

Proposal for consideration of inertial and drag parcels to deformable anchor lines in catenary configurations

Milton M. G. dos Santos, Eduardo N. Lages

*Laboratório de Computação Científica e Visualização, Universidade Federal de Alagoas
Av. Lourival Melo Mota s/n, Cidade Universitária, CEP: 57072-970, Maceió/AL, Brasil
milton.santos@ctec.ufal.br, enl@ctec.ufal.br*

Abstract. This work proposes the construction of an alternative method for dynamics analysis of deformable anchor lines, in free catenary configuration, linked to the floating units of oil exploration systems. Among the various methods used for numerical simulation of offshore lines, the catenary and finite element methods are the most widely used. The catenary method generates a quick analysis and not so faithful to the dynamics exercised by the line, while the finite element method proves greater fidelity in exchange for high computational cost. Observing the problems of mechanical representativeness and computational cost present in the catenary and finite element methods, respectively, the aim is to develop a methodology to which the computational cost is reduced and that provides results more consistent with the physical problem, respecting the mechanics of deformable solids. For that, this work proposes, after reviewing formulations of structures in deformable cables and finite element method, to combine the positive aspects of each modeling mode and incorporate the environmental actions, providing data related to the line, such as its geometry and traction in the fairlead. Thus, a study about the representativeness of the model was executed through dynamics analysis, which showed promising results through the developed methodology.

Keywords: Anchor lines, Cable structures, Morison's formulation, Numerical simulation.

1 Introdução

Dentro da área de exploração de petróleo em ambientes *offshore*, as linhas de ancoragem são estruturas que desempenham um papel fundamental como vínculo das unidades flutuantes ao piso marinho e limitando o posicionamento desta unidade devido às forças de restauração providas. Dentre as metodologias utilizadas para simulação de linhas de ancoragem em configurações catenárias, os métodos da catenária e de elementos finitos são amplamente usados. O método catenária avalia a equação catenária para o posicionamento corrente de dado tempo, entregando resultados não tão fiéis ao problema físico, mas com baixo custo computacional. O método dos elementos finitos realiza uma discretização espacial e temporal para assimilação dos efeitos dinâmicos via equações de movimento do elemento analisado, entregando resultado fiéis ao problema físico em troca de maior custo computacional. Assim, este trabalho objetiva apresentar uma formulação alternativa para simulação de linhas de ancoragem em catenária livre, considerando uma sequência de análises estáticas de acordo com os movimentos prescritos do *fairlead*, aliando os aspectos positivos de ambas formulações em busca de resultados mais fiéis, fisicamente, com menor custo computacional. Para tal, a metodologia é desenvolvida por meio das seguintes etapas: a) Breve introdução à formulação catenária deformável livre; b) Análise dos movimentos da linha; c) Incorporação de ações dinâmicas à formulação catenária; d) Aplicação e análise comparativa de resultados.

2 Formulação da catenária deformável livre

A formulação da catenária deformável provém da adaptação da formulação de estruturas de cabos sob

cargas gerais de Abad et al. [1]. As equações de prescrição de estruturas de cabos são particularizadas para os casos estáticos de catenária deformável totalmente (Figura 1.a) e parcialmente (Figura 1.b) suspensa, permitindo a descrição e discretização para uma condição espacial consistente ao posicionamento da unidade flutuante.

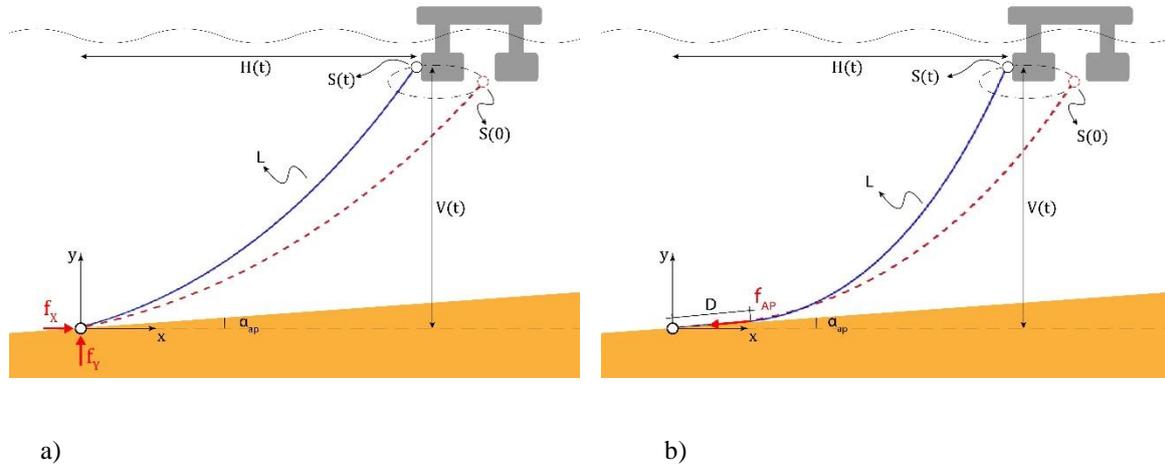


Figura 1. Linhas de ancoragem em configurações de catenária a) totalmente e b) parcialmente suspensas.

