

DISCUSSÃO SOBRE AS METODOLOGIAS DE MODELAGEM DE PILARES DE CONCRETO ARMADO REVESTIDOS COM PRFC E SOLICITADOS POR CARGA EXCÊNTRICA

Savina Laís Silva Nunes, Tereza Denyse Pereira de Araújo

*Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Universidade Federal do Ceará
Centro de Tecnologia - Bloco 728 - Campus do Pici, CEP 60440-900, Fortaleza - CE, Brasil
savinalais@alu.ufc.br, denyse@ufc.br*

Abstract. Studies have currently increased about evaluating the application of carbon fiber reinforced polymers (CFRP) in the confinement of degraded reinforced concrete pillars. CFRP is a material that has stood out due to its excellent mechanical properties and its specific low weight. Performing a structural evaluation is essential, which can be through laboratory tests or computational modeling. Several numerical methods can be used, especially the Finite Element Method. In this case, several types of carbon fiber modeling can be done using shell elements, which can be considered isotropic, orthotropic, or lamina and cross-section considered as composite or homogeneous. This work aims to evaluate the various modeling of the CFRP in reinforced concrete pillars submitted to the eccentric axial load. For this, the ABAQUS® software is used, where the nonlinear concrete material is modeled through the constitutive model Concrete Damaged Plasticity (CDP). Examples from the literature are used, where the results are compared with those of experimental tests. Thus, the use of orthotropic shell elements provides solutions much closer to those of reference, and the section configured as composite is the one that provides the best results.

Keywords: PRFC, Concrete Damaged Plasticity, Carga Excêntrica.

1 Introdução

As estruturas de concreto armado estão sujeitas a problemas de degradação durante toda sua vida útil. Essa degradação é proveniente dos mais variados agentes, tais como forças além das previstas em projeto, erros de projeto e/ou execução, corrosão das armaduras, variação da umidade, agentes biológicos, incompatibilidade de materiais, entre outros. Esses agentes degradam as propriedades dos materiais, acarretando em patologias que levam as estruturas a um estado de insegurança estrutural. Portanto, uma intervenção é necessária a fim de adequá-las a sua nova realidade e reconduzi-las à condição de segurança. Tal condição é possível através de um processo de reabilitação e reforço de estruturas.

Observa-se que há uma tendência mundial em privilegiar os aspectos de projeto voltados à durabilidade e à extensão da vida útil das estruturas de concreto armado e protendido [1]. No entanto, além das práticas preventivas, ponderadas ainda na fase de projeto, é necessário buscar alternativas de sanar as estruturas que não passaram por esse cuidado prévio e que já foram atingidas por manifestações patológicas.

Dentre os sistemas de reforço de pilares mais modernos, destacam-se os sistemas constituídos por materiais compósitos de fibra, como o polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC). O PRFC é formado por uma matriz polimérica e as fibras de carbono, essa última possuindo alta resistência e funciona como elemento estrutural. Essa técnica de reforço fundamenta-se basicamente no aumento da resistência do concreto pelo efeito do confinamento, praticamente sem haver acréscimo na área da seção transversal [2]. Devido à interação entre a fibra e a matriz na redistribuição das cargas externas, esse sistema consegue suportar tensões mais elevadas do que cada componente trabalhando sozinho.

No caso dos pilares, a maior parte dos estudos estão voltados para o carregamento concêntrico em seções circulares, sejam estes experimentais ou numéricos. No entanto, quando a carga é excêntrica, os estudos têm sido somente experimentais, principalmente, quando a seção do pilar é quadrada ou retangular. Nesse caso, a

excentricidade afeta diretamente a distribuição de pressão lateral nas paredes laterais do pilar, pois as regiões comprimidas são deslocadas para próximo dos cantos, tornando o efeito de confinamento ainda mais benéfico [2].

