

Estudo do Comportamento de Painéis de Alvenaria Submetidos a Carregamento Lateral utilizando Elementos de Pórtico com Seção Transversal Variável

Aline dos Santos Alves Gesteira, Rodrigo Bird Burgos, Maria Fernanda Figueiredo de Oliveira

Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rua São Francisco Xavier 524, 20550-900, RJ, Brasil
alinegesteira20@gmail.com, rburgos@eng.uerj.br, mariafer@eng.uerj.br

Abstract. The lateral load behavior of masonry panels is one of the main concerns when designing masonry structures and may depend on several parameters, such as panel aspect ratio, properties of the composite material, and intensity of the compressive axial load. This behavior may be addressed by means of experimental and numerical tests, and it is generally represented by plotting the lateral load versus lateral deflection curve. A simple way for obtaining numerically this curve is to consider the masonry wall as a one-dimensional element and perform a finite element analysis. Based on some assumptions concerning the normal stress distribution, the panel can be discretized into frame elements whose geometrical properties are evaluated from the portion of the cross-section subjected to compression. In the case of employing finite elements of constant cross-sections, good results are obtained only if the mesh is dense enough as to accurately represent the change in the geometrical properties of the resisting portion of the panel cross-section. In this work, a finite element with variable cross-section is employed, so the number of elements required for a reliable solution could be reduced. The proposed model is tested against some experimental results available in the literature for various dimensions, material properties.

Keywords: masonry panel; lateral load; variable cross-section

1 Introdução

A alvenaria é o segundo material de construção mais antigo da história humana, sendo utilizada como material básico na construção de residências, prédios e outros tipos de estruturas desde os primeiros anos da civilização [1]. Suas características de elevada resistência à compressão, facilidade de implementação e disponibilidade do material, baixo custo de manutenção, durabilidade e boa proteção sonora e contra ao fogo fazem com que a alvenaria ainda seja muito utilizada atualmente. Entretanto, apresenta um comportamento mecânico complexo de difícil modelagem numérica, visto que é um material compósito anisotrópico com assimetria na tração e na compressão, elevada não-linearidade na compressão e ruptura quase frágil. [2].

Apesar de o principal carregamento para o dimensionamento de painéis de alvenaria ser axial, a resposta de um painel sob compressão submetido a cargas laterais é utilizada para verificar a capacidade de carga e o comportamento global de estruturas diante de eventos como ventos ou sismos [3]. Considerando o exposto, este trabalho investiga uma metodologia para o cálculo de curvas de capacidade lateral (carga lateral vs. deflexão lateral) de painéis de alvenaria submetidos a uma carga axial compressiva N , aprimorando a abordagem apresentada por Grande et al. [4].

A estrutura estudada trata-se de um painel de base engastada e topo livre, cujas dimensões e cargas atuantes no plano estão representadas na Fig. 1-a. Admite-se que a alvenaria não suporta tensões de tração e, portanto, a seção transversal resistente do painel varia continuamente ao longo da altura, conforme a evolução da região comprimida. Além disso, a resposta à compressão tem um comportamento elastoplástico perfeito.

Para um dado valor de força lateral V , o painel pode ser considerado como composto por diferentes trechos ao longo da altura da estrutura, de modo que cada trecho possui um estado de tensão-deformação característico (Fig. 1-b). O número de trechos e a suas extensões dependem de uma série de parâmetros como as propriedades da alvenaria, o valor da carga aplicada e a geometria do painel. Considerando como ε_{\max} o valor da deformação máxima quando o material está submetido à compressão, ε_y o valor da deformação elástica limite para a alvenaria

e x_u a posição do eixo neutro na base do painel, os seguintes trechos podem ser identificados:

- Trecho 1 ($\epsilon_{max} \leq \epsilon_y$ e $x_u \geq B$): regime elástico, toda a seção transversal está comprimida;
- Trecho 2 ($\epsilon_{max} \leq \epsilon_y$ e $x_u < B$): regime elástico, apenas uma parte da seção transversal está comprimida;
- Trecho 3 ($\epsilon_{max} > \epsilon_y$ e $x_u < B$): regime elastoplástico, apenas uma parte da seção transversal está comprimida.

