



Análise da segurança de vigas pré-moldadas sobre aparelhos de elastômero com relação a falhas por instabilidade lateral

Lethicia O. Costa¹, Henrique M. Kroetz², Pablo A. Krahl³, Maria C. V. Lima⁴

¹ Mestranda, Faculdade de Engenharia Civil – Universidade Federal de Uberlândia CEP 38400-902 Uberlândia, MG, Brazil, E-mail: leth_oliverc@hotmail.com

² Centro de Estudos do Mar, Universidade Federal do Paraná, CEP 83255-976, Pontal do Paraná, PR, Brazil, E-mail: henrique.kroetz@ufpr.br

³ Pós-doutorando, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo Unicamp - Universidade Estadual de Campinas CEP 13083-852 Campinas, SP, Brazil, E-mail: pabloaugustokrahl@gmail.com

⁴ Professora, Faculdade de Engenharia Civil – Universidade Federal de Uberlândia CEP 38400-902 Uberlândia, MG, Brazil, E-mail: macris@ufu.br

Resumo. O concreto pré-moldado apresenta vantagens como rapidez de execução e elevado controle tecnológico quando comparado ao concreto convencional. Diferentemente de estruturas moldadas no local, os elementos pré-moldados necessitam usualmente serem transportados, içados e montados. Estas condições devem ser verificadas pois as vinculações das peças são diferentes da situação final. No entanto, as indicações normativas não apresentam recomendações adequadas, principalmente para longas vigas pré-moldadas, e por isso, ainda há muitos incidentes de colapso ou comportamentos não previstos registrados. Portanto, este trabalho apresenta uma análise de confiabilidade de uma viga longa de concreto pré-moldado com relação a sua estabilidade lateral, levando em conta um modelo mecânico que considera a flexibilidade dos apoios na carga de flambagem. A fase transitória de construção estudada é a situação em que a viga está sobre aparelho de apoio, com vinculações definitivas incompletas, sobre a qual há poucos trabalhos com foco em confiabilidade. O estudo mostra que as incertezas associadas aos aparelhos de apoio desempenham um papel fundamental na segurança deste tipo de estrutura.

Palavras-chave: Instabilidade lateral, fases transitórias, vigas pré-moldadas, aparelhos de apoio, confiabilidade estrutural.

1 Introdução

A utilização de concretos de alta resistência em concreto pré-moldado permite a produção de peças mais leves e com maiores vãos devido ao elevado controle de qualidade. Dentre as vantagens estão a redução de custos com equipamento de montagem e transporte, diminuição do número de pilares e fundações necessários, e custos relativos a vida útil da estrutura, principalmente em relação a durabilidade, uma vez que os concretos de elevado desempenho são menos suscetíveis a condições ambientais agressivas. No entanto, o desenvolvimento de estruturas delgadas torna os elementos mais propensos à fenômenos de instabilidade. No caso das vigas pré-moldadas, a instabilidade lateral se torna mais crítica durante as etapas de construção, pois as vinculações provisórias permitem movimentos, como a rotação de corpo rígido. Infelizmente, muitos incidentes de colapso têm sido registrados durante estas fases conhecidas como transitórias (Krahl [1]).

Neste artigo será investigada uma etapa construtiva denominada viga sobre aparelho de apoio. Após o transporte da fábrica até o canteiro, as vigas são içadas até a posição final e colocadas usualmente sobre aparelhos de apoio elastoméricos (almofadas). Antes de executar qualquer contraventamento, estes elementos devem se equilibrar sobre os apoios, como mostra a Fig.1. Portanto, a rigidez a rotação das almofadas e a rigidez

à flexão lateral (EI) do elemento pré-moldado devem ser suficientes para manter seu equilíbrio. Como o giro de corpo rígido não é impedido, a rigidez EI é o principal mecanismo resistente proveniente do elemento estrutural.