O método dos elementos finitos é o mais popular dentre os métodos numéricos existentes para a avaliação de estruturas em geral. No caso das estruturas reforçadas com fibras, essas fibras são modeladas com elementos de cascas, as quais podem ser isotrópicas, ortotrópicas ou lâminas. Além disso, o material pode ser considerado como compósito ou homogêneo. O objetivo deste trabalho é avaliar as diversas modelagens do PRFC em pilares de concreto armado, seção quadrada, submetidos a carga axial excêntrica, considerando o CDP como modelo constitutivo do concreto e o aço como perfeitamente plástico e bilinear.

2 Referencial Teórico

2.1 Modelo constitutivo do concreto

O comportamento físico do material de uma estrutura é crucial para a escolha de um modelo constitutivo que o represente com a maior precisão possível. Nesse contexto, destaca-se, a complexidade do comportamento do concreto armado, devido a sua não linearidade física decorrente dos seus materiais componentes (aço e concreto) e da fissuração no concreto.

Existem vários modelos constitutivos para o concreto, sendo grande parte deles baseados na Teoria da Plasticidade, ou na Mecânica do Dano Contínuo, ou em ambos. Segundo Filgueira [3], nos modelos totalmente danificados, o módulo de elasticidade no descarregamento é menor do que o real (Fig. 1b). Em contrapartida, nos modelos elásticos-plásticos, o módulo de elasticidade permanece o mesmo (Fig. 1a). Contudo, nenhum destes dois modelos corresponde ao real comportamento não linear do concreto. Já o CDP combina os dois modelos (modelo de dano e elástico-plástico) com o intuito de capturar o comportamento não linear do concreto (Fig. 1c).

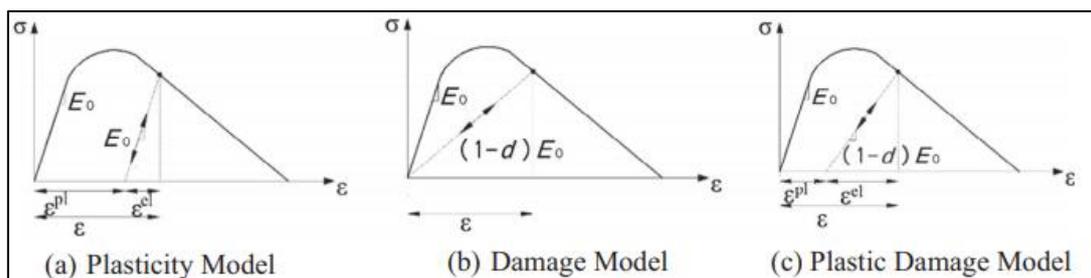


Figura 1. Representação dos modelos: (a) elástico-plástico, (b) dano elástico, e (c) dano elástico-plástico. (Fonte: Alfarah *et al.* [4])

2.2 Concrete Damaged Plasticity (CDP)

O modelo CDP, proposto por Lubliner *et al.* [5] e aperfeiçoado por Lee e Fenves [6], incorpora os conceitos de danos em um modelo plástico. O concreto modelado desta forma é visto como um material coesivo com atrito, cuja eventual perda de rigidez (dano) está relacionada a uma perda de coesão. Segundo Pituba [7], esta formulação supõe que o comportamento não-linear do concreto é causado por um processo de microfissuração, que é responsável pela redução da rigidez e pela plastificação de modo que a deformação total é dada pela soma de uma componente recuperável e outra irreversível. Nesse caso, cada um dos fenômenos responsáveis por esta resposta não linear é representado por adequadas variáveis internas, cujas leis de evolução seguem os princípios da termodinâmica.

2.2.1 Parâmetros constitutivos

A evolução do escoamento ou da falha é caracterizada por duas variáveis de endurecimento, que são as deformações plásticas equivalentes de tração (e_t^{pl}) e de compressão (e_c^{pl}). Para as tensões uniaxiais de compressão (σ_c) e tração (σ_t), a relação constitutiva do concreto se dá por:

$$s_c = (1 - d_c)E_0(e_c - e_c^{pl}) \quad s_t = (1 - d_t)E_0(e_t - e_t^{pl}) \quad (1)$$