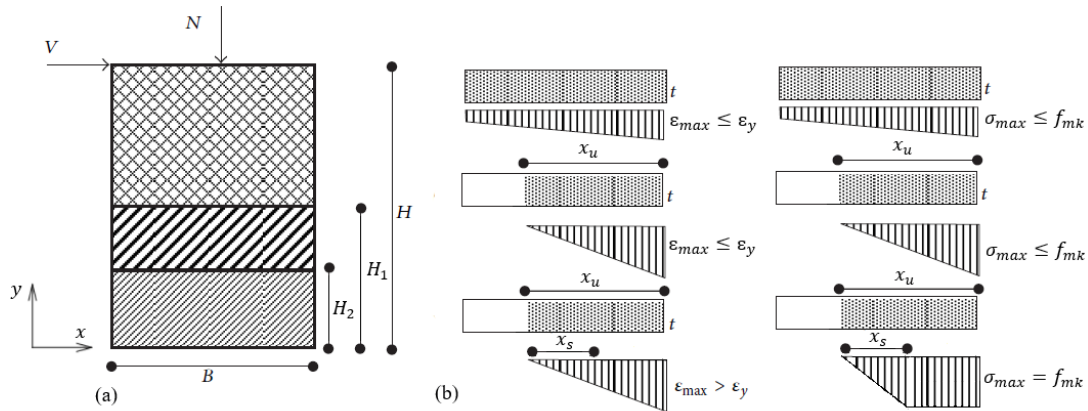


Figura 1: (a) Painel de alvenaria composto por três zonas e (b) os estados de tensão-deformação correspondentes (adaptado de Grande et al. [4])

A curva carga lateral vs. deflexão lateral no topo do painel (V vs. D) é obtida por uma análise não-linear incremental, sendo que cada ponto da curva é calculado em duas etapas. A primeira etapa consiste em analisar o número de trechos no painel e os estados de tensão-deformação correspondentes para um dado valor de V , a partir das equações de equilíbrio. A segunda etapa avalia o deslocamento lateral D do painel pelo método dos elementos finitos, empregando elementos de viga de Timoshenko. Esse tipo de formulação é utilizado porque a distorção ao cisalhamento desempenha um papel importante em estruturas cuja relação comprimento/largura é baixa. As matrizes de rigidez de cada elemento finito são avaliadas a partir de propriedades geométricas da seção transversal resistente determinada na primeira etapa.

Na segunda etapa, dois tipos de modelo são investigados. O modelo 1 discretiza o painel num número fixo de elementos finitos, cada um com propriedades geométricas da seção transversal constantes. O modelo 2, proposto no presente trabalho, discretiza o painel com um elemento finito por trecho, cada um com largura da seção transversal resistente variando linearmente ao longo do comprimento. Dessa maneira, cada ponto da curva V vs. D pode empregar de 1 a 3 elementos, a depender do número de trechos existentes para a carga lateral analisada. As formulações foram implementadas no MATLAB [5], e testadas em um exemplo com dados experimentais obtidos na literatura.

2 Equilíbrio da seção transversal na base

A partir do equilíbrio do diagrama de tensão normal atuante na seção transversal na base do painel pode-se delimitar os trechos e obter as expressões que relacionam a largura da seção transversal resistente com as forças atuantes N e V . Neste trabalho, a carga lateral V é incrementada indiretamente a partir da variação incremental da posição da linha neutra na base do painel x_u , como é mostrado no fluxograma da Fig.2.

