

# Upscaling Numérico Baseado em uma Metodologia Multiescala para a Simulação de Escoamentos em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos

Bruno F. A. de Lima<sup>1</sup>, Erasmo J. G. S. Júnior<sup>1</sup>, Alessandro R. E. Antunes<sup>1</sup>, Mariana F. S. Villela<sup>1</sup>, Lorena M. C. Barbosa<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Núcleo de Tecnologia, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco  
Av. Marielle Franco s/n, Nova Caruaru, 55014-900, Caruaru, Pernambuco, Brasil  
brunofelipealcantara@hotmail.com, erasmojr.engcivil@gmail.com, areantunes1973@gmail.com,  
marianamat\_uvu@yahoo.com.br, lorenacavalcanti@gmail.com

**Abstract.** This work aims to develop a scale transfer methodology in highly heterogeneous and anisotropic porous media, that makes it possible to solve elliptical problems with accuracy and low computational cost. A scale transfer method is developed that uses the Multiscale Finite Volume Method (MSFVM) to perform a flow based numerical upscaling of absolute permeability. The transmissibility matrix was built in the coarse mesh over the projection and restriction operators obtaining permeability in the coarse scale. This allows to solve only local problems in the coarse mesh volumes and to use pressure multiscale solution in the fine mesh. The permeability field can be obtained by different strategies, and enabling simulations directly on the coarse mesh, controlling the accuracy of the solutions and also with the possibility of updating the permeability field over the recalculated locally conservative multiscale solution.

**Keywords:** numerical upscaling, multiscale finite volume method, heterogeneous and anisotropic reservoir, two point flux approximation.

## 1) Introdução

A simulação do escoamento multifásico em reservatórios de petróleo pode ser extremamente difícil de ser realizada, visto que os modelos geológicos modernos apresentam de  $10^7$  a  $10^9$  milhões de células, enquanto que os modelos práticos de engenharia de reservatório conseguem tratar no máximo  $10^5$  células, Durlofsky [1]. Neste contexto são utilizados os métodos de transferências de escalas (*upscaling-downscaling*). Atualmente as técnicas mais utilizadas são os métodos *upscaling* e multiescala. Estas técnicas se concentram mais nas propriedades da rocha que são permeabilidade e porosidade.

Podemos definir técnicas *upscaling* como métodos de homogeneização de informações, que utilizam médias dos parâmetros em escalas mais finas para prover informações nas escalas maiores, dessa forma reduzindo o custo computacional. As abordagens *upscaling* em problemas de permeabilidade utilizam as médias aritméticas, harmônicas e geométricas, segundo Cruz e Thiers [2] possuem baixa precisão, e são utilizadas apenas em casos onde há pouco tempo disponível e uma geometria muito simples.

Neste trabalho utilizaremos o método *upscaling Flow Based*, Warren [3], Begg et al. [4], que consiste na definição de um sistema com fluxo monofásico e condições limítrofes específicas que permitam determinar o valor da permeabilidade com maior acurácia. A técnica *flow based* necessita de um campo de pressão, para calcular os fluxos, assim utilizam-se um simulador comercial para calcular a pressão. Os métodos multiescala são técnicas de transferência de escala de aproximações locais-globais, onde a primeira aproximação é utilizada para prover soluções na escala mais fina e a segunda para soluções na escala mais grossa, Jenny et al. [5], Barbosa [6], conseguindo obter uma solução acurada e rápida na malha fina.

Neste trabalho, pretendemos utilizar as técnicas multiescala como solver de pressão, obtendo um campo de pressão acurado, sem a necessidade de simuladores comerciais, e calcular o campo de permeabilidade na malha grossa usando a técnica *upscaling flow based*. Dessa forma, compararemos os resultados obtidos com a solução

alcançada pelo método multiescala de Barbosa [6] e as técnicas *flow based*. Mostraremos que a metodologia aqui desenvolvida apresenta acurácia satisfatória com ganho no desempenho computacional.

