

Comparison of second order effects in a plane frame through rigorous analysis and simplified methods from NBR 6118/2014 and NBR 8800/2008

Otávio B. A. Rodrigues¹, Antonio P. A. Ferro¹, Bruno F. F. Souza¹, Luciano B. Santos¹

¹*Centro de Tecnologia - CTEC, Universidade Federal de Alagoas - UFAL
Avenida Lourival Melo Mota, S/N, Tabuleiro do Martins, 57072-970, Maceió/Alagoas, Brasil
otavio.rodrigues@ctec.ufal.br; antonio.ferro@lccv.ufal.br; bruno.souza@ctec.ufal.br; lbsantos@ctec.ufal.br*

Abstract. The analysis of second order effects in structures can be performed in a rigorous, simplified or approximated approach. The rigorous analysis consists in incremental procedures that modifies structure's stiffness matrix, according to changes in its geometry. The simplified analysis divides a nonlinear problem in successive linear problems. In this context, NBR 6118/2014 and NBR 8800/2008 presents simplified methods like the coefficient γ_Z and the amplification coefficient method (MAES) for reinforced concrete and steel structures, respectively. This work aims to investigate coefficient γ_Z and MAES performance in determining second order effects by magnifying the first order efforts. To achieve that, a comparison is performed, following normative recommendations, using a reinforced concrete plane frame from literature. *Python* codes are developed to calculate both simplified approaches, using direct stiffness method for first order efforts determination and all considerations present on normative codes for a simplified second order analysis. Therefore, in this work, the results of two simplified methods for second order analysis are obtained for the same frame designed structure, and these results are also compared to those obtained from a geometric nonlinear rigorous data, comparing regular procedures in structure designing.

Keywords: Second-order analysis, NBR 6118/2014, NBR 8800/2008, Coefficient γ_Z , MAES

1 Introdução

A análise não linear geométrica é necessária quando os deslocamentos que surgem na estrutura podem alterar significativamente os esforços internos, situação em que a análise linear, também denominada de análise de primeira ordem, não é adequada para ser utilizada no dimensionamento dos elementos que compõem a estrutura. A influência da não linearidade geométrica, genericamente chamada de efeitos globais de segunda ordem, podem afetar significativamente o comportamento global da estrutura, podendo levar a esforços internos e deslocamentos maiores do que aqueles encontrados na análise em primeira ordem. Como apresentado em Lopes et al. [1], a não linearidade que surge nesses casos é devido à necessidade de determinar o equilíbrio da estrutura em uma configuração deformada, necessitando a consideração de novas formulações para as relações cinemática e de equilíbrio. Geralmente, essa análise é realizada de forma iterativa através da aplicação de métodos numéricos para a solução de sistemas não lineares complexos. Moncayo [2] oferece mais detalhes sobre o método tradicional P-Delta que é aplicado em *softwares* comerciais de análise estrutural para consideração dos efeitos de segunda ordem com estimativa satisfatória e em Lopes et al. [1] são apresentados os vários métodos matemáticos utilizados na abordagem de análise P-Delta.

No entanto, como as análises não lineares demandam a utilização de *softwares* com implementações de análises rigorosas demoradas, que penalizam a praticidade nos projetos estruturais complexos, os documentos normativos abordam critérios para considerações de métodos simplificados. Os métodos simplificados são importantes, pois permitem a orientação quanto a consideração ou não dos efeitos de não linearidade geométrica na análise, bem como permitem obter os próprios esforços de segunda ordem, obedecendo certo limite de utilização. Dessa forma, tanto a NBR 6118/2014 [3] como a NBR 8800/2014 [4] apresentam métodos distintos para consideração desses efeitos de forma simplificada para estruturas de concreto armado e aço, respectivamente.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é comparar os resultados fornecidos por ambos os métodos por meio de uma implementação em linguagem *Python*, e da análise de um pórtico plano em concreto armado da literatura. Consegue-se, dessa forma, fazer um estudo comparativo entre os resultados obtidos pelos métodos simplificados entre si e também com aqueles obtidos por meio de uma análise rigorosa em elementos finitos.

