

Modelagem matemática e computacional do comportamento térmico da barragem de contrafortes de Itaipu via Método dos Elementos Finitos

Alice M. Almeida¹, Edgar M. C. Franco¹, Tásia Hickmann², Samuel B. Rodrigues², Jairo M. Corrêa², David S. M. de Souza³, Luis A. S. Aracayo⁴

¹*Programa de Pós-graduação em Eng. Elétrica e Computação, Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Av. Tarquínio Joslin dos Santos, 1300. 85870-650, PR/Foz do Iguaçu, Brasil.
alice.almeida@unioeste.br, enfra.unioeste@gmail.com*

²*Depto. De Matemática e Estatística, Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Brasil, 4232. 85884-000, PR/Medianeira, Brasil.
hickmann@utfpr.edu.br, samuelb@utfpr.edu.br, jairocorrea@utfpr.edu.br*

³*Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Brasil, 4232. 85884-000, PR/Medianeira, Brasil.
davids.souza@hotmail.com*

⁴*Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens
Av. Tancredo Neves, 6731. 85867-900, PR/Foz do Iguaçu, Brasil.
luis.aracayo@pti.org.br*

Resumo. Dentre as diversas grandezas mensuradas para análise da saúde e segurança da barragem de concreto de Itaipu, destaca-se a temperatura, uma vez que as barragens, em particular as de contrafortes, são fortemente influenciadas pelas oscilações de temperatura [1]. Isto se deve às cargas térmicas oriundas da radiação solar e das variações de temperatura do ar, fundação e reservatório, que podem ocasionar deformações e desenvolver fissuras no concreto [2]. Neste contexto, é proposta uma modelagem numérico-computacional para o comportamento térmico de um bloco de contrafortes da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, em fase de operação, via Método dos Elementos Finitos com auxílio do software Ansys®. Para alcançar este propósito, foi desenvolvida a formulação matemática do modelo térmico em elementos finitos utilizado computacionalmente, bem como a definição das condições de contorno do sistema com dados reais de instrumentação. A partir da resolução computacional do modelo térmico em elementos finitos para o período de 2010 a 2016, foram obtidos erros médios percentuais absolutos (MAPE) abaixo de 10% em todos os pontos internos analisados, o que valida o modelo térmico e possibilita a utilização dos resultados em trabalhos futuros para a determinação dos deslocamentos estruturais causados pelo campo de temperaturas ao qual a barragem está submetida.

Palavras-chave: Método Numérico, Ansys, Modelagem térmica, Barragem de Itaipu.

1 Introdução

A barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu (UHI), considerada uma das sete maravilhas do mundo moderno pela sociedade Americana de Eng. Civis, é constantemente monitorada quanto à temperatura interna, externa, deslocamentos e deformações, uma vez que a estrutura de concreto está sujeita a cargas térmicas externas associadas à incidência solar e à temperatura do ar, fundação e reservatório. Para minimizar o potencial risco de ruptura da estrutura, os dados coletados a partir de instrumentos de monitoramento são constantemente analisados, sobretudo quanto às dinâmicas de transferência de calor.

Estas dinâmicas de transferência de calor originam tensões na estrutura, que se manifestam de forma sazonal. Estes processos físicos geralmente são representados por meio de equações não lineares, algébricas, diferenciais

parciais e/ou integrais. Devido à complexidade da geometria e do modelo matemático que descreve estes fenômenos físicos, soluções exatas muitas vezes não estão disponíveis. Por isso, os modelos matemáticos podem ser solucionados de forma aproximada por meio da aplicação de métodos numéricos tais como o Método das Diferenças Finitas (MDF), o Método dos Volumes Finitos (MVF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF) [3].

Neste contexto, o MEF é o método mais aplicado em análises térmicas e estruturais de materiais, como o concreto, uma vez que esta ferramenta matemática possui avançado grau de desenvolvimento e aplicabilidade, além de facilitar o estabelecimento de analogias ao sistema físico real [4].

Sendo assim, este trabalho propõe uma modelagem térmica computacional para um bloco de concreto de Itaipu, com o auxílio do MEF e do software Ansys®. Para tanto foi selecionado o bloco D38, do tipo contrafortes, dentre os demais blocos presentes, devido à presença de termômetros superficiais e internos à estrutura, cujos registros de leituras estão disponíveis em maior quantidade ao longo do tempo.