## 2) Formulação Matemática

São descritas a seguir as equações que governam o escoamento monofásico num reservatório de petróleo, considerando escoamentos incompressíveis em meios porosos rígidos (porosidade constante). A abordagem é construída sobre o fluxo monofásico, onde a partir de uma associação da lei de Darcy com a equação de conservação da massa, se obtém uma expressão para a permeabilidade efetiva. Admitindo  $\Omega$  como um domínio computacional com fronteira dada por  $\Gamma = \Gamma_N \cup \Gamma_D$ , onde  $\Gamma_N$  e  $\Gamma_D$  são as porções do contorno onde são impostas às condições de Neumann e Dirichlet, respectivamente. É possível escrever a conservação da massa assim como fez Barbosa [6].

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = Q, \quad (1)$$

onde  $\vec{v}$  representa a velocidade de Darcy e  $Q$  representa um termo de fonte ou sumidouro.

Adicionalmente, desprezando os efeitos capilares e gravitacionais, pode-se escrever a velocidade de Darcy, como:

$$\vec{v} = -\frac{\tilde{K}}{\mu} \nabla p, \quad (2)$$

onde  $p$ ,  $\mu$ , e  $\tilde{K}$  representam, respectivamente, a pressão, a viscosidade e o tensor de permeabilidade absoluta da rocha, que, em duas dimensões, é representado por uma matriz  $2 \times 2$ , dada, por:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

cujos componentes satisfazem a condição de elipticidade, i.e.,  $K_{xx}K_{yy} \geq K_{xy}^2$ . A fim de simplificar a notação, novamente, sem perda de generalidade, assume-se que a viscosidade é unitária, i.e.,  $\mu = 1$ . Substituindo a velocidade de Darcy, apresentada na eq. (2), na eq. (1), obtém-se a equação de pressão, como:

$$\vec{\nabla} \cdot (-\tilde{K} \vec{\nabla} p) = Q. \quad (4)$$

Para que a equação de pressão seja completamente determinada é necessário utilizar um conjunto apropriado de condições de contorno, que dependem das características geológicas das vizinhanças do reservatório. As condições de contorno, para a equação de pressão, podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{n} &= g_N, & \text{em } \Gamma_N \\ p &= g_D, & \text{em } \Gamma_D \end{aligned} \quad (5)$$

onde,  $\vec{n}$  é o vetor normal a  $\Gamma_N$  e  $g_N$  a vazão volumétrica prescrita em  $\Gamma_N$  e  $g_D$  é a pressão prescrita em  $\Gamma_D$ .

No MsFVM é preciso definir diferentes malhas, como é mostrado na Fig. (1):

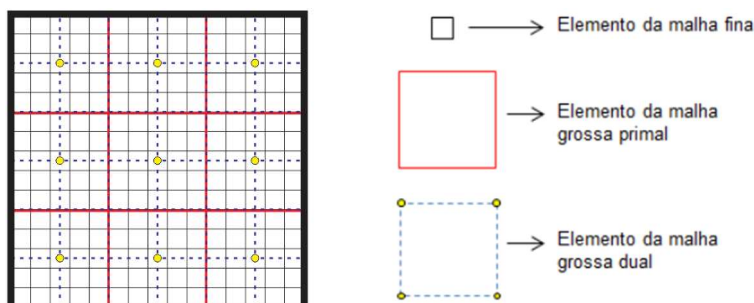


Figura 1 – Domínio  $\Omega$ , malhas finas ( $\Omega^f$ ), malha grossa primal  $\Omega_p^c$ , malha grossa dual  $\Omega_d^c$ , e ponto de colocação da malha grossa primal  $x^p$ .

Malha Fina ( $\Omega^f$ ): É a malha mais densa do designado domínio  $\Omega$ . Linhas contínuas cinzas na Fig. (1).

Malha Gross Primal ( $\Omega_p^c$ ): É a malha criada a partir da malha fina, onde seus volumes são construídos aglomerando-se uma quantidade de volumes finos. Cada volume de controle primal contará com um ponto de colocação da malha grossa primal  $x^p$  que estará localizado, em princípio, no em seu centroide. Linhas contínuas vermelhas na Fig. (1).