Em que, e_c e e_t são as deformações por compressão e tração, respectivamente. Assume-se que a variável d , definida como dano efetivo, denota a degradação do módulo de elasticidade inicial, E_0 , permitindo definir o módulo tangente reduzido, E , como:

$$E = (1 - d)E_0 \quad (2)$$

Assim, o modelo CDP introduz duas variáveis escalares de dano para o material, uma para a compressão (d_c) e outra para a tração (d_t) [8]. O dano efetivo pode ser calculado a partir de:

$$(1 - d) = (1 - s_t d_t)(1 - s_c d_c) \quad (3)$$

Os coeficientes adimensionais s_c e s_t se relacionam com o estado de tensões e a recuperação de rigidez, cujos valores variam entre 0 e 1. O CDP do ABAQUS® é considerado a partir da teoria de Drucker-Prager modificada, que considera um potencial de fluxo não associativo como sendo a função hiperbólica de Drucker-Prager. Então, o comportamento do concreto depende de 4 parâmetros constitutivos (K_c , Ψ , f_{b0}/f_{c0} , ϵ), cujos valores *default* do ABAQUS® são utilizados neste trabalho, que são: $K_c = 2/3$, $f_{b0}/f_{c0} = 1,16$ e $\epsilon = 0,1$.

2.2.2 Comportamento uniaxial do concreto à tração e à compressão

Existem várias curvas que buscam descrever o comportamento do concreto [9], seja na tração como na compressão. As expressões do CEB-FIP [10] são as mais utilizadas por pesquisadores em todo o mundo, cujas curvas de compressão e tração são mostradas na Fig. 2. Esse código ainda define os seguintes parâmetros:

$$e_{cm} = 0,0022; f_{cm} = f_{ck} + 8; f_{tm} = 0,3016f_{ck}^{2/3} \quad (4)$$

onde: f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão, em MPa; f_{cm} é a resistência à compressão máxima do concreto; e_{cm} é a deformação à compressão do concreto; e f_{tm} é a resistência à tração máxima do concreto.

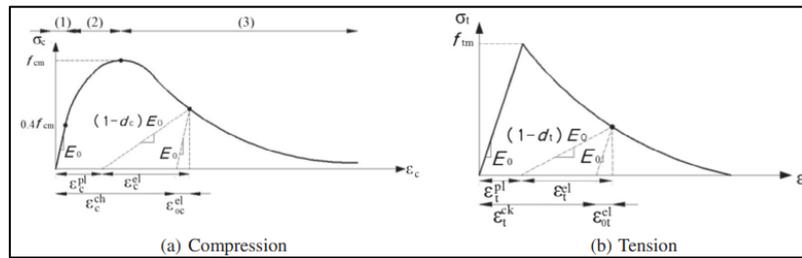


Figura 2. Curva uniaxial do concreto sujeito (a) à compressão e (b) a tração. (Fonte: Alfarah *et al.* [4])

2.2.3 Cálculo das variáveis de dano

Dentre as inúmeras metodologias existentes para o cálculo das variáveis de dano, escolheu-se para este trabalho a metodologia de Alfarah *et al* [4]. Esses autores supõem que há uma única trinca por elemento da malha de elementos finitos, não considerando o espaçamento real das fissuras, o que torna possível relacionar a abertura da fissura (w) com a deformação de tração pela seguinte relação cinemática:

$$e_t = e_{tm} + \frac{w}{l_{eq}} \quad (5)$$

Em que, l_{eq} é o comprimento característico do elemento finito. As principais vantagens desta metodologia são: é baseada nos modelos de Lubliner *et al.* [5] e Lee e Fenves [6]; não necessita de calibração com resultados experimentais; possui implementação simples; e os resultados não apresentam uma sensibilidade de malha (desde que seja empregada uma estratégia para evitar a dependência de malha). Assim, as variáveis de dano, para compressão (d_c) e tração (d_t), são definidas, respectivamente, por:

$$d_c = \frac{1}{g_c} \int_0^{\epsilon_c^{ch}} \sigma_c d\epsilon_c^{ch} \quad d_t = \frac{1}{g_t} \int_0^{\epsilon_c^{ck}} \sigma_t d\epsilon_c^{ck} \quad (6)$$

onde: e_c^{ch} e e_t^{ck} correspondem à deformação de esmagamento e fissuração, respectivamente; g_c e g_t representam a energia por unidade de volume dissipada pelo dano durante todo o processo de deterioração (Fig. 3). Estes coeficientes normalizam as equações (6) e são expressos por:

$$g_c = \int_0^\infty \sigma_c d\varepsilon_c^{ch} \quad g_t = \int_0^\infty \sigma_t d\varepsilon_t^{ck} \quad (7)$$