Para a caracterização e discretização estática da linha em configuração estática da catenária deformável, toma-se uso de parâmetros geométricos, como projeções horizontal H e vertical V , referentes a um instante t , comprimento da linha L e ângulo de inclinação α_{AP} do piso marinho com a horizontal, e físicos, como peso linear da linha w de ancoragem, sua rigidez axial EA e coeficiente de atrito μ entre a linha de ancoragem e o piso marinho. Com estes parâmetros, as equações de prescrição de linhas de ancoragem, compostas por materiais isotrópicos e elástico lineares, são submetidas ao método de Newton-Raphson para obtenção das incógnitas presentes nas equações e necessárias para a caracterização. Para as catenárias totalmente suspensas, as equações de prescrição são dadas por:

$$H = -\frac{f_x L}{EA} + \frac{f_x}{w} \ln \left(\frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2} - f_y}{wL + \sqrt{f_x^2 + (wL - f_y)^2} - f_y} \right) \quad (1)$$

e

$$V = -\frac{f_y L}{EA} + \frac{wL^2}{2EA} + \frac{1}{w} \left(\sqrt{f_x^2 + (wL - f_y)^2} - \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \right), \quad (2)$$

as quais possuem como incógnitas as forças f_x e f_y aplicadas na cota inferior da linha, enquanto para catenárias parcialmente suspensas tem-se:

$$H = AP \cos \alpha_{AP} + \frac{f_{AP}(L-D) \cos \alpha_{AP}}{EA} + \frac{f_{AP} \cos \alpha_{AP}}{w} \ln \left(\frac{f_{AP}(1 + \sin \alpha_{AP})}{w(L-D) + f_{AP} \sin \alpha_{AP} + T_F} \right) \quad (3)$$

e

$$V = AP \sin \alpha_{AP} + \frac{f_{AP}(L-D) \sin \alpha_{AP}}{EA} + \frac{w(L-D)^2}{2EA} + \frac{T_F - f_{AP}}{w}, \quad (4)$$

cujas incógnitas são o comprimento apoiado D e a tração no ponto de transição entre os trechos suspenso e apoiado f_{AP} , em que:

$$AP = \left(\frac{f_{AP}}{EA} + 1 \right) D + \frac{w(\mu \cos \alpha_{AP} + \sin \alpha_{AP})D^2}{2EA} \quad (5)$$

e

$$T_F = \sqrt{(f_{AP} \cos \alpha_{AP})^2 + (w(L-D) - f_{AP} \sin \alpha_{AP})^2}. \quad (6)$$

Deste modo, os parâmetros necessários são obtidos e a linha é prescrita e discretizada espacialmente a cada instante t de acordo com a geometria condizente com a posição do *fairlead*, a qual prescrita previamente à simulação para posicionamento $H(t)$ e $V(t)$ para um t qualquer.

3 Análise de movimentos e ações dinâmicas

Na formulação proposta neste trabalho, o movimento prescrito do *fairlead* irá impor à linha de ancoragem um histórico de configurações estáticas de equilíbrio, desenvolvendo movimentos os quais podem ser descritos tomando uso das taxas de variação temporais de primeira e segunda ordem referentes aos deslocamentos da linha. Desse modo, é possível obter, por meio do método das diferenças finitas, a velocidade e aceleração de cada nó de discretização da linha, essenciais para avaliação das parcelas inercial e de arrasto da força de Morison, bem como a força inercial da própria linha.

A formulação de Morison consiste em descrever a força horizontal atuante em um cilindro vertical presente em ambiente *offshore*, o qual está vinculado ao piso marinho e se estende até a superfície livre. Segundo Morison et al. [2], a parcela inercial deve-se à força aceleradora exercida sobre a massa de água deslocada pela estrutura cilíndrica, enquanto a parcela de arrasto, segundo Techet [3], é dada por forças viscosas resultantes da separação e atrito da camada limite.

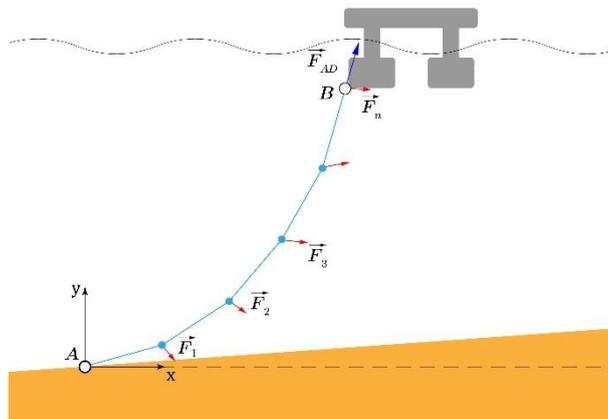


Figura 2. Modelo de consideração das ações inerciais e de arrasto na linha discretizada.

