

SHALLOW WATER EQUATION MODEL AND DISSOLVED OXYGEN TRANSPORT IN A BUBBLING AERATION SYSTEM IN THE BAY OF ASUNCIÓN

Paula M. Pedrozo¹, Hyun Ho Shin^{1,2}, Cristhian E. Schaerer², Magna M. Monteiro²

¹*Departamento de Aplicaciones Industriales, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Nacional de Asunción Villa Universitaria, 111421, San Lorenzo, Paraguay*

paula.perudi@gmail.com, hshin@qui.una.py

²*Núcleo de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Facultad Politécnica, Universidad Nacional de Asunción Villa Universitaria, 111421, San Lorenzo, Paraguay*

cschaerer@pol.una.py, mmonteiro@pol.una.py

Abstract. The presence of oxygen in natural water bodies is essential for the organisms responsible for photosynthesis, oxidation-reduction and the decomposition of organic matter. Thus, it is important to study and analyze the distribution and concentration of dissolved oxygen (DO). This work presents a model for DO transport in a bubbling aeration system in the Bay of Asunción for surface water treatment. The mathematical model considers DO advection-diffusion-reaction equation, as well as wind shear and bottom drag for water flow, in 2D Shallow Water equations (SWE). The kinetic model of oxygen absorption is obtained from a prototype of bubble aeration system for several air-flows. The equations are solved using OpenFOAM® software, and simulations of the bay of Asunción are performed with mesh independence tests. The results obtained without the aeration system are compared with field measurements of DO concentrations. Finally, the effects of the aeration system on the improvement of water conditions in the bay of Asunción are analyzed and presented

Keywords: Shallow Water Equations (SWE), Dissolved Oxygen (DO), Asunción Bay, bubble aeration system.

1 Introduction

La Bahía de Asunción es una bahía de agua dulce localizada al norte de Asunción (Capital de la república del Paraguay), cuyos niveles están regulados por los pulsos del Río Paraguay. La Bahía de Asunción es una reserva de 522 hectáreas y es un área de gran importancia para la conservación de hábitats de una amplia diversidad de aves migratorias. Siendo así, debe ser preservada y podría generar grandes oportunidades económicas.

Sin embargo, debido a que en la Bahía de Asunción se desembocan arroyos y afluentes con aguas residuales provenientes de barrios aledaños [1], se produce un desequilibrio químico con valores de Oxígeno Disuelto (OD) y Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO) reduciendo el crecimiento de especies y no consigue la autopurificación del agua, por ende, materia orgánica no consigue oxidarse y pasar a su forma más simple [2].

Para niveles bajos de OD en tratamientos de aguas superficiales se recurre a la oxigenación [3]. El aporte del oxígeno al agua se efectúa mediante un contacto íntimo del aire con el agua, y esto se consigue con la aireación y agitación. Estos mecanismos de transferencia pueden ser estudiados y analizados utilizando las herramientas de la Dinámica de Fluido Computacional (CFD, del inglés Computational Fluid Dynamics) [4]. Por medio de los CFD, se pueden simular problemas reales a bajo costo en comparación a los ensayos de modelos a escala reducida [5]. Sin embargo, los modelos de CFD deben ser validados adecuadamente usando datos experimentales.

La Bahía de Asunción tiene una profundidad media de 7.2 m y dimensiones horizontales de orden de kilómetros. Por consiguiente, puede considerarse como cuerpos hídricos poco profundos, lo cual se aplican las ecuaciones de Shallow Water (SWE) [6]. Oporto and Ramírez [7] utilizaron el modelo SWE para simular el flujo de agua del Lago Ypacaraí, colocando las tensiones debidas a la velocidad del viento, en el transporte de un contaminante. A continuación, Bareiro and O’Durnin [8] incorporaron la fricción en el fondo. Luego, Cáceres and Ojeda [2] incluyeron las ecuaciones del transporte de OD y DBO con las cinéticas, y simularon la Bahía de Asunción.

Para analizar detalladamente el proceso de aireación, es necesario incluir modelos que representen la trans-

ferencia de oxígeno desde las burbujas de aire que se inyectan en los aireadores al cuerpo de agua. Entonces, en este trabajo, se pretende realizar un experimento para validar el modelo de la cinética de transferencia de oxígeno de la aireación, e incluir dicho modelo a la ecuación del transporte de OD en SWE.