De forma sucinta, para obter o modelo térmico computacional do bloco D38, o trabalho foi dividido em três etapas. A primeira etapa consistiu na descrição do modelo matemático que representa o comportamento térmico da estrutura. Isto foi realizado mediante análise da estrutura física real, pesquisas em referências teóricas do software Ansys® e estudo do Método dos Elementos Finitos. A segunda etapa consistiu na solução do modelo térmico, de forma computacional a partir do software Ansys®, onde o bloco estava sujeito à uma condição inicial e condições de contorno necessários no processo de resolução por um método numérico. Obteve-se assim os campos de temperaturas do bloco para um período selecionado, os quais foram validados por meio de um termômetro interno ao bloco.

2 Referencial teórico

2.1 Modelo matemático térmico

As barragens de concreto são consideravelmente sensíveis às variações de temperatura ([1], [6]). Por isso, estes carregamentos térmicos são constantemente analisados, uma vez que estão relacionados a fissuras na estrutura de concreto [2, 7]. Para realizar uma análise numérica destes fenômenos físicos é utilizada a abordagem matemática das leis físicas de transferência de calor, que enunciam os processos de condução, convecção e radiação. Internamente à estrutura, o comportamento térmico do concreto é governado pelo processo de condução.

Matematicamente, o processo de condução é descrito pela Equação 1, chamada de equação da difusão do calor, considerando ausência de geração interna de calor, material isotrópico e elástico [3]. A Equação 1 estabelece que, em qualquer ponto do meio, a taxa de transferência de energia por condução para uma unidade de volume deve ser igual à taxa de variação de energia térmica armazenada no interior desse volume.

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{\lambda}{\rho c} \nabla^2 T \quad (1)$$

Onde T é a temperatura, em K, como função do espaço e tempo, t é o tempo em segundos, λ é a condutividade térmica em W/m.K, ρ é a densidade em kg.m³, c é o calor específico em J/kg.K. e α é a difusividade térmica em m²/s.

Para solucionar a Equação 1 computacionalmente, será utilizado o software Ansys®. O Ansys® é um *software* CAE (*Computer Aided Engineering*) capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas para diversas variáveis às quais uma estrutura pode estar submetida, dentre elas a temperatura, diretamente relacionada a processos de transferência de calor. Além disso, esta ferramenta computacional utiliza a modelagem matemática baseada no método dos elementos finitos para solucionar a equação da difusão de calor [8].

2.2 Método dos Elementos Finitos

Aplicável tanto em geometrias unidimensionais quanto a volumes tridimensionais, o método dos elementos finitos consiste em dividir o domínio que se deseja estudar em um número finito de segmentos, áreas ou volumes menores, designados por elementos finitos. O tipo de elemento finito depende da dimensão do problema, de modo que, para resolver problemas unidimensionais, são utilizados elementos finitos do tipo segmentos. Para resolver

problemas bidimensionais, são utilizados quadriláteros ou triângulos e, por fim, para sistemas tridimensionais, são frequentemente utilizados hexaedros, tetraedros ou pentaedros [9]. A Figura 1 ilustra um exemplo de discretização de um domínio contínuo em um número finito de elementos interligados pelos nós e formando uma malha de elementos finitos.

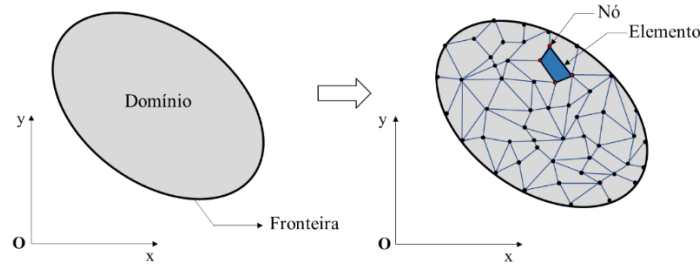


Figura 1: Discretização de um domínio contínuo em elementos finitos.

2.3 Modelo térmico em elementos finitos

Para solucionar a equação (1) computacionalmente, serão coletadas informações referentes às dimensões dos blocos da barragem de concreto para a definição de um modelo geométrico tridimensional no Ansys®. Em seguida, será criada uma malha em elementos finitos, que fragmentará o domínio de solução do problema em pequenas partes.