2 Metodologia

Para atingir o objetivo proposto, foi implementado o método da rigidez direta, pois os métodos simplificados das NBR 6114/2014 [3] e NBR 8800/2008 [4] necessitam da análise de primeira ordem da estrutura. Segundo Martha [5], a rigidez direta é uma formalização matricial do método dos deslocamentos, cujo objetivo é aproximar sua metodologia aos procedimentos comumente utilizados em programas de computador. Para verificação dessa implementação, foram avaliados pórticos planos e os resultados obtidos foram comparados com os fornecidos pelo *software Ftool* desenvolvido na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, por Luiz Fernando Martha.

De acordo com as recomendações dos métodos simplificados em estudo, foram incorporados à implementação da rigidez direta novos módulos computacionais. Assim, foram obtidos os esforços de segunda ordem e tais módulos foram verificados a partir de exemplos de pórticos planos disponíveis na literatura, nos quais esses métodos tenham sido aplicados. Na análise rigorosa foi utilizado o *software AcadFrame* desenvolvido na Escola de Engenharia de São Carlos, por Humberto Breves Coda e Rodrigo Ribeiro Paccola. Esse *software* usa o Método dos Elementos Finitos Posicional para análise de pórticos planos, incluindo não linearidade geométrica.

Para avaliação dos métodos simplificados e comparação desses com uma análise rigorosa foi selecionado na literatura um exemplo de pórtico plano de concreto armado, cujas condições de carregamento e geometria eram semelhantes as apresentadas por um edifício. Procurou-se obter os esforços de segunda ordem pelos métodos e análise propostos, e o erro entre os esforços gerados pelos métodos simplificados em relação à análise rigorosa.

3 Método simplificado da NBR 6118/2014: Coeficiente γ_Z

De acordo com a NBR 6118/2014 [3], o coeficiente γ_Z é uma forma de avaliação da importância dos esforços de segunda ordem globais em estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Para obtê-lo é realizada a análise de primeira ordem, para cada caso de carregamento, adotando os valores de rigidez determinados no item 15.5.3 da NBR 6118/2014 [3]. Conforme a combinação de carregamento, esse coeficiente é dado por

$$\gamma_Z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}, \quad (1)$$

onde $\Delta M_{tot,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais de cálculo atuantes na estrutura pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos na análise de primeira ordem e $M_{1,tot,d}$ é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais de cálculo em relação à base da estrutura.

Quando $\gamma_Z \leq 1.1$, a estrutura é classificada como de nós fixos, logo os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis. Para o intervalo $\gamma_Z > 1.1$ a estrutura é classificada como de nós móveis, logo os efeitos globais de segunda ordem são consideráveis. A NBR 6118/2014 [3] ainda propõe que para as estruturas de nós móveis onde $\gamma_Z \leq 1.3$, os esforços globais de segunda ordem podem ser determinados de maneira aproximada, a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0.95\gamma_Z$. A implementação deste método é mostrada através do fluxograma apresentado na Fig. 1.

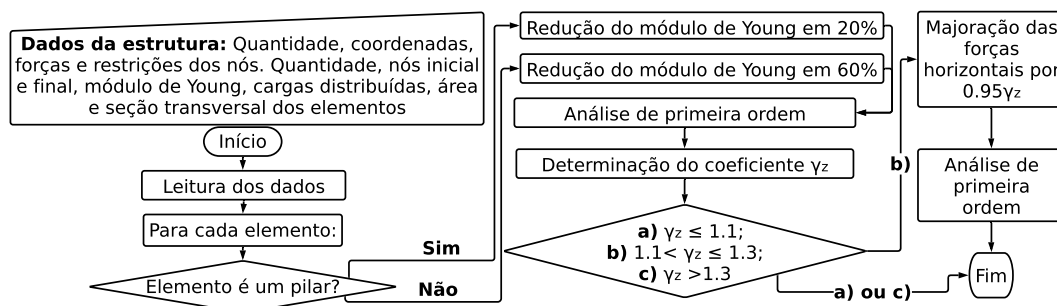


Figura 1. Fluxograma da implementação do coeficiente γ_Z

A verificação da implementação é realizada a partir dos exemplos de pórticos (nós fixos) apresentados por Leal [6]. A rigidez das vigas e pilares não é reduzida nesses exemplos. Assim, sob essas considerações é encontrada uma concordância entre os resultados obtidos e os apresentados na literatura.

