

Nonlinear analysis in FTOOL with semi-rigid connections: a partial development

Christian L. Dias¹, Rafael L. Rangel², Luiz Fernando Martha¹

¹Department of Civil and Environmental Engineering and
Tecgraf Institute of Technical-Scientific Software Development of PUC-Rio
R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea, Rio de Janeiro - 22451-900 - RJ, Brazil
christianltdias@gmail.com, lfm@tecgraf.puc-rio.com

²International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE)
C. Gran Capità, S/N 08034 Barcelona, Spain
rrangel@cimne.upc.edu

Abstract. FTOOL is an interactive graphic software used worldwide by students and engineers for analysis of two-dimensional frame models. The main objective of this work is to present the partial development of a new version of FTOOL, incorporating semi-rigid connections in the analysis. The new version simulates a semi-rigid connection by inserting a rotational spring finite element with linear-elastic or nonlinear behavior, allowing a physically nonlinear analysis. An important characteristic of this implementation is that the stiffness matrix of a connection finite element is not condensed to the beam element that contains the join, as it is usually done. Instead, a fictitious node with only one additional rotational degree of freedom is created for each semi-rigid connection in the planar case. The advantages of this approach are that the physically nonlinear behavior is isolated from the elastic behavior of the beam elements and that the stiffness matrix of a nonlinear connection fictitious element is assembled to the global stiffness matrix independently. The numerical algorithms to compute the nonlinear solution of the structure are based on a geometric nonlinear analysis implementation of FTOOL, adapted to physically nonlinear analysis. The resulting version will incorporate geometric and physical (from semi-rigid connections) nonlinear analyses.

Keywords: semi-rigid connections; nonlinear analysis; computational modelling; interactive graphics, FTOOL

1 Introdução

Na análise de estruturas metálicas, é comum assumir que as conexões viga-coluna sejam perfeitamente flexíveis ou rígidas. Porém, na prática, esses tipos de ligações apresentam um comportamento intermediário, o qual implica que o momento é transmitido aos membros adjacentes da estrutura por conta da rotação relativa entre os membros. Esse tipo de ligação é chamado de semirrígida e apresenta um efeito desestabilizador na estrutura. De acordo com Pinheiro [1], a definição das suas propriedades e comportamento leva em conta efeitos de imperfeições geométricas, tensões residuais devido a soldagem, concentração de tensões e até mesmo efeitos locais secundários, sendo uma fonte importante de não linearidade no comportamento global da estrutura.

O comportamento desse tipo de ligação é usualmente descrito por uma curva momento-rotação, geralmente obtida diretamente de experimentos de laboratório. Esses estudos dão origem a um conjunto de regras de projeto que estão contidas em normas, tal como o Eurocode 3 [2], utilizadas por engenheiros para definição das propriedades das ligações semirrígidas, tais como sua resistência, rigidez e ductilidade.

Embora a hipótese de comportamento linear das conexões semirrígidas apresenta uma grande simplificação na análise e dimensionamento estrutural, não reflete o real comportamento das ligações, que em determinadas situações de carregamento, comportam-se de maneira não linear. Essa não linearidade está associada a plastificação gradual dos seus componentes, tais como placas, parafusos etc. De fato, para a avaliação do comportamento não linear das ligações, um procedimento numérico de análise deve ser empregado.

Geralmente duas classes de não linearidade são comumente identificadas na análise com conexões semirrígidas. A primeira é a não linearidade física, associada a mudança da resposta da ligação às tensões aplicadas. Para esse tipo, o comportamento é descrito por uma curva momento-rotação não linear. A segunda classe é a não linearidade geométrica, definida como a mudança da rigidez da estrutura por conta dos deslocamentos sofridos, também conhecida como efeitos de segunda ordem. Ambos os tipos de não linearidade poderão ser levados em consideração na nova versão do programa, sendo possível acoplar os dois efeitos ou considera-los de forma independente.

1.1 Contexto

Geralmente, as curvas momento-rotação são descritas por modelos matemáticos. Existem alguns modelos de destaque que descrevem com bastante acurácia o comportamento de determinados tipos de conexão, tais como: o modelo linear, o exponencial (Lui e Chen [3]), o exponencial modificado (Kishi e Chen [4]) e o multilinear. Os modelos exponenciais são mais complexos, uma vez que requerem diversos parâmetros, os quais são calibrados de acordo com a topologia da ligação. Nesse contexto, o modelo multilinear se torna mais viável, no qual os pontos da curva momento-rotação são obtidos e fornecidos ao programa de computador para a determinação da rigidez tangencial do elemento de ligação em cada nível de rotação relativa.