A representação da Equação (1) para a solução de um domínio constituído por elementos finitos é dada pela Equação 2 [8].

$$[C]\{\dot{T}_t\} + [K_T]\{T_t\} = \{H\} \quad (2)$$

onde $[C]$ é a matriz de calor específico, $[K_T]$ é a matriz de condutibilidade, $\{H\}$ é o vetor de fluxo de calor aplicado. Analogamente à equação (1), a matriz $[C]$ representa a propriedade termodinâmica dos elementos, no que diz respeito à capacidade de armazenamento de energia dos mesmos. Da mesma forma, a matriz $[K_T]$ representa as propriedades de transporte dos elementos, isto é, a capacidade de difusão de calor e de condutividade térmica dos mesmos.

A Equação 2 descreve matematicamente um sistema de equações variantes no tempo a ser solucionado conforme as condições de temperatura iniciais e de contorno do modelo em elementos finitos. A partir destas condições, o Ansys® aplica um método de solução iterativo chamado de “regra trapezoidal generalizada”, conforme a Equação 3 [8]. Suscintamente, o método consiste em calcular os valores de temperatura em cada nó de elementos finitos a partir do estado de temperaturas imediatamente anterior, considerando a variação de tempo entre os dois estados de temperatura e uma constante de peso para a predição de valores a cada passo de tempo, chamado de parâmetro de integração transiente.

$$\{T_{n+1}\} = \{T_n\} + (1 - \theta)\Delta t(\dot{T}_n) + \theta\Delta t\{\dot{T}_{n+1}\} \quad (3)$$

onde θ é o parâmetro de integração transiente, de valor constante $\theta = 0.5$, $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, $\{T_n\}$ são as temperaturas nodais no tempo t_n , $\{\dot{T}_n\}$ é a aproximação da primeira derivada temporal das temperaturas nodais no tempo t_n .

O método trapezoidal generalizado requer que os valores de temperatura inicial $\{T_0\}$ e $\{\dot{T}_0\}$ sejam conhecidos. Estas condições iniciais podem ser definidas tanto diretamente para $\{T_0\}$ ou realizando uma análise estática antes da análise transiente.

Uma vez que o procedimento de cálculo iterativo é realizado para cada nó, após a conclusão, os valores de temperatura de cada elemento são concatenados utilizando a Equação 4 [8].

$$\{Q_e^c\} = [C_e] \dot{T}_e \quad (4)$$

onde $\{Q_e^c\}$ é o vetor de calor do elemento, $[C_e]$ é a matriz de amortecimento do elemento e \dot{T}_e é a temperatura média entre o tempo T_n e T_{n+1} . A temperatura nodal resultante é calculada como o negativo da soma das

temperaturas sobre todos os elementos conectados ao nó [8].

3 Método

3.1 Análise do bloco D38 da barragem de Itaipu

O bloco D38 está localizado na margem lateral direita de Itaipu, dentre 65 blocos do mesmo tipo construídos. Todos os blocos do tipo D possuem geometria idêntica, que pode ser conferida na Figura 2. O bloco D38 possui 53 metros de altura, e sua crista possui 17 metros de comprimento. Longitudinalmente, o bloco possui extensão de 53 metros [5].

Para o acompanhamento do comportamento térmico do bloco D38, este dispõe de dois termômetros superficiais, TS-D-03 e TS-D-04, um termômetro interno TI-D-01, e de termômetros instalados em cada uma das seis rosetas de deformímetros inseridas no bloco. A localização dos instrumentos pode ser conferida na Figura 3.

