

Técnica de Movimentação e Suavização de Malha Baseada na Teoria da Elasticidade Linear Aplicada ao Acoplamento Fluido-Estrutura

Nicolas H. S. de Carvalho¹, Alessandro R. E. Antunes¹, Mariana F. S. Villela¹

¹Núcleo de Tecnologia-CAA, Universidade Federal de Pernambuco
Rodovia BR-104 km 59, 55014-900, Pernambuco, Brasil
nhscarvalho@gmail.com, alessandro.antunes@ufpe.com, mariana.villela@ufpe.br

Abstract. Fluid-Structure coupled problems are of great interest in industry, such as aeronautics, naval, oil, etc. In this kind of phenomena, interaction between different physics occur, therefore they cannot be analyzed separately. The great challenges in analysis of problems involving FSI is the fact that the computational mesh that discretizes the fluid domain, undergoes major deformations caused by displacements and/or structural deformations. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian discretization is used, considering the computational mesh as a physical field. Additionally, it is necessary to have an adequate treatment so that the computational mesh absorbs these movements, avoiding excessive deformations. In this work, a mesh movement and smoothing technique is analyzed, where each element of the mesh can be considered as a deformable structure, with the local Young module defined in terms of the characteristic length of the element. Furthermore, an edge swap technique was implemented, which associated with a mesh movement technique allows great structural displacements. Here the fluid is incompressible, and structure is a rigid body. The study of parameters was performed, considering the stiffness of the elements, so that there can be large displacements of the structure without excessive mesh deformation and quality decrease of the elements. Validation results were obtained.

Keywords: fluid structure interaction, mesh movement, incompressible flow, linear elasticity model, vortex induced vibrations.

1 Introdução

Os problemas de Interação Fluido-Estrutura (IFE) envolvem a interação entre forças elásticas, inerciais e/ou aerodinâmicas, comuns nos mais diversos ramos da engenharia e ciências, como por exemplo o fluxo sanguíneo onde uma possível obstrução na carótida pode acarretar um aneurisma, como apresentado por Oshima et al. [1]. Loseille e Löhner [2] também demonstraram na indústria aeronáutica através da análise do comportamento de aeronaves ao alcançar velocidades críticas de “flutter”, e na indústria do petróleo com as estruturas de grandes navios e plataformas petrolíferas, “risers” de grandes comprimentos, sujeitas a ações danosas do meio como apresentado por Mangal, Idichandy e Ganapathy [3].

Nas simulações numéricas dos problemas de IFE, devido aos deslocamentos e deformações estruturais, a malha também é dinâmica, e estes deslocamentos precisam ser acomodados ao longo da malha, de forma a preservar a qualidade dos elementos e a não perder a representatividade do problema físico. Sendo assim, se faz necessário lidar com tais deslocamentos e deformações utilizando estratégias de movimentação e suavização da malha. De forma a contornar esses problemas, foram propostas ao longo de décadas, várias maneiras de tratar as distorções da malha. Uma delas é através do remalhamento, acrescentando ou retirando nós/elementos e alterando a topologia da malha, como visto no trabalho de Löhner [5]. Alternativamente ao remalhamento, foram propostas diversas alternativas, dentre elas considerar a malha como um pseudo campo físico, e implementar propriedades elásticas de modo a governar a movimentação da malha, considerando a malha como um sistema de molas lineares onde cada aresta de elemento se comporta como uma mola, como apresentado por Batina [6], ou em que cada nó existe uma mola torsional, Degand e Farhat [7], ou ainda uma combinação de ambos os sistemas de molas. Outra forma, desenvolvida por Stein, Tezduyar e Benney [8], baseia-se na razão entre os volumes dos elementos

existentes, assim como na variação de volume e forma do elemento ao longo do tempo.