O primeiro passo consiste em determinar a nova posição da linha neutra x_u , incrementada a partir da posição anterior na curva V vs. D , que acarreta duas alternativas para o estado de tensões na base da estrutura :toda seção está comprimida se $x_u \geq B$ e somente uma parte da seção comprimida se $x_u < B$.O segundo passo consiste na determinação da deformação máxima da alvenaria impondo o equilíbrio das forças na direção y por

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \int E t \epsilon(x) dx - N = 0 \quad (1)$$

em que E é o módulo de elasticidade da alvenaria. É interessante enfatizar que a deformação máxima poderá assumir valores maiores ou menores que a deformação de escoamento ϵ_y , mas não poderá exceder a deformação última ϵ_u que indica a condição de ruptura. Finalmente, o terceiro passo calcula o valor da carga lateral V impondo o equilíbrio de momento em torno do nó A por

$$\sum M_A = 0 \rightarrow \int E t \epsilon(x)x dx - N \frac{B}{2} - V H = 0 \quad (2)$$

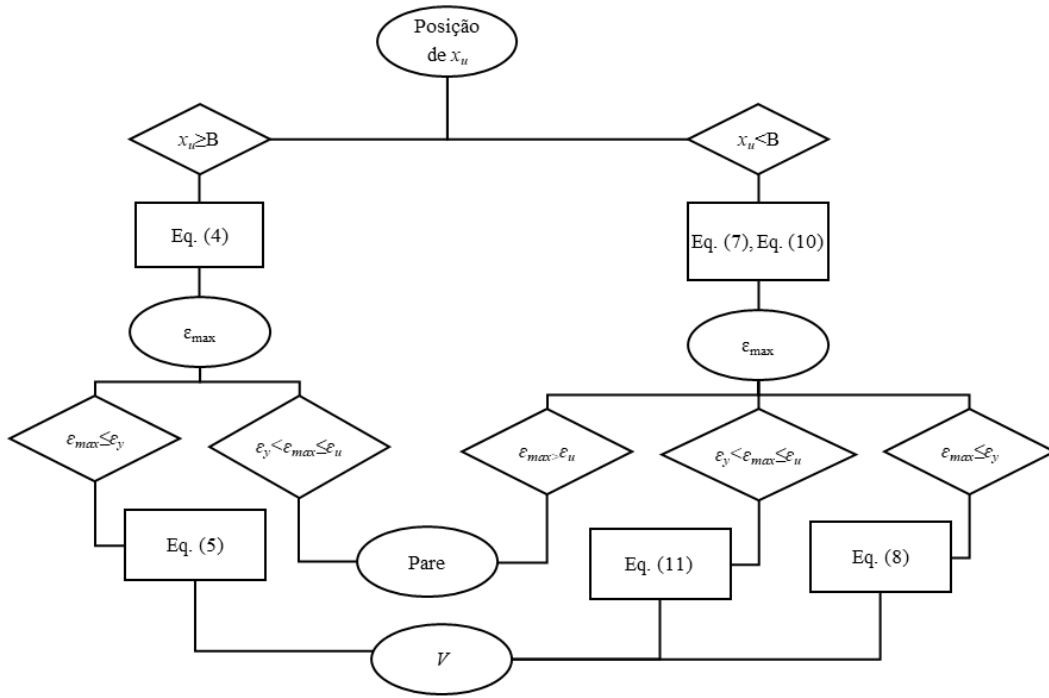


Figura 2: Fluxograma do cálculo da carga lateral a partir da posição da linha neutra.

A seguir, as expressões resultantes para a deformação ϵ , a deformação máxima ϵ_{max} e a carga lateral V são fornecidas para cada trecho do painel, sendo f_{mk} a resistência à compressão da alvenaria e x_s a posição da fibra em que se inicia o escoamento.

a) Trecho 1 ($\epsilon_{max} \leq \epsilon_y$ e $x_u \geq B$):

$$\epsilon(x) = \frac{x(\epsilon_{max} - \epsilon_{min})}{B} + \epsilon_{min} , \quad (3)$$

$$\epsilon_{max} = \frac{2N - BE\epsilon_{min}t}{EBt} , \quad (4)$$

$$V = \frac{E(\epsilon_{max} - \epsilon_{min})tB^2}{12H} . \quad (5)$$

b) Trecho 2 ($\epsilon_{max} \leq \epsilon_y$ e $x_u < B$):