4 Método simplificado da NBR 8800/2008: MAES

Segundo a NBR 8800/2008 [4], o método da amplificação dos esforços solicitantes (MAES) é uma forma aproximada de análise de segunda ordem, que considera os efeitos global P- Δ e local P- δ . Para seu uso, são necessárias, caso existam, ações verticais e horizontais de cálculo, obtidas por combinações últimas normais. O momento fletor de cálculo é analisado para cada andar da estrutura e é dado por

$$M_{sd} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}, \quad (2)$$

onde B_1 e B_2 são os coeficientes de amplificação devidos aos efeitos P- Δ e P- δ , respectivamente, M_{nt} é o momento fletor de cálculo obtido por análise de primeira ordem com os nós impedidos de se deslocar horizontalmente devido a contenções laterais fictícias em cada andar (estrutura nt) e M_{lt} é o momento fletor de cálculo obtido por análise de primeira ordem correspondente apenas ao efeito dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura provocados pela aplicação, em sentido contrário, das reações das contenções fictícias, nos mesmos pontos onde estas foram colocadas (estrutura lt). O coeficiente B_1 é definido para cada barra da estrutura, sendo obtido por

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{sd1}}{N_e}} \geq 1, \quad (3)$$

onde C_m é um coeficiente definido conforme a existência de forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão, N_{sd1} é a força axial de compressão solicitante de cálculo em análise de primeira ordem e N_e é a força normal crítica de flambagem elástica por flexão. Caso a força axial solicitante de cálculo na barra seja de tração, B_1 é unitário. O coeficiente B_2 é calculado para cada andar da estrutura, de modo que

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{\Delta_h}{h} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}}, \quad (4)$$

onde R_s é um coeficiente de ajuste igual a 0.85 para estruturas apertadas e 1.00 para os demais casos, Δ_h é o deslocamento relativo entre os níveis superior e inferior de cada andar, obtido em análise de primeira ordem, h é a altura do andar considerado, $\sum N_{sd}$ é o somatório da força normal de cálculo nos pilares do andar considerado e $\sum H_{sd}$ é a cortante no andar considerado produzida pelas forças horizontais de cálculo.

Quando $B_2 \leq 1.1$ a estrutura é classificada como de baixa deslocabilidade e os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados. Para o intervalo $1.1 < B_2 \leq 1.4$, a estrutura é classificada como de média deslocabilidade e são necessárias as considerações de imperfeições do material, que significam a redução da rigidez à flexão e axial das barras em 20%. Com isso, o valor de B_2 é recalculado e são determinados os esforços de segunda ordem. Se $B_2 > 1.4$ a estrutura é classificada como de grande deslocabilidade e é necessária uma análise rigorosa dos efeitos de segunda ordem. A implementação deste método é mostrada através do fluxograma apresentado na Fig. 2.

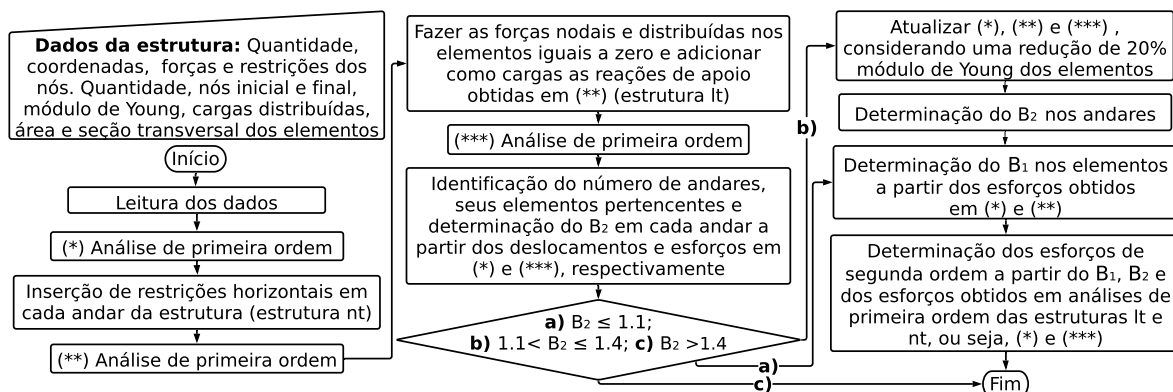


Figura 2. Fluxograma da implementação do MAES

A verificação da implementação é realizada a partir dos exemplos de pórticos apresentados em Venturelli et al. [7], de modo que é encontrado uma concordância entre os resultados obtidos e os apresentados na literatura.