Devido ao contínuo aprimoramento dos métodos de malhas dinâmicas com distorções acentuadas, e tendo em vista a contínua busca por métodos mais robustos, eficientes e que requeiram menos recursos computacionais, e tempo de processamento, no presente trabalho, a atualização de malha será abordada de duas maneiras; na primeira, apresentada por Cavagna, Quaranta e Mantegazza [9], ela se comporta como um conjunto de corpos deformáveis, e as deformações sofridas pelos elementos são distribuídas de maneira mais eficiente, evitando grandes distorções e degeneração dos elementos. Isso é possível baseando-se na suposição de que os elementos que compõem a malha são feitos de um material deformável, elástico, linear, isotrópico e homogêneo, portanto, o comportamento do elemento obedece às relações constitutivas frente as deformações que vier a sofrer. Na segunda abordagem, a topologia da malha é alterada através da análise da configuração dos elementos. Haverá a troca da aresta (*edge swap*) compartilhada entre dois elementos triangulares sempre que a configuração atual estiver com uma qualidade inferior à que contenha a aresta trocada. Serão apresentados dois casos, sendo no primeiro, um perfil NACA0012 imerso em um escoamento de baixa velocidade e livre para rotacionar até uma posição de equilíbrio com relação a direção do escoamento, testando a técnica de troca de arestas. Na segunda aplicação é estudado o caso de lock-in para um cilindro, testando a metodologia de movimentação da malha.

2 Formulação Matemática do Problema IFE

No presente trabalho, o fluido é newtoniano e o escoamento incompressível e isotérmico. Assim a equação da conservação de massa, eq. (1) é apresentada:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

onde \mathbf{u} é a velocidade do escoamento. Já a equação de conservação de momento linear, eq. (2), pode ser escrita como:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) + \nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{f} \quad (2)$$

onde ρ é a densidade do fluido, p é a pressão, \mathbf{f} são as forças externas, μ é a viscosidade dinâmica, e $\boldsymbol{\tau}$ é descrito pela eq. (3):

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

As eqs. (1-2), juntamente com condições de contorno e iniciais governam o escoamento fluido.

De acordo com Soriano [10], para a estrutura, através da combinação de diferentes princípios, como o de D'Alembert, dos deslocamentos virtuais e do trabalho virtual posto por Bernoulli, visando alcançar o equilíbrio dinâmico, é possível obter equações que descrevam o movimento da estrutura em função do tempo. Essa equação pode ser escrita como apresentado na eq. (4):

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \boldsymbol{\Phi}}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d \boldsymbol{\Phi}}{dt} + \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{F} \quad \text{em } \Omega_E(t) \times I \quad (4)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento, \mathbf{K} é a matriz de rigidez, todas as três matrizes são diagonais, pois os graus de liberdade são tratados como desacoplados, \mathbf{F} é o vetor dos carregamentos aplicados e $\boldsymbol{\Phi}$ é o vetor dos deslocamentos do centro de gravidade da estrutura. Além disso, $\Omega_E(t)$ representa o domínio estrutural e I o intervalo de tempo considerado. Neste trabalho, o modelo estrutural será considerado como um sólido rígido.

As condições de compatibilidade cinemática estão relacionadas aos campos de velocidade e deslocamento na interface fluido-estrutura. No caso de um corpo rígido, é necessário se obter as variáveis cinemáticas referentes somente ao centro de gravidade (CG) do corpo rígido, ainda sendo necessário obter as variáveis sobre a superfície do corpo. De acordo com Takashi e Hughes [11], isso é possível através de uma matriz de transformação.

3 Formulação Numérica

Os métodos para análise de problemas envolvendo o escoamento de fluidos com fronteiras móveis, podem ser vistos como técnicas de rastreamento de interfaces. Ao ocorrer o movimento da interface fluido-estrutura, o espaço no domínio ocupado pelo fluido tem sua forma alterada, conseqüentemente, a malha também deve ser alterada tanto para acomodar essa mudança na forma da malha, quanto para acompanhar o próprio movimento da interface, como pode ser observado através da Fig. 1. Para resolução do problema fluido e estrutural, foram usadas as formulações numéricas baseadas em elementos finitos estabilizados, apresentadas nos trabalhos de Antunes, Lyra e Willmersdorf. [12] e Antunes et al. [13] escritas na linguagem de programação MATLAB e que utiliza de um acoplamento segregado para obtenção da solução na interface dos problemas fluido e estrutural, com adaptações implementadas nas seções de movimentação de malha. No domínio referente à estrutura, é utilizada uma descrição Lagrangeana, e para o domínio fluido, uma descrição Euleriana. A partir disso, é obtido o problema acoplado dos domínios fluido-estrutura, utilizando-se ainda uma descrição ALE na região onde a malha é dinâmica.