$$\epsilon(x) = \frac{(x - B + x_u)\epsilon_{max}}{x_u} , \quad (6)$$

$$\epsilon_{max} = \frac{2N}{Ex_u t} , \quad (7)$$

$$V = \frac{E\epsilon_{max}tx_u(B/2 - x_u/3)}{2H} . \quad (8)$$

c) Trecho 3 ($\epsilon_{max} > \epsilon_y$ e $x_u < B$):

$$\epsilon(x) = \frac{(x - B + x_u)\epsilon_y}{x_s} , \quad (9)$$

$$\epsilon_{max} = \frac{f_{mk}tx_u\epsilon_y}{2f_{mk}tx_u - N} , \quad (10)$$

$$V = \frac{f_{mk}tx_s(B/2 + 2x_s/3 - x_u) + f_{mk}(x_u - x_s)t(B - x_u + x_s)}{2H} \text{ sendo } x_s = \frac{x_u\epsilon_y}{\epsilon_{max}} \quad (11)$$

3 Modelos de elementos finitos

Para cada valor de carga V , o cálculo do deslocamento D no topo do painel é feito pelo método dos elementos finitos empregando a formulação de vigas de Timoshenko. A obtenção da curva de capacidade lateral é construída a partir do processo incremental da carga lateral V , através de incrementos na posição do eixo neutro na base x_u , e do cálculo da deflexão lateral no topo D correspondente. Esse processo continua até que a deformação

última ϵ_u seja alcançada na base do painel.

Duas abordagens foram investigadas para a modelagem do painel, empregando dois tipos diferentes de elementos finitos: com seção transversal constante e variável. Para ambas as abordagens é necessário calcular a largura B' da seção transversal resistente nos nós da malha de elementos finitos, para que se possa avaliar as propriedades geométricas de cada elemento. A largura B' corresponde à porção comprimida da seção transversal e está relacionada com a posição da linha neutra, que depende do trecho ao qual o nó pertence. Para o trecho 1, toda a seção está comprimida e a posição da linha neutra é constante ao longo de todo o comprimento, resultando em $B'=B$. Para os trechos 2 e 3, a largura B' no nó é calculada por interpolação linear a partir dos valores conhecidos do início e fim de cada trecho. A seguir, as equações resultantes da interpolação linear que calcula exatamente a largura B' no trecho 2 e 3, sendo c a distância entre o elemento e a base do painel.

a) Trecho 2 ($\epsilon_{max} \leq \epsilon_y$ e $x_u < B$):

$$B' = B - \frac{(H_1 - c) * (B - x_u)}{H_1}, \quad (12)$$

b) Trecho 3 ($\epsilon_{max} > \epsilon_y$ e $x_u < B$):

$$B' = x_y - \frac{(H_2 - c) * (x_y - x_u)}{H_2}, \text{ se } c < H_2 \quad (13)$$

$$B' = B - \frac{(H_1 - c) * (B - x_y)}{H_1 - H_2} \text{ se } H_2 \leq c < H_1 \quad (14)$$

A depender da posição do eixo neutro na base x_u , há três possibilidades para a configuração do painel, como ilustrado na Fig. 3., na qual também estão indicadas as expressões da largura B' no início e no fim de cada trecho, sendo $x_y = 2N/f_{mk}/t$. Para um dado B' , as propriedades geométricas da seção transversal resistente retangular são dadas por