Malha Grossa Dual ( $\Omega_d^c$ ): É a malha criada a partir da malha grossa primal. Sendo que cada malha grossa primal tem um ponto de colocação  $x^p$  (pontos amarelos), e os elementos da malha grossa dual,  $\Omega_d^c$ , são formados pela união dos centroides da malha grossa primal, dessa forma, os pontos de colocação  $x^p$  são os vértices dos elementos da malha grossa dual. Na Fig. (1) esta malha é representada pelas linhas tracejadas azuis.

O campo de pressão é obtido utilizando-se uma metodologia multiescala, da seguinte maneira, seja o sistema na malha fina dado por, (eq. (6)):

$$\tilde{T}^f \tilde{P}^f = \tilde{Q}^f \quad \forall \tilde{P}^f \in \Omega^f \quad (6)$$

onde  $\tilde{P}^f$  é a solução na malha  $\Omega^f$ , cuja dimensão é  $n_f$  (número de volumes da malha fina),  $\tilde{T}^f$  é a matrix de transmissibilidade da malha fina com dimensão  $n_f \times n_f$ , e  $\tilde{Q}^f$  é o vetor com as informações de termos fontes e quantidades conhecidas das condições de contorno da malha fina, de dimensão  $n_f$ .

Definindo o problema elíptico na malha grossa:

$$\tilde{T}^c \tilde{P}^c = \tilde{Q}^c \quad \text{em } \Omega^c \quad (7)$$

sendo  $\tilde{P}^c$  o campo de pressão no espaço  $\Omega^c$ .

Usando os operadores de prolongamento,  $\tilde{P}_{op}$ , e de restrição  $\tilde{R}_{or}$ , conforme Barbosa [6], obtém-se:

$$\tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op} \tilde{P}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f \quad (8)$$

Quando comparamos a eq. (7) com a eq. (8) temos que:

$$\tilde{T}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op} \quad (9)$$

$$\tilde{Q}^c = \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f \quad (10)$$

Resolvendo a eq. (7), temos:

$$\tilde{P}^c = (\tilde{T}^c)^{-1} \tilde{Q}^c \quad (11)$$

Assim, o vetor de solução multiescala é dado por:

$$\tilde{P}^{ms} = \tilde{P}_{op} (\tilde{T}^c)^{-1} \tilde{Q}^c = \tilde{P}_{op} [\tilde{R}_{or} \tilde{T}^f \tilde{P}_{op}]^{-1} \tilde{R}_{or} \tilde{Q}^f \quad (12)$$

Conhecendo-se a pressão multiescala, eq. (12), é possível obter a permeabilidade equivalente na malha grossa utilizando uma estratégia baseada nos fluxos nas faces dos volumes da malha grossa utilizando as pressões nos volumes da malha fina que compõem estas faces, juntamente com as pressões nos volumes da malha grossa, como mostra a Fig. (2).

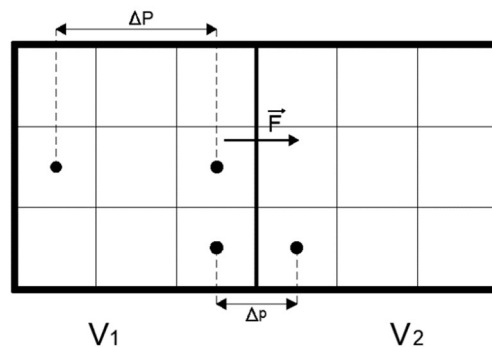


Figura 2. Detalhamento esquemático do cálculo dos fluxos.

Para a dedução da metodologia *flow based*, utilizamos da eq. (2), sob a forma unidimensional:

$$\frac{\vec{F}}{A} = -\frac{K_e^x}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (13)$$

onde  $\vec{F}$  é a vazão volumétrica,  $A$  é a área da seção transversal,  $K_e^x$  é a permeabilidade equivalente na direção  $x$ , e  $dp/dx$  é o gradiente de pressão multiescala na direção do fluxo.