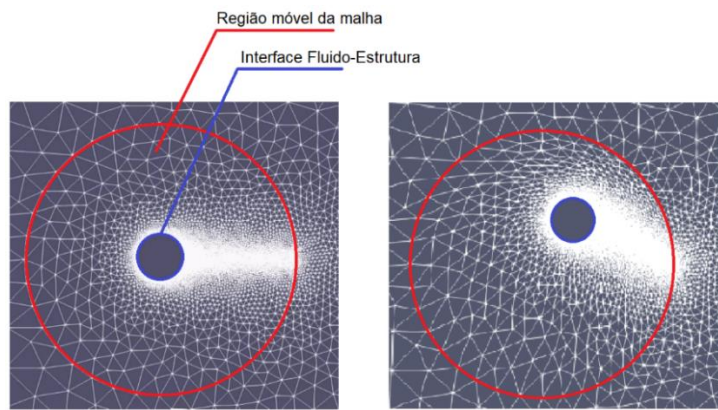


Figure 1. a) Problema IFE antes do início das iterações b) Problema IFE após início das iterações e a movimentação da malha. Fonte: Autor (2019).

Nesta seção será apresentada a metodologia referente à movimentação da malha, baseada na suposição de que os elementos que compõem a malha são feitos de material deformável, elasticamente linear, isotrópico e homogêneo, portanto as suas deformações obedecem às relações constitutivas. Adicionalmente, a topologia da malha poderá ser alterada se a resultante deste processo resultar em elementos com melhor qualidade.

3.1 Analogia Elástica

O método aqui apresentado difere da analogia das molas, no sentido de ser menos suscetível a ocasionar elementos degenerados, ou seja, no qual o vértice de um elemento atravessasse sua aresta. É implementada uma simples relação constitutiva de tensão-deformação, como pode ser vista na eq. (5).

$$\vec{\sigma} = [D] \vec{\varepsilon} . \quad (5)$$

Como neste trabalho é analisado somente o caso bidimensional, o elemento finito é tratado no estado plano de tensões, e os vetores de tensão e deformação são apresentados na eq. (6) e eq. (7), respectivamente.

$$\vec{\sigma} = \left\{ \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy} \right\}^T . \quad (6)$$

$$\vec{\varepsilon} = \left\{ \varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy} \right\}^T . \quad (7)$$

A matriz D para o caso de estado plano de tensões é apresentada na eq. (8)

$$[D] = \frac{E^{(el)}}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Adota-se um coeficiente de Poisson $\nu \in [0;0.35]$ de forma a se permitir maiores deformações, tal escolha depende do problema analisado, e da experiência do analista. É definido um módulo de Young para cada elemento, proporcional a dimensão de sua menor aresta, eq. (9). Dessa forma elementos próximos à estrutura serão mais rígidos e absorverão menos deformações, ficando estas para os maiores elementos, normalmente localizados a maiores distâncias da estrutura.

$$E_{el} = \frac{1}{\min_{j,k} \|x_j - x_k\|^\beta}. \quad (9)$$

Na eq. (9), o coeficiente β é utilizado para controlar o comportamento de deformação da malha, aumentando ou diminuindo a diferença de rigidez entre os menores e maiores elementos.

3.2 Troca de Arestas (*Edge Swap*)

O método de troca de arestas (*Edge Swap*), é definido como a modificação local de dois elementos, que compartilhem uma aresta, e que formem um quadrilátero convexo em dois novos elementos que passam a utilizar a outra diagonal como aresta compartilhada, esse método pode ser visto na Fig. (2)

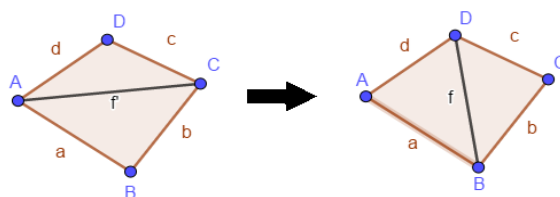


Figure 2. Troca de arestas (*Edge Swap*). Fonte: Autor (2020).

Para decidir se uma aresta deve ser trocada é necessário escolher um critério de qualidade para os elementos. Aqui foi escolhido o critério de Delaunay, consultar De Loera, Rambau e Santos [14] para mais detalhes da aplicação do critério na troca de arestas.

4 Aplicações

Para a realização das simulações foi utilizado um computador de mesa com as seguintes configurações, processador AMD FX-8320e 3.2 GHz com 8 núcleos de CPU e 8 threads, 8 GB 1866 MHz de memória RAM, 240 GB SSD.