$$A = B't \text{ e } I = \frac{t B'^3}{12}. \quad (15)$$

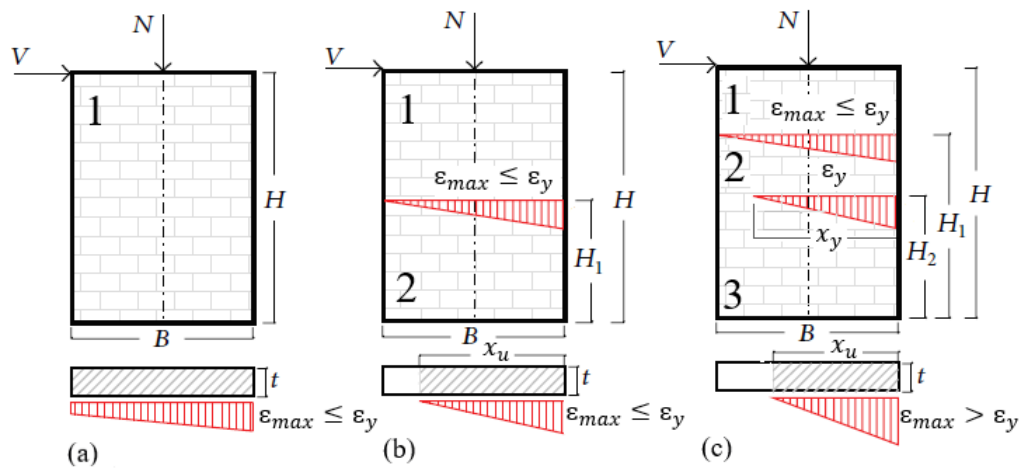


Figura 3: Possíveis configurações de trechos do painel de alvenaria (adaptado de Grande et al. [4]).

A delimitação de cada trecho no painel é dada pelas alturas H_1 e H_2 . A altura H_1 é a distância da base do painel até o ponto em que $x_u = B$ e pode ser calculada considerando $\epsilon_{min} = 0$ nas Eqs. (4) e (5) e substituindo ϵ_{max} da Eq. (4) na Eq. (5), chegando a

$$H_1 = H - \frac{NB}{6V}. \quad (16)$$

Já a altura H_2 é a distância da base do painel até o ponto em que começa a plastificação e pode ser calculada isolando x_u da Eq. (7) e substituindo-o na Eq. (8), obtendo-se

$$H_2 = H - \frac{N}{V} \left(\frac{B}{2} - \frac{2N}{3f_{mk}t} \right). \quad (17)$$

3.1 Modelo 1 – Elementos com seção transversal constante

Nesse modelo, o painel é discretizado por um número constante de elementos em todas as análises

necessárias para a construção da curva carga lateral V vs. deflexão lateral D . Adota-se como propriedades geométricas do elemento os valores calculados para o nó inferior. Para representar a mudança da seção transversal resistente de forma suave é necessário discretizar o painel em um número grande de barras.

A matriz de rigidez do elemento de seção transversal constante pela formulação de Timoshenko é

$$K = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{sL^3} & \frac{6EI}{sL^2} & 0 & -\frac{12EI}{sL^3} & \frac{6EI}{sL^2} & 0 \\ & \frac{4EI(1+e)}{sL} & 0 & -\frac{6EI}{sL^2} & -\frac{2EI(2e-1)}{sL} & 0 \\ & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 \\ sim & & & \frac{12EI}{sL^3} & -\frac{6EI}{sL^2} & 0 \\ & & & & \frac{4EI(1+e)}{sL} & 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$e = \frac{3EI\chi}{GA L^2} \quad e \quad s = L + 4e, \quad (19)$$

em que L é o comprimento do elemento, G é o módulo de elasticidade transversal e $\chi=5/6$ é o fator de forma de cisalhamento para seção retangular.

3.2 Modelo 2: Elementos com seção transversal variável

Neste trabalho, com o objetivo de diminuir o número de elementos no modelo numérico, propõe-se empregar um único elemento de barra com seção transversal variável (barra com mísula) para cada trecho do painel, considerando a largura B' variando linearmente ao longo do elemento. Portanto B' , foi escrito como uma função dos valores conhecidos do início, B_0 , e fim, B_1 , de cada elemento de comprimento L , que nesse caso equivale à altura, como a variação é linear pode-se colocar B_1 em função de B_0 , de forma que $B_1 = \alpha B_0$.