Por conta da complexidade na descrição do comportamento das ligações semirrígidas, e a maior precisão contestada em simulações numéricas de estruturas, uma grande quantidade de estudos foi realizada sobre esse assunto (Lui e Chen [3]; Chen e Lui [5]; Chen et al [6]; Chan e Chui [7]; Rocha [8]; Silva et al [9]; Alvarenga [10]). Um destaque especial para o modelo abordado no livro de Chan e Chui [11], caracterizado por um elemento híbrido composto por molas rotacionais de ligação e o elemento de viga-coluna. O desenvolvimento de formulações numéricas para a simulação do comportamento de estruturas mistas com ligações semirrígidas segue, basicamente, as mesmas abordagens utilizadas nas estruturas de aço. Shi et al [12], Fang et al [13], Landesmann [14] e Mendes [15] simularam pórticos mistos considerando o efeito das ligações semirrígidas por meio de molas rotacionais fictícias, de comprimento nulo, colocadas nas extremidades dos elementos finitos, tal como feito em estruturas metálicas (Chan e Chui [11]; Del Savio [16]; Rocha [8]; Silva et al [9]).

1.2 Motivação

Neste trabalho, ainda em desenvolvimento, uma metodologia para consideração e implementação computacional de ligações semirrígidas é contextualizada. A simulação das ligações semirrígidas se dá por meio da adição de elementos fictícios de molas rotacionais, com comportamento linear elástico ou não linear, que adicionam novos graus de liberdade de rotação ao sistema de equilíbrio global. A implementação das ligações semirrígidas para modelos de pórticos planos foi inteiramente desenvolvido na linguagem de programação C, a fim de ser incorporada como uma extensão no programa FTOOL [17]. O trabalho de Del Savio [16], que inspirou o desenvolvimento deste, também foi desenvolvido no FTOOL. Entretanto, naquela versão foi realizada uma redefinição da estrutura de dados do programa que tornou o software inutilizável para fins práticos.

O programa FTOOL é um software muito utilizado pela comunidade da engenharia civil e que têm demonstrado imenso valor no ensino de análise estrutural ao longo dos últimos anos. O programa consiste em um software gráfico-interativo para a análise de modelos estruturais de pórtico plano, disponibilizando em um único ambiente a possibilidade de criação e manipulação do modelo estrutural (pré-processamento), análise da estrutura (processamento) e visualização e manipulação dos resultados (pós-processamento). O programa conta com um solver de análise chamado FRAMOOP, uma versão simplificada da biblioteca FEMOOP (*Finite Element Method Object Oriented Program*) (Martha e Parente [18]). A biblioteca FRAMOOP é inteiramente escrita em C e adota uma disciplina de programação orientação a objetos (POO), sendo uma biblioteca externa utilizada pelo software, deixando o código do FTOOL encarregado somente da parte de pré e pós processamento.

Para a consideração dos efeitos de não linearidade neste trabalho, foram utilizados os diversos métodos numéricos de solução não linear disponibilizados no FRAMOOP, implementados previamente por Rangel e Martha [19] para simular os efeitos de não linearidade geométrica e que atualmente estão sendo adaptados para simular os efeitos de não linearidade física proveniente das ligações semirrígidas.

2 Metodologia

O modelo de ligação semirrígida adotado é inserido como um elemento fictício que possui, no caso de pórtico plano, somente dois graus de liberdade de rotação. Este elemento é descrito como uma mola rotacional, podendo apresentar um comportamento linear elástico ou não linear físico.