A partir das parcelas inerciais e de arrasto envolvidas no problema, as ações ao longo da linha em configuração catenária estática livre são contabilizadas para cada elemento de discretização e aplicadas aos seus referentes nós. Para cada instante de simulação, a geometria da catenária estática corrente é considerada durante o cálculo da força adicional \vec{F}_{AD} do *fairlead*, locada no nó B, a qual é obtida analisando o momento das forças no A e somada à força de tração aplicada pela catenária no *fairlead* \vec{F}_{CAT} , culminando na força de topo \vec{F}_{TOPO} . Portanto, a estratégia descrita é construída e implementada via *script*, desenvolvido em MATLAB®, consistindo em: a) Prescrição e discretização da linha de ancoragem em uma configuração catenária consistente com os parâmetros geométricos e mecânicos para o dado instante de análise; b) Caracterização do movimento no *fairlead* e de cada nó discretizante da linha de ancoragem; c) Aplicação das taxas de variação para cálculo das ações dinâmicas envolvidas no problema, como as parcelas inercial e de arrasto de Morison, bem como a parcela inercial da própria linha; d) Cálculo da força do topo aplicada ao *fairlead*. Posterior à análise, o *script* disponibiliza todo o histórico de tração do *fairlead* considerando as ações envolvidas no problema.

4 Aplicação e análise comparativa

Visto que a construção da formulação propõe realizar simulações da dinâmica de linhas de ancoragem, em configuração catenária livre, mais fiéis ao problema físico e menos onerosas em custo computacional, a aplicação e comparação com dados de referência se tornam estritamente necessária para avaliar a

representatividade do modelo. Desse modo, estudos de caso foram realizados, em que os resultados providos pela formulação proposta são analisados comparativamente com o DOOLINES, um *framework* desenvolvido para análise não linear estática e dinâmica de estruturas marinhas tais como risers e linhas de ancoragem por Silveira et al. [4].

Assim, dois casos foram simulados para uma linha de ancoragem, inserida ao ambiente *offshore*, com os movimentos de seu *fairlead* prescritos harmonicamente no formato:

$$H(t) = H_i + \Delta H \cos(2\pi t/TH + \varphi_H) \quad (7)$$

e

$$V(t) = V_i + \Delta V \cos(2\pi t/TV + \varphi_V), \quad (8)$$

em que H_i e V_i representam as projeções das coordenadas médias, ΔH e ΔV as amplitudes, TH e TV os períodos e φ_H e φ_V os ângulos de fase dos movimentos horizontal e vertical, respectivamente.

Para realização das simulações, os parâmetros de entrada foram extraídos de trabalhos de Rodrigues [5] e Lacerda [6], e adaptados, como apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros para simulações dinâmicas da linha de ancoragem

Parâmetro	Nomenclatura	Valor
Lâmina d'água	LDA	1000 m
Comprimento da linha	L	1300 m
Projeção média vertical (totalmente / parcialmente suspensa)	V_i	900 / 800 m
Projeção média horizontal	H_i	900 m
Diâmetro	D	0.15 m
Massa específica linear	ρ_c	93.4 kg/m
Massa específica do fluido	ρ_w	1025 kg/m ³
Rigidez axial	EA	3.534×10^6 kN
Ângulo de inclinação do piso marinho	α_{AP}	0.05 rad
Coefficiente de atrito entre a linha e o piso marinho	μ	0.20
Coefficiente de arrasto longitudinal / transversal	C_{AL} / C_{AT}	0.085 / 1.70
Coef. de massa adicional longitudinal / transversal	C_{ML} / C_{MT}	0.00 / 1.00
Amplitude do movimento vertical / horizontal	$\Delta V / \Delta H$	10 m
Período da oscilação vertical / horizontal	TV / TH	60 / 60 s
Ângulo de fase horizontal / vertical	φ_H / φ_V	0 / -1.57 rad
Aceleração da gravidade	g	9.80665 m/s ²
Tempo de simulação	-	200 s
Passo para gerar valores	-	0.10 s

As Figuras 3 e 4 apresentam os históricos de tração referentes à simulação da mesma linha de ancoragem em configuração geométrica e movimentos prescritos do *fairlead* adaptados para os casos de catenária totalmente e parcialmente suspensa, respectivamente. Nesse sentido, a análise comparativa entre os resultados do *script* da formulação proposta, catenária deformável, e o *framework* DOOLINES é realizada considerando os dados obtidos após o fim da fase transiente do DOOLINES, representado pela reta vertical presente nos gráficos de ambas figuras.