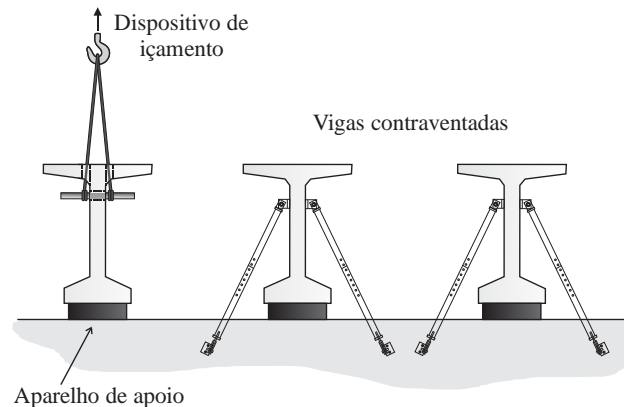


Figura. 1 – Vigas contraventadas e vigas sobre aparelho de apoio sem travamento

Existem propostas analíticas para previsão da carga de tombamento das vigas nesta situação de construção, como os trabalhos de Mast [2], Burgoyne and Stratford [3] e Krahl et al. [4]. Neste trabalho é utilizada a equação proposta em Krahl et al. [4]. A carga de tombamento depende principalmente da geometria da viga, da rigidez a rotação do apoio e da flexão lateral (EI). Por mais que estas grandezas possam ser conhecidas e definidas em projeto, é comum que seus valores sofram pequenas variações quando da execução da estrutura. Incertezas na geometria e nas propriedades dos materiais se propagam pelo modelo mecânico, resultando em uma possível variação no valor da carga crítica. Para analisar este comportamento, os parâmetros do problema podem ser modelados como variáveis aleatórias. Assim, a confiabilidade da estrutura é escrita em termos de uma equação de estado limite para o problema de tombamento lateral, e a segurança do problema pode ser analisada por meio de métodos de confiabilidade. A equação considerada neste trabalho tem baixa dimensionalidade, porém com distribuições marginais de probabilidades de tipos diversos. Desse modo, o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) se destaca como uma alternativa precisa e viável para a realização da análise de confiabilidade para o problema do tombamento lateral de vigas longas de concreto protendido.

2 Metodologia

2.1 Carga crítica de instabilidade

Vigas de concreto pré-moldado, em situação transitória de montagem, estão sujeitas à instabilidade lateral. Este efeito fica mais crítico devido a alguns fatores, como por exemplo, a geometria da viga, a esbeltez e a rigidez dos apoios.

Krahl et al. [4] propõe um modelo analítico para vigas pré-moldadas apoiadas em almofadas elastoméricas, em situação transitória, com objetivo de determinar o valor de carga de tombamento que, quando aplicada, causa o tombamento da viga. Para isso, é utilizado o método de Rayleigh-Ritz, que tem como base o princípio da energia potencial total estacionária.

A viga perfeitamente reta no estágio inicial da análise, sujeita apenas ao peso próprio, apresenta na condição de instabilidade, deslocamento lateral e vertical devido a flexão, além de rotação de corpo rígido. Sendo assim, para a utilização do método energético, inicialmente, Krahl et al. [4] admite a função aproximadora dada pela eq. (1), que atende as condições de contorno, conforme indicado por Timoshenko e Gere [5] e Pi e Trahair [6], sendo que α_1 é o deslocamento no meio do vão, L é o comprimento da viga e n representa o modo de flambagem, que para instabilidade de tombamento é igual a 1.

$$u(x) = \alpha_1 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (1)$$

Para o cálculo do trabalho realizado pelo peso próprio (V), eq. (2), tem-se que os deslocamentos verticais do centro de massa da viga devido ao giro de corpo rígido (δ_R), segue conforme a eq. (3), e devido a flexão

lateral (δ_f), conforme a eq. (4). Onde y_{cg} é a distância entre o centroide da viga e o eixo de rotação localizado no aparelho de apoio; P o peso próprio da viga, concentrado no centro de massa da mesma; e φ é o ângulo de rotação da viga.