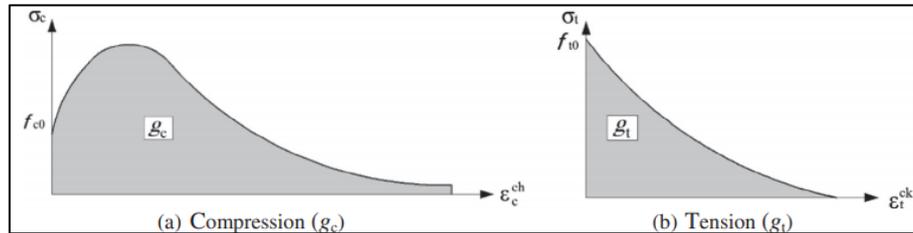


Figura 3. Energias dissipadas pelo dano na (a) compressão e na (b) tração. (Fonte: Alfarah *et al.* [4])

3 Materiais e Métodos

Nas simulações foi utilizado o controle automático do esquema incremental disponível no ABAQUS®. Utilizou-se o Método de Riks onde a magnitude da carga é governada por um único parâmetro escalar, isto é, o carregamento é proporcional, permitindo obter soluções para problemas mais complexos. Para um tempo total igual a 1 (comprimento total estimado do arco), os valores utilizados foram 0,001 para o incremento inicial, 1E-36 para o incremento mínimo e 1E+36 para o incremento máximo. Dentre os modelos, os números de incrementos máximos variaram entre 70 e 120.

4 Modelagem Numérica

4.1 Características geométricas

Os modelos aqui analisados foram ensaiados por Quiertant e Clement [11], os quais são pilares de concreto armado de seção transversal quadrada, medindo 200 x 200mm, e altura total de 2.500mm. A disposição da armadura é composta por 4 barras longitudinais de 12mm de diâmetro e estribos transversais de 6mm de diâmetro com espaçamento variado (Fig. 4a). As amostras escolhidas para análise são as colunas CC-a, CC-b, ES4-a e ES4-b (CC – coluna de controle, ou seja, sem reforço externo; ES4 – coluna externamente enrijecida). Nas colunas ES4 são coladas duas camadas de PRFC unidirecional, de 1mm de espessura cada. A primeira camada do compósito unidirecional é aplicada como reforço a flexão, colada na direção axial (Fig. 4b), denominada aqui por PRFC1. Em seguida, cada pilar foi envolvido por uma camada transversal, também unidirecional, denominada por PRFC2. Essa camada consiste de uma manta inteiramente contínua (sem juntas transversais e axiais), sendo que as orientações destas fibras são configuradas no sistema global para cada camada no ABAQUS®.

O pilar é discretizado com o elemento sólido C3D8R (linear, hex), cujo tamanho do elemento é 50mm, cuja malha tem 800 elementos e 1275 nós. Para o aço, utilizou-se o elemento de treliça T3D2 linear, sendo que cada barra longitudinal é dividida em 40 elementos (41 nós) e cada estribo em 12 elementos (12 nós). O PRFC foi configurado com o elemento de casca S4R (linear, quad), dividido em uma malha de 50mm, para as duas camadas de fibras, possuindo cada uma 800 elementos (816 nós).

Duas placas rígidas de dimensão 400 x 400mm são vinculadas ao concreto na base e no topo do pilar (Fig. 4c). Essas placas rígidas são discretizadas numa malha de 50mm com elementos do tipo R3D4. Os deslocamentos nas 3 direções são restringidos na placa de base, deixando as rotações livres em torno dos 3 eixos. Já na placa de topo, os deslocamentos nas direções x e y (plano da seção transversal do pilar) são restringidos, deixando livres o deslocamento no eixo z (eixo axial do pilar) e as rotações em torno dos 3 eixos.