Para um modelo idealizado, no qual a condição de ligação é rígida, os nós dos elementos de viga são conectados diretamente aos nós globais do modelo estrutural. Já para o modelo com a conexão semirrígida, um nó de um elemento de viga é conectado a um nó fictício da ligação semirrígida, enquanto o outro nó da conexão é ligado a um nó global do modelo. O nó fictício no caso plano adiciona apenas um grau de liberdade ao modelo, que corresponde à rotação na extremidade do elemento que é conectada à ligação semirrígida. Com esse tipo de modelo, a ligação semirrígida resulta em uma quebra da compatibilidade de rotação entre a extremidade do elemento e o nó global ao qual ele é conectado, ainda mantendo a compatibilidade de deslocamentos. A rigidez rotacional da ligação semirrígida associa a rotação relativa entre as extremidades da mola ao momento fletor na ligação. Esse tipo de ligação semirrígida (com nó fictício) foi proposto por Marques et al [20], tal como ilustra a Fig. 1

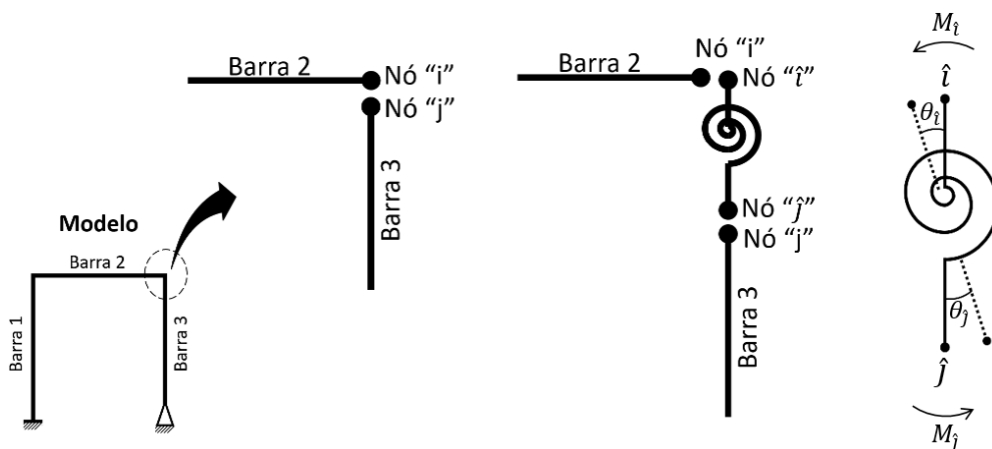


Figura 1. Esquema de ligação dos elementos nos modelos reticulados, Marques et al [20]

Em uma análise mais simples, é possível a adoção de uma mola com comportamento linear elástico, no qual a rigidez S_θ é informada ao programa. Nesse caso, o valor da rigidez da mola seria nulo para o comportamento rotulado (nenhum momento transmitido) e tendendo a infinito ($S_\theta \rightarrow \infty$) para uma conexão perfeitamente rígida (nenhuma rotação relativa). A Eq. (1) mostra a relação direta entre o momento fletor M na ligação com a sua rotação relativa $\Delta\theta$, e a Eq. (2) mostra a matriz de rigidez do elemento finito de ligação semirrígida rotacional, em que M_i e M_j são os momentos nas extremidades da ligação e θ_i e θ_j são as rotações nodais das extremidades da ligação.

$$M = S_\theta \cdot \Delta\theta. \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_\theta & -S_\theta \\ -S_\theta & S_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

A matriz de rigidez convencional do elemento de viga não é modificada, mesmo quando o elemento estiver conectado a uma ligação semirrígida. Nesse caso, apenas os nós do elemento são conectados aos nós fictícios para levar em consideração o efeito das ligações semirrígidas na formulação. Vale ressaltar que a adição dos nós fictícios resulta na ampliação da dimensão do sistema global de equações de equilíbrio, uma vez que novos graus de liberdade, associados às rotações dos nós fictícios, são inseridos no sistema. No caso de pórtico plano, cada nó apresenta um grau de liberdade de rotação e, portanto, apenas um novo grau de liberdade é inserido no sistema global para cada nó fictício.

No caso de um comportamento não linear da ligação semirrígida, a rigidez é expressa por uma curva que relaciona o momento da ligação com o valor da rotação relativa. Na presente implementação, o usuário fornece os pares de valores de uma função multilinear que representa essa curva. Nesse caso, a análise do modelo é considerada com não linearidade física e deve ser realizada de maneira incremental, por incrementos de carga e/ou de deslocamentos, dependendo do algoritmo adotado para a análise não linear. Não está no escopo deste trabalho descrever os algoritmos de análise não linear. Apenas é mencionado que os algoritmos numéricos para calcular a solução não linear da estrutura são baseados em uma implementação de análise geometricamente não linear do FTOOL [19], adaptada à análise fisicamente não linear.