2 Metodología

La metodología adoptada comprende tres fases, la primera consiste en la realización de pruebas experimentales de aireación, en agua corriente en un prototipo con difusores de aire diseñado para este fin. La segunda fase comprende el modelado matemático, para alimentar la tercera fase, donde se realiza la simulación numérica de la Bahía de Asunción.

2.1 Experimento de Aireación.

Se realizó cuatro niveles de caudales de aire, en la figura 1, se observa que el aire inyectado pasa por el difusor (**DF**) ubicado dentro de un reactor tipo columna, de esta manera se tiene el contacto interfacial entre la burbuja y el agua. Se toma muestras bypassadas, mediante una bomba peristáltica (**PB**) LONGER®. BT1400. rango: 0.1 a 400 rpm. temperatura 0 a 40 °C. humedad relativa 80%, en un tarro de muestreo (**TK**), donde en él se tiene un sensor de medidor de OD (**RO**), STAR A213 ORION®, para cada instante. rango: 0 - 90 ppm, método polarográfico. Almacenándose dichos valores a través del registrador de datos, mediante un puerto USB.

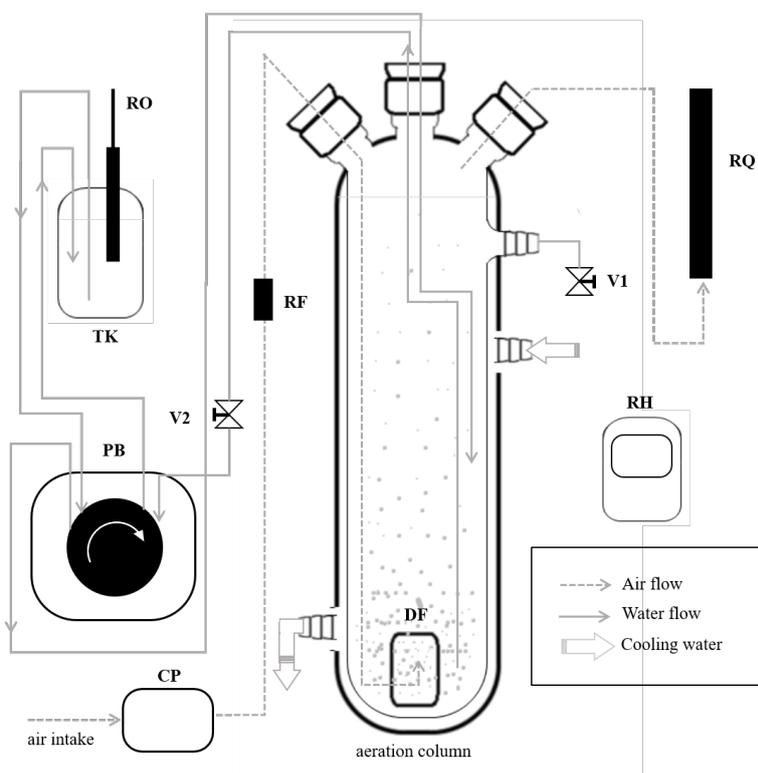


Figure 1. Esquema de Montaje de aireación de agua con Difusor

Tanto el llenado del frasco de muestra como la columna, son regulados por valvulas (**V1,V2**), diseñadas para éste fin, de manera a mantener la profundidad del agua en todo momento.

El flujo de aire inyectado fue regulado a través del flujómetro (**RF**) CNBTR LZQ-3. rango 0.1 - 5 L/min. material ABS. rango de temperatura 0 - 60 °C. Con ayuda de un compresor pequeño (**CP**) y el caudal de aire de salida, es medido a través de un caudalímetro (**RQ**) diseñado para éste fin.

La temperatura y humedad, en °C, y % relativa, respectivamente, del ambiente se miden a través del medidor de humedad (**RH**) Govee®, Modelo H5075.

Con las mediciones se obtuvo el perfil de concentración de OD en función al tiempo. Usando el modelo cinético propuesto de recirculación de la columna al tanque. En la ecuación 1, se verifica la variación de la

concentración en el tiempo en la columna de aireación, y en la ecuación 2 en el tanque (**TK**). Las posteriores relaciones matemáticas se determina, para cada caso de aireación, el coeficiente global de transferencia de oxígeno, k_L .

$$V_1 \frac{dC_1}{dt} = q(C_2 - C_1) - k_L a(C_1 - C_s). \quad (1)$$

$$V_2 \frac{dC_2}{dt} = q(C_1 - C_2), \quad (2)$$

donde C_1 es la concentración de oxígeno disuelto en la columna de aireación, $K_L a$ el Coeficiente global de transferencia de gases, C_s la concentración de saturación del oxígeno disuelto, C_2 la concentración de oxígeno disuelto en el tanque (**RQ**), q caudal de agua recirculada, V_1 y V_2 volúmenes de agua en la columna de aireación y del tanque, respectivamente. En la tabla Table 1 se resumen los valores utilizados.