4.1 Escoamento ao Redor do Perfil Aerodinâmico NACA0012

As Figs. 3 e 4 mostram a aplicação da técnica de troca de arestas para o caso de IFE, considerando o perfil NACA0012, o qual está inicialmente rotacionado à 150° da posição de equilíbrio, considerando a direção da corrente livre, onde fica evidenciada a eficiência da técnica, que permite grande versatilidade em situações governadas por rotações puras. Foi utilizada uma malha contendo 5945 triângulos, o escoamento tem um número de Reynolds igual a 100. A implementação somente da troca de arestas permite que o perfil rotacione livremente, e toda a região de elementos na região ALE rotacionam de forma Lagrangeana.

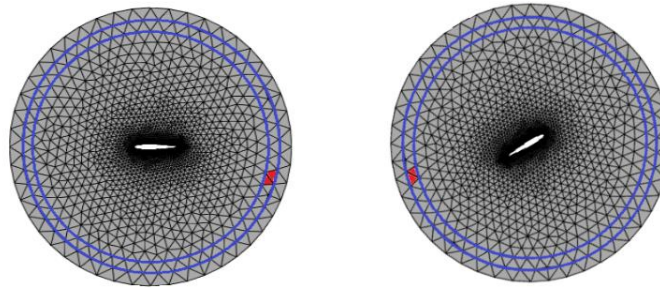


Figure 3. Perfil NACA0012 na posição de equilíbrio e rotacionado 150°. A região localizada entre os círculos azuis mostra onde ocorre a troca de arestas. Fonte: Autor (2020)

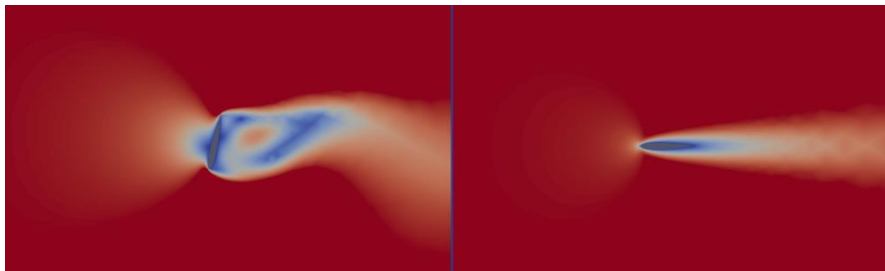


Figure 4. Primeira oscilação do perfil NACA0012 (à esquerda); perfil estabilizado (à direita). Fonte: Autor (2020).

De forma a definir o critério de qualidade da malha utilizado, foram considerados os critérios de qualidade referentes ao condicionamento da matriz de rigidez, ao gradiente da solução, apresentados por Shewchuk [15], e a razão de proporcionalidade. Sendo assim, obtemos a razão entre a qualidade de um par de elementos escolhidos na região de troca de arestas, em vermelho na Fig. (3), e a qualidade de um triângulo equilátero. Os valores de qualidade máximos e mínimos de ambos os elementos são apresentados nas tabelas Tab. 1 e Tab. 2. Como é possível observar, o critério de Delaunay manteve os elementos com melhor qualidade, dentre os analisados.

Tabela 1 - Qualidade do Elemento 1

Critério/Qualidade	Qgsi-máx	Qgsi-mín	Qcsi-máx	Qcsi-mín	Qar-máx	Qar-mín
CD	0.99852	0.85339	0.99082	0.50137	0.99995	0.74602
CG	0.99852	0.85339	0.99082	0.50137	0.99995	0.74602
CC	0.99852	0.85339	0.99082	0.50137	0.99995	0.74602

Tabela 2 - Qualidade do Elemento 2

Critério/Qualidade	Qgsi-máx	Qgsi-mín	Qcsi-máx	Qcsi-mín	Qar-máx	Qar-mín
CD	0.99902	0.84603	0.99277	0.49515	0.99997	0.76345
CG	0.99902	0.84132	0.99277	0.49422	0.99997	0.76345
CC	0.99902	0.84603	0.99277	0.49515	0.99997	0.76345

onde CD – Critério de Delaunay para troca de arestas, CG – Critério de gradiente de solução, CC – Critério de condicionamento da matriz de rigidez, Qgsi – Medida de qualidade referente ao gradiente da solução, Qcsi - Medida de qualidade referente ao condicionamento da matriz de rigidez, e Qar – Medida de qualidade referente a razão de proporcionalidade. Na Fig.4, apresenta-se o mapa de cores da velocidade, e evidencia-se, qualitativamente, o fato de o perfil aerodinâmico alinhar-se com a direção da corrente livre no escoamento.