Integrando a eq. (13) entre dois pontos, considerando-se um fluido incompressível, a vazão volumétrica, viscosidade e todas as propriedades do fluido constantes, tem-se a seguinte expressão:

$$\frac{\vec{F}}{A} \int_{x_1}^{x_2} dx = -\frac{k_e^x}{\mu} \int_{p_1}^{p_2} dp \quad (14)$$

Integrando, temos:

$$\frac{\vec{F}}{A} (x_1 - x_2) = \frac{k_e^x}{\mu} (p_1 - p_2) \quad (15)$$

Reorganizando de modo a isolar o fluxo e adotando  $dx$  como a dimensão do elemento fino na direção  $x$ , é obtida a expressão para o fluxo ( $\vec{F}$ ) em cada interface entre elementos finos:

$$\vec{F} = \frac{k_x A (p_1 - p_2)}{dx} \quad (16)$$

onde  $k_x$  é a permeabilidade na interface dos elementos finos (tomada como uma média harmônica).

As pressões  $p_1, p_2$  são obtidas da solução multiescala,  $dx$  é a distância entre centroides dos elementos finos, Barbosa [5]. Na Figura 2 é mostrada a maneira como a permeabilidade equivalente é obtida a partir dos fluxos nas interfaces dos volumes da malha grossa, onde  $V_1$  e  $V_2$  são os volumes da malha grossa,  $\Delta P$  é o gradiente de pressão entre os equivalentes (médias aritméticas das pressões dos elementos finos) das faces de entrada e de saída do mesmo volume grosso, e  $\Delta p$  é o gradiente de pressão nos volumes da malha fina. O fluxo total na interface dos volumes grossos é dado pelo somatório dos fluxos na interface dos volumes finos ao longo da interface entre volumes grossos, de acordo com:

$$\vec{F}_{total} = \sum_{y_1}^{y_2} \frac{k_x A (p_1 - p_2)}{dx} \quad (17)$$

Com o fluxo total calculado, pode-se obter a permeabilidade equivalente através de:

$$K_e^x = \frac{\mu \vec{F}_{total} \Delta_x}{A (P_1 - P_2)} \quad (18)$$

onde  $\Delta_x$  é a face do volume grosso. As pressões na malha grossa também são obtidas da metodologia multiescala e são utilizadas para obter o gradiente de pressão na malha grossa (Barbosa [6]), e neste caso  $A$  é igual a  $\Delta_y$ .

### 3) Formulação Numérica

Neste trabalho estamos, inicialmente, utilizando uma formulação de Volumes Finitos do tipo *Two Point Flux Approximation* (TPFA) para obter o campo de pressão utilizando uma metodologia multiescala. As ferramentas computacionais dedicadas ao *upscaling* da permeabilidade produzidas neste estudo fornecem seus resultados como soluções de *proxy* para o programa multiescala desenvolvido por Barbosa [6].

O algoritmo a seguir mostra o procedimento de obtenção das permeabilidades equivalentes na malha grossa, e sua interação com a metodologia multiescala, considerando-se o escoamento monofásico. Posteriormente a metodologia será incorporada no problema bifásico.

- 1) Calcule os operadores de restrição, e prolongamento (funções de base);
- 2) Calcule a transmissibilidade na malha fina;
- 3) Calcule a transmissibilidade na malha grossa primal, usando os operadores multiescala;
- 4) Calcule a pressão na malha grossa primal;
- 5) Reconstrua a pressão multiescala na malha fina;
- 6) Calcule os fluxos nas faces dos volumes da malha grossa primal, utilizando a pressão multiescala na malha fina e o gradiente de pressão nos volumes da malha grossa primal;

- 7) Obtenha as permeabilidades absoluta nos volumes da malha grossa primal;
- 8) Calcule a transmissibilidade na malha grossa primal;
- 9) Calcule a pressão na malha grossa primal;
- 10) Reconstrua a pressão na malha fina;

Observe que iremos calcular o campo de permeabilidade na malha grossa utilizando a técnica *flow based* e logo depois calcularemos o campo de pressão na malha grossa, usando uma formulação TPFA. Com este novo campo de pressão, utilizaremos as funções de base e iremos projetar uma solução na malha fina, usando o campo de pressão obtido pela técnica *flow based*.