Com essa abordagem, o número de elementos necessários para representar o painel de alvenaria varia de 1 a 3 durante as análises para a geração da curva carga lateral V vs. deflexão lateral D , a depender da configuração de trechos (Fig. 3).

$$B' = B_0 + (B_1 - B_0) \frac{y}{L} = B_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right] \quad (20)$$

$$A(y) = B' t = B_0 t \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right] = A_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right] \quad (21)$$

$$I(y) = \frac{B'^3 t}{12} = \frac{B_0^3 t}{12} \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right]^3 = I_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right]^3 \quad (22)$$

O cisalhamento é considerado por meio do parâmetro adimensional Ω

$$\Omega(y) = \frac{E I(y)}{\chi G A(y) L^2} = \frac{E I_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right]^3}{\chi G A_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right]^2} = \Omega_0 \left[1 + (\alpha - 1) \frac{y}{L} \right]^2 \quad (23)$$

A matriz de rigidez do elemento de seção transversal variável pela formulação de Timoshenko é encontrada conforme o método dos elementos finitos.

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & -k_{11} & 0 & 0 \\ & k_{22} & k_{23} & 0 & -k_{22} & k_{26} \\ & & k_{33} & 0 & -k_{23} & k_{36} \\ & & & k_{11} & 0 & 0 \\ sim & & & & k_{22} & -k_{26} \\ & & & & & k_{66} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$k_{11} = \frac{A_0 E (\alpha - 1)}{L \log(\alpha)}, \quad k_{22} = \frac{3 E I_0 (\alpha - 1)^3 (\alpha + 1)}{L^3 (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)}$$

$$k_{23} = \frac{3 E I_0 (\alpha - 1)^3}{L^2 (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)}$$

$$k_{33} = \frac{E I_0 (4 \alpha - 3\alpha^2 + 2\alpha^2 \log(\alpha) + 2 \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) - 4 \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) + 2 \Omega_0 \alpha^4 \log(\alpha) - 1)}{L (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)}$$

$$k_{26} = \frac{3 E I_0 \alpha (\alpha - 1)^3}{L^2 (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)},$$

$$k_{36} = -\frac{E I_0 \alpha (2 \alpha \log(L \alpha) - 2 \alpha \log(L) - \alpha^2 - 4 \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + 2 \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) + 2 \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 1)}{L (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)}$$

$$k_{66} = \frac{E I_0 \alpha^2 (2 \log(L \alpha) - 4 \alpha - 2 \log(L) + 2 \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha^2 + 2 \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) - 4 \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 3)}{L (\log(\alpha) - 2\alpha + \Omega_0 \log(\alpha) + \alpha \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha^2 \log(\alpha) + \Omega_0 \alpha^3 \log(\alpha) - \Omega_0 \alpha \log(\alpha) + 2)}$$

4 Aplicação numérica

Os painéis de alvenaria modelados nesses exemplos tiveram as curvas carga lateral vs. deflexão lateral obtidas experimentalmente por Salmanpoura [6] e Giambianco et al. [7]. A Tabela 1 apresenta as dimensões dos painéis, os parâmetros dos materiais e as cargas de compressão aplicadas.

Tabela 1. Características do painel de alvenaria

Experimental	B (mm)	H (mm)	t (mm)	E (MPa)	f_{mk} (MPa)	N (kN)	G (MPa)
Salmanpoura. [6]	2700	2600	150	3500	5,8	235	1800
Giambianco et al. [7]	1200	2400	500	726	4,5	311	315,6522

Os painéis de alvenaria foram analisados pelos dois modelos investigados nesse trabalho: modelo 1 (com elementos de seção transversal constante) e modelo 2 (com elementos de seção transversal variável). A carga lateral foi incrementada num total de 100 passos a partir de um incremento de 37,67 mm da posição da linha neutra na base do painel. É importante ressaltar que foi feito um estudo de malha para o modelo 1, adotando-se uma discretização de 70 elementos para um erro de 10^{-3} no deslocamento do topo do painel.

As comparações entre os ensaios experimentais e os modelos numéricos desenvolvidos nesse estudo são mostrados nas Fig. 4-a e Fig. 5-a, em que se verifica que o modelo 1 e o modelo 2 aproximam a curva V vs. D , porém o modelo 1 requer uma malha relativamente densa para se obter resultados.