Table 1. Valores usados

Parameter	Symbol	Value
Volumen de la columna	V_1	500 mL
Volumen del tanque	V_2	500 mL
Caudal de agua circulada	q	0,7878 L/min
Constante de Transferencia de O_2	k_L	0.6279 1/s

2.2 Modelado de SW

Las ecuaciones de Shallow Water (SWE) son obtenidas mediante la integración de las ecuaciones de Navier-Stokes sobre la profundidad. El fluido de estudio se considera como un fluido newtoniano, con propiedades físicas y mecánicas continuas, homogéneo e isotrópico. Además se considera que el flujo es incompresible. Las expresiones de SW se expresan como sigue;

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -g \frac{\partial}{\partial x_i} (h + z_0) + \frac{1}{h\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (h\tau_{ij}) - \frac{1}{h} \frac{\tau_{so,i}}{\rho} + \frac{1}{h} \frac{\tau_{wind,i}}{\rho}, \quad (3)$$

donde u_i ($i = 1, 2$) es la velocidad de flujo promediada en profundidad ($u_1 = u, u_2 = v$) en x e y , h es la altura variable del fluido, z_0 la elevación del fondo, τ es el tensor de esfuerzo del fluido, τ_{so} y τ_{wind} son el esfuerzo cortante del fondo y del viento, respectivamente, que son obtenidos mediante relaciones matemáticas propuestas por Wu [9] y Eid [10], la ρ densidad del agua y g la aceleración de la gravedad.

Posterior al cálculo hidrodinámico se realiza el cálculo de los campos de las concentraciones de escalares por medio de la siguiente ecuación;

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D \frac{\partial C_k}{\partial x_i} \right) + \Gamma_c, \quad (4)$$

donde $k = OD; DBO$ corresponden a las dos especies que se transportan, D_K es el coeficiente de dilución de la especie k y Γ_c el término de reacción de la especie k . Para el modelado de las reacciones se usa el modelo Water Quality Analysis Simulation Program (WASP) Bowie et al. [11]

El término de reacción de DBO se expresa como;

$$\Gamma_{DBO} = \frac{dC_{DBO}}{dt} = -k_d \theta_d^{(T-20)} \left(\frac{C_{OD}}{k_{DBO} + C_{OD}} \right) C_{DBO} - V_s (1 - f_{DS}) C_{DBO}, \quad (5)$$

donde k_d es la tasa de desoxigenación, θ es la expresión de Arrhenius para la corrección de la constantes cinéticas a la temperatura deseada, T temperatura, k_{DBO} es la constante de saturación media del oxígeno, V_s la velocidad de sedimentación, y f_{DS} fracción disuelta de DBO.

El término de reacción para el OD se implementa el modelo de Wool et al. [12], con el agregado de generación de oxígeno, que es en lo que se basa ésta investigación, dando como resultado la eq. (6). El primer término representa la reaireación e inyección del oxígeno, el segundo es el término asociado a la oxidación y el último término es la demanda de oxígeno por los sedimentos [13].

$$\Gamma_{OD} = \frac{dC_{OD}}{dt} = (k_r + k_L)\theta_{r,L}^{(T-20)}(C_S + C_{OD}) - k_d\theta_d^{(T-20)}\left(\frac{C_{OD}}{k_{DBO} + C_{OD}}\right)C_{DBO} - \frac{S_{OD}}{h}\theta_s^{(T-20)}, \quad (6)$$

donde k_r es la constante de aireación, k_L el coeficiente de transferencia de oxígeno y S_{OD} la demanda de oxígeno de los sedimentos.