Em uma análise incremental, na Eq. (2) são utilizados ΔM_i e ΔM_j , momentos incrementais na ligação, e $\Delta \theta_i$ e $\Delta \theta_j$, rotações incrementais das extremidades da ligação. Tal metodologia foi apresentada por Chan e Chui [11], na qual a mola de ligação e o elemento viga-coluna são combinados de modo a formar um elemento híbrido. Esse tipo de modelo não reflete com eficiência os momentos fletores quando submetido a cargas distribuídas. Esse fato serviu como motivação para a consideração de um elemento de ligação semirrígida independente, tal como descrito neste trabalho.

A metodologia para a análise não linear é incremental e iterativa, na qual a trajetória de carregamento é dividida em um número finito de configurações de equilíbrio. A ideia central é o cálculo da matriz de rigidez tangente do modelo e o vetor de forças internas incrementais. A matriz de rigidez tangente global é obtida pela soma das contribuições das matrizes de rigidez tangentes dos elementos de viga e dos elementos de ligação semirrígida. A matriz de rigidez tangente de um elemento de ligação semirrígida é mostrada na Eq. (2), em que o parâmetro S_θ é a tangente à curva momento-rotação da ligação. O vetor das forças internas incrementais também é obtido pelas contribuições dos elementos de viga e das ligações semirrígidas. O vetor de momentos internos incrementais de uma ligação semirrígida é dado por $\{\Delta M_i, \Delta M_j\}^T$, e é calculado com base na Eq. (2) utilizando as rotações incrementais das extremidades da ligação $\Delta \theta_i$ e $\Delta \theta_j$.

Um possível desenvolvimento futuro é estender o elemento de ligação semirrígida para considerar efeitos de rigidez axial, translacional e rotacional, tal como considerado no trabalho de Del Savio [16]. O modelo proposto por Del Savio, permite a consideração dos efeitos das forças axiais e cisalhantes na deformação da conexão, tal como mostra a Fig. 2. Portanto, a matriz de rigidez do elemento proposto teria componentes relacionadas às rijezas axiais, translacionais e rotacionais, tal como indica a Eq. (3) para o caso de componentes de rigidez desacopladas. Na Eq. (3), S_A , S_T e S_R são as componentes de rigidez tangentes axial, translacional e rotacional, respectivamente. As componentes u_i , v_i , θ_i , u_j , v_j , θ_j são os deslocamentos axiais, deslocamentos translacionais e rotações de cada nó do elemento de ligação semirrígida, e P_i , Q_i , M_i , P_j , Q_j , M_j são os esforços normais, esforços cisalhantes e momentos fletores, respectivamente.

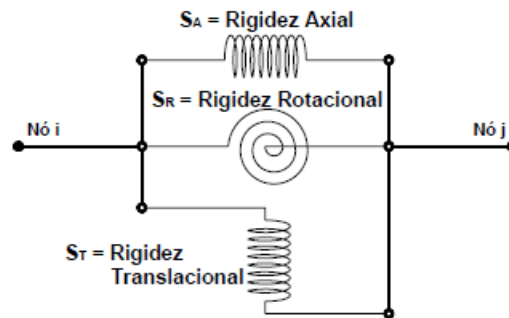


Figura 2. Modelo de ligação proposto por Del Savio [16]

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ Q_i \\ M_i \\ P_j \\ Q_j \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_A & 0 & 0 & -S_A & 0 & 0 \\ 0 & S_T & 0 & 0 & -S_T & 0 \\ 0 & 0 & S_R & 0 & 0 & -S_R \\ -S_A & 0 & 0 & S_A & 0 & 0 \\ 0 & -S_T & 0 & 0 & S_T & 0 \\ 0 & 0 & -S_R & 0 & 0 & S_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} \quad (3)$$

3 Implementação

O modelo de ligação semirrígida apresentado na seção anterior está sendo implementado como um novo módulo de análise no programa FTOOL. A nova ferramenta, que resultará na versão 5.0 do software, aproveita diversas técnicas para análise não linear geométrica implementadas por Rangel e Martha [19] nessa versão. Essas técnicas estão sendo adaptadas para análise não linear física que considera o comportamento não linear das ligações semirrígidas. Além disso, alterações na interface gráfica do programa foram realizadas para conter as novas funcionalidades. O FTOOL utiliza elementos gráficos para interação com o usuário confeccionados com o sistema IUP (*Portable User Interface*) (Levy et al [21]). O IUP disponibiliza uma API (*Application Programming Interface*) para a criação simples de interfaces em diferentes linguagens de programação, permitindo que o código fonte do programa seja compilado em diversos sistemas operacionais sem a necessidade de serem modificados. Além disso, uma grande vantagem no uso desse sistema é sua alta performance, uma vez que utiliza elementos de interface (os chamados *widgets*) do sistema nativo onde o programa é gerado.