A Figura 4-b e Fig. 5-b representam a variação da extensão L_i dos diferentes trechos i que caracterizam o comportamento dos painéis, sendo $L_1 = H - H_1$, $L_2 = H_1 - H_2$ e $L_3 = H_2$.

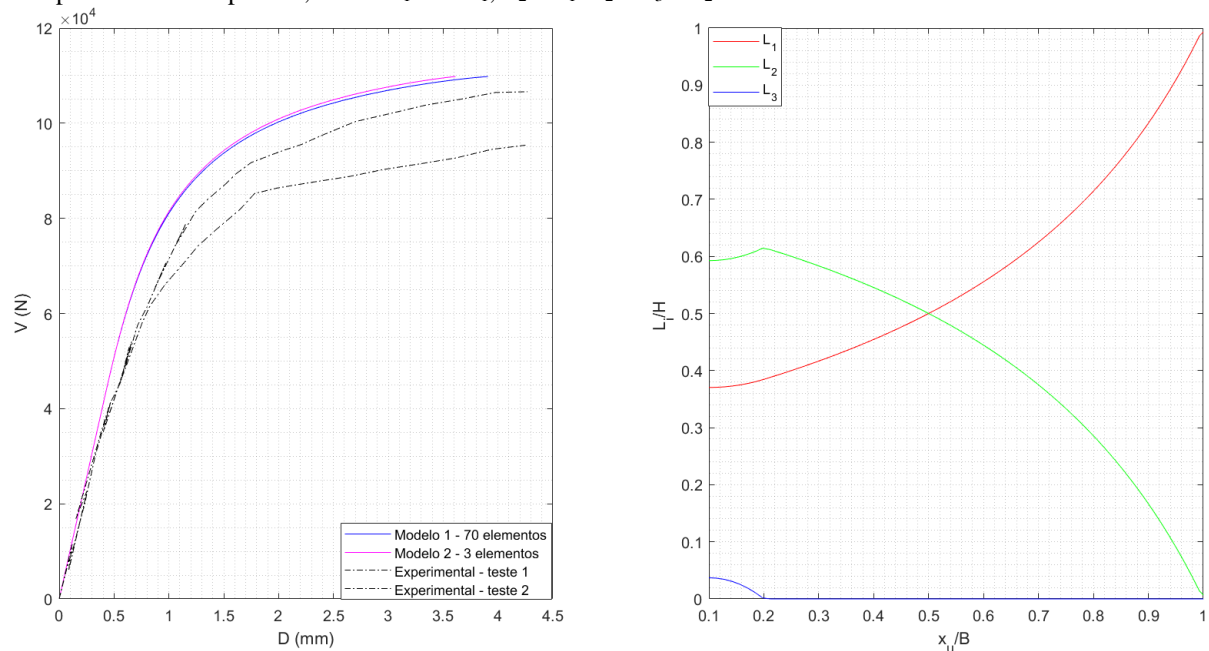


Figura 4: Painel analisado [6]: (a) curva carga lateral V vs. D ; (b) variação da extensão dos trechos do painel.