Aplica-se também na placa do topo uma condição de limite para prescrever um deslocamento de -0,10m no eixo z (axial), a qual é inserida num ponto com excentricidade de 0,02m no eixo x representando a localização da carga excêntrica. O Método de Riks envolve simultaneamente carga e deslocamento, onde um carregamento é aplicado de maneira proporcional, incremental e em conformidade com as configurações predefinidas no *step*, tornando possível obter o histórico da carga e do deslocamento num dado ponto.

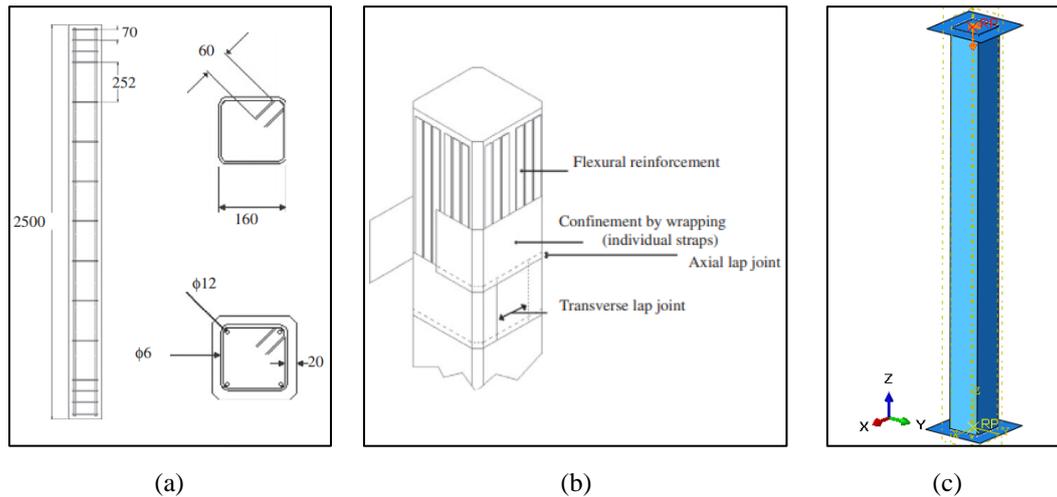


Figura 4. (a) Detalhes da armadura dos pilares modelados (dimensões em mm); (b) Disposição das camadas de PRFC no pilar (representação das faixas descontínuas na camada transversal); (c) Pilar modelado no ABAQUS®. (Fonte 4a e 4b: Quiertant e Clement [11])

4.2 Propriedades mecânicas

As propriedades do concreto são: $f_{ck} = 32,1\text{MPa}$, $E = 30,5\text{GPa}$ e o coeficiente de Poisson, $\nu = 0,19$. Para a armadura de aço, considera-se duas condições: comportamento perfeitamente plástico e bilinear, cuja resistência à tração é 210MPa , o módulo de Young é 210GPa e o coeficiente de Poisson é $0,3$.

As propriedades do PRFC são as fornecidas por Quiertant e Clement [11], sendo complementadas por outros textos que utilizavam fibra semelhante, buscando obter a maior fidelidade possível entre as simulações numéricas e os modelos experimentais. Os elementos de casca são considerados como isotrópico, ortotrópico ou lâmina. As propriedades mecânicas do PRFC e seus limites de falha podem ser vistas na Tabela 1e Tabela 2, respectivamente.