$$V = -P(\delta_R + \delta_F) \quad (2)$$

$$\delta_R = 2y_{cg} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad (3)$$

$$\delta_F = \frac{\tan(\varphi)}{L} \int_0^L u(x) \quad (4)$$

Já em relação à energia interna, os autores desconsideram as parcelas relacionadas à torção de St. Venant e de empenamento, pois, conforme evidenciado experimentalmente, as deformações por torção são muito pequenas quando há preponderância de rotação de corpo rígido (Mast [2], Lima e El Debs [7] e Krahl et al. [4]). Sendo assim, a energia interna (U) segue conforme a eq. (5), onde, EI_y é a rigidez à flexão lateral, u é a função que representa o deslocamento lateral da viga (eq. (1)), k_φ é a rigidez a rotação do aparelho de apoio.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \{EI_y u''^2\} dx + k_\varphi \varphi^2 \quad (5)$$

Com a minimização da energia funcional total ($\Pi = U+V$) obtém-se a equação de equilíbrio apresentada na eq. (6), a qual pode ser linearizada considerando que $\sin(\varphi) \approx \tan(\varphi) \approx 1$ e $\cos(\varphi) \approx 1$, obtendo-se então a eq. (7), a partir da qual calcula-se a carga crítica de tombamento (q_{crit}) para a viga perfeitamente reta, como o menor valor positivo desta equação.

$$qL \left\{ 2y_{cg} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \frac{8qL^4}{\pi^6 EI_y} [\tan^3(\varphi) + \tan(\varphi)] \right\} = 2\varphi k_\varphi \quad (6)$$

$$q_{crit} = \frac{-\pi^6 y_{cg} EI_y \pm \sqrt{y_{cg}^2 \pi^{12} (EI_y)^2 + 64\pi^6 L^3 k_\varphi EI_y}}{16L^4} \quad (7)$$

2.2 Confiabilidade estrutural

Seja X um vetor que reúne todas as variáveis aleatórias relacionadas a um determinado estado limite, definido pela função de estado limite $g(X)$. Seja $f_X(x)$ a função densidade de probabilidade conjunta associada a este vetor. A probabilidade de falha P_f associada a tal estado limite é definida conforme a eq. (8):

$$P_f = \int_{D_f} f_X(x) dx \quad (8)$$

em que D_f é definido conforme a eq. (9):

$$D_f = \{x: g(x) \leq 0\} \text{ é o domínio de falha} \quad (9)$$

É comum que a função $f_X(x)$ assuma formas difíceis de se integrar, e o próprio domínio de falha D_f pode apresentar uma geometria que desfavoreça a integração (Kroetz et al. [8]; Pellizzer et al. [9]). Uma solução eficaz e bastante empregada para resolver este problema é o emprego do método de confiabilidade de primeira ordem (FORM). A primeira etapa da solução via FORM é um mapeamento do problema estudado, no espaço das variáveis X , para o espaço normal padrão das variáveis Ξ , de média nula e desvio padrão unitário, através de uma transformação $T(X) = \Xi$. Este mapeamento pode ser feito por meio da transformação de Nataf [10] ou da transformação de Rosenblatt [11]. O resultado é um novo problema cujas funções densidade de probabilidade são conjuntamente normais, têm seu valor máximo na origem do espaço e decrescem exponencialmente com a distância à origem. A segunda etapa do FORM consiste na determinação do chamado ponto de projeto, o ponto sobre a superfície de falha que é mais próximo da origem. Seja $\|\xi\| = \sqrt{(\xi^T \cdot \xi)}$ a distância entre um ponto qualquer

e a origem do espaço normal padrão. As coordenadas do ponto de projeto podem ser encontradas com a solução do problema de otimização (eq. (10)):

$$\xi^* = \operatorname{argmin}[\|\xi\|: g(T^{-1}(\xi)) = 0] \quad (10)$$

A solução deste problema é obtida por meio do algoritmo HLRP, Hasofer and Lind [12], Rackwitz and Fiessler [13]. A distância entre a origem e o ponto de projeto é chamada índice de confiabilidade, denotado por β . A probabilidade de falha é então obtida através da aproximação (eq. (11)):

$$P_{fFORM} = \Phi(-\beta) \quad (11)$$

Sendo Φ a função de distribuição acumulada de probabilidades normal padrão.