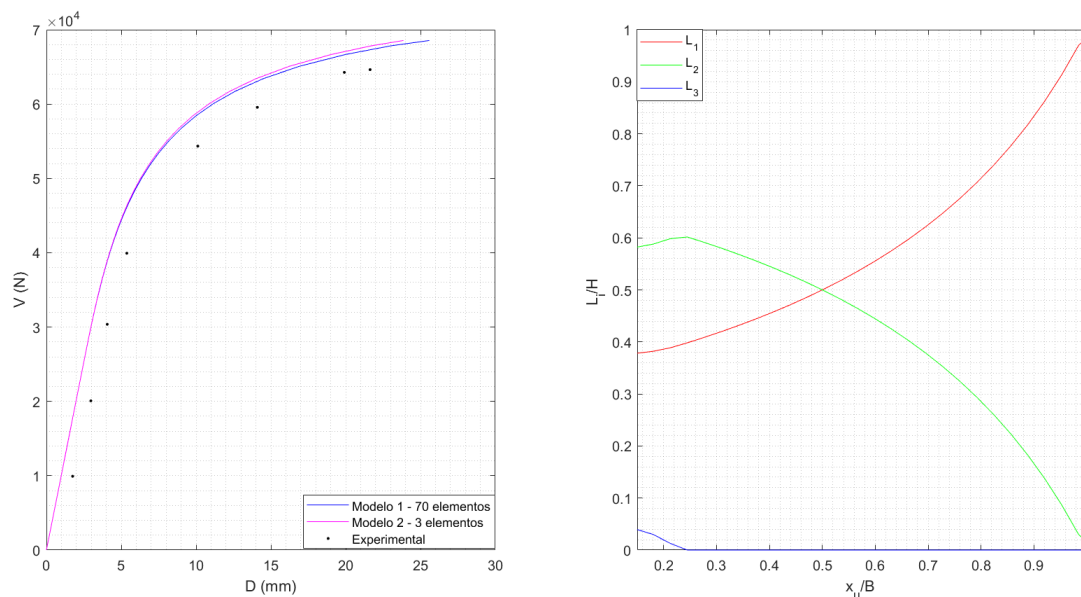


Figura 5: Paineis analisado [7]: (a) curva carga lateral V vs. D ; (b) variaçao da extensao dos trechos do paineis.

5 Conclusão

Neste trabalho foram estudadas duas simples abordagens para avaliar a resposta não linear de painéis de alvenaria. Essas ferramentas têm como propósito esquematizar um painel como um conjunto de elementos finitos, utilizando a formulação de Timoshenko, ou seja, atendendo tanto a deformação por flexão quanto a distorção por cisalhamento. Caso os elementos finitos em questão tenham propriedades constantes ao longo do comprimento, resultados confiáveis somente serão alcançados com malhas relativamente densas, de modo a representar a mudança da seção transversal de forma suave. Portanto, foi implementado um outro modelo de elemento finito com seção transversal variável (barra com mísula), de tal forma que o número de barras necessário para um resultado confiável possa ser reduzido. As propriedades geométricas e mecânicas dos elementos são obtidas a partir de diferentes estados tensão-deformação que caracterizam o comportamento da seção transversal.

As comparações entre o ensaio experimental e os modelos numéricos mostram que os resultados numéricos são satisfatórios tanto em relação a carregamento máximo quanto ao deslocamento último. Contudo, vale ressaltar que o modelo numérico com seção transversal variável é mais eficiente, posto que necessita de poucos elementos para se obter um bom resultado. Os modelos propostos nesse estudo possuem podem ser usados como uma simples ferramenta para a verificação de painéis de alvenaria na fase de pré-dimensionamento.

Referências

- [1] GUREL M., KISA M., ÇILI F, "Lateral Stiffness of Unreinforced Masonry Circular Columns under Cracked Conditions," 2006.
- [2] LU M., SCHULTZ A., STOLARSKI H, "Application of the arc-length method for the stability analysis of solid unreinforced masonry walls under lateral loads," 2005.
- [3] GUREL M., PEKGOKGOV R., ÇILI F, "Strength capacity of unreinforced masonry cylindrical columns under seismic transverse forces," 2011.
- [4] GRANDE E., IMBIMBO M., RASULO A., SACCO E, "A frame Element Model for the Nonlinear Analysis of FRP-Strengthened Masonry Panels Subjected to In-Plane Loads," *Advances in Materials Science and Engineering*, p. 12, 2013.
- [5] MATHWORKS, Inc, *Matlab Reference Manual*, 2018.
- [6] SALMANPOUR A., *Displacement Capacity of Structural Masonry*, ETH Zurich, 2017.
- [7] GIAMBIANCO G., RIZZO S., SPALLINO R, *Il Modello di Interfaccia a Doppia Asperità per l'analisi delle Strutture Discontinue*, Atti del Covegno Nazionale: la meccanica delle murature tra teoria e progetto, Messina, 1996.