Destacamos no algoritmo apresentado que no caso de escoamentos transientes, deve-se iterar no tempo utilizando somente a solução upscaling na malha grossa, acompanhando a acurácia da solução, e quando necessário, atualizar as permeabilidades projetando novamente a pressão na malha fina, mantendo um compromisso entre acurácia e custo computacional.

#### 4) Resultados e Discussão

Para o problema apresentado na Fig. 3, foram considerados 3 campos de permeabilidade muito heterogêneos, variando sua permeabilidade no intervalo  $[0,3 \ 21,94]$  para avaliar a qualidade da metodologia *flow based* aplicada na obtenção da permeabilidade na malha grossa.

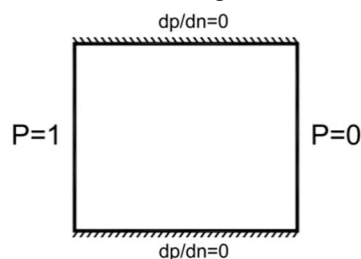


Figura 3. Domínio e condições de contorno.

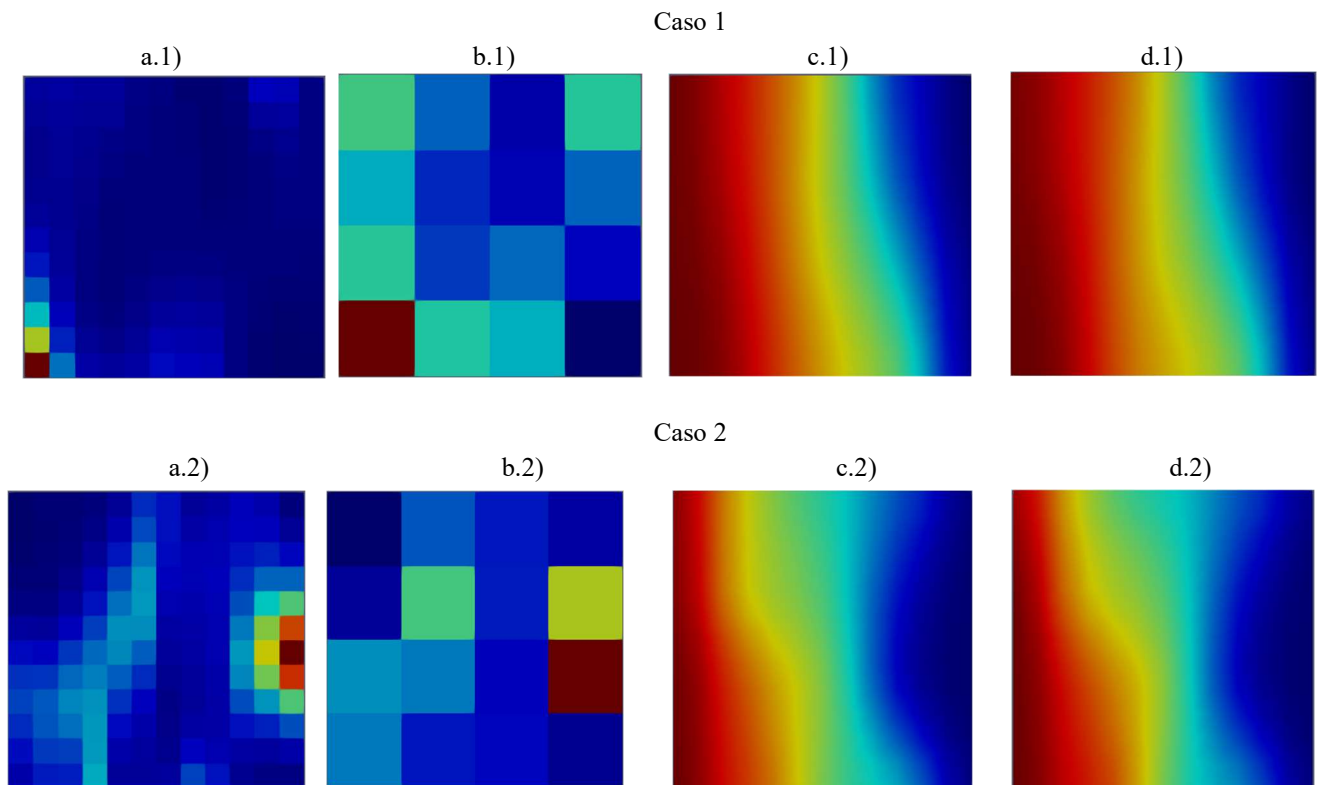
Na Tab. 1 utilizamos diferentes técnicas *upscaling*, a *flow based* (FB), média aritmética (MA), média harmônica (MH) e média geométrica (MG), para obtenção das permeabilidades absolutas, usando como *solver* o campo de pressão obtido pelo método multiescala. Com os campos obtidos na malha grossa, utilizamos as funções de base (operador de prolongamento), e obtemos uma solução do campo de pressão projetada na malha fina. Logo depois calculamos a pressão diretamente na malha fina e usamos como *solver* de pressão a própria pressão obtida na malha fina (FB-Solução Exata), observa-se que a solução multiescala tem uma solução similar a solução obtida na malha fina, destacando sua acurácia.