Tabela 1. Propriedades mecânicas do PRFC

Comportamento do PRFC	Camadas	E (GPa)	ν				
Isotrópico	PRFC1	235	0,32				
	PRFC2	66	0,31				
Comportamento do PRFC	Camadas	E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)
Ortotrópico	PRFC1	271,1553	92,7697	0,32	4,5	4,5	4,5
	PRFC2	68,6096	99,3870	0,31	4,3	4,3	3,15
Lâmina	PRFC1	235	17	0,32	4,5	4,5	4,5
	PRFC2	66	8,5	0,31	4,3	4,3	3,15

Tabela 2. Limites de falha para o PRFC

Camadas	Tensões de falha (GPa)					
	σ_{t11}	σ_{c11}	σ_{t12}	σ_{c12}	τ	σ_{lim}
PRFC1	3,45	2,40	1,11	2,90	0,50	3,45
PRFC2	0,66	0,5729	0,4117	0,3044	0,1145	0,66
Camadas	Deformações de falha					
	ϵ_{t11}	ϵ_{c11}	ϵ_{t12}	ϵ_{c12}	γ (rad)	
PRFC1	0,015	0,001	0,015	0,001	0,001	
PRFC2	0,01	0,001	0,01	0,001	0,001	

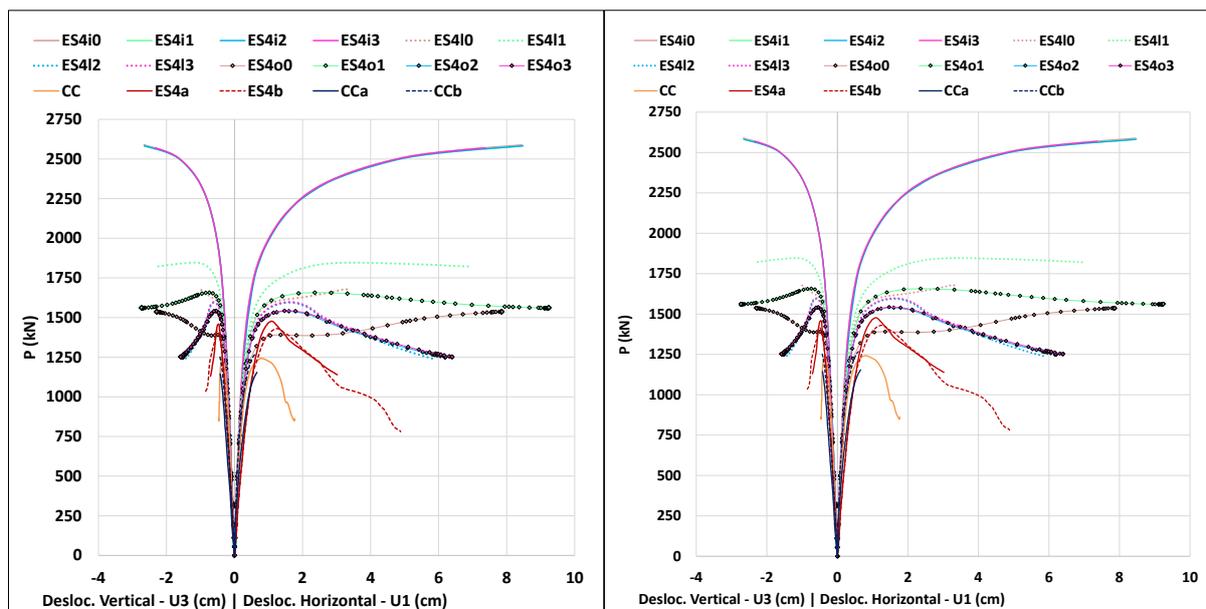
5 Resultados e Discussão

Para a geometria das camadas de fibras utilizadas nos modelos, a Tab. 3 descreve como os elementos de casca são considerados nas simulações numéricas por elementos finitos. São 4 modelos considerando as fibras isotrópicas, 4 modelos como lâminas e 4 modelos como ortotrópicas. Em cada um desses modelos, os dois primeiros consideram o elemento de casca como homogêneo e compósito, respectivamente, enquanto os dois últimos são compósitos, diferindo apenas no *layup*.