A Fig. 3 mostra a tela da versão 5.0 do FTOOL com o novo menu desenvolvido para criação e manipulação das ligações semirrígidas e para atribuí-las a extremidades dos elementos de barra selecionados. Foram incorporadas anotações na imagem desta figura para explicar a maneira como se criam ligações semirrígidas no programa e se editam suas propriedades.

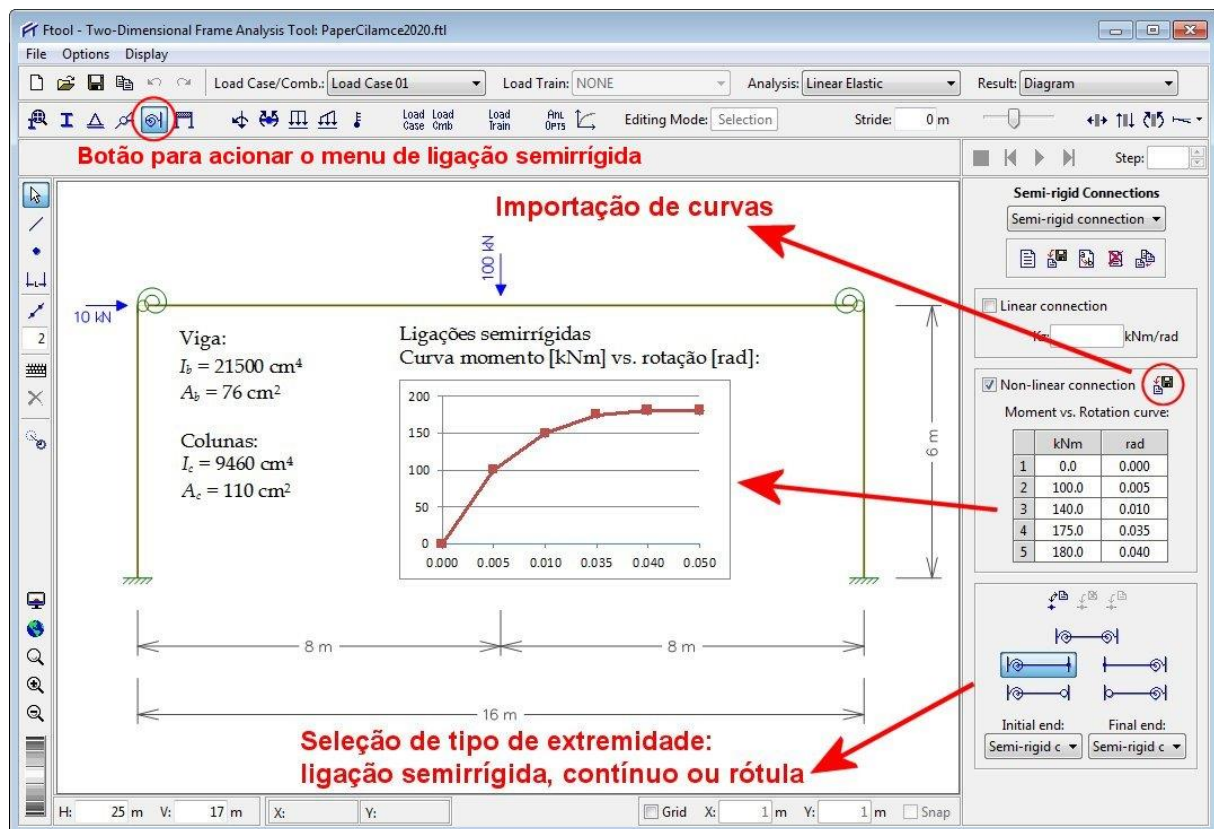


Figura 3. Menu para criação e manipulação das ligações semirrígidas e para atribuição aos elementos de barra.