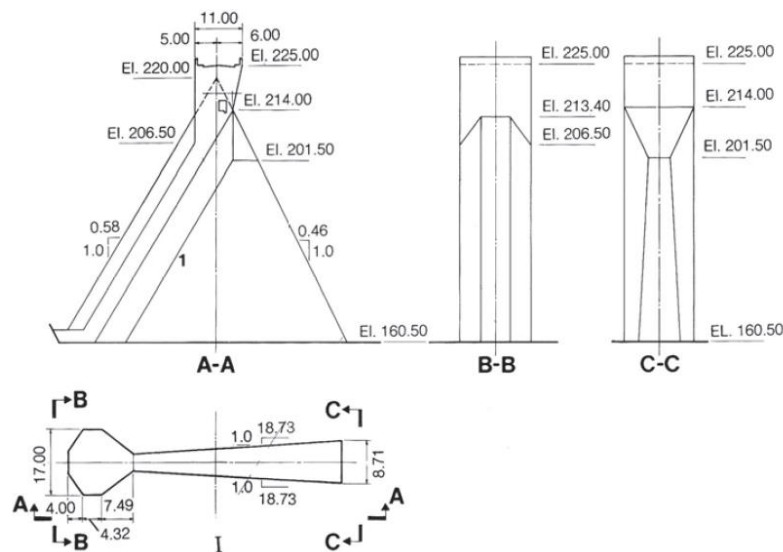


Figura 2 – Geometria dos blocos D

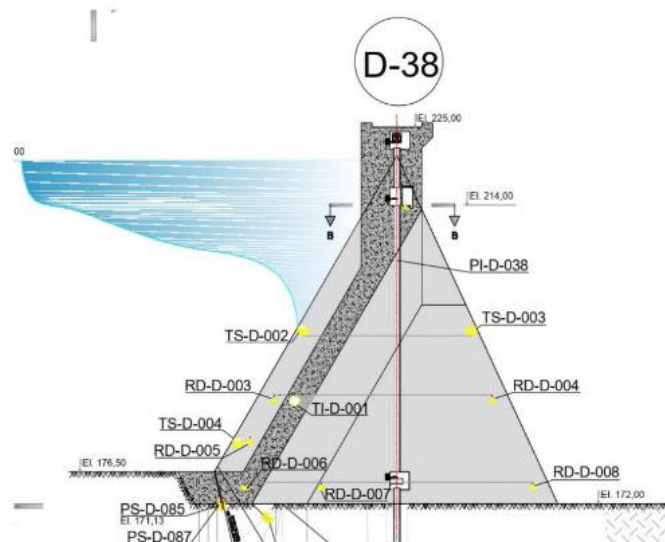


Figura 3 – Instrumentos instalados no bloco D38

3.2 Modelo computacional do bloco D38

Foi gerado um modelo geométrico tridimensional simplificado do bloco de contraforte D38 da barragem de concreto da Itaipu, na plataforma *workbench* do Ansys®, desconsiderando a presença de chanfros, drenagem, suportes e vigas. Em seguida, este foi dividido em partes menores, chamadas “sólidos”, respeitando as dimensões reais da estrutura.

Logo após, o modelo geométrico foi submetido ao procedimento de geração da malha tridimensional. Para isso, cada sólido foi fragmentado em elementos menores e de geometria do tipo hexaédrica (Figura 4), de modo a elevar a qualidade da malha gerada.

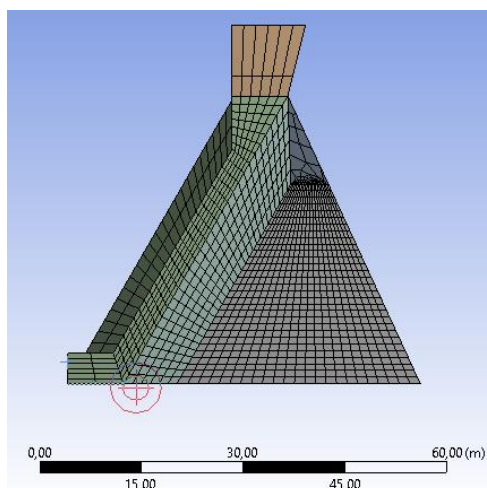


Figura 4: Modelo geométrico tridimensional com malha de elementos finitos.

3.3 Definição das constantes físicas

A Tabela 1 apresenta as constantes físicas consideradas para os cálculos termo estruturais realizados no Ansys®. As informações foram cedidas pelo Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens (CEASB).

Tabela 1. Parâmetros de simulação adotados.

Parâmetro	Valor
Densidade (kg/m ³)	2600
Coefficiente de expansão térmica (C ⁻¹)	1,4 E-5
Condutividade térmica isotrópica (W/m.K)	1,8492
Calor específico (J/Kg.K)	895,98

Definição das condições inicial e de contorno

As condições de contorno da simulação térmica foram definidas a partir dos dados dos termômetros superficiais TS-D-003 e TS-D-004 (Figura 3), sobre os anos de 2010 a 2016, considerando que a série de temperaturas registrada em cada instrumento é a mesma para toda a face da geometria tridimensional na qual estão posicionados. Internamente, foi considerada uma temperatura média inicial de 24 °C.