3 Análise de confiabilidade

Para se estudar a segurança das vigas de concreto pré-moldado, foi definido um modelo baseado nas vigas estudadas por (Stucchi e Skaf [14]), cuja seção transversal genérica é representada pela Fig. 2. A viga original tem 40 m de comprimento, porém aqui foram considerados vãos variando entre 40 m e 70 m, de modo a se quantificar a perda de segurança conforme o comprimento aumenta. Para refletir situações de projeto, em todos os casos a razão h/L foi mantida constante com valor $\frac{1}{25}$, sendo $h_t = \sum_{i=1}^5 h_i$. Para tal, o valor médio da variável h_3 foi corrigido em cada viga de modo a garantir que a altura média total respeite a relação. As demais dimensões foram adotadas de acordo com a viga original, com valores $h_1 = 120$ mm, $h_5 = 250$ mm, $w_1 = 1200$ mm, $w_2 = 200$ mm e $w_3 = 700$ mm. Para a definição das variáveis aleatórias correspondentes, considerou-se o disposto no *Precast Concrete Safety Factors* (PCSF [15]), com os desvios considerados com relação à média e os desvios padrão indicados na Tab. 1. As variáveis h_2 e h_4 foram consideradas proporcionais às alturas das mesas correspondentes. Com relação ao material, foram considerados como variáveis aleatórias o módulo de elasticidade E e o peso específico ρ . O comprimento estudado em cada caso é considerado a média da variável aleatória L , cuja dispersão reflete a tolerância dimensional exigida pela norma técnica brasileira (NBR 9062, 2017). Finalmente, as incertezas no comportamento do aparelho de apoio foram variadas arbitrariamente, de modo a se estudar a contribuição da correta caracterização desta variável no comportamento da estrutura. As características de todas as variáveis aleatórias são reunidas na Tab. 1.

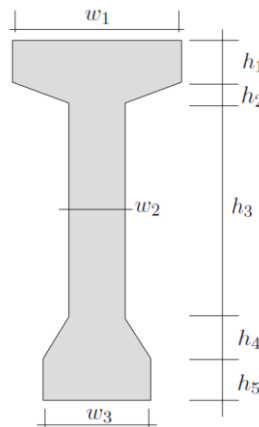


Figura. 2 – Seção transversal da viga de concreto pré-moldado

A equação de estado limite do problema descreve o tombamento devido à instabilidade lateral quando a estrutura está sujeita apenas a seu peso próprio, refletindo assim a situação referente a fase de montagem. Desse modo, a carga crítica q_{crit} considerada é aquela dada pelo menor valor positivo entre aqueles obtidos a partir da eq. (7).

Tabela 1. Variáveis aleatórias do problema de confiabilidade

Grandeza	Unidade	Distribuição	Média	Desvio Padrão	Referência
E	kN/cm ²	Lognormal	3393,6	509,5	(JCSS [16])
ρ	Kg/m ³	Lognormal	2390	119,5	(PCSF [15])
k_ϕ	kNcm/rad	Lognormal	595100	σ_k	(Yazdani et al. [17])
L	mm	Uniforme	μ_L	133,33	(NBR 9062 [18])
$w1$	mm	Normal	+0,23	5	(PCSF [15])
$w2$	mm	Normal	+2,6	3,7	(PCSF [15])
$w3$	mm	Normal	+0,23	5	(PCSF [15])
$h1$	mm	Normal	+0,85	5	(PCSF [15])
$h2$	mm	Causal	$2h_1/3$	0	(PCSF [15])
$h3$	mm	Normal	+0,85	5	(PCSF [15])
$h4$	mm	Causal	$0,8h_5$	0	(PCSF [15])
$h5$	mm	Normal	+0,85	5	(PCSF, 2002)

A solicitação considerada é o peso próprio da estrutura por metro, dado pela eq. (12):

$$S = \rho A \quad (12)$$

Em que A é a área da seção transversal. Os valores de I_y , y_{cg} e A são atualizados a cada iteração do algoritmo do método de confiabilidade, refletindo as características estocásticas em cada realização das variáveis aleatórias consideradas. Assim, a equação de estado limite estudada é dada pela eq. (13):

$$g(X) = q_{crit} - \rho A \quad (13)$$

Foram realizadas 21 análises de confiabilidade, variando-se o comprimento da viga e o coeficiente de variação da rigidez dos aparelhos de apoio. Os índices de confiabilidade obtidos estão representados na Fig. 3.