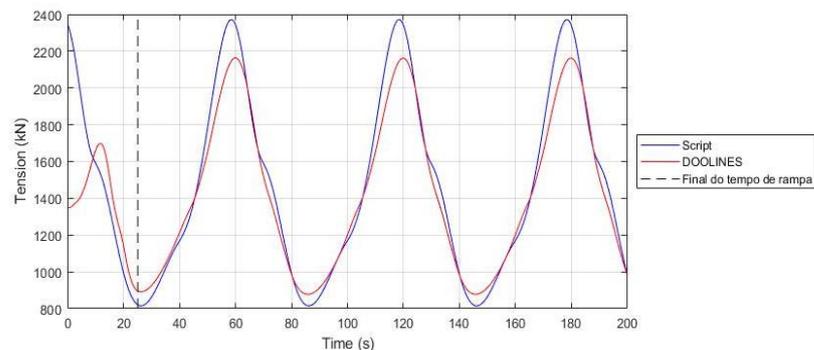


Figura 3. Histórico de tração para simulação da linha de ancoragem em catenária totalmente suspensa.

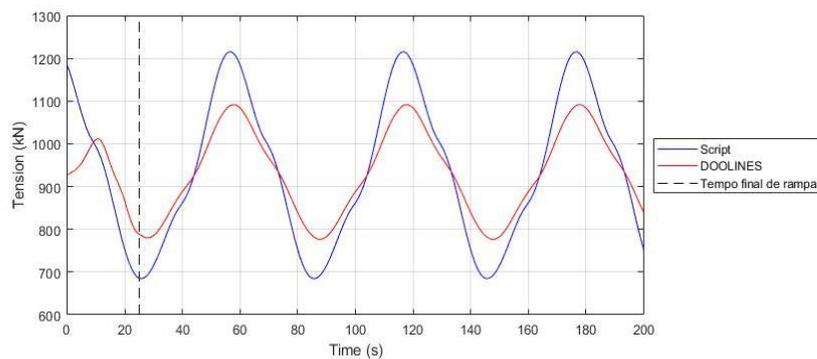


Figura 4. Histórico de tração para simulação da linha de ancoragem em catenária parcialmente suspensa.

Os resultados preliminares do *script* apresentaram uma certa aderência aos resultados gerados com o *framework* DOOLINES [4], em que se observou uma boa representatividade da fase do histórico da tração no topo da linha, ainda que majorando um pouco a amplitude da mesma. Nessas análises, as majorações das trações máximas pelo *script* da formulação são interpretadas como erros percentuais relativos de 10% e 11% para as simulações de catenária totalmente e parcialmente suspensa, respectivamente.

5 Conclusões

Este trabalho apresentou uma formulação baseada na solução analítica de catenárias estáticas, homogêneas e extensíveis, para a análise dinâmica, no domínio do tempo, de linhas de ancoragem a qual fosse mais fiel ao problema físico, com um custo computacional menos oneroso em relação ao método dos elementos finitos. A formulação demonstrou-se bastante promissora, trazendo resultados com certa representatividade se comparados a resultados obtidos por sistemas de simulações baseados no método dos elementos finitos. Busca-se ainda o aprimoramento desses resultados, assim como a expansão da formulação para aplicação em linhas não homogêneas, trazendo maior aplicabilidade ao contexto da exploração e produção de petróleo no ambiente *offshore*.

Agradecimentos. Os autores agradecem ao CNPq e à Petrobras pelo suporte financeiro.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente trabalho é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários a serem incluídos aqui.

Referências

- [1] M. S. A. Abad, A. Shooshtari, V. Esmaili and A. N. Riabi. "Nonlinear analysis of cable structures under general loadings". *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 73, pp. 11–19, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.05.002>
- [2] J. R. Morison, M. P. O'Brein, J. W. Johnson and S. A. Schaaf. "The Force Exerted by Surface Waves on Piles". *Journal of Petroleum Technology*, vol. 2, n. 5, pp. 149–154, 1950. <https://doi.org/10.2118/950149-g>
- [3] A. H. Techet. *Morrison's Equation*. Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [4] E. S. S. Silveira, E. N. Lages, and F. M. G. Ferreira. DOOLINES: An object-oriented framework for non-linear static and dynamic analyses of offshore lines. *Engineering with Computers*, vol. 28, n. 2, pp. 149–159, 2012.
- [5] C. A. M. Rodrigues. Uma proposta para consideração das parcelas inercial e de amortecimento em catenárias suspensas. Monografia, UFAL, 2018.
- [6] T. A. G. de Lacerda. Análise de sistemas de ancoragem de plataformas flutuantes. Monografia, UFRJ, 2005.