4 Resultados e Discussão

Ao final da simulação, foi obtida a distribuição de temperaturas para cada intervalo de tempo definido (passo de tempo). A Figura 5 ilustra a distribuição de temperaturas obtida. O campo de temperaturas final, apresentado

na Figura 5, refere-se ao último dia do ano de 2016, no verão. Podemos notar que, internamente, o bloco está mais frio do que na superfície. Isto se deve ao fenômeno da sazonalidade, em que, devido à característica de transferência de calor lenta do concreto, o calor recebido no verão chegará ao núcleo somente no inverno. Assim, o bloco permanece frio internamente durante estações quentes, até que o calor recebido na superfície chegue ao seu interior, em estações frias.

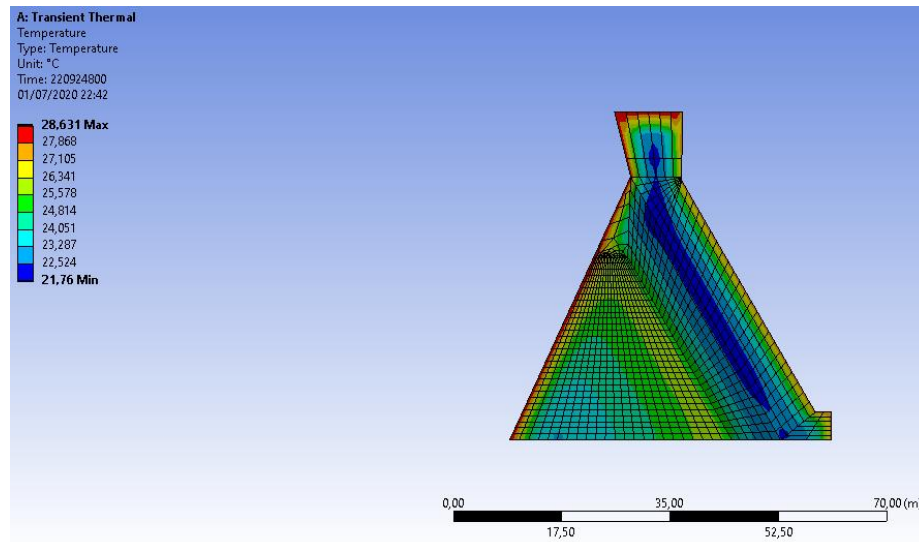


Figura 5: Distribuição de temperaturas no modelo.

Foi selecionado um ponto de interesse que contém um termômetro interno instalado TI-D-001 na estrutura real (Figura 3). Sobre este ponto foram extraídas as temperaturas calculadas para todo o período, a fim de compará-las com os dados reais disponíveis a partir do instrumento instalado. A superposição das curvas de temperatura real e simulada pode ser observada a seguir (Figura 6).

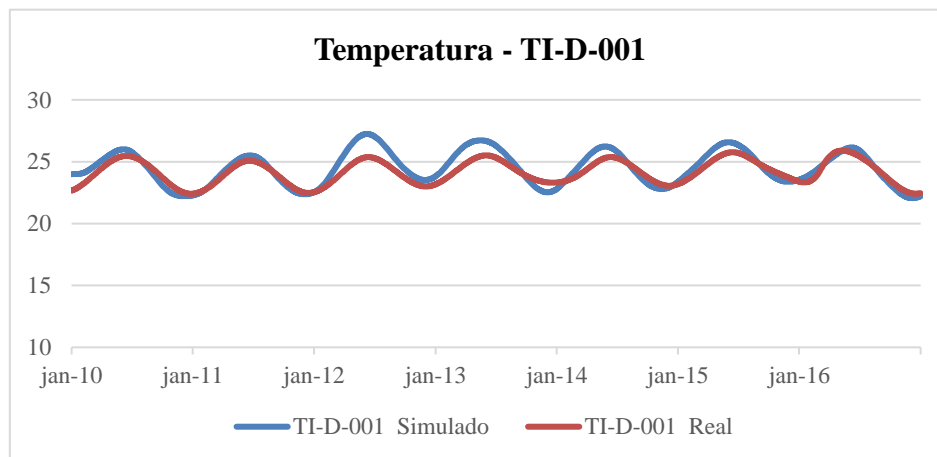


Figura 6: Distribuição dos dados reais e simulados ao longo do tempo.