5 Resultados

Para avaliação dos efeitos de segunda ordem, fornecidos pelos métodos simplificados e comparação entre os resultados obtidos por estes e uma análise rigorosa, foi utilizado o exemplo de pórtico plano descrito por Reis [8]. Na Fig. 3 é ilustrado o problema, no qual é admitido um módulo de Young de $2.7 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ para o concreto e são adotadas seções transversais para as vigas (V1, ..., V5) e os pilares (P1, ..., P10) de $20 \times 50 \text{ cm}$ e $50 \times 20 \text{ cm}$, respectivamente. As cargas horizontais se referem à ação do vento. As cargas verticais distribuídas se referem ao peso próprio, revestimento e carga acidental (edifícios comerciais) atuantes em cada laje. As cargas verticais nodais se referem ao peso próprio de vigas perpendiculares.

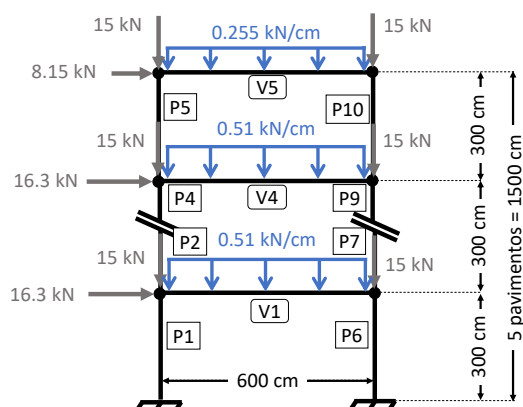


Figura 3. Pórtico plano de concreto armado

Na Tabela 1 é apresentado o coeficiente γ_Z para o pórtico estudado. Verifica-se que esse coeficiente está entre 1.1 e 1.3, indicando que a estrutura é de nós móveis e os efeitos globais de segunda ordem são consideráveis, podendo ser obtidos de maneira aproximada. Na Tabela 2 são mostrados os coeficientes B_2 para cada andar do pórtico, considerando as imperfeições do material, de modo que a estrutura é classificada como de média deslocabilidade. Assim, observa-se um resultado coerente do MAES em relação ao γ_Z , uma vez que essa classificação significa que os efeitos de segunda ordem são consideráveis e é possível estimar tais efeitos, simplificada.

Tabela 1. Coeficiente γ_Z

Andar	h (cm)	F_h (kN)	$M_{1,tot,d}$ (kN \times cm)	F_v (kN)	$\delta_{absoluto}$ (cm)	$\Delta M_{tot,d}$ (kN \times cm)	γ_Z
1	300	16.3	4890	336	1.766	593.376	
2	600	16.3	9780	336	3.767	1265.712	
3	900	16.3	14670	336	5.258	1766.688	1.127
4	1200	16.3	19560	336	6.168	2072.448	
5	1500	8.15	12225	183	6.539	1196.637	

Tabela 2. Coeficiente B_2 , considerando as imperfeições do material

Andar	$h_{relativo}$ (cm)	$\delta_{absoluto}$ (cm)	$\delta_{relativo}$ (cm)	$\sum N_{sd}$ (kN)	$\sum H_{sd}$ (kN)	B_2
1	300	1.486	1.486	1527.0	73.35	1.138
2	300	2.973	1.487	1191.0	57.05	1.139
3	300	4.057	1.084	855.0	40.75	1.098
4	300	4.721	0.664	519.0	24.45	1.059
5	300	4.986	0.265	183.0	8.15	1.024