Tabela 3. Descrição das considerações dos elementos de casca nas simulações

Modelos	Tipos de camadas	Tipo de elemento	Camadas PRFC
CC	-	-	-
ES4i0	PRFC1 e PRFC2 isotrópicas	Casca homogênea (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4i1	PRFC1 e PRFC2 isotrópicas	Compósito (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4i2	PRFC1 e PRFC2 isotrópicas	Compósito (1 <i>layup</i>)	PRFC1 / PRFC2
ES4i3	PRFC1 e PRFC2 isotrópicas	Compósito (2 <i>layups</i>)	PRFC1 / PRFC2
ES4o0	PRFC1 e PRFC2 lâminas	Casca homogênea (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4o1	PRFC1 e PRFC2 lâminas	Compósito (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4o2	PRFC1 e PRFC2 lâminas	Compósito (1 <i>layup</i>)	PRFC1 / PRFC2
ES4o3	PRFC1 e PRFC2 lâminas	Compósito (2 <i>layups</i>)	PRFC1 / PRFC2
ES4o0	PRFC1 e PRFC2 ortotrópicas	Casca homogênea (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4o1	PRFC1 e PRFC2 ortotrópicas	Compósito (seção)	PRFC1 / PRFC2
ES4o2	PRFC1 e PRFC2 ortotrópicas	Compósito (1 <i>layup</i>)	PRFC1 / PRFC2
ES4o3	PRFC1 e PRFC2 ortotrópicas	Compósito (2 <i>layups</i>)	PRFC1 / PRFC2

Os resultados são mostrados através das curvas carga-deslocamentos (Fig. 5) e da comparação dos seus valores máximos com os experimentais (Tab. 4). Verifica-se, portanto, que as simulações com fibras ortotrópicas têm resultados mais próximos do experimental, em relação a carga, com diferenças em torno de 5%, exceto o modelo ES4o1. Já os modelos de fibras isotrópicas e lâminas apresentam diferenças iguais ou maiores do que 9%, sendo as isotrópicas que mais se afastam dos resultados experimentais (diferenças > 15%). Esses resultados independem do tipo do comportamento usado para o aço.



(a) Comportamento perfeitamente plástico para o aço

(b) Comportamento bilinear para o aço

Figura 5. Carga (kN) versus deslocamentos vertical e horizontal (cm)

Conforme se observa no comparativo dos resultados (Tab. 4), os modelos configurados como elemento compósito exibiram resultados melhores que os de seção homogênea para as simulações com fibras lâminas, destacando os modelos ES4i2 e ES4i3. Já para as fibras ortotrópicas, os elementos com seção homogênea tiveram respostas mais positivas, destacando os modelos ES4o0. Dentre os modelos isotrópicos, a alternância de tipologia de elemento não gerou diferença considerável entre os resultados.

Em relação aos deslocamentos (Fig. 5 e Tab. 4), verifica-se que as diferenças na deflexão horizontal são superiores a 14%, com exceção para o modelo ES4i3-aço bilinear (diferença em torno de 9%). Já para o deslocamento axial de compressão, somente o modelo ES4i3-aço bilinear apresenta uma diferença em torno de 10%. Os outros modelos apresentam diferenças bem superiores a 10%, independente do comportamento do aço. Além disso, nota-se que não há diferenças significativas entre todos os resultados dos modelos correspondentes, quando se considera ambos os comportamentos do aço (perfeitamente plástico e bilinear).

Tabela 4. Comparação dos valores máximos das simulações com os dos ensaios de referência