A Fig. 3 mostra um exemplo de pórtico plano de aço em que são indicadas dimensões, cargas aplicadas e áreas e momentos de inércia da viga e das colunas. O menu para criação e manipulação das ligações semirrígidas, que fica na área lateral da interface gráfica do programa, é acionado por um botão na régua superior das propriedades. De maneira análoga a outros atributos de modelo estrutural no FTOOL, cada ligação semirrígida é criada com um nome para identificá-la no programa e armazenada em uma lista, que aparece no topo do menu. No menu, é possível selecionar o comportamento linear ou não linear de cada ligação. Para o comportamento linear elástico é informado o valor da rigidez rotacional da ligação semirrígida. Para o comportamento não linear, são editados em uma tabela os pares de valores da curva momento-rotação que descrevem o comportamento da ligação.

Atualmente apenas curvas multilineares podem ser utilizadas. A Fig. 3 mostra a tabela do menu com valores de pares momento-rotação de uma curva qualquer, cujo gráfico está anotado na imagem. Existe também uma opção para importar uma curva momento-rotação de um arquivo texto com um formato padrão de dois valores por linha. A rigidez tangente e o momento resistente interno de cada ligação são determinados com base na rotação relativa entre as extremidades da ligação e na sua curva momento-rotação.

Na parte inferior do menu estão localizados os comandos para atribuição das ligações semirrígidas a extremidades de elementos de barras selecionados. As ligações podem ser atribuídas a ambas extremidades dos elementos selecionados ou somente a uma de suas extremidades. Nesse caso, a extremidade oposta pode ser contínua ou rotulada. Duas listas do tipo *drop-down* são utilizadas para selecionar as ligações que são atribuídas a cada extremidade. Após aplicadas as ligações semirrígidas nos elementos de barra desejados, o modelo é automaticamente redesenhado na interface com uma identificação visual das ligações aplicadas.

Após a manipulação dos dados a nível de pré-processamento, o próximo passo, ainda em desenvolvimento, é a determinação da técnica de solução (no caso não linear) e seus parâmetros, os quais atualmente estão sendo adaptados para conter a solução para as ligações semirrígidas, e posteriormente permitir a visualização e manipulação dos resultados no pós-processamento.

4 Conclusão

Este trabalho apresentou de forma sucinta o desenvolvimento parcial de uma nova versão do FTOOL, incorporando ligações semirrígidas na análise. A nova versão simula uma ligação semirrígida inserindo um elemento finito de mola rotacional fictício com comportamento linear elástico ou não linear, permitindo uma análise com não linearidade física. No caso do comportamento linear elástico, a definição da ligação exige que o usuário informe a rigidez da mola, enquanto que a conexão não linear pode ser criada definindo-se uma curva multilinear de momento-rotação.

Uma característica importante desta implementação, baseada no trabalho de Marques et al [20], é que a matriz de rigidez de um elemento fictício de ligação semirrígida não é condensada no elemento de viga que contém a ligação, como geralmente é feito. Em vez disso, um nó fictício com apenas um grau de liberdade rotacional adicional é criado para cada conexão semirrígida no caso plano. As vantagens dessa abordagem são que o comportamento fisicamente não linear é isolado do comportamento elástico dos elementos de viga e que a matriz de rigidez de um elemento fictício de ligação não linear é inserida de maneira independente na matriz de rigidez global.

Os algoritmos numéricos para calcular a solução não linear da estrutura são baseados na implementação da análise geometricamente não linear do FTOOL [19], adaptada para considerar também a análise fisicamente não linear. A versão resultante incorporará análises não lineares geométricas e físicas (de ligações semirrígidas), sendo possível acoplar esses dois efeitos ou considerá-los separadamente. Este trabalho está atualmente em desenvolvimento e este artigo pretendeu apenas apresentar o modelo de ligação semirrígida proposto, a metodologia necessária para sua implementação computacional e os novos recursos da nova versão.

A facilidade na criação e manipulação de modelos e resultados disponíveis de forma gráfica-interativa pelo programa FTOOL, somado aos resultados apresentados por Del Savio [16], serviram de motivação para a implementação do elemento de ligação semirrígida proposto. Visto a grande necessidade da consideração desse efeito na análise e no projeto de estruturas, espera-se que essa nova adição sendo realizada no programa seja de grande valia para estudantes e engenheiros no contexto do entendimento do comportamento de estruturas com esse tipo de conexão.

Agradecimentos. Os autores agradecem ao Instituto Tecgraf e o Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio, pelo incentivo e apoio à pesquisa. Este trabalho foi financiado parcialmente pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES – Código de Financiamento 001.

Authorship statement. The authors hereby confirm that they are the sole liable persons responsible for the authorship of this work, and that all material that has been herein included as part of the present paper is either the property (and authorship) of the authors, or has the permission of the owners to be included here.

Referências

- [1] L. Pinheiro. Análises não lineares de sistemas estruturais metálicos rotulados e semi-rígidos. MSc thesis, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2003.
- [2] Eurocode 3. “Design of steel structures Part 1.8: Design of joints”. Brussels: European Committee for Standardisation, May 2005.
- [3] E. M. Lui and W. F. Chen, “Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames”. *Engineering Structures*, v. 8, n. 2, p. 107-118, 1986.
- [4] N. Kishi and W. F. Chen. Data base of steel beam-to-column connections. Structural Engineering Area, School of Civil Engineering, Purdue University, 1986.
- [5] W. F. Chen and E. M. Lui, “Stability Design of Steel Frames”. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1991.
- [6] W. F. Chen, Y. Goto and J. R. Liew. Stability design of semi-rigid frames. John Wiley & Sons, 1995.
- [7] S. L. Chan and P. T. Chui. Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections. Elsevier, 2000.
- [8] P. A. S. Rocha. Análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas. MSc thesis, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2006.
- [9] A. R. Silva, J. R. Sousa and M. J. Batista, “A family of interface elements for the analysis of composite beams with interlayer slip”. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 45, n. 5, p. 305-314, 2009.
- [10] ALVARENGA, A. R. As ligações semirrígidas na análise avançada com zona plástica de portais planos de aço. PhD thesis, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.
- [11] S. L. Chan and P. Chui. Nonlinear static a cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections. Oxford: Elsevier, 2000.
- [12] Y. J. Shi, S. L. Chan and Y. L. Wong, “Ultimate strength analysis of composite plane frames”. In: *Proceedings of International Conference on Advances in Steel Structures*. Hong Kong: [s.n.], 1996.
- [13] L. Fang, S. L. Chan and Y. Wong, “Strength analysis of semi-rigid steel-concrete composite frames”. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 52, p. 269{291, 1999).
- [14] A. Landesmann, “Inelastic analysis of semi-rigid composite structures under fire conditions”. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 33, n. 4, p. 483-491, 2011.
- [15] I. J. M. Lemes. Estudo numérico avançado de estruturas de aço, concreto e mistas. PhD thesis, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, 2018.
- [16] A. A. Del Savio. Modelagem Computacional de Estruturas de Aço com Ligações Semi-Rígidas. MSc.thesis, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.
- [17] L. F. Martha, “Ftool: A structural analysis educational interactive tool. *Proceedings of the Workshop in Multimedia Computer Techniques in Engineering Education*”, Institute for Structural Analysis, Technical University of Graz, Austria, pp. 51-65, 1999.
- [18] L. F. Martha and E. Parente, “An object-oriented framework for finite element programming”. *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (IACM)*, Vienna, Austria, 2002.
- [19] R. L. Rangel and L. F. Martha. “Implementation of a User-Controlled Structural Analysis Module with Geometric Nonlinearity”, COBEM 2019 – 25th International Congress of Mechanical Engineering, Uberlândia, MG, ABCM/UFU, Out. 2019, <https://eventos.abcm.org.br/cobem2019>, COB-2019-1377, p. 4, 2019.
- [20] I. R. Marques, P. C. F. Lopes, R. L. Rangel and L. F. Martha, “Implementação de Conexão Semirrígida em Modelos Reticulados no Contexto da Programação Orientada a Objetos”, XL CILAMCE – 40th Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC/UFRN, Natal, RN, Nov. 2019, <https://www.cilamce2019.com.br>, pp. 6551-1-6551-10, 2019.
- [21] C. H. Levy, “TUP/LED: a portable user interface development tool. *Software Practice and Experience*”, v. 26, n. 7, p. 737-762, 1996.