Na Figura 4(a) são ilustrados os momentos fletores na base dos pilares do pórtico, através dos métodos simplificados, análise rigorosa e primeira ordem. O sinal positivo do momento indica tração nas fibras superiores das barras, enquanto o negativo compressão nas fibras inferiores. Os momentos de primeira ordem são menores que os momentos de segunda ordem via método rigoroso em todos os pilares, exceto por P2. Nesse pilar, os momentos de primeira e segunda ordem são iguais a 1103.27 e 1283.584 kN × cm, respectivamente. Assim, os esforços em uma análise de segunda ordem não são, necessariamente, maiores que os de primeira ordem. Os momentos obtidos pelo γ_Z foram superiores aos fornecidos pela análise rigorosa, exceto no pilar P1. Essa diferença, que tende a ser mais acentuada nos pilares P2 a P5, pode ser explicada pela consideração da não linearidade física aproximada pelo γ_Z , uma vez que o *AcadFrame* realiza a análise rigorosa incluindo apenas não linearidade geométrica. Os momentos apresentados pelo MAES foram inferiores aos obtidos por análise rigorosa, exceto no pilar P1. Nos pilares P6 a P10 os momentos por esses dois métodos são bem próximos, sendo o erro, em módulo, inferior a 5%, conforme apresentado na Fig. 4(b). O sinal negativo do erro indica que o momento do método simplificado é menor que o de análise rigorosa. Nos pilares P2 a P5 os erros aumentam e levam a esforços menores que os de primeira ordem. Fato que deveria ocorrer apenas no pilar P2 ao utilizar como referência a análise rigorosa.

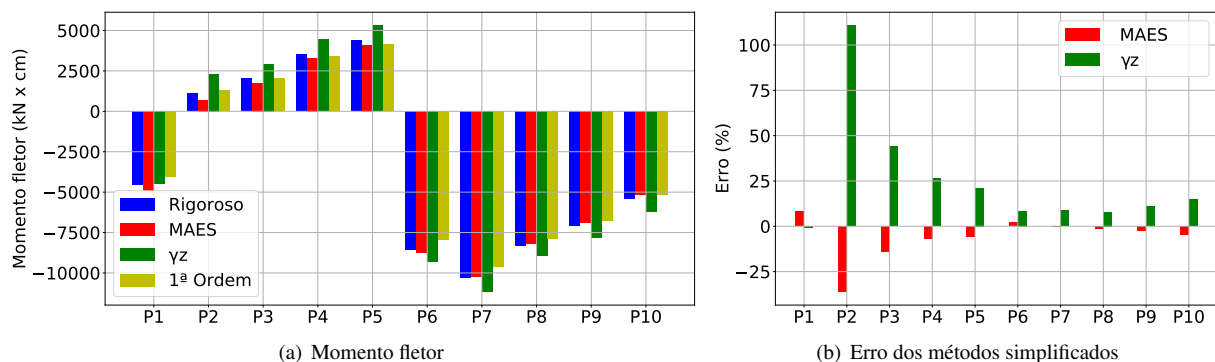


Figura 4. Momento fletor na base dos pilares do pórtico estudado e erro na estimativa dos métodos simplificados em relação à análise rigorosa

6 Conclusões

Com os resultados obtidos, constata-se que, para o pórtico estudado, o MAES ofereceu resultados coerentes em relação à classificação da estrutura feita pelo coeficiente γ_z . Porém, nesse aspecto é importante ressaltar que o MAES permite avaliar a importância dos efeitos de segunda ordem em cada andar da estrutura, diferente do γ_Z que apresenta um valor único para todos os andares da estrutura. Os momentos fornecidos pelo γ_Z e o MAES, na maioria dos pilares do pórtico, foram superestimados e subestimados em relação à análise rigorosa, respectivamente.

Referências

- [1] Lopes, A. P., Santos, G., & Souza, A., 2005. Estudo sobre diferentes Métodos de análise P-Delta. *Teoria e Prática na Engenharia Civil. Brasília*, n. 7, pp. 9–19.
- [2] Moncayo, W. J. Z., 2011. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo.
- [3] ABNT, NBR 6118, 2014. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.
- [4] ABNT, NBR 8800, 2008. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios.
- [5] Martha, L. F., 1999. Método da rigidez direta para modelos estruturais lineares e elásticos. *Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro*.
- [6] Leal, M. A. S., 2016. Verificação da utilização do Coeficiente B2 para a avaliação dos efeitos da não linearidade geométrica de estruturas em concreto armado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- [7] Venturelli, F. C. V., Barros, M. M., & Palhares, R. A., 2019. Comparison between standardized approximated and rigorous structural analysis for estimating 2nd order effects applied to steel structures. In *Proceedings of XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, Natal.
- [8] Reis, J. J., 2013. Estabilidade global em edifícios altos. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Santa Catarina.