Modelos	Experimental [11]			Perfeitamente Plástico						Bilinear					
	P _E (kN)	U _{1E} (mm)	U _{3E} (mm)	P _{PP} (kN)	P _{PP} / P _E	U _{1PP} (mm)	U _{1PP} / U _{1E}	U _{3PP} (mm)	U _{3PP} / U _{3E}	P _B (kN)	P _B / P _E	U _{1B} (mm)	U _{1B} / U _{1E}	U _{3B} (mm)	U _{3B} / U _{3E}
CC	1211	6,43	4,32	1238	1,02	17,7	2,75	4,70	1,09	1240	1,02	17,7	2,75	4,70	1,09
ES4i0				2577	1,76	79,5	2,02	25,1	2,82	2591	1,77	84,4	2,14	26,6	2,99
ES4i1				2584	1,77	84,4	2,14	26,4	2,97	2584	1,77	84,7	2,15	26,5	2,98
ES4i2				2584	1,77	84,4	2,14	26,4	2,97	2584	1,77	84,7	2,15	26,5	2,98
ES4i3				2567	1,76	73,8	1,87	23,5	2,64	2570	1,76	73,7	1,87	23,4	2,63
ES4i0				1676	1,15	32,5	0,82	10,2	1,15	1679	1,15	33,1	0,84	10,5	1,18
ES4i1				1842	1,26	49,5	1,26	16,5	1,85	1846	1,26	69,8	1,77	23,0	2,58
ES4i2	1462	39,44	8,90	1589	1,09	58,8	1,49	14,4	1,62	1593	1,09	58,7	1,49	14,4	1,62
ES4i3				1593	1,09	34,0	0,86	9,50	1,07	1597	1,09	35,8	0,91	9,80	1,10
ES4o0				1387	0,95	79,5	2,02	23,2	2,61	1391	0,95	78,6	1,99	22,9	2,57
ES4o1				1653	1,13	92,2	2,34	27,5	3,09	1657	1,13	92,4	2,34	27,4	3,08
ES4o2				1536	1,05	72,4	1,84	17,9	2,01	1540	1,05	61,9	1,57	15,3	1,72
ES4o3				1539	1,05	60,0	1,52	14,9	1,67	1542	1,05	63,9	1,62	15,9	1,79

6 Conclusões

Pode-se concluir que a consideração do PRFC como ortotrópico proporciona melhores resultados do que como lâmina ou isotrópico, considerando a seção homogênea. A mudança de elemento não influencia nos resultados do PRFC como isotrópico, sendo estes, as soluções numéricas que menos se aproximam das experimentais. Além disso, a consideração das fibras como compósito e os *layups* se mostraram como as melhores soluções. Já a consideração do comportamento do aço como perfeitamente plástico ou bilinear, não provoca diferenças significativas nos resultados das análises.

Agradecimentos. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente trabalho é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários para ser incluído aqui.

Referências

- [1] M. H. F. Medeiros, J. J. O. Andrade, P. Helene, “Durabilidade e vida útil das estruturas de concreto”. *Concreto: Ciência e Tecnologia*, IBRACON, 2011.
- [2] E. A. F. Marques, T. D. P. Araújo, “Modelagem numérica do comportamento de pilares de concreto armado reforçados com PRFC usando o modelo constitutivo Concrete Damaged Plasticity”. *Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2016*, pp. 1–19.
- [3] D. L. Filgueira, I. N. Leite, T. D. P. Araújo, “Avaliação numérica de pilares de concreto reforçados com fibras de carbono”. *Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2017*, pp. 1–21.
- [4] B. Alfarah, F. López-Almansa, S. Oller, “New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures”. *Engineering Structures*, v. 132, pp. 70-86, 2017.
- [5] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, E. Onate, “A plastic-damage model for concrete”. *International Journal of Solids and Structures*, v. 25, n. 3, pp. 299–326, 1989.
- [6] J. Lee, G. L. Fenves, “Modelo de dano plástico para carregamento cíclico de estruturas de concreto”. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 124, n. 8, pp. 892-900, 1998.
- [7] J. J. C. Pituba. Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.
- [8] Y. Sümer, M. Aktaş, “Definição de parâmetros para o modelo de plasticidade de dano de concreto”. *Challenge Journal of Structural Mechanics*, v. 1, n. 3, pp. 149-155, 2015.
- [9] P. Mehta and P.J.M. Monteiro. *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials: Microstructure, Properties, and Materials*, McGraw-Hill, 3ª ed., 659 p., 2005.
- [10] CEB-FIP. CEB-FIP Model Code 2010. London, LDN, UK: Thomas Telford, 2010.
- [11] M. Quiertant, J.-L. Clement, “Behavior of RC columns strengthened with different CFRP systems under eccentric loading”. *Construction and Building Materials*, v. 25, pp. 452–460, 2011.