Os dados de temperatura simulados para o termômetro interno TI-D-01 obtiveram um erro médio percentual absoluto (MAPE) de 2,64%, ou seja, apenas 2,64% dos dados não coincidem com os dados reais.

Também foram obtidas as séries de temperatura nos pontos correspondentes às rosetas de deformímetros instalados nos blocos, cuja localização pode ser consultada na Figura 3. A Tabela 2 indica os erros MAPE obtidos entre os dados reais e os dados obtidos computacionalmente.

Tabela 2. Erros MAPE entre as séries de dados de temperatura reais e simuladas nas posições das rosetas de deformímetros

Posição correspondente	Erro MAPE
RD-D-03	3,06 %
RD-D-04	5,84 %
RD-D-05	3,69 %
RD-D-06	8,07 %
RD-D-07	7,92 %
RD-D-08	4,67 %

Sendo assim, podemos afirmar que o modelo computacional conseguiu representar o processo de transferência de calor no interior do bloco de forma satisfatória, pois seu MAPE se manteve inferior a 10% em todos dos pontos analisados.

5 Conclusões

Neste trabalho, foi possível demonstrar o procedimento de modelagem térmica computacional de um bloco de concreto da barragem de Itaipu. Foi constatado que, para o bloco em análise, o comportamento térmico interno é satisfatoriamente modelado a partir da equação da difusão do calor, aplicada para considerando um material homogêneo, isotrópico e a ausência de fontes geradoras de calor em seu interior.

Além disso, foi verificada a eficácia no uso do método dos elementos finitos para a solução da equação diferencial parcial de difusão do calor, a partir da ferramenta computacional Ansys®, uma vez que foi obtido o campo de temperaturas que se aproxima, com boa precisão, da distribuição real de temperaturas experimentadas pela estrutura física.

Agradecimentos. Ao CEASB, pela concessão de recursos, conhecimento e espaço para a realização deste trabalho. À Itaipu Binacional, pela concessão de recursos, dados para estudo e incentivo à pesquisa.

Declaração de autoria. Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material que foi incluído aqui como parte deste artigo é de propriedade (e autoria) dos autores ou tem a permissão dos proprietários para serem incluídos aqui.

Referencias

- [1] Rosso, J. A.; Fiorini, A. S.; Porto, E. C. (1997). Barragem de itaipu - lições aprendidas com o comportamento térmico das estruturas do tipo gravidade aliviada e contraforte. Comitê Brasileiro de Grandes Barragens - *XXII Seminário Nacional de Grandes Barragens*, p. 161–176.
- [2] Maken, D. D.; Léger, P.; Roth, S. N. (2013). Seasonal thermal cracking of concrete dams in northern regions. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, American Society of Civil Engineers, v. 28, n. 4.
- [3] Incropera, F. P.; Dewitt, D. P. et al. (2011). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. [S.l.]: *John Wiley & Sons*.
- [4] M. Aurich. Simulação computacional do comportamento do concreto nas primeiras idades. São Paulo, 190 p, 2008.
- [5] Itaipu Binacional. Superintendência de Engenharia. Itaipu – Usina Hidrelétrica – Projeto: Aspectos de Engenharia. Foz do Iguaçu, 2009.
- [6] Santillán, D., Salet, E., and Toledo, M. Á. A new 1D analytical model for computing the thermal field of concrete dams due to the environmental actions. Elsevier, *Applied Thermal Engineering*, p160-171, 2015.
- [7] F. Jin, Z. Chen, J. Wang, J. Yang, Practical procedure for predicting non-uniform temperature on the exposed face of arch dams, *Appl. Therm. Eng.*, 2010.
- [8] ANSYS, Inc. (2004) Theory Reference. Canonsburg: *Ansys*. 1067 p.
- [9] Dias T. F, Cruz j. P., Valente R. A Fontes, Alves S. R. Método dos elementos Finitos. *Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP, 2010.