2.3 Simulación numérica

El sistema de estudio es la Bahía de Asunción. En la figura 2 se observa la ubicación de la bahía y las fronteras, **F1** corresponde a entradas y salidas adyacentes al Río Paraguay, y las demás entradas corresponden a los cauces de los arroyos, Antequera **F2**, Perú **F3** y Las Mercedes **F4**. La solución numérica del sistema, con las ecuaciones del modelo de la fase 3, incluyen un esquema semi-implícito en volúmenes finitos para la variación temporal y una malla tipo staggered cell para la variación espacial, resolución numérica con las consideraciones y estimaciones mencionadas, y por último un solver para la resolución del sistema de ecuaciones, fué un aporte del trabajo de Cáceres and Ojeda [2], con modificaciones en el término de aireación, que se obtuvo experimentalmente. Las constantes y condiciones de frontera que requieren las ecuaciones SW y las ecuaciones de transporte de la OD y DBO fueron extraídas de la literatura. En las Tablas Table 3 y Table 2 se resumen algunos de los valores adoptados para la resolución de las ecuaciones.



Figure 2. Esquema de Fronteras y Ubicación de Bahía de Asunción

Table 2. Boundary conditions

Boundary conditions	Characteristic
En el entorno	$u_n(x, y) = 0, u_i(x, y) = 0$
u en $F1_{in}$	Fijo = 0.078 m/s
u en $F1_{out}$	$\nabla = 0$
u en $F2_{in}$	Fijo = 0.0854 m/s
u en $F3_{in}$	Fijo = 0.0708 m/s
u en $F4_{in}$	Fijo = 0.0523 m/s
OD en $F2_{in}$	Fijo = 4 mg/L
OD en $F3_{in}$	Fijo = 4 mg/L
OD en $F4_{in}$	Fijo = 4 mg/L
BOD en $F2_{in}$	Fijo = 3.333 mg/L
BOD en $F3_{in}$	Fijo = 3.333 mg/L
BOD en $F4_{in}$	Fijo = 3.333 mg/L

Table 3. Coefficients in constitutive relations

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad de Medida	Fuente
Densidad del agua	ρ	1000	kg/m ³	Wool et al. [12]
Viscosidad dinámica del agua	μ	$8.937 \cdot 10^{-4}$	kg/m·s	Wool et al. [12]
DBO inicial	DBO_0	0	kg/m ³	experimental
DBO en la entrada	DBO_{in}	0.025	kg/m ³	Cáceres and Ojeda [2]
OD inicial	OD_0	0.8176	kg/m ³	experimental
Concentración de Saturación	C_s	0.8176	kg/m ³	Elmore and Hayes [14]
Constante de Reaireacion	k_r	$5.671 \cdot 10^{-6}$	1/s	Bowie et al. [11]
Constante de Desoxigenacion	k_d	$4.28 \cdot 10^{-7}$	1/s	Cardenas [15]
Velocidad de Sedimentacion	V_s	$1.157 \cdot 10^{-6}$	m/s	Wool et al. [12]
Demanda de los Sedimentos	S_{OD}	$3.333 \cdot 10^{-6}$	kg/m·s	Bowie et al. [11]
Profundidad media	h	7.17	m	Bowie et al. [11]
	θ_d	1.047	adimensional	Wool et al. [12]
Constante de Arrhenius	$\theta_{r,L}$	1.028	adimensional	Wool et al. [12]
	θ_s	1.08	adimensional	Wool et al. [12]
Fracción disuelta de DBO	f_{Ds}	0.5	adimensional	Piasecki [16]

Las simulaciones se realizaron utilizando el software OpenFOAM®, resolviendo el solver modificado *shallowWaterFoam*, el cual es un solucionador para las SWE, que incluyen los coeficientes de aireación en el término reactivo de la OD, además se encuentran incluidos los términos de esfuerzo cortante del viento y fondo. Se utiliza una maquina virtual del Nucleo de Investigacion y Desarrollo Tecnológico (NIDTEC) de la Facultad Politécnica de la UNA para la ejecución de la simulación, Linux Ubuntu 18.04.5 LTS. Memoria RAM: 125GB Memory DDR4, Almacenamiento: Disco duro de 2.3 TB.

3 Resultados

En la Fig. 3 se observa la distribución de concentración del OD en el $t=3,000,000$ s, en el lado izquierdo obtenido en este trabajo, donde que el aireador fué estratégicamente colocado en zonas de estancamiento, marcado con la x . Donde en las zonas cercanas a las fronteras posee valores bajos y en las zonas centricas por encima del promedio. En la figura de la derecha se observa la distribución obtenida en el trabajo de Cáceres and Ojeda [2], ésto puede deberse a que en tiempos prologados se reduce la solubilidad del OD ya que se vuelve inestable y el oxígeno no tiene tiempo de solubilizar, en el tiempo de comparación en este trabajo el oxígeno ya disminuye a

niveles mucho mas bajos de lo que se tendría sin el uso de un aireador.