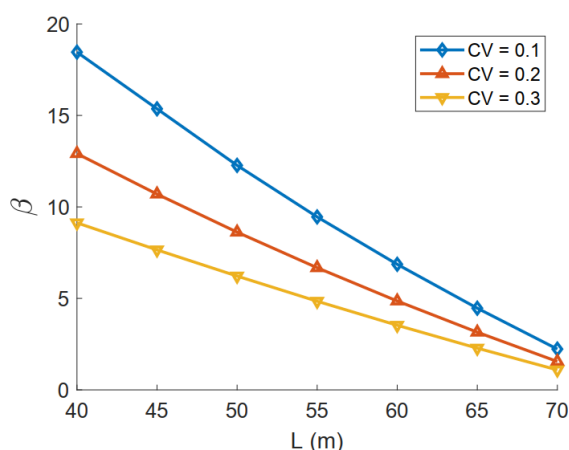


Figura. 3 – Índices de confiabilidade

Como esperado, o aumento da esbelteza reduz a segurança a estabilidade lateral. Cabe destacar que as incertezas associadas aos aparelhos de apoio são justificadas, apesar de não serem tomadas de maneira aprofundada neste artigo, pois é sabido que fenômenos como a perda de contato entre viga e pad (*lift-off*) podem reduzir substancialmente a capacidade destes elementos. Portanto, a variação da rigidez inicial do apoio k_ϕ , como considerada, já indica a alta sensibilidade e influência na segurança deste parâmetro.

Em uma segunda análise, considerando a média do módulo de elasticidade igual a 4500 kN/cm², com desvio padrão igual a 675 e mantendo as demais propriedades conforme a Tab. 1, foram obtidos os índices de confiabilidade representados na Fig. 4.

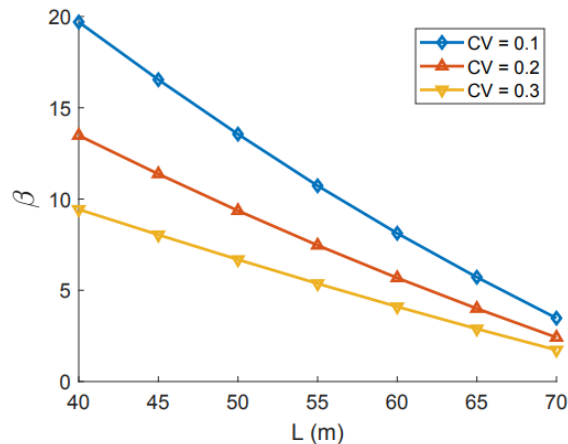


Figura. 4 – Índices de confiabilidade para $E = 4500 \text{ kN/cm}^2$

Em comparação com a primeira análise, para módulo de elasticidade médio igual a 3393,6 kN/cm², observa-se que os índices de confiabilidade aumentam quando $E = 4500 \text{ kN/cm}^2$, o que proporciona maior segurança estrutural. O aumento da resistência do concreto, indiretamente, aumenta a resistência a flexão lateral, e como consequência, tem-se uma maior estabilidade do sistema.