4.2 Cilindro Lock-in

Na Fig. (5) é apresentado o problema clássico de escoamento fluido ao redor do cilindro, com o intuito de observar o efeito de Lock-in entre o fluido e a estrutura, no qual a frequência do desprendimento dos vórtices se iguala à frequência natural da estrutura, o cilindro é tratado como um corpo rígido com grau de liberdade somente de translação na direção y , existe amortecimento tanto estrutural quanto produzido pelo fluido. As forças de excitação que o cilindro sofre são as de arrasto, sustentação e momento, devido as tensões obtidas através do campo de pressões ao qual o cilindro está sujeito. Foi utilizada uma malha contendo 7842 elementos triangulares. O número de Reynolds do escoamento foi 150, e é controlado pela viscosidade do fluido, considerando-se os valores de velocidade da corrente livre, massa específica e comprimento característico como unitários. A análise da velocidade na direção transversal à corrente livre do escoamento, para obter o valor da frequência da esteira de vórtices, foi realizada em um ponto localizado a jusante do cilindro. A simulação durou em média 16 horas com um total de 11000 iterações. Através dessa simulação foi obtida uma frequência resultante de 0.15625 Hz.

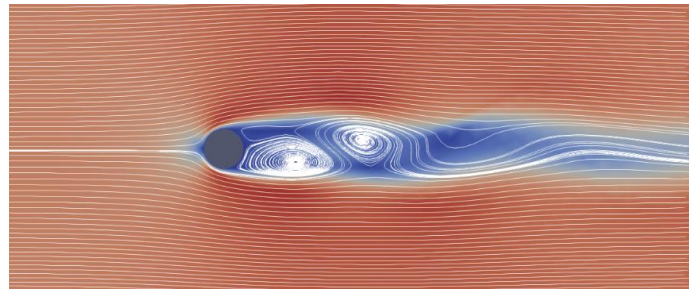


Figure 5: Escoamento ao redor do cilindro circular, $Re = 150$. Fonte: Autor (2020).

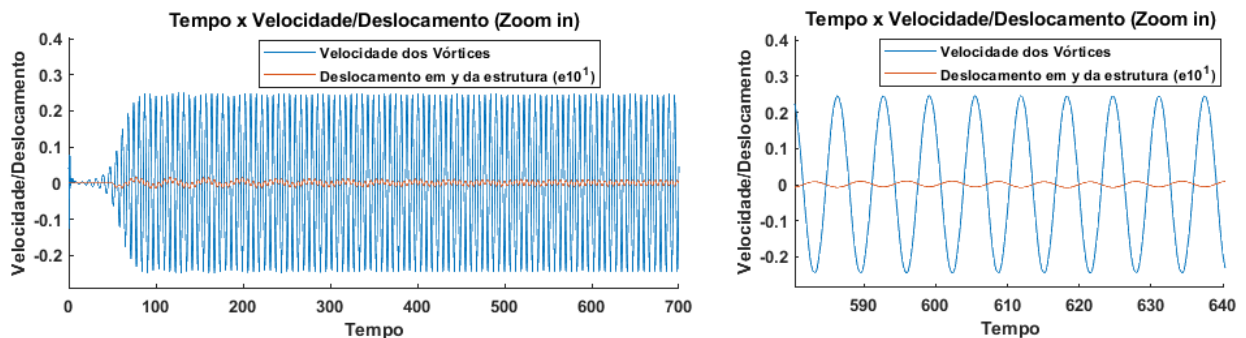


Figure 6: Gráfico Tempo x Velocidade/Deslocamento (à esquerda); Zoom in do gráfico Tempo x Velocidade/Deslocamento (à direita). Fonte: Autor (2020).

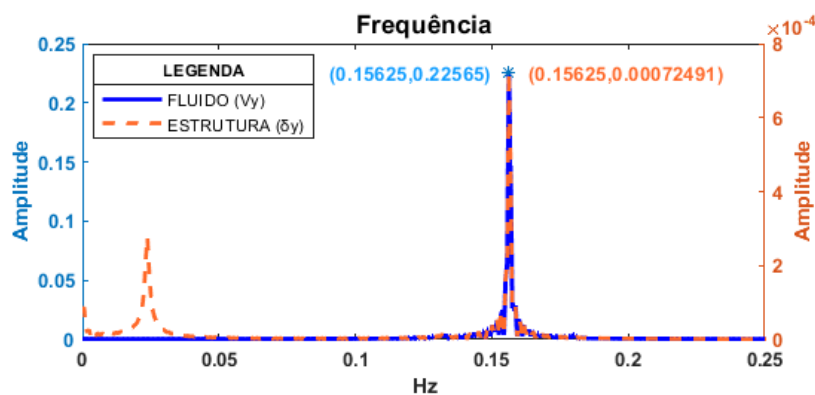


Figure 7. Frequência da esteira de vórtices (à esquerda) e da estrutura (à direita). Fonte: Autor (2020).