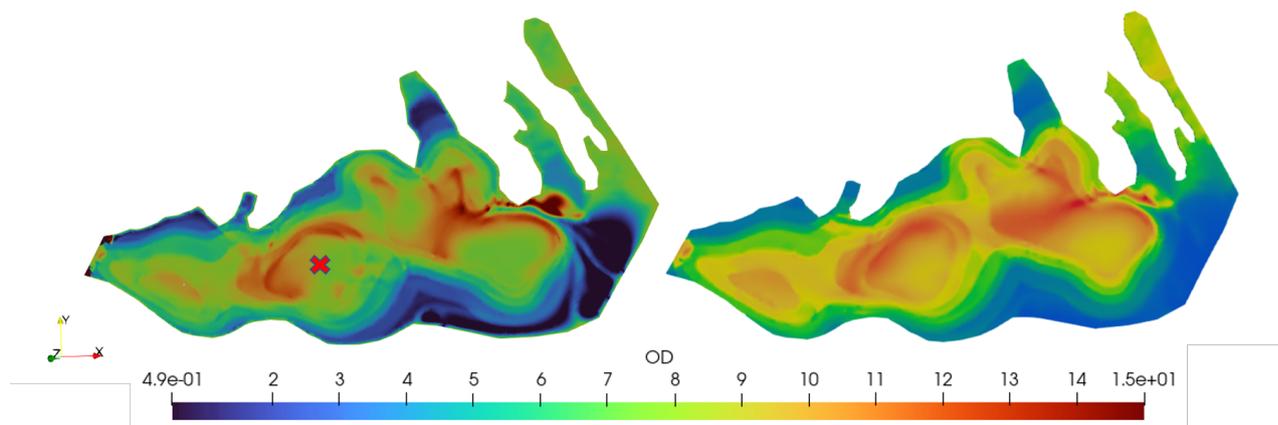


Figure 3. Distribución DO

En la Fig. 4 se observa la distribución de concentración del DBO $t=3,000,000$ s, en el lado izquierdo, se aprecia el resultado de la aireación donde se observa valores bajos de DBO, y en las zonas cercanas a las fronteras posee valores altos, es notorio lo que se observa en tiempos prolongados de aireación, en la figura de la derecha el DBO va aumentando progresivamente.

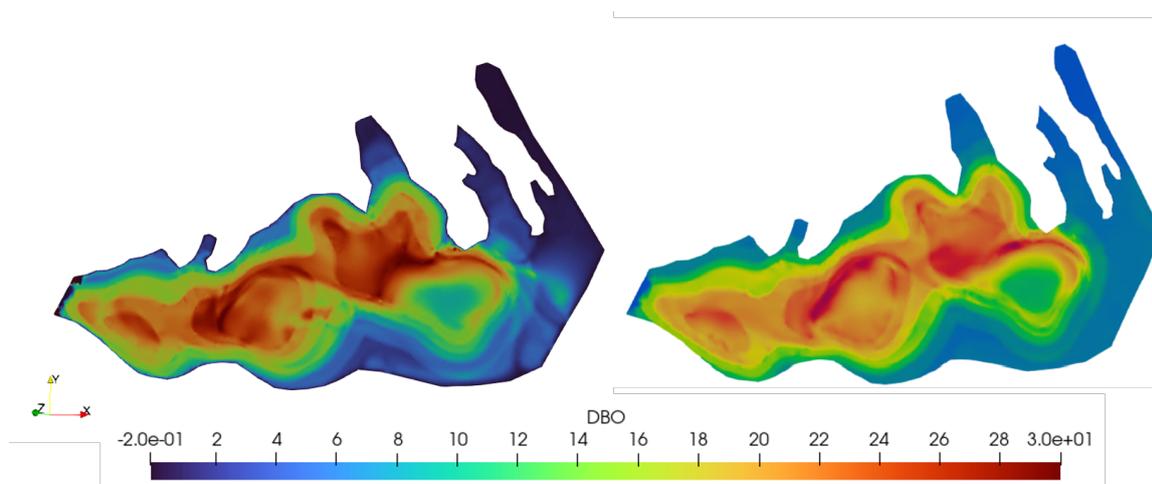


Figure 4. Distribución BOD

A partir de éstos resultados se puede apreciar que sí es posible lograr la autodepuración, pero no por tiempos prolongados, Ya que se vuelve inestable y no se solubiliza el oxígeno, por ende aumenta la DBO, por lo que representa una alta carga de materia organica que requiere la degradación.

