do Pará; ao Núcleo de Modelagem Estrutural Aplicada (NUMEA); e às Agências de fomento à pesquisa CNPq, CAPES e FAPESPA.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente trabalho é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários para ser incluído aqui.

Referências

- [1] RUIZ, F. M.; MUTTONI, A.; KUNZ, J. (2010). Strengthening of Flat Slabs Against Punching Shear Using Post-Installed Shear Reinforcement. *ACI Structural Journal*, Title no. 107-S43, pg. 434-442, July/August.
- [2] LIPS, S. (2012). Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Suíça.
- [3] FERREIRA, M. P. (2010). Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília.
- [4] CERVENKA, Vladimir; CERVENKA, Jan; KADLEC, Lukas. Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*, Berlim, v. 19, n. 6, 2018.
- [5] NAVARRO, M.; IVORRA, S.; VARONA, F.B. Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs. *Engineering Structures*, v.165, p. 254-263, 2018.
- [6] VOLLUM, Robert; MACORINI, Lorenzo; SETIAWAN, Andri. Numerical investigation on punching shear of slab-column connections subjected to seismic loading. In: *European Conference on Earthquake Engineering*, 16., 2018, Thessaloniki. Anais. *European Association of Earthquake Engineering*. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/325987969_Numerical_Investigation_on_Punching_Shear_of_Slab-Column_Connections_Subjected_to_Seismic>Loading/. Acesso: 20/03/2019.
- [7] BELLETTI, Beatrice; DAMONI, Cecilia; DE BOER, Ane; HENDRIKS, A.N. Analytical and numerical evaluation of the design shear resistance of reinforced concrete slabs. *Structural Concrete*, Berlim, v. 15, n. 3, p. 317-330, 2014.
- [8] SHU, Jiangpeng; JOHANSSON, Morgan; NILENIUS, Filip; PLOS, Mario; ZANDI, Kamyab. Prediction of punching behaviour of RC slabs using continuum non-linear FE analysis. *Engineering Structures*, v. 125, p. 15-25, 2016.
- [9] MAMEDE, Nuno F. Silva; FARIA, Duarte M. V.; RAMOS, A. Pinho. Experimental and parametric 3D nonlinear finite elemento analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement. *Engineering Structures*, v. 48, p. 442-457, 2013.
- [10] SHU, Jiangpeng; FALL, David; LUNDGREN, Karin; PLOS, Mario; ZANDI, Kamyab. Development of modelling strategies for two-way RC slabs. *Engineering Structures*, v. 101, p. 439-449, 2015.
- [11] fib MODEL CODE 2010 (2011). *fib Model Code 2010, First complete draft—V. 2, Bulletin 56*, fib, Lausanne, Switzerland, Abril. 288 pp.
- [12] EN 1992-1-1 (2004). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.
- [13] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). *CEB-FIP Model Code 1990*. London, Thomas Telford.
- [14] GENIKOMSOU, Aikaterini S; POLAK, Maria Anna. Finite-Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs with Punching Shear Reinforcement. *Journal of Structural Engineering*. ASCE, ISSN 0733-9445 P.