Observando os erros dos métodos analíticos das médias, observa-se que o método *flow based* obteve melhores resultados, indicando assim a eficácia da metodologia na utilização das informações dos fluxos. O mesmo pode ser observado na Fig. 4, que apresenta os mapas de cores das permeabilidades nas malhas fina e grossa, e dos campos de pressão nas diferentes situações analisadas, e também se verifica, qualitativamente, boa concordância entre as soluções. Lembrando que a solução *flow based* projetada na malha fina utiliza os operadores multiescala, para projetar o campo de pressão na malha fina.

Tabela 1. Comparação do erro relativo da metodologia *Flow Based* e dos métodos analíticos.

		Erro relativo do método Flow Based		Erro relativo do método das Médias		
Tipo da Norma		FB - Multiescala	FB - Solução Exata	MA - Multiescala	MH - Multiescala	MG - Multiescala
Campo 1	Norma Euclidiana	0,015	0,016	0,023	0,019	0,016
	Norma do Infinito	0,032	0,033	0,061	0,043	0,039
Campo 2	Norma Euclidiana	0,036	0,041	0,034	0,033	0,034
	Norma do Infinito	0,060	0,099	0,059	0,056	0,058
Campo 3	Norma Euclidiana	0,027	0,032	0,033	0,025	0,028
	Norma do Infinito	0,042	0,067	0,044	0,046	0,040

Na Figura 4 são apresentados os mapas de cores de três diferentes campos de permeabilidade heterogêneos analisados, onde a malha fina utilizada possui 12x12 volumes e a malha grossa possui 4x4 volumes, caracterizando uma razão de engrossamento  $C_r=9$ . Destacamos que estudos envolvendo diferentes razões de engrossamento devem ser realizados, visto que regiões de elevado gradiente de permeabilidade afetam significativamente os resultados multiescala, quando as faces dos volumes da malha grossa atravessam essas regiões, Faroughi [7]. Isto deve-se ao fato da utilização das condições de contorno reduzidas nestas faces.