A partir disso, uma segunda simulação foi realizada, nesta foi imposta uma frequência natural para a estrutura

de 95% da frequência da esteira, ou seja, 0.148438 Hz, com a estrutura livre para se deslocar. Na Fig. (6), são apresentados os resultados mostrando a componente vertical da velocidade em concordância com os deslocamentos da estrutura, assim como os espectros de frequência, na Fig. (7), evidenciando o *Lock-in*. Tanto os deslocamentos da estrutura quanto a velocidade do escoamento são medidos em função do comprimento característico, nesse caso, o diâmetro do cilindro.

5 Conclusões

Combinar a técnica de movimentação da malha com a troca de arestas possibilita uma série de vantagens na resolução de problemas IFE, na medida em que é possível postergar, e em muitos casos, evitar a necessidade de remalhamento, desta forma reduzindo o custo computacional, mantendo a acurácia da solução. Testes de verificação e validação da metodologia estudada foram realizados, e os resultados iniciais apresentaram-se bastante promissores.

Acknowledgements. The authors would like to thank FACEPE (Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco), who supported the author Nicolas Henrique Santana de Carvalho along the master's course through the Process number IBPG-0102-3.01/18.

Authorship statement. The authors hereby confirm that they are the sole liable persons responsible for the authorship of this work, and that all material that has been herein included as part of the present paper is either the property (and authorship) of the authors, or has the permission of the owners to be included here.

Referências

- [1] M. Oshima et al. Finite element simulation of blood flow in the cerebral artery. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 191, n. 6-7, p. 661-671, 2001.
- [2] A. Loseille e R. Löhner. Anisotropic adaptive simulations in aerodynamics. In: 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, p. 169, 2010.
- [3] L. Mangal, V. G. Idichandy e C. Ganapathy. Structural monitoring of offshore platforms using impulse and relaxation response. *Ocean Engineering*, v. 28, n. 6, p. 689-705, 2001.
- [4] W. Huang and R. D. Russell. Adaptive moving mesh methods. Vol. 174. Springer Science & Business Media, 2010.
- [5] R. Löhner. Adaptive remeshing for transient problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 75, n. 1-3, p. 195-214, 1989.
- [6] J. Batina. Unsteady Euler airfoil solution using unstructured dynamic meshes. *AIAA Journal*, Vol. 28, pp 1381–1388, 1990.
- [7] C. Degand e C. Farhat. A three-dimensional torsional spring analogy method for unstructured dynamic meshes. *Computers and Structures*, Vol 80, pp 305-316, 2002.
- [8] K. Stein, T. Tezduyar e R. Benney. Mesh moving techniques for fluid–structure interactions with large displacements. *J. Appl. Mech*, v. 70, n. 1, p. 58-63, 2003.
- [9] L. Cavagna; G. Quaranta e P. Mantegazza. Application of Navier–Stokes simulations for aeroelastic stability assessment in transonic regime. *Computers & Structures*, v. 85, n. 11-14, p. 818-832, 2007.
- [10] H. L. Soriano. *Introdução à dinâmica das estruturas*. Elsevier, 2014.
- [11] N. Takashi e T. J. Hughes. An arbitrary Lagrangian–Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 95, n. 1, p. 115-138, 1992.
- [12] A. R. E. Antunes, P. R. M. Lyra e R. B. Willmersdorf. A methodology and computational system for the simulation of fluid-structure interaction problem. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 27, n. 3, p. 255-265, 2005.
- [13] A. R. E. Antunes et al. An implicit monolithic formulation based on finite element formulation for incompressible Navier–Stokes equations. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 37, n. 1, p. 199-210, 2015.
- [14] J. De Loera, J. Rambau e F. Santos. *Triangulations: structures for algorithms and applications*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [15] J. R. Shewchuk. What is a good linear finite element? interpolation, conditioning, anisotropy, and quality measures (preprint). *University of California at Berkeley*, v. 73, p. 137, 2002.