4 Conclusão

Vigas longas de concreto pré-moldado são uma solução estrutural eficaz e viável para a execução de pontes. O comportamento estrutural das vigas ao longo da vida útil da estrutura pronta é bem conhecido, porém menos atenção foi dada na literatura para as fases transitórias, como o transporte e a montagem. O comprimento elevado deste tipo de estrutura favorece a ocorrência de falhas relacionadas à instabilidade. O comportamento mecânico dos aparelhos de apoio das vigas também pode influenciar na segurança de maneira significativa. Neste trabalho, a segurança de vigas longas de concreto pré-moldado de comprimento variável foi estudada para três cenários hipotéticos de incertezas relacionadas aos aparelhos de apoio. Uma análise completa de nível três foi realizada empregando-se o método de confiabilidade de primeira ordem para cada cenário. Como esperado, os resultados mostram a queda dos índices de confiabilidade conforme a esbeltez das vigas aumenta. Além disso, os resultados permitem observar que as incertezas associadas aos aparelhos de apoio desempenham um papel fundamental na segurança deste tipo de estrutura. Tal sensibilidade dos resultados às variâncias no comportamento dos aparelhos de apoio justifica que estudos mais aprofundados devem ser conduzidos sobre esta parte do problema.

Referências

- [1] P. A. Krahl. Instabilidade Lateral de Vigas Pré-moldadas em Situações Transitórias. 208 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.
- [2] R. F. Mast. 1993. "Lateral stability of long prestressed concrete beams - Part 2." PCI J. 39 (4): 54–62.
- [3] C. J. Burgoyne e T. J. Stratford. 2001. "Lateral instability of long-span prestressed concrete beams on flexible bearings." Struct. Eng. 79 (6): 23–26.
- [4] P. A. Krahl; M. F. A. Oliveira; G. H. Siqueira; M. C. V. Lima. Analytical Nonlinear Rollover Behavior of Cambered Precast Concrete Beams on Flexible Supports. Journal of Structural Engineering, [S.L.], v. 146, n. 2, fev. 2019. American Society of Civil Engineers (ASCE).
- [5] S. P. Timoshenko e J. E. Gere. Mecânica dos Sólidos. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., v. 1 e 2, 1984.
- [6] Y. L. Pi e N. S. Trahair. Prebuckling Deflections and Lateral Buckling. I: theory. Journal Of Structural Engineering, [S.L.], v. 118, n. 11, p. 2949-2966, nov. 1992. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1992\)118:11\(2949\)](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1992)118:11(2949)).
- [7] M. C. V. Lima e M. K. El Debs. Análise da instabilidade lateral de duas vigas pré-moldadas protendidas. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 9, n. 37, p. 71-93. 2007.
- [8] H. M. Kroetz; R. K. Tessari; and A. T. Beck (2017). Performance of global metamodeling

- techniques in solution of structural reliability problems. *Advances in Engineering Software*.
- [9] G. P. Pellizzer; H. M. Kroetz; E. D. Leonel; and A. T. Beck (2020). Time-dependent reliability of reinforced concrete considering chloride penetration via boundary element method. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 17(8).
- [10] A. Nataf. (1962). Détermination des distributions dont les marges sont données. *C. R. Acad. Sci. Paris* 225, 42{43.
- [11] M. Rosenblatt. (1952). Remarks on a multivariate transformation. *Ann. Math. Stat.* 23, 470{472.
- [12] R. R. Stucchi, R. R. and K. J. Skaf (2006). Pontes e Grandes Estruturas. Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações.
- [13] A. M. Hasofer; and N. C. Lind (1974). Exact and invariant second moment code format. *J. Eng. Mech.* 100(1), 111{121.
- [14] R. Rackwitz; and B. Fiessler (1978). Structural reliability under combined load sequences. *Computers & Structures* 9, 489{494.
- [15] R. R. Stucchi; and K. J. Skaf (2006). Pontes e Grandes Estruturas. Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações.
- [16] PCSF (2002). Precast concrete safety factors. Technical Report A03-403, European Research SMT4 CT98 2276 Final Report.
- [17] JCSS (2001). Joint Committee on Structural Safety - Probabilistic model code - Part 3: Resistance models.
- [18] N. Yazdani; S. Eddy; and C. S. Cai (2000). Effect of bearing pads on precast prestressed concrete bridges. *Journal of Bridge Engineering* 5(3), 224{232.
- [19] NBR 9062 (2017). Nbr 9062- projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado.
- [20] Rosenblatt, M. (1952). Remarks on a multivariate transformation. *Ann. Math. Stat.* 23, 470{472.