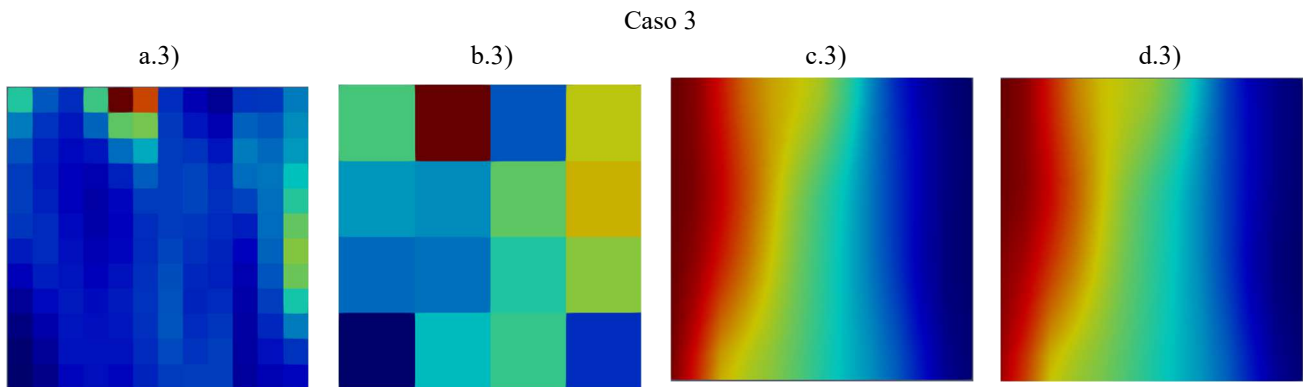


Figura 4. Mapas de cores dos campos de permeabilidade e pressão, onde: (a) Campo de permeabilidades na malha fina, (b) Campo de permeabilidades obtido pelo presente método, (c) Campo de pressões obtido pelo *flow based*, (d) Campo de pressões obtido através do multiscale.

## 5) Conclusões

Apresentamos neste trabalho uma metodologia inicial de obtenção da permeabilidade absoluta baseada nos fluxos nas faces dos volumes da malha grossa primal, utilizando-se como base uma solução obtida por uma metodologia multiscale. Os resultados preliminares apresentaram-se promissores, e indicam a importância de obter-se propriedades petrofísicas, via *upscaling*, baseadas nas informações de fluxos, de forma a possibilitar a simulação de escoamentos em meios porosos muito heterogêneos e anisotrópicos de forma acurada e com baixo custo computacional. Melhoras na metodologia estão sendo desenvolvidas, por exemplo, de modo a considerar a matriz de transmissibilidade na malha grossa para obtenção dos fluxos, levando em consideração as relações de anisotropia dos coeficientes para determinação do coeficiente de engrossamento da malha.

**Authorship statement.** The authors hereby confirm that they are the sole liable persons responsible for the authorship of this work, and that all material that has been herein included as part of the present paper is either the property (and authorship) of the authors, or has the permission of the owners to be included here.

## Referências

- [1] DURLOFSKY, Louis J. Upscaling and Gridding of Fine Scale Geological Models for Flow Simulation. 8th International Forum on Reservoir Simulation, Iles Borromees, Stresa, Italy, 20 jun. 2005.
- [2] CRUZ, J. M.V.; THIERS, R. V., Uma Introdução Ao Estudo De Simulação Numérica Como Instrumento De Gerenciamento De Reservatórios. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Curso de Engenharia de Petróleo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2018.
- [3] Warren J.E., Price H.S., 1961. Flow in heterogeneous Porous Media. Society of Petroleum Engineers Journal. September, pp.153-169.
- [4] Begg, S.H., Carter, R.R. and Dranfield, P., 1989. Assigning Effective Values to Simulator Gridblock Parameters for Heterogeneous Reservoirs, SPERE. November, P.455.
- [5] JENNY, P, LEE, S. H. A., 2003. Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation. J. Comp. Phys., vol. 187, pp. 47-67.
- [6] BARBOSA, L. M. C, ANTUNES, A. R. E., LYRA, P. R. M., CARVALHO, D. K. E., An Iterative Modified Multiscale Control Volume Method for the Simulation of Highly Heterogeneous Porous Media Flow, J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng., v 40, 2018.
- [7] FAROUGH, S. A., FAROUGH, S., MCADAMS, J., A Prompt Sequential Method for Subsurface Flow Modeling Using the Modified Multi-Scale Finite Volume and Streamline Methods, Int. J. Num Analysis and Modeling, v. 4, n 2, p. 129-150, 2013