4 Conclusions

Este trabajo presentó un modelo de transporte de OD en un sistema de aireación por burbujeo en la Bahía de Asunción para tratamiento de aguas superficiales. Por medio del modelo cinético de transferencia de oxígeno, se logró obtener el coeficiente global de transferencia de oxígeno, a partir de variables asociadas a las propiedades del transporte de OD y DBO en el agua, a parámetros geométricos del prototipo del sistema de aireación y a variables de operación se logra concluir que el modelo propuesto es útil para la comprensión del funcionamiento del burbujeador en un cuerpo hídrico y para proponer las ecuaciones de diseño que permitan análisis más exhaustivos

determinando los tiempos de residencia, de manera a refinar éste análisis. De ésta manera se puede decir que es posible mejorar las condiciones del agua mediante la inyección de aire, logrando así la autodepuración, pero no así en tiempos prolongados, ya que el sistema se vuelve inestable y no permite la solubilidad el oxígeno, por ende aumenta la DBO, por lo que representa una alta carga de materia organica que requiere la degradación.

References

- [1] J. Facetti and H. Kawai. Gestión de los recursos hídricos y su control. *Ed. I, Asunción, Mercurio (en línea)*, vol. 1, n. 1, pp. 56–95, 2013.
- [2] M. Cáceres and A. Ojeda. *Simulación Hidrodinámica y distribución de la concentración de oxígeno disuelto de una sustancia reactiva vertida en la bahía de Asunción*. Universidad Nacional de Asunción, 2021.
- [3] A. Avellaneda and P. Bladimir. *Evaluación de un modelo mecanicista para la aireación de agua residual con difusor de burbuja fina*. Universidad Nacional del Centro del Perú, 2021.
- [4] P. Bates, S. Lane, and R. Ferguson. *Computational Fluid Dynamics, Applications in Environmental Hydraulics*. John Wiley & Sons Ltd, 2005.
- [5] A. Lozano. *Apuntes sobre Dinámica de Fluidos Computacional*. Free Software Foundation, 2019.
- [6] W. Tan. *Shallow water hydrodynamics: Mathematical theory and numerical solution for a two-dimensional system of shallow-water equations*. Elsevier., 1992.
- [7] L. Oporto and D. Ramírez. *Análisis de la influencia del viento en el transporte de un escalar pasivo no reactivo acoplado a las ecuaciones de navier-stokes en 2D. Caso: Lago Ypacarai*. Universidad Nacional de Asunción, 2016.
- [8] D. Bareiro and E. O’Durnin. *Simulación del efecto combinado del viento y fondo en el transporte de un escalar no reactivo en el Lago Ypacarai utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en la altura*. Universidad Nacional de Asunción, 2017.
- [9] J. Wu. Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions a revisit. *Journal of physical oceanography*, vol. 10, n. 5, pp. 727–740, 1980.
- [10] B. Eid. *Investigation into interfacial transports and exchange flows for lake models*, 1981.
- [11] G. Bowie, W. Mills, D. Porcella, C. Campbell, J. Pagenkopf, and R. Rupp. Rates, constants, and kinetics formulations in surface water quality modeling. *EPA.*, vol. , n. 600, pp. 3–85, 1985.
- [12] T. Wool, R. Ambrose, J.Martin, and E. Comer. *Water Quality Analysis Simulation Program (WASP). User’s Manual Version 6.0*. USEPA., 2001.
- [13] R. González and H. Ramírez. Modelación numérica de la hidrodinámica, del oxígeno disuelto y la demanda bioquímica de oxígeno en sistemas con vegetacion. *Hirobiologica*, vol. 21, n. 2, pp. 3–12, 2011.
- [14] H. Elmore and T. Hayes. Solubility of atmospheric oxygen in water. *En Proc. am. sot. civil engrs.*, vol. 86, pp. 41–53, s.f.
- [15] J. Cardenas. *Calidad de aguas para estudiantes de ciencias ambientales*. Universidad Distrital Francisco Jose de Calda., 2005.
- [16] M. Piasecki. Optimization of in-stream dissolved oxygen via control of cbod loadings using the adjoint method. *Estuarine and coastal modeling.*, vol. , pp